

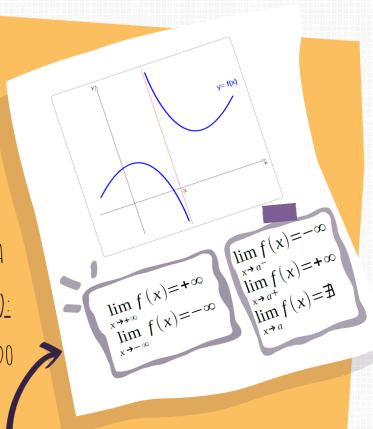
U.D. 3: Límites, continuidad y asíntotas

1. Idea intuitiva de límite

EN EL INFINITO (EN EL MENOS INFINITO):
ES LA ALTURA A LA QUE SE ACERCA LA FUNCIÓN CUANDO X TOMA VALORES CADA VEZ MAYORES (CADA VEZ MENORES).

EN UN PUNTO POR LA DERECHA (POR LA IZQUIERDA):
ES LA ALTURA A LA QUE SE ACERCA LA FUNCIÓN CUANDO X SE APROXIMA AL PUNTO DADO POR EL LADO DERECHO (POR EL LADO IZQUIERDO)

PARA QUE EXISTA LÍMITE EN UN PUNTO DEBEN COINCIDIR LOS LÍMITES LATERALES.



Límites en un punto

CÁLCULO: SE SUSTITUYE LA VARIABLE X POR EL VALOR DADO

K/O → Hallamos los límites laterales

2. Tipos de límites

Límites en el infinito

CÁLCULO: EN UN POLINOMIO MIRAMOS EL TÉRMINO DE MAYOR GRADO



Comparamos los grados del numerador y del denominador:

- Si el numerador tiene mayor grado, el límite es $+\infty$ o $-\infty$.
- Si el denominador tiene mayor grado, el límite es 0.
- Si tienen el mismo grado, el límite es el cociente de los coeficientes principales.

3. Continuidad

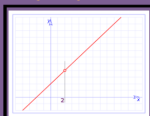
UNA FUNCIÓN ES CONTINUA UN PUNTO SI COINCIDEN LOS LÍMITES LATERALES Y EL VALOR DE LA FUNCIÓN EN DICHO PUNTO.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

LOS PUNTOS EN LOS QUE ESTUDIAREMOS LA CONTINUIDAD SON:

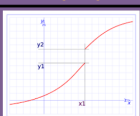
- LOS QUE ANULEN AL DENOMINADOR.
- LOS DE CAMBIO DE TROZO.

Tipos de discontinuidad:



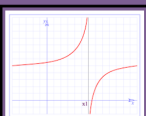
Evitable

Los límites laterales van bien.
Falla $f(a)$



De salto finito

Los límites laterales son números, pero son diferentes.



De salto infinito

Algún límite lateral es infinito.

4. Asíntotas

HORIZONTALES

Para estudiar las asíntotas horizontales, debemos calcular los límites en el más y menos infinito.
Para que haya asíntota, debe dar un valor numérico.

VERTICALES

Calculamos el límite en los puntos que anulan al denominador.
Si algún límite lateral es infinito, entonces existe asíntota vertical.

OBLICUAS

No puede haber asíntota oblicua y horizontal a la vez.
Una asíntota oblicua es de la forma $y = mx + n$, siendo m y n los siguientes valores:

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - mx)$$