MATRICES, DETERMINATES Y SISTEMAS

Tipos de matrices:

- **Fila:** Poseen una sola fila
- **Columna:** Poseen una sola columna
- **Cuadrada:** Tienen el mismo número de filas que de columnas
- **Rectangular:** Aquella que no es cuadrada
- **Nula:** Todos sus elementos son nulos
- **Identidad:** Matriz cuadrada cuyos elementos de la diagonal principal son 1 y el resto 0
- **Triangular:** Matriz cuadrada cuyos elementos por encima o por debajo de la diagonal principal son 0
- **Diagonal:** Matriz cuadrada cuyos elementos que no están en la diagonal principal son 0
- **Traspuesta:** Se obtiene intercambiando filas y columnas
- **Simétrica:** Matriz que coincide con su traspuesta

Operaciones con matrices:

Suma y resta

- Deben tener la misma dimensión.
- Se suman o restan los elementos que ocupan la misma posición.

Potencia

- Calcular una potencia de una matriz NO es elevar a esa potencia cada elemento de la matriz.
- Se debe multiplicar la matriz por sí misma tantas veces como indique el exponente.

Producto

- El número de filas de la segunda matriz debe coincidir con el número de columnas de la primera.
- El resultado tiene tantas filas como la primera matriz y tantas columnas como la segunda.
- Se "multiplica" cada fila de la primera por cada columna de la segunda.

Traspuesta

Se cambian los elementos de las filas por los de las columnas.

Ejercicios con operaciones de matrices:

- Cálculo matricial
- Cálculo de potencia
- Comprobación de igualdades
- Indicar de ciertas operaciones se pueden realizar
- Cálculo de parámetros para que se verifique una igualdad

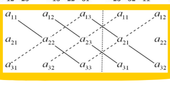
Determinantes:

De orden 2

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

De orden 3

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{23}a_{32}a_{11} - a_{33}a_{12}a_{21}$$



Matriz inversa:

Matriz invertible

Una matriz es invertible si su determinante es no nulo.

Cálculo de la matriz inversa

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\,[Adj(A)]^t$$

Matriz adjunta de una matriz de orden 2:

Sea $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

$$Adj(A) = \begin{pmatrix} d & -c \\ -b & a \end{pmatrix}$$

Matriz adjunta de una matriz de orden 3:

Sea $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$

$$Adj(A) = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

Ecuaciones y sistemas matriciales:

Ecuación matricial

- Despejamos la matriz incógnita. Teniendo en cuenta que no existe la división de matrices.
- Realizamos las operaciones correspondientes.

Sistema de ecuaciones matriciales

Son sistemas de ecuaciones cuyas incógnitas son matrices.
Para resolver un sistema lineal podemos usar el método de reducción.

Método de Gauss:

Paso 1 Escribimos la matriz ampliada del sistema.

Paso 2 Hacemos 0 todos los elementos que están por debajo de la diagonal principal.

Paso 3 Escribimos el sistema escalonado equivalente al sistema a resolver que se obtiene del paso 2.

Paso 4 A partir del sistema escalonado y por un proceso de remonte hallamos la soluciones.

Para llevar a cabo el paso 2 podemos realizar las siguientes transformaciones: intercambio de dos filas, multiplicación o división de una fila por un número, realizar una combinación lineal de dos filas.