Junta de Andalucía

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL Y DEPORTES

GUÍA BÁSICA DE FORMACIÓN

REFUERZO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA

Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional
Dirección General de Ordenación y Evaluación Educativa

GUÍA BÁSICA DE FORMACIÓN DE LOS PROGRAMAS DE COOPERACIÓN TERRITORIAL PARA EL REFUERZO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA.
DIRECCIÓN GENERAL DE ORDENACIÓN Y EVALUACIÓN EDUCATIVA.
DIRECCIÓN GENERAL DE INNOVACIÓN Y FORMACIÓN DEL PROFESORADO
INSPECCIÓN GENERAL

ISBN: 979-13-87950-15-6
Depósito Legal: MA-1315-2025

Autores:
Pedro Manuel Díaz Santos
Víctor Manuel González Rey
Manuel Jacinto Pancorbo Urbano
Julio J. Rodríguez Cabrera
Carmen Pilar García Montes

Agradecimientos:
Mónica Gil Sánchez y José María García Parrilla

La edición estuvo al cuidado de Editorial Arguval

Impreso en España - Printed in Spain

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN, FORMACIÓN PROFESIONAL Y DEPORTES

Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional
Dirección General de Ordenación y Evaluación Educativa

GUÍA BÁSICA DE FORMACIÓN

REFUERZO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA



Prólogo

"Las matemáticas las descubrió el hombre y por lo tanto están al alcance de todos. No son para seres especiales o genios"

Richard Feyman
Premio Nobel de Física 1965

La frase de Richard Feyman podría haberse convertido en un alegato a favor de la inclusión educativa, si por aquel entonces tal cuestión fuese un objetivo fundamental de un sistema educativo que tuviese por objetivo desarrollar al máximo las capacidades de todo su alumnado, tal y como estamos interpelados moral, ética y políticamente en la actualidad. Sin duda, las matemáticas no son para seres especiales o genios, sino que se convierten en una competencia que puede y debe llegar a todos y todas, transformándose en una herramienta de aprendizaje y comprensión del mundo que nos rodea, superando brechas de género y estereotipos segregadores.

Es por ello que la Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional, a través de la Dirección General de Ordenación y Evaluación Educativa, se plantea como objetivo prioritario la mejora del nivel de desempeño en la competencia matemática del alumnado y, en este marco, se presenta la guía que tenemos en nuestras manos como un manual básico para la formación específica de la comunidad educativa, la organización de los centros docentes y la disponibilidad de recursos didácticos. Su diseño se alinea con el trabajo que ya se inició con las Instrucciones de 18 de junio de 2024 de la Viceconsejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional, sobre las medidas para el fomento del razonamiento matemático a través del planteamiento y la resolución de retos y problemas en educación infantil, educación primaria y educación secundaria obligatoria y con el Plan de Actuación diseñado por la Consejería, relativo al Programa de Cooperación Territorial de refuerzo de la competencia matemática, regulado por la Resolución de 5 de septiembre de 2024 de la Secretaría de Estado de Educación. (BOE nº 218, de 9 de septiembre de 2024).

El fomento de la competencia matemática en los centros educativos se enmarca en un contexto de directrices europeas y nacionales que enfatizan la adquisición de competencias clave como condición indispensable para el pleno desarrollo personal, social y profesional en el mundo globalizado actual. Desde principios del siglo XXI, los estados miembros de la Unión Europea han integrado el desarrollo de competencias en sus currículos. En España, la competencia matemática se incluyó por primera vez con la denominación de "competencias básicas" en la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, y ha permanecido en la normativa educativa española, evolucionando a "competencias clave" con la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre. La Unión

Europea ha establecido como objetivo para 2030 que el porcentaje de jóvenes de quince años con bajo rendimiento en matemáticas sea inferior al 15%.

La legislación educativa española subraya la importancia del razonamiento matemático. El artículo 17 a) de la LOE 2/2006, de 3 de mayo, establece que la Educación Primaria debe desarrollar en el alumnado las capacidades que les permitan adquirir las competencias matemáticas básicas y la resolución de problemas elementales, aplicables a situaciones cotidianas. Para la Educación Secundaria Obligatoria, el artículo 26.2 enfatiza la adquisición de competencias, el fomento del uso de las matemáticas, y la dedicación de tiempo lectivo a proyectos significativos y resolución colaborativa de problemas.

Los desarrollos curriculares que acompañan a la LOMLOE se dirigen al desarrollo competencial del alumnado, definiendo competencias clave (que configuran el Perfil de salida al término de la enseñanza básica) y competencias específicas (que aportan funcionalidad al currículo). La Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación de Andalucía, también concede importancia al desarrollo de competencias. La competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (competencia STEM) es una de las ocho competencias clave del Perfil de salida, que vincula las competencias con los retos del siglo XXI. El diseño curricular de Andalucía completa estos perfiles, incorporando perfiles competenciales al término de cada ciclo (Infantil a Bachillerato) y utilizando descriptores operativos que informan sobre el nivel de desempeño esperado, haciéndolo más cercano y útil a los docentes.

En nuestra Comunidad Autónoma, a través de los Decretos 100/2023, 101/2023, 102/2023 y 103/2023, de 9 de mayo, y sus Órdenes de 30 de mayo, se establece la ordenación y el currículo de las etapas educativas en Andalucía, reconociéndose la importancia de fomentar la integración de las competencias clave mediante proyectos significativos y la resolución colaborativa de problemas. La competencia matemática implica la comprensión del mundo utilizando métodos científicos, pensamiento y representación matemáticos.

Los objetivos de este Programa de Cooperación Territorial de Refuerzo de la Competencia Matemática se concretan en: atender al alumnado de manera personalizada, trabajar en la reducción de la brecha de género, implementar medidas organizativas en los centros y desarrollar planes de mejora, acompañadas todas las medidas de la necesaria formación a los docentes.

La justificación de estas actuaciones se refuerza con los resultados de pruebas internacionales y evaluaciones de diagnóstico. El informe PISA 2022 mostró que España obtuvo una puntuación media en matemáticas (473) similar al promedio de la OCDE (472), pero con una bajada significativa desde 2012 (484). Aunque el porcentaje de alumnado español en niveles bajos de rendimiento (28%) es inferior al de la OCDE (31%), el porcentaje en niveles altos (6%) es inferior al promedio de la OCDE (9%). Un dato significativo es la brecha de género existente en el rendimiento en matemáticas. En TIMSS 2019 (4.º de Educación Primaria), el rendimiento medio del alumnado español (502 puntos) fue inferior al de los países participantes de la OCDE (527), con una importante diferencia en los niveles inferiores y superiores de rendimiento.

Las evaluaciones de diagnóstico que la Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional ha realizado en los dos últimos cursos muestran una tendencia positiva en la adquisición de las competencias matemáticas del alumnado andaluz, y las medidas adoptadas se dirigen en el buen camino hacia tal propósito, aun así, los resultados muestran un margen de mejora que necesita de un impulso como supone los programas de refuerzo que se van a implementar en numerosos centros.

En la etapa de educación primaria (4º curso) los resultados de las pruebas de diagnóstico en el área de matemáticas pasan de 6,515 puntos en el curso 2023/2024 a 7,02 puntos en el curso 2024/2025, con una subida de 0,5 puntos, presentando unos resultados aceptables, pero con margen de mejora sobre el que es necesario actuar y con una diferencia de más de un punto con el área de Lengua Castellana y Literatura que hay que reducir. Y en lo que respecta a educación secundaria (2º de ESO), los resultados en la prueba de diagnóstico experimentan una subida de 0,81 puntos pasando de un 4,6 en el curso 2023/2024 a 5,41 puntos en el curso 2024/2025, siendo resultados aún con áreas de mejora que requiere intervenciones generales, pero también más específicas.

La implementación de un enfoque competencial en matemáticas es el eje central de esta guía. Este enfoque concibe las competencias clave como los "desempeños que se consideran imprescindibles para que el alumnado pueda progresar con garantías de éxito en su itinerario formativo, y afrontar los principales retos y desafíos globales y locales". Implica un cambio de rol del alumnado (de receptor pasivo a agente activo y crítico) y del docente (de transmisor a mediador y facilitador), donde el error es considerado una oportunidad de aprendizaje. Se promueve una "práctica productiva", que da sentido a los procedimientos, frente a la mera mecanización.

La estructura curricular actual se organiza en torno a descriptores operativos que concretan el progreso de cada competencia. La competencia matemática se desglosa en cinco ejes fundamentales que se articulan a través de las competencias específicas: resolución de problemas, razonamiento y pensamiento lógico y computacional, conexiones, comunicación y representación, y destrezas socioafectivas. Los saberes básicos son los conocimientos, destrezas y actitudes necesarios para la adquisición de estas competencias, y se organizan en "sentidos" matemáticos (numérico, espacial, estocástico, etc.) que dan coherencia y continuidad a la enseñanza, promoviendo una visión funcional de las matemáticas.

La guía propone la situación de aprendizaje como el instrumento pedagógico clave para alcanzar la competencia matemática. Estas situaciones contextualizan el aprendizaje, planteando retos que implican la movilización integrada de saberes básicos y el desarrollo de competencias específicas y clave. En el diseño didáctico, es crucial planificar tanto el producto final como las evidencias de aprendizaje, asegurando que estas últimas demuestren el desarrollo de las competencias y criterios de evaluación previstos, y en consecuencia la evaluación debe concebirse como continua, global, competencial, formativa, integradora, diferenciada y objetiva, con el objetivo primordial de mejorar el aprendizaje. La evaluación inicial es esencial para diagnosticar el punto de partida del alumnado,

no solo detectando lagunas, sino también activando conocimientos previos. Se busca la alineación de elementos evaluativos, asegurando que las evidencias solicitadas al alumnado sean coherentes con lo que indican los criterios de evaluación, competencias específicas y descriptores.

Para atender a la diversidad del alumnado, se adopta el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), un modelo que parte de la diversidad como norma y busca eliminar barreras, proporcionando igualdad de oportunidades para aprender a todos los estudiantes. Los tres principios del DUA (múltiples formas de compromiso, representación, y acción y expresión) guían la flexibilidad curricular y metodológica.

La reducción de la brecha de género en matemáticas es un concepto central y se aborda a través del desarrollo de las competencias socioafectivas (autoconfianza, gestión emocional, habilidades para el trabajo en equipo). Se proponen estrategias como la normalización del error, el fomento de la autoeficacia y una mentalidad de crecimiento, y la promoción de actividades no competitivas y grupos aleatorios para romper con estereotipos y mejorar el rendimiento y la actitud del alumnado.

La guía también promueve la integración de recursos tecnológicos y digitales, como aplicaciones interactivas, entornos virtuales de aprendizaje (EVA) e inteligencia artificial (IA), para enriquecer la presentación de contenidos, la retroalimentación inmediata, y fomentar la autonomía y la creatividad del alumnado. Además, se destaca la docencia compartida como un modelo inclusivo que facilita la atención personalizada y la colaboración docente, mejorando el clima de aula y el rendimiento académico. Finalmente, se subraya la importancia de abordar el razonamiento matemático de manera interdisciplinar en todas las áreas y materias, no solo las científicas, conectando los descriptores STEM con situaciones de la vida real.

En síntesis, esta guía es una herramienta fundamental para la comunidad educativa, ofreciendo un marco robusto y flexible para transformar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, empoderando al alumnado para afrontar los desafíos del siglo XXI con confianza, autonomía y una comprensión profunda del mundo que les rodea.

Solo queda agradecer el gran trabajo de sus autores y autoras y que su carácter práctico pueda ser un elemento de mejora en la labor de los docentes andaluces, a la postre los verdaderos artífices de la consecución de los objetivos que nos proponemos en nuestro sistema educativo. La educación andaluza está en buenas manos y queremos que puedan contar con las mejores herramientas y recursos.

Manuel Jesús Sánchez Hermosilla

Director General de Ordenación y Evaluación Educativa

Índice

1. INTRODUCCIÓN. 15

2. CONTEXTO Y JUSTIFICACIÓN DE LAS ACTUACIONES DE FOMENTO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN LOS CENTROS EDUCATIVOS. 16

2.1. OBJETIVOS DE LA ACTUACIÓN DEL PROGRAMA DE COOPERACIÓN TERRITORIAL DE REFUERZO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA. 19

2.2 RESULTADOS DE PRUEBAS INTERNACIONALES RELATIVOS A LA COMPETENCIA MATEMÁTICA.. 20

2.2.1. PISA. Marco general, resultados de cursos anteriores. 20

2.2.2.TIMSS. Marco general, resultados de pruebas anteriores. 21

2.3 EVALUACIONES DE DIAGNÓSTICO. 23

2.3.1.Características de las pruebas de diagnóstico. 23

2.3.2.Resultados de la Evaluación de diagnóstico del curso 2023/2024. 24

2.4. LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN EL MARCO NORMATIVO ANDALUZ. 25

2.4.1 Características de la competencia clave STEM 25

2.4.2 Características de las Competencias Específicas de Matemáticas. 27

3. ACTUACIONES PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN LOS CENTROS EDUCATIVOS. DISEÑO DEL PLAN DE MEJORA DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN EL CENTRO. PLAN DE REFUERZO MATEMÁTICO. 30

3.1. DIAGNÓSTICO DEL GRADO DE DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN EL CENTRO. 32

3.2.ORGANIZACIÓN ESCOLAR PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA. 34

3.2.1. Decisiones del Proyecto educativo del centro. 34

3.2.2. Plan de mejora y Memoria de autoevaluación. 47

3.2.3. Programaciones didácticas. 48

3.3. DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA A NIVEL DE AULA. DISEÑO DE SITUACIONES DE APRENDIZAJE. 67

4. CONCRECIÓN DEL PLAN A NIVEL DE AULA 69

4.1. EL ENFOQUE COMPETENCIAL PARA TRABAJAR EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN LAS DISTINTAS ETAPAS. 69

4.1.1. Aspectos fundamentales del enfoque competencial 70

4.1.2. Enfoque competencial matemático. Los descriptores operativos y la estructura curricular. 72

4.1.3. Enfoque competencial 86
4.1.4. Ejemplos de implementación del enfoque competencial en el aula 92
4.2. LA EVALUACIÓN INICIAL Y CONTINUA DE LA COMPETENCIA DEL ALUMNADO: HERRAMIENTAS Y ESTRATEGIAS 93
4.2.1. El concepto de evaluación desde la normativa 93
4.2.2. Evaluar no es calificar 94
4.2.3. La alineación de elementos para la evaluación competencial 97
4.2.4. Las acciones evaluables de los criterios de evaluación como referentes. 102
4.2.5. Las evidencias o herramientas de aprendizaje 108
4.2.6. La evaluación inicial de la competencia matemática 117
4.2.7. Características de la evaluación inicial en cada etapa educativa 119
4.2.8. Ejemplos de evaluación inicial para la competencia matemática 124
4.2.9. La evaluación continua para la mejora del aprendizaje matemático 128
4.2.10. La calificación 141
4.3. METODOLOGÍAS ACTIVAS Y ESTRATEGIAS PARA EL APRENDIZAJE COMPETENCIAL 144
4.3.1. Metodologías activas. 144
4.3.2. ¿Cómo alcanzar la competencia matemática? 156
4.3.3. La situación de aprendizaje como instrumento para alcanzar la competencia matemática. 219
4.4. CREACIÓN DE GRUPOS REDUCIDOS. DOCENCIA COMPARTIDA. 222
4.4.1. Concepto y planteamientos iniciales. 222
4.4.2. Semejanzas y diferencias entre los grupos reducidos y la docencia compartida 223
4.4.3. La docencia compartida 225
4.4.4. Organización y trabajo con grupos reducidos en el aula de matemáticas 234
4.4.5. Coexistencia de ambos modelos. 237
4.4.6. Ejemplos de actividades graduadas y complementarias entre ambos modelos. 238
4.5. RECURSOS FORMATIVOS, EDUCATIVOS Y PEDAGÓGICOS. 242
4.5.1. Recursos formativos 243
4.5.2. Recursos educativos 246
4.5.3. Recursos pedagógicos 273

4.6. APLICACIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS DEL APRENDIZAJE Y EL CONOCIMIENTO. 277
4.6.1 Breve fundamentación legal de las tecnologías de la información y la comunicación.. 278
4.6.2 El uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas. 279
4.6.3 Presentación de contenidos. 280
4.6.4 Retroalimentación inmediata 282
4.6.5 Aplicaciones y juegos interactivos. 283
4.6.6 Entornos Virtuales de Aprendizaje. 285
4.6.7 Inteligencia Artificial 286
4.7. REDUCCIÓN DE LA BRECHA DE GÉNERO 288
4.7.1. Introducción: ¿Qué es la brecha de género en matemáticas y por qué es importante abordarla? 288
4.7.2. Evidencia y datos de estudios a gran escala 289
4.7.3. Factores que influyen en la brecha de género: el papel de los estereotipos y la ansiedad matemática 291
4.7.5. Estrategias para trabajar la equidad de género en el aula de matemáticas 294
4.8. ATENCIÓN PERSONALIZADA DEL ALUMNADO. 310
4.8.1. Marco legislativo. 310
4.8.2. Concepto de inclusión 312
4.8.3. Diseño Universal para el Aprendizaje 313
4.8.4. Principios y pautas DUA. 314
4.8.5. Respuesta educativa 316
4.9. EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN ÁREAS NO CIENTÍFICAS. 321
4.9.1. Cómo abordar el razonamiento matemático en cualquier área o materia 322
4.9.2. Cómo problematizar una situación y enriquecerla competencialmente. 324
4.9.3. Cómo enriquecer problemas competencialmente 325
5. EJEMPLOS DE SITUACIONES DE APRENDIZAJE. 340
5.1. EJEMPLO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA 341
5.2.EJEMPLO EN EDUCACIÓN PRIMARIA 348
5.3. EJEMPLO EN EDUCACIÓN INFANTIL 353
5.4.EJEMPLOS EN ÁREAS/MATERIAS NO CIENTÍFICAS 356

5.5. Utilización de las estrategias de resolución de problemas como buena práctica. 362
5.5.1. Estrategia de los casos sencillos..... 362
5.5.2. Estrategia de descomponer un problema en otros más sencillos. 365
5.5.3.- Estrategias para facilitar la interpretación..... 371
6. REFERENCIAS NORMATIVAS 379
7. BIBLIOGRAFÍA 381
8. RECURSOS DIGITALES Y MATERIALES DE APOYO. 395

1. INTRODUCCIÓN.

La Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional tiene como objetivo prioritario mejorar el nivel de desempeño en la competencia matemática del alumnado. En este posicionamiento, la Consejería, a través de la Dirección General de Ordenación y Evaluación Educativa en colaboración con la Dirección General de Innovación y Formación del Profesorado, vendrá a desarrollar diferentes medidas que permitan el refuerzo de esta competencia en el Sistema Educativo andaluz.

Entre las medidas se encuentra la de establecer la Red de personas expertas de la administración educativa andaluza (ACompMatEdu) que ayude a los centros en el diseño e implementación del conjunto de actuaciones que fomenten el desarrollo de la competencia matemática en los mismos; así como la de potenciar las acciones formativas del profesorado en general que faciliten el desarrollo de la competencia matemática. Estos asesores, por una parte, se formarán en metodologías y estrategias para la enseñanza y aprendizaje de la competencia matemática y, posteriormente, impartirán esa misma formación a los coordinadores del plan de cooperación territorial en el centro, así como al resto de la comunidad educativa. Todas estas acciones buscan mejorar el nivel de desempeño en competencia matemática del alumnado en la Educación Primaria, en la Educación Secundaria Obligatoria y en los Ciclos Formativos de Grado Básico.

La Red de personas expertas de la administración educativa andaluza (AcompMatEdu) se establece al fin de desarrollar la labor de formación, acompañamiento y ayuda a los centros, y utilizará la presente guía como manual básico para la formación específica relativa al desarrollo de la competencia en razonamiento matemático de la comunidad educativa.

Esta guía de asesoramiento se diseña como herramienta de apoyo al desarrollo del Plan de Actuación diseñado por la Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional relativo al Programa de Cooperación territorial regulado mediante la Resolución de 5 de septiembre de 2024, de la Secretaría de Estado de Educación, por la que se publica el Acuerdo de la Conferencia Sectorial de Educación de 30 de julio de 2024, por el que se aprueba la propuesta de distribución territorial y los criterios de reparto de los créditos gestionados por comunidades autónomas destinados al Programa de cooperación territorial de refuerzo de la competencia matemática, en el ejercicio presupuestario 2024 y 2025.

2. CONTEXTO Y JUSTIFICACIÓN DE LAS ACTUACIONES DE FOMENTO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN LOS CENTROS EDUCATIVOS.

Las directrices de la Unión Europea establecen la adquisición de competencias clave como condición indispensable para que las personas alcancen pleno desarrollo personal, social y profesional, de manera que puedan integrarse en el mundo globalizado actual como ciudadanos implicados. Desde principios del siglo XXI, todos los estados miembros de la Unión Europea incluyen en sus currículos referencias implícitas o explícitas al desarrollo de las competencias, poniendo de manifiesto una tendencia creciente en su desarrollo en vez de enseñar únicamente conocimientos de hechos.

En España las competencias aparecen por primera vez en el currículo con la denominación de «competencias básicas» con la publicación en 2006 de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Entre aquellas competencias se incluía la competencia matemática. Desde entonces, los términos de «competencias básicas» y «competencias clave» han figurado en la normativa educativa española. También figuran en las directrices educativas de instituciones internacionales, en las iniciativas de la Comisión Europea, y en las evaluaciones internacionales, acordes a la evolución económica y social actual.

La Resolución del Consejo de Europa relativa a un marco estratégico para la cooperación europea en el ámbito de la educación y la formación con miras al Espacio Europeo de Educación y más allá (2021-2030) establece como prioridad estratégica para la próxima década mejorar la calidad, la equidad, la inclusión y el éxito para todos en la educación y formación, y destaca que «el dominio de las competencias clave, incluidas las capacidades básicas, sean las bases fundamentales para el éxito futuro con el apoyo de profesores y formadores altamente cualificados y motivados, así como de otro personal educativo». Por otro lado, se plantea la necesidad de «[…] abordar la cuestión de las brechas de género en la educación y la formación». Así, la Unión Europea ha establecido como uno de los objetivos para 2030 que el porcentaje de jóvenes de quince años con un bajo rendimiento en comprensión lectora, matemáticas y ciencias debe ser inferior al 15 %.

Con respecto al razonamiento matemático el artículo 17 a) de la Ley 2/2006 de 3 de mayo, de educación, establece que la Educación Primaria contribuirá a desarrollar en niños y niñas las capacidades que les permitan desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana. Y en su Artículo 26.2, establece que la Educación Secundaria Obligatoria se prestará una atención especial a la adquisición y el desarrollo de las competencias establecidas y se fomentará el uso de las matemáticas, y que además, para fomentar la integración de las competencias trabajadas, se dedicará un tiempo del horario lectivo a la realización de proyectos significativos y relevantes y a la resolución colaborativa de problemas, reforzando la autoestima, la autonomía, la reflexión y la responsabilidad. Añade, su disposición adicional vigésima quinta, que las Administraciones

educativas impulsarán el incremento de la presencia de alumnas en estudios del ámbito de las ciencias, tecnología, ingeniería, artes y matemáticas, así como en las enseñanzas de formación profesional con menor demanda femenina y que, del mismo modo, promoverán la presencia de alumnado masculino en aquellos estudios en los que exista de forma notoria una mayor matrícula de mujeres que de hombres.

Los desarrollos curriculares que acompañan a la modificación del texto de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, introducida por la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, se dirigen al desarrollo competencial del alumnado. En ellos se definen dos tipos de competencias: las competencias clave, que configuran el Perfil de salida del alumnado al término de la enseñanza básica; y las competencias específicas, que aportan funcionalidad al currículo.

En la línea de lo anterior, la Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación de Andalucía, concede especial relevancia a la Competencia del razonamiento matemático, entendida como la habilidad para utilizar números y operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión del razonamiento matemático, para producir e interpretar informaciones y para resolver problemas relacionados con la vida diaria y el mundo laboral. Asimismo, en la forma que la Administración educativa determine, prevé la programación de actividades de refuerzo y apoyo de las competencias relacionadas con el razonamiento matemático, dirigidas al alumnado que presente dificultades de aprendizaje.

En el Perfil de salida del alumnado al término de la enseñanza básica se concretan los principios y los fines del sistema educativo español referidos a dicho periodo. El perfil vincula las competencias clave con los retos del siglo XXI, de forma que se garantice que el alumnado, al finalizar la enseñanza básica, pueda activar los aprendizajes adquiridos para responder a los principales desafíos a los que deberá hacer frente a lo largo de su vida. Entre las ocho competencias clave, se incluye la competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (competencia STEM por sus siglas en inglés).

El diseño curricular de Andalucía completa los perfiles propuestos en los reales decretos que regulan las distintas etapas, de manera que se incorporan los perfiles competenciales al término de cada ciclo desde la etapa de Infantil a la etapa de Bachillerato. Estos perfiles definen las competencias clave que el alumnado debe haber adquirido y desarrollado al completar cada ciclo, e introduce orientaciones a través de los descriptores operativos que informan sobre el nivel de desempeño esperado al término del mismo, permitiendo observar la progresión del desarrollo del alumno a lo largo de toda su vida escolar. Estos perfiles, además, serán los referentes para las decisiones que de manera colegiada adoptará el equipo docente en relación con la promoción del alumnado al completar cada uno de los ciclos o cursos, según proceda.

En el Perfil de salida se define la competencia matemática como aquella competencia que permite desarrollar y aplicar la perspectiva y el razonamiento matemáticos con el fin de resolver diversos problemas en diferentes contextos. Para desarrollar estas destrezas, se ha de tener en cuenta que las matemáticas juegan un papel central en la comprensión, el análisis y la modelización de numerosos

fenómenos de la mayoría de campos del conocimiento en los que el razonamiento, la resolución de problemas y la comunicación matemática desempeñan una función esencial. La adquisición de la competencia matemática desde niveles tempranos es fundamental puesto que las matemáticas son una base indispensable en la adquisición de nuevos conocimientos y en el desarrollo de nuevas competencias, especialmente en las relacionadas con la ciencia y la tecnología, al desarrollar desde las matemáticas competencias tan importantes como la resolución de problemas, la argumentación, el razonamiento o el pensamiento computacional.

Por otro lado, la Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional establece la ordenación y desarrolla el currículo de las etapas de Educación Infantil, Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía, en los Decretos 100/2023, 101/2023, 102/2023 y 103/2023, de 9 de mayo, por los que se establece la ordenación y el currículo de las etapas de Educación Infantil, Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía y en las Órdenes de 30 de mayo que los desarrollan, donde se reconoce la importancia de fomentar la integración de las competencias clave, realizando proyectos significativos y fomentando la resolución colaborativa de problemas, reforzando la autoestima, la autonomía, el emprendimiento, la reflexión y la responsabilidad del alumnado.

La competencia matemática entraña la comprensión del mundo utilizando los métodos científicos, el pensamiento y representación matemáticos, permitiendo desarrollar y aplicar la perspectiva y el razonamiento matemáticos con el fin de resolver diversos problemas en diferentes contextos. Las Matemáticas constituyen uno de los mayores logros culturales e intelectuales de la humanidad. Ese patrimonio intelectual adquiere un valor fundamental en la Educación, ya que los grandes retos globales a los que la sociedad tendrá que hacer frente requieren de un alumnado capaz de adaptarse a las condiciones cambiantes, de un aprendizaje autónomo, de modelizar situaciones, explorar nuevas vías de investigación y usar la tecnología de forma efectiva.

A pesar de que en España más de la mitad de los jóvenes de entre 25 y 34 años ha conseguido una titulación de educación terciaria, el porcentaje de los que realizan una carrera en ámbitos STEM es inferior al de la mayoría de países de la OCDE y está significativamente por debajo de la media (Education at a Glance, 2023). En concreto, en Andalucía, aunque hay mayor porcentaje de mujeres graduadas en educación superior con respecto a los hombres, las tasas de graduación en el campo STEM de las mujeres son significativamente inferiores a las de los hombres. La base para el desarrollo de las competencias científicas y tecnológicas son las matemáticas, por lo que una mejora de la formación en matemáticas conllevará una mejora de la competencia STEM y mayor atracción de los jóvenes, y las jóvenes, hacia las profesiones científicas.

Por todo lo anterior, se plantea la estrategia general de refuerzo de competencia matemática en los centros educativos de nuestra comunidad.

2.1. OBJETIVOS DE LA ACTUACIÓN DEL PROGRAMA DE COOPERACIÓN TERRITORIAL DE REFUERZO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA.

La Consejería de Desarrollo educativo, a través de la Dirección General de Ordenación y Evaluación Educativa como centro directivo responsable del diseño, desarrollo y ejecución de las actuaciones y programas destinados al refuerzo de las competencias en matemáticas, lengua y lenguas extranjeras según lo dispuesto en el artículo 10 del Decreto 164/2024, de 26 de agosto, por el que se establece la estructura orgánica de la Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional, ha establecido como objetivo general el de mejorar el nivel de desempeño en competencia matemática del alumnado de Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria y Ciclos Formativos de Grado Básico.

Una de las medidas desarrolladas para ello ha sido la determinación de una red de personas expertas que conforman la Red de personas asesoras de la administración educativa (AcompMatEdu).

El objetivo general es mejorar el nivel de desempeño en competencia matemática del alumnado de Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria, Ciclos Formativos de Grado básico.

Este objetivo general se concreta en varios objetivos específicos:

- Atender al alumnado de manera personalizada.
- Trabajar en la reducción de la brecha de género en la competencia matemática.
- Implementar medidas organizativas de los centros y desarrollar planes de mejora en los que se refuerce la competencia matemática.
- Formar a asesores de las Administraciones educativas, coordinadores y docentes de los centros educativos en las metodologías y en estrategias para el aprendizaje competencial de las matemáticas en distintos soportes.

Para ayudar a alcanzar este objetivo general esta guía servirá de apoyo tanto para la formación y seguimiento de los centros educativos diana, los cuales, una vez seleccionados se comprometerán a participar activamente en las actividades formativas que se desarrollen dentro del programa, así como a desarrollar los planes de mejora de la competencia matemática de centro siguiendo los criterios básicos establecidos para tal fin e integrándolo con el resto de planes y documentos organizativos de los centros, siempre creando sinergias entre ellos, como para cualquiera de las estrategias de formación vinculadas al refuerzo de la competencia matemática en Andalucía.

2.2 RESULTADOS DE PRUEBAS INTERNACIONALES RELATIVOS A LA COMPETENCIA MATEMÁTICA.

2.2.1. PISA. Marco general, resultados de cursos anteriores.

El Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés) es una iniciativa de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) que, desde el año 2000, evalúa trienalmente las competencias de estudiantes de 15 años en lectura, matemáticas y ciencias. Su objetivo principal es proporcionar datos comparables que permitan a los países mejorar sus políticas y resultados educativos.

La elaboración de las pruebas PISA se basa en los siguientes aspectos técnicos de evalaución, muestreo y análisis de datos:

1. **Marco Conceptual**: Define las competencias a evaluar en cada área. En matemáticas, por ejemplo, se centra en la capacidad de los estudiantes para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos.

2. **Diseño de la Evaluación**: Incluye la selección de contenidos, contextos y formatos de preguntas (opción múltiple, respuesta abierta, etc.) que reflejen situaciones de la vida real.

3. **Muestreo**: Se selecciona una muestra representativa de estudiantes de 15 años en cada país participante, garantizando la diversidad en términos de género, ubicación geográfica y tipo de institución educativa.

4. **Desarrollo de Ítems**: Expertos internacionales elaboran y revisan las preguntas para asegurar su validez y confiabilidad, evitando sesgos culturales o lingüísticos.

5. **Aplicación de la Prueba**: Se administra de manera estandarizada en todos los países, generalmente en formato digital, bajo condiciones controladas para asegurar el contraste y comparación de los resultados.

6. **Análisis de Datos**: Se utilizan técnicas estadísticas avanzadas para analizar las respuestas, permitiendo comparaciones entre países y la identificación de factores asociados al rendimiento.

7. **Informes y Difusión**: Los resultados se publican en informes detallados que incluyen análisis por país, tendencias a lo largo del tiempo y recomendaciones de políticas educativas.

España (473) obtuvo en PISA 2022 una puntuación media en matemáticas similar al promedio de la OCDE (472). Sin embargo, esta puntuación supuso una bajada significativa en el rendimiento desde 2012 (España, 484; OCDE, 494). Por otro lado, este mismo informe muestra que, aunque el porcentaje de alumnado español en los niveles bajos de rendimiento (28 %) es inferior al de la OCDE (31 %), es imprescindible realizar un esfuerzo importante en la reducción de esa cifra. Por otro lado, el

porcentaje de alumnado español en los niveles altos (6 %) es inferior al del promedio OCDE (9 %). Otro dato significativo es la brecha de género existente en el rendimiento en matemáticas, con un rendimiento medio de los chicos españoles 10 puntos superior al de las chicas. Estos resultados en matemáticas se observan ya, incluso de forma más acusada, en los estudios de evaluación en la Educación Primaria.

Los resultados del Informe PISA 2022 revelan que los estudiantes andaluces de 15 años obtuvieron una puntuación promedio de 457 en competencia matemática, situándose por debajo de la media nacional de 473 puntos. Este desempeño coloca a Andalucía en una posición inferior en comparación con otras comunidades autónomas, superando únicamente a Canarias, Ceuta y Melilla en esta área.

Es relevante destacar que, en comparación con la edición anterior de PISA en 2018, Andalucía ha experimentado una disminución de 10 puntos en matemáticas, pasando de 467 a 457 puntos. Este descenso es motivo de preocupación, ya que sugiere un retroceso en la competencia matemática de los estudiantes andaluces.

Diversos factores podrían estar influyendo en estos resultados como el contexto socioeconómico, que juega un papel significativo; las comunidades con mayor resiliencia educativa, es decir, aquellas donde los estudiantes desfavorecidos logran superar las expectativas académicas, suelen obtener mejores resultados. En este sentido, Andalucía presenta una tasa de resiliencia educativa del 25,6%, inferior a la media nacional del 30%, lo que indica que una menor proporción de estudiantes andaluces en desventaja socioeconómica supera los resultados académicos esperados.

Además, factores como la ansiedad matemática pueden influir negativamente en el rendimiento de los estudiantes. La ansiedad hacia las matemáticas afecta a un tercio de los jóvenes en los países de la OCDE, y España presenta uno de los índices más altos en este aspecto. Esta ansiedad puede limitar la capacidad de los estudiantes para enfrentar problemas matemáticos de manera efectiva, afectando su desempeño en evaluaciones como PISA.

Con todo ello podemos concluir que los resultados de las pruebas PISA 2022 en Andalucía en competencia matemática evidencian una necesidad urgente de implementar estrategias educativas que aborden las deficiencias actuales. Es fundamental desarrollar mecanismos que promuevan la resiliencia educativa, proporcionando apoyo adicional a los estudiantes en desventaja socioeconómica. Asimismo, es crucial abordar la ansiedad matemática mediante la formación docente en técnicas que integren la gestión emocional en el aprendizaje de las matemáticas. Solo a través de un enfoque integral que considere tanto los factores académicos como los emocionales y socioeconómicos se podrá mejorar el rendimiento de los estudiantes andaluces en futuras evaluaciones.

2.2.2.TIMSS. Marco general, resultados de pruebas anteriores.

El Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS, por sus siglas en inglés) es una evaluación internacional desarrollada por la Asociación Internacional para la Evaluación del

Rendimiento Educativo (IEA). Desde 1995, TIMSS se lleva a cabo cada cuatro años con el objetivo de medir el rendimiento de los estudiantes de cuarto y octavo grado en matemáticas y ciencias, permitiendo a los países participantes comparar y mejorar sus políticas educativas.

La elaboración de las pruebas TIMSS se basa en los siguientes aspectos técnicos:

1. **Marco Conceptual**: Define las competencias y contenidos a evaluar en matemáticas y ciencias. Este marco se desarrolla en colaboración con expertos internacionales y se actualiza periódicamente para reflejar las tendencias educativas actuales.

2. **Diseño de la Evaluación**: Incluye la selección de contenidos, contextos y formatos de preguntas que reflejen situaciones de la vida real. Las evaluaciones abarcan diversos dominios, como números, álgebra, geometría y datos en matemáticas, y evalúan tanto el conocimiento como la aplicación práctica de estos conceptos.

3. **Muestreo**: Se selecciona una muestra representativa de estudiantes de cuarto y octavo grado en cada país participante, garantizando la diversidad en términos de género, ubicación geográfica y tipo de institución educativa.

4. **Desarrollo de Ítems**: Expertos internacionales elaboran y revisan las preguntas para asegurar su validez y confiabilidad, evitando sesgos culturales o lingüísticos.

5. **Aplicación de la Prueba**: Se administra de manera estandarizada en todos los países, generalmente en formato digital, bajo condiciones controladas para asegurar la trazabilidad y comparación de los resultados.

6. **Análisis de Datos**: Se utilizan técnicas estadísticas avanzadas para analizar las respuestas, permitiendo comparaciones entre países y la identificación de factores asociados al rendimiento.

7. **Informes y Difusión**: Los resultados se publican en informes detallados que incluyen análisis por país, tendencias a lo largo del tiempo y recomendaciones de políticas educativas.

En TIMSS 2019 el rendimiento medio del alumnado de 4.º de Educación Primaria español fue de 502 puntos, frente a 527 de los países participantes de la OCDE. Se observa también en Primaria una importante diferencia con la media de los países de la OCDE en los niveles inferiores de rendimiento (España, 35 %; OCDE, 26 %) y en los superiores (España, 4 %; OCDE, 11 %). Asimismo, ya desde la primaria las diferencias entre el rendimiento de las niñas y los niños son significativas a favor de estos últimos.

Los resultados del Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) 2023 indican que los estudiantes españoles de cuarto de Primaria han experimentado un retroceso en competencia matemática, pasando de una puntuación de 502 en 2019 a 498 en 2023, situándose por debajo de la media de la OCDE y la Unión Europea.

A nivel regional, existen disparidades significativas en los resultados. Comunidades como Castilla y León y Asturias han obtenido puntuaciones superiores a la media nacional en matemáticas. Sin embargo, regiones como Andalucía, Cataluña y Baleares se encuentran por debajo de la media nacional en esta área.

Dentro del contexto nacional, las comunidades autónomas mostraron variaciones significativas en sus resultados de matemáticas. Castilla y León lideró la clasificación con 522 puntos, seguida de Asturias (520), Madrid (519) y Navarra (517). Por otro lado, Andalucía, con sus 494 puntos, se situó en la parte inferior de la tabla, solo por encima de Cataluña (489), Canarias (485) y Baleares (473).

Los resultados de las pruebas TIMSS 2023 indican que, aunque Andalucía ha experimentado mejoras en la proporción de estudiantes en niveles altos de rendimiento en matemáticas, su puntuación promedio sigue siendo inferior a la media nacional y a la de otras comunidades autónomas.

2.3 EVALUACIONES DE DIAGNÓSTICO.

2.3.1.Características de las pruebas de diagnóstico.

La Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, modificada por Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, establece en sus artículos 21 y 29 que, con carácter censal, todos los centros que impartan 4º de Educación Primaria o 2º de Educación Secundaria Obligatoria, realizarán una Evaluación de diagnóstico de las competencias adquiridas por el alumnado de dichos cursos. Esta evaluación, que será responsabilidad de las Administraciones educativas, tendrá carácter informativo, formativo y orientador para los centros, el profesorado, el alumnado y sus familias y para el conjunto de la comunidad educativa. Estas evaluaciones tendrán como marco de referencia el establecido en el artículo 144 de la LOE, que dispone que estas evaluaciones comprobarán, al menos, el grado de dominio de la competencia en comunicación lingüística y de la competencia matemática.

Asimismo, dispone que en el marco de los planes de mejora a los que se refiere el artículo 121 de la LOE, partiendo del análisis de los resultados de la Evaluación de diagnóstico, las Administraciones educativas promoverán que los centros elaboren propuestas de actuación que contribuyan a que el alumnado alcance las competencias establecidas, permitan adoptar medidas de mejora de la calidad y la equidad de la educación y orienten la práctica docente.

En Andalucía las pruebas de diagnóstico se regulan tanto en el Decreto 101/2023, de 9 de mayo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la etapa de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía como en el Decreto 102/2023, de 9 de mayo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la etapa de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía y en las órdenes que los desarrollan para cada una de las etapas indicadas. Se completa la regulación, en cuanto al procedimiento a seguir para su realización, en las Instrucciones de

30 de enero de 2025, de la Dirección General de Ordenación y Evaluación Educativa, por las que se concretan determinados aspectos relacionados con la realización de la evaluación de diagnóstico para el curso académico 2024/2025.

Las pruebas de diagnóstico se llevan a cabo, en nuestra comunidad, para el alumnado matriculado en cuarto curso de Educación Primaria y en segundo curso de Educación Secundaria Obligatoria, sobre las competencias específicas de Lengua Castellana y Literatura, de Matemáticas y de la Primera Lengua extranjera (inglés, francés o alemán, según el caso). Las pruebas van encaminadas a determinar la capacidad de aplicación práctica de las competencias adquiridas por el alumnado, requiriendo el uso de los saberes básicos, propios de cada área o materia del nivel educativo evaluado, para su resolución.

La finalidad de la realización de las pruebas con respecto al modelo genérico es realizar un diagnóstico del nivel competencial del alumnado de cada centro que sirva como fuente de información para los procesos de autoevaluación y mejora. La finalidad del modelo específico es además de la anterior, la de servir de fuente de datos válidos para la evaluación del sistema educativo andaluz en general.

La Dirección General de Ordenación y Evaluación Educativa elaborará el informe general del resultado de las Pruebas a lo largo del mes de julio de 2025. Además de lo anterior, a finales del mes de junio de 2025 cada centro podrá obtener en el sistema de información Séneca los informes de resultados de las Evaluaciones de diagnóstico de su alumnado, unidades y general de centro. Los informes proporcionarán resultados para cada una de las competencias específicas evaluadas en las distintas áreas o materias.

En cumplimiento del artículo 9 de la Ley 17/2007, de 10 de diciembre, donde se establece que la Administración educativa facilitará a las familias la información adecuada para participar y apoyar el proceso de aprendizaje de sus hijos e hijas, tras la aplicación de las pruebas, las familias recibirán por el sistema iPasen el informe con los resultados individuales del alumnado.

2.3.2.Resultados de la Evaluación de diagnóstico del curso 2023/2024.

- En la etapa de Educación Primaria:

La media para las competencias específicas evaluadas en esta área ha sido 6.52 puntos. La nota media más alta se observa para la competencia de comunicar y representar, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos. (CE6 6.84 puntos), seguida de la competencia de interpretación de situaciones de la vida cotidiana (CE1 6.68 puntos), la competencia de resolver situaciones problematizadas (CE2 6.50 puntos), la competencia de utilizar el pensamiento computacional (CE4 6.46 puntos), la competencia de explorar, formular y comprobar conjeturas (CE3 6.33 puntos) y la competencia de reconocer y utilizar conexiones entre ideas matemáticas (CE5 6.28 puntos).

- En la etapa de Educación Secundaria Obligatoria:

La media para las competencias específicas evaluadas en esta materia ha sido 4.60 puntos. La nota media más alta se observa para la competencia resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas (CE1 4.94 puntos), seguida de la competencia de identificar y relacionar las matemáticas implicadas en otras materias (CE6 4.93 puntos), la competencia de representar, conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos (CE7 4.86 puntos), la competencia de analizar las soluciones de un problema (CE2 4.62 puntos), la competencia de comunicar conceptos, procedimientos y argumentos matemáticos (CE8 4.56 puntos), la competencia de utilizar los principios del procedimiento computacional (CE4 4.41 puntos), la competencia de reconocer y utilizar conexiones entre elementos matemáticos (CE5 4.39 puntos) y, finalmente, la competencia de formular y comprobar conjeturas (CE3 4.08 puntos).

2.4. LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN EL MARCO NORMATIVO ANDALUZ.

Es fundamental diferenciar entre la competencia clave STEM y las Competencias Específicas del área o materia de Matemáticas, ya que ambas tienen un impacto en el aprendizaje del alumnado, pero con alcances, objetivos y enfoques distintos.

2.4.1 Características de la competencia clave STEM

La competencia clave STEM (acrónimo de *Science, Technology, Engineering and Mathematics*) se vinculan a la comprensión del mundo utilizando los métodos científicos, el pensamiento y representación matemáticos, la tecnología y los métodos de la ingeniería para transformar el entorno de forma comprometida, responsable y sostenible; planteando un enfoque interdisciplinar que integra conocimientos y habilidades de Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas para la resolución de problemas del mundo real, es decir, habilita de manera general al alumnado para desarrollar un pensamiento crítico, creativo y aplicado en diferentes contextos., siendo la competencia matemática la que permite desarrollar y aplicar la perspectiva y el razonamiento matemáticos con el fin de resolver diversos problemas en diferentes contextos.

Resolver problemas no es solo un objetivo del aprendizaje de las matemáticas, sino que también es una de las principales formas de aprender matemáticas. En la resolución de problemas destacan procesos como su interpretación, la traducción al lenguaje matemático, la aplicación de estrategias matemáticas, la evaluación del proceso y la comprobación de la validez de las soluciones. Relacionado con la resolución de problemas se encuentra el pensamiento computacional. Esto incluye el análisis de datos, la organización lógica de los mismos, la búsqueda de soluciones en secuencias de pasos ordenados y la obtención de soluciones con instrucciones que puedan ser ejecutadas por una herramienta tecnológica programable, una persona o una combinación de ambas, lo cual amplía la capacidad de resolver problemas y promueve el uso eficiente de recursos digitales.

Los descriptores operativos de la competencia matemática son los que se detallan a continuación:

- STEM1. Utiliza métodos inductivos y deductivos propios del razonamiento matemático en situaciones conocidas, y selecciona y emplea diferentes estrategias para resolver problemas analizando críticamente las soluciones y reformulando el procedimiento, si fuera necesario.

- STEM4. Interpreta y transmite los elementos más relevantes de procesos, razonamientos, demostraciones, métodos y resultados científicos, matemáticos y tecnológicos de forma clara y precisa y en diferentes formatos (gráficos, tablas, diagramas, fórmulas, esquemas, símbolos...), aprovechando de forma crítica la cultura digital e incluyendo el lenguaje matemático-formal con ética y responsabilidad, para compartir y construir nuevos conocimientos.

En todas las áreas de Educación Primaria se vincula al menos uno de los descriptores operativos STEM1 o STEM4, a través de las competencias específicas de cada área. En el caso de la Educación Secundaria Obligatoria, como puede observarse en la siguiente tabla se vinculan a la gran mayoría de las materias, pero no a todas.

VINCULACIÓN CON MATERIAS DE ESO		
	STEM1	**STEM4**
Biología y Geología	X	X
Digitalización	X	
Física y Química	X	X
Geografía e Historia		X
Latín	X	
Lengua Castellana y Literatura	X	X
Lengua Extranjera	X	X
Matemáticas	X	X
Matemáticas A	X	X
Matemáticas B	X	X
Tecnología	X	X
Tecnología y Digitalización	X	X
Ampliación de Cultura Clásica		X
Computación y Robótica	X	
Cultura Científica	X	X
Cultura Clásica		X

VINCULACIÓN CON MATERIAS DE ESO		
	STEM1	STEM4
Dibujo Técnico	X	X
Filosofía		X
Filosofía y Argumentación	X	X
Ámbito Científico Tecnológico	X	X
Ámbito Lingüístico y Social	X	X
Ámbito de Ciencias Aplicadas	X	X
Ámbito de Comunicación y Ciencias sociales	X	X

2.4.2 Características de las Competencias Específicas de Matemáticas.

Por otro lado, las **Competencias Específicas del área de Matemáticas** están enfocadas en el dominio del conocimiento matemático dentro del currículo educativo. Estas competencias se refieren a la capacidad del alumnado para comprender, analizar y aplicar conceptos matemáticos en diferentes contextos.

En la ordenación curricular, las competencias específicas son desempeños que el alumnado debe poder desplegar en situaciones cuyo abordaje requiere de los saberes básicos, y quedan organizadas, en las dos etapas obligatorias, en torno a los siguientes ejes: resolución de problemas; razonamiento, pensamiento lógico y computacional; conexiones; comunicación y representación y destrezas socioafectivas.

El primer bloque, resolución de problemas, no solo es una competencia específica de las matemáticas, sino que además es su método de aprendizaje, ya que supone la capacidad para plantear, analizar y resolver situaciones, tanto reales como matemáticas, utilizando estrategias diversas. El segundo bloque, razonamiento y prueba, pretende desarrollar el pensamiento lógico para formular conjeturas, justificar procesos y validar resultados. El tercer bloque, conexiones, desarrolla la capacidad de relacionar diferentes ideas matemáticas entre sí y con otros contextos o disciplinas. El cuarto bloque, comunicación y representación desarrolla el uso de los diferentes lenguajes matemáticos (simbólicos, gráficos, verbales, etc.) para expresar ideas. Por último, el desarrollo de las destrezas socioafectivas relacionadas con la autoconfianza, la perseverancia, el trabajo en equipos y la gestión emocional en el aprendizaje de las matemáticas, dotarndo al alumnado de actitudes positivas hacia las matemáticas y estrategias para enfrentar la frustración y el error.

El hecho de que todas las competencias específicas estén enunciadas de forma que se identifique claramente qué desempeño o desempeños se pretende que el alumnado alcance, cómo se deben conseguir esos desempeños y para qué son necesarios, establece un marco de diseño de la acción docente cotidiana que debe reflejarse en la planificación y en la evaluación.

A modo de ejemplo, se especifican las competencias específicas de las dos etapas de la Educación Básica.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS		
	Educación Primaria	**Educación Secundaria**
Interpretación situaciones vida cotidiana	CE1 Interpretar situaciones de la vida cotidiana, proporcionando una representación matemática de las mismas mediante conceptos, herramientas y estrategias, para analizar la información más relevante.	CE1. Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas, aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones.
Resolver situaciones problematizadas	CE2 Resolver situaciones problematizadas, aplicando diferentes técnicas, estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder, obtener soluciones y asegurar su validez desde un punto de vista formal y en relación con el contexto planteado.	CE 2 Analizar las soluciones de un problema usando diferentes técnicas y herramientas, evaluando las respuestas obtenidas, para verificar su validez e idoneidad desde un punto de vista matemático y su repercusión global.
Explorar, formular y comprobar conjeturas	CE3. Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones basadas en la vida cotidiana, de forma guiada, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación, para contrastar su validez, adquirir e integrar nuevo conocimiento .	CE3. Formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de forma autónoma, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación, para generar nuevo conocimiento
Utilizar el pensamiento computacional.	CE4. Utilizar el pensamiento computacional, organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, generalizando e interpretando, modificando y creando algoritmos de forma guiada, para modelizar y automatizar situaciones de la vida cotidiana .	CE4. Utilizar los principios del pensamiento computacional organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, interpretando, modificando y creando algoritmos para modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS		
	Educación Primaria	**Educación Secundaria**
Reconocer y utilizar conexiones entre ideas matemáticas	CE5: Reconocer y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas, así como identificar las matemáticas implicadas en otras áreas o en la vida cotidiana, interrelacionando conceptos y procedimientos, para interpretar situaciones y contextos diversos .	CE5: Reconocer y utilizar conexiones entre los diferentes elementos matemáticos, interconectando conceptos y procedimientos para desarrollar una visión de las matemáticas como un todo integrado
		CE6 Identificar las matemáticas implicadas en otras materias, en situaciones reales y en el entorno, susceptibles de ser abordadas en términos matemáticos, interrelacionando conceptos y procedimientos, para aplicarlos en situaciones diversas.
Comunicar y representar, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos.	CE 6 Comunicar y representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos, utilizando el lenguaje oral, escrito, gráfico, multimodal y la terminología apropiados, para dar significado y permanencia a las ideas matemáticas .	CE7 Representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos, usando diferentes tecnologías, para visualizar ideas y estructurar procesos matemáticos.
		CE8 Comunicar de forma individual y colectiva conceptos, procedimientos y argumentos matemáticos, usando lenguaje oral, escrito o gráfico, utilizando la terminología matemática apropiada, para dar significado y coherencia a las ideas matemáticas.

COMPETENCIAS ESPECÍFICAS		
	Educación Primaria	**Educación Secundaria**
Desarrollar destrezas que ayuden a gestionar emociones al enfrentarse a retos matemáticos,	CE7 Desarrollar destrezas personales que ayuden a identificar y gestionar emociones al enfrentarse a retos matemáticos, fomentando la confianza en las propias posibilidades, aceptando el error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose a las situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia y disfrutar en el aprendizaje de las matemáticas .	CE9. Desarrollar destrezas personales, identificando y gestionando emociones, poniendo en práctica estrategias de aceptación del error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose ante situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia en la consecución de objetivos y el disfrute en el aprendizaje de las matemáticas.
Desarrollar destrezas sociales, reconociendo y respetando las emociones de los demás y el valor de la diversidad.	CE8 Desarrollar destrezas sociales, reconociendo y respetando las emociones, las experiencias de los demás y el valor de la diversidad y participando activamente en equipos de trabajo heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y crear relaciones saludables .	CE10. Desarrollar destrezas sociales, reconociendo y respetando las emociones y experiencias de los demás, participando activa y reflexivamente en proyectos en equipos heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, para fomentar el bienestar personal y grupal y para crear relaciones saludables.

3. ACTUACIONES PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN LOS CENTROS EDUCATIVOS. DISEÑO DEL PLAN DE MEJORA DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN EL CENTRO. PLAN DE REFUERZO MATEMÁTICO.

Las actuaciones para el desarrollo de la competencia matemática en un centro son el conjunto estructurado y coordinado de medidas organizativas y curriculares implementadas con el propósito de favorecer el desarrollo de la Competencia Matemática en el alumnado. Su enfoque global implica la participación de todos los niveles educativos, etapas formativas y estructuras organizativas del centro, garantizando un impacto transversal en la enseñanza y en el aprendizaje. Estas actuaciones podrán ser recogidas, o no, en los planes de mejora de los centros, en función de las necesidades y características de cada uno.

A los efectos de esta guía de actuación, un plan de mejora de razonamiento matemático será un conjunto articulado de medidas integradas en la organización y funcionamiento general del centro educativo que promueva la mejora de la competencia matemática. El conjunto de actuaciones planificadas que potencien el desarrollo de la competencia matemática en el alumnado se ha de desarrollar en las áreas y materias del currículo que correspondan, y ha de permitir desarrollar estrategias de razonamiento y resolución de problemas implicando a toda la comunidad educativa.

Las actuaciones generales para el desarrollo de la competencia matemática en el centro han de perseguir los siguientes objetivos:

- Favorecer el desarrollo de la competencia matemática en todo el alumnado, atendiendo sus necesidades y ritmos de aprendizaje.
- Aplicar metodologías activas e innovadoras que fomenten la comprensión, el razonamiento y la resolución de problemas matemáticos en contextos reales.
- Garantizar la coherencia y continuidad en la enseñanza de la competencia matemática en los diferentes niveles educativos.
- Fomentar la integración de la competencia matemática en otras áreas del conocimiento y en la vida cotidiana.
- Desarrollar medidas organizativas que optimicen los recursos del centro para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la competencia matemática.

Para elaborar y aplicar el plan de mejora de la competencia matemática se debe partir de un análisis de necesidades vinculado al proceso de autoevaluación del centro, para posteriormente plantear una intervención coherente, ordenada y ajustada a las necesidades reales del alumnado al que va dirigido. Es importante que la recogida de las decisiones en los documentos programáticos se haga de manera integrada en los ya existentes, evitando en todo caso, la elaboración de documentación complementaria, y teniendo en cuenta que los documentos programáticos de los centros, recogidos en sus reglamentos orgánicos, dan respuesta a todo lo referente a los procesos de autoevaluación, toma de decisiones y planificación docente.

Una vez detectadas las necesidades del centro con respecto al desarrollo competencial y delimitados los objetivos del mismo en el proyecto educativo, se han de determinar las medidas organizativas y funcionales que permitan a la comunidad educativa alcanzarlos con garantías de éxito y continuidad. La identificación de buenas prácticas y de los ámbitos susceptibles de mejora deben ser los referentes para la concreción de las propuestas de mejora de la competencia matemática. Dichas propuestas deberían incluir la planificación, el desarrollo o ejecución, la evaluación y su repercusión, quedando claramente identificados los agentes responsables, la temporalización y los indicadores que se van a utilizar como referentes del grado de consecución.

Así pues, el centro se ha de organizar de manera que se permita la consecución de los objetivos planteados, y se han de concretar las funciones de los miembros de la comunidad educativa para el mismo fin. En consecuencia, las decisiones sobre los ámbitos en los que se organiza el centro, como son el de organización y funcionamiento, el de diseño y desarrollo curricular y el de convivencia, entre otros, estarán enfocadas en la consecución de los objetivos generales del centro.

3.1. DIAGNÓSTICO DEL GRADO DE DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN EL CENTRO.

La Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación de Andalucía establece en el artículo 130 que t*odos los centros docentes sostenidos con fondos públicos realizarán una autoevaluación de su propio funcionamiento, de los programas que desarrollan, de los procesos de enseñanza y aprendizaje y de los resultados de su alumnado, así como de las medidas y actuaciones dirigidas a la prevención de las dificultades de aprendizaje, que será supervisada por la Inspección Educativa*.

Según lo dispuesto en la Orden de 26 de julio de 2023, por la que se establece el Plan General de Actuación de la Inspección Educativa de Andalucía para el período 2023-2027, para concretar las necesidades para el diseño del currículo del centro enfocado en el desarrollo de la competencia matemática, se atendería al Ámbito 2: Proceso de enseñanza y aprendizaje, en concreto al Proceso 2.1: Diseño y desarrollo del currículum.

La autoevaluación de los centros educativos implica el diseño y desarrollo de una secuencia cíclica de pasos que se desarrollan de manera continua en los centros educativos (desde que comienza hasta que finaliza el curso escolar), con el objeto de conocer sus logros y dificultades, además de asumir medidas de mejora eficaces para el cumplimiento de sus fines, concretándose éstos en el logro del éxito escolar de todo su alumnado.

El objetivo principal de la evaluación del centro es recoger información suficiente y fiable para colaborar en los esfuerzos por mejorar la calidad. En nuestro caso centraremos la evaluación en la recogida de evidencias sobre el grado de desarrollo de la competencia matemática en nuestro alumnado para poder plantear un plan de acción ajustado a las necesidades del mismo.

A continuación se detalla el proceso de autoevaluación que puede llevarse a cabo para reconocer el estado de la competencia matemática en el centro y actuar en consecuencia, de manera que el **ciclo del proceso de autoevaluación o ciclo de mejora** está compuesto por cuatro fases que representan una secuencia lógica de pasos que se llevan a cabo de manera consecutiva:

1. Planificar acciones de mejora a partir de un diagnóstico de necesidades teniendo en cuenta diversas fuentes de información, tanto internas como externas.

2. Desarrollar las diferentes acciones y tareas planificadas para los distintos agentes que intervienen en el proceso.

3. Comprobar que las acciones planificadas se van implementando e ir corrigiendo posibles anomalías.

4. Reflexión sobre logros y dificultades encontradas.

Evidencias. La autoevaluación de los centros docentes se realizará mediante indicadores que permitan valorar el grado de consecución de los objetivos propios relacionados con el desarrollo de la competencia matemática, establecidos en el Proyecto Educativo a partir de:

- Los indicadores homologados para toda Andalucía, proporcionados en los informes pertinentes de indicadores homologados a cada centro

Con respecto a la Competencia matemática podemos observar los relativos a los resultados de las pruebas de diagnóstico del área/materia de matemáticas, así como los indicadores relacionados con los resultados medios del grado de desarrollo de los descriptores STEM 1 y STEM 4 extraídos de los informes finales de ciclo o consejos orientadores, según el caso.

- Resultados de las pruebas de diagnóstico. Los centros tienen a su disposición el resultado de sus pruebas de diagnóstico a nivel de centro en el sistema de información Séneca.

- Resultados de las evaluaciones externas como la de la inspección educativa. Actualmente la actuación prioritaria 2 de la inspección aporta información externa a los centros sobre el desarrollo de esta competencia en el aula.

- Valor medio de las valoraciones de los descriptores STEM 1 y STEM 4 de los perfiles competenciales de los informes de ciclo o etapa, o consejos orientadores del alumnado.

- Otros indicadores diseñados por el centro.

Procedimientos. Los procedimientos de evaluación interna, como elemento del Proyecto Educativo, deben especificar la secuencia de acciones y agentes que intervienen en cada uno de ellos para la medición de indicadores vinculados al desarrollo de la competencia matemática, la elaboración de la Memoria de Autoevaluación y el Plan de Mejora.

En este sentido, al menos, se deben concretar los siguientes procedimientos:

- **Medición de indicadores relacionados con el desarrollo de la competencia matemática y valoración de resultados**. Una vez concretados los objetivos de mejora, es necesario establecer en este procedimiento los indicadores que se utilizarán parar valorar el grado de consecución de cada uno de los objetivos previstos relacionados con el desarrollo de la competencia matemática en el Plan de Mejora.

- **Elaboración de la Memoria de Autoevaluación**. En este procedimiento se debe concretar el proceso de autoevaluación que, tanto trimestralmente como al finalizar cada curso escolar, culmina en la elaboración de una Memoria de Autoevaluación.

- **Elaboración, seguimiento y evaluación del Plan de Mejora que contenga las propuestas de mejora priorizadas, contextualizadas y sean evaluables a través de indicadores medibles y claros. Las actuaciones vinculadas a estas propuestas han de estar planificadas, temporalizadas y con responsables asignados.**

Preferiblemente de forma trimestral, y obligatoriamente al finalizar el curso escolar, se realiza una medición de los objetivos del centro vinculados al desarrollo de la competencia matemática a partir de los indicadores. Ello servirá para determinar los aspectos susceptibles de mejora y priorizar los objetivos que van a ser el foco de atención en el Plan de Mejora del Centro. El resultado del proceso de autoevaluación se plasmará, al finalizar cada curso escolar, en la Memoria de Autoevaluación.

Una vez detectadas las necesidades del centro con respecto al desarrollo de la competencia en razonamiento matemático y delimitados los objetivos del mismo en el proyecto educativo, se han de determinar las medidas organizativas y funcionales que permitan a la comunidad educativa alcanzarlos con garantías de éxito y continuidad. Si se ha determinado la necesidad de reforzar la competencia matemática, más allá de lo prescrito en el currículo, se pueden planificar las siguientes medidas organizativas en el centro.

3.2.ORGANIZACIÓN ESCOLAR PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA.

El Plan de Centro es el documento donde se recogen las intenciones, propuestas y concreciones en relación a esta autonomía pedagógica y de gestión, de manera que según los decretos que regulan la organización y el funcionamiento de los centros “El proyecto educativo, el Reglamento de Organización y Funcionamiento y el Proyecto de Gestión constituyen el Plan de Centro”.

El Plan de Centro, que tiene carácter plurianual, obliga a todo el personal del centro y vincula a la comunidad educativa del mismo. Se puede actualizar o modificar, en su caso, tras los procesos de autoevaluación o a propuesta del director o directora en función de su proyecto de dirección.

3.2.1. Decisiones del Proyecto educativo del centro.

El Proyecto educativo es el documento que recoge la identidad de cada uno de los centros y, todos ellos, independientemente de su tipología, comienzan determinando cuáles son sus “*objetivos propios para la mejora del rendimiento escolar*”, esto es, aquellos propósitos generales que cada centro, en función de su contexto singular. Se plantea mediante formulaciones explícitas para alcanzar logros evaluables referidos a los diferentes ámbitos de evaluación y mejora. En concreto, en caso de que se determine como necesario, se recogerían aquí los objetivos de desarrollo de la competencia matemática, ya que

los resultados obtenidos en el proceso de autoevaluación se reflejarán en el proyecto educativo del centro además de en la memoria de autoevaluación del centro.

Todas las intervenciones educativas del centro han de ir encaminadas al logro del desarrollo integral del alumnado y a la dinamización de la comunidad educativa a la que atiende. Así pues los objetivos propios de los centros, sus valores, han de estar vinculados a conseguir este desarrollo y esta dinamización, a conseguir, en definitiva, el éxito de todo el alumnado, a la consecución del desarrollo esperado de los descriptores operativos del perfil de salida o competencial según corresponda, con lo que se conseguirá desarrollar las competencias previstas para cada etapa.

Los referentes y guías para establecer los objetivos de los centros serán el perfil de salida o competencial, los objetivos de las distintas etapas y las finalidades de las mismas. Todos estos elementos deberían ser la fuente de inspiración para enmarcar los objetivos generales del centro y guiar la actividad de la comunidad educativa en su conjunto, ya que establecen las finalidades de las distintas etapas. Estas formulaciones explícitas afectan e inciden en todo caso en la mejora del desarrollo del alumnado, así como en la continuidad del mismo en el sistema educativo en aquellos centros que imparten enseñanzas distintas a las obligatorias.

Para la actualización de estos objetivos propios previstos en el Proyecto educativo, resulta fundamental el diagnóstico de necesidades que se realiza en el centro a partir del análisis del contexto y situación de partida del mismo.

Pasamos a detallar cómo planificar la mejora del desarrollo de la competencia matemática en el Proyecto Educativo haciendo un repaso de las decisiones que se toman para determinar la identidad del centro.

Emplearemos de referencia la estructura de los proyectos educativos de los centros de Educación Infantil y Primaria para posteriormente hacer matizaciones de los centros que imparten Educación Secundaria, usando como referencia las guías de asesoramiento de la Inspección General sobre elaboración de documentos programáticos de los centros:

A. Objetivos propios para la mejora del rendimiento escolar u objetivos propios para la mejora del desarrollo de las competencias clave previstas en los perfiles competenciales.

Como hemos mencionado en la introducción de este punto, las intervenciones educativas deben orientarse hacia el desarrollo integral del alumnado y la dinamización de la comunidad educativa. En este sentido, los centros deben establecer sus objetivos y valores con el propósito de garantizar el éxito de todo el alumnado y alcanzar el desarrollo previsto en los descriptores operativos del perfil de salida o competencial, según corresponda. Para ello, los referentes fundamentales en la definición de los objetivos de los centros serán el Perfil de salida, los objetivos de las distintas etapas educativas y sus finalidades. Estos elementos deben servir de base para enmarcar los objetivos generales del centro y orientar la actividad de la comunidad educativa en su conjunto. En caso

de que se necesite potenciar o la competencia STEM o las destrezas de los descriptores vinculados al razonamiento matemático, debería quedar consensuado como objetivo a conseguir.

B. Líneas generales de actuación pedagógica o Principios generales de las distintas etapas, principios pedogógicos y metodológicos del centro.

Como se indica en la Guía de asesoramiento sobre proyectos educativos elaborada por la Inspección General de Andalucía en el año 2023, "los principios generales de las distintas etapas, guiarán y servirán de referente para determinar los procesos que se produzcan en la comunidad educativa, guiarán la planificación y la generación de dinámicas". No pueden evitarse, pero se pueden matizar o resaltar en caso de que sean destacables para las dinámicas o finalidades que persigue la comunidad educativa en su conjunto, como puede ser en el caso de los principios relacionados con el desarrollo de la competencia matemática.

Los principios pedagógicos de las distintas etapas son las condiciones necesarias que debe cumplir el currículo educativo para conseguir el desarrollo integral de las personas. Son coincidentes en muchos casos, con los llamados temas transversales y están recogidos en los artículos 6 de los Decretos curriculares. Todos los principios han de estar presentes en las prácticas educativas del centro. Especial atención tendrá la competencia matemática, para la que se indica que se desarrollarán actividades para profundizar en las habilidades y métodos de recopilación, sistematización y presentación de la información y para aplicar procesos de análisis, observación y experimentación, adecuados a las distintas áreas, fomentando el enfoque interdisciplinar del aprendizaje competencial con la realización por parte del alumnado de trabajos de investigación y de actividades integradas.

En la etapa de Educación Infantil, los principios pedagógicos relacionados con el desarrollo de la competencia matemática son relativos a la búsqueda de estrategias que permitan desarrollar y asentar progresivamente las bases que faciliten el máximo desarrollo de cada niño y de cada niña, estrategias basadas en experiencias de aprendizaje significativas y emocionalmente positivas, y en la experimentación y el juego. De igual modo, sin que resulte exigible para afrontar la Educación Primaria, se podrán favorecer experiencias de iniciación temprana en habilidades numéricas básicas.

En el resto de etapas, con objeto de fomentar la integración de las competencias, se promoverá el aprendizaje por proyectos, centros de interés, estudios de casos y la resolución colaborativa de problemas; todo ello reforzará la autoestima, la autonomía, las capacidades para aprender por sí mismo, para trabajar en equipo, para aplicar los métodos de investigación apropiados; así como la responsabilidad y el emprendimiento.

Se desarrollarán actividades para profundizar en las habilidades y métodos de recopilación, sistematización y presentación de la información y para aplicar procesos de análisis, observación y experimentación, adecuados a las distintas materias, fomentando el enfoque interdisciplinar del aprendizaje por competencias con la realización por parte del alumnado de trabajos de investigación y de actividades integradas.

En este apartado del Proyecto educativo se especificará cómo la comunidad educativa incorpora y aplica estos principios en su funcionamiento cotidiano. Se establecerán las directrices de actuación necesarias para asegurar que dichos principios, en concreto los relacionados con las experiencias en razonamiento matemático, reflejen las decisiones adoptadas y los procedimientos implementados en el centro.

Por otra parte, se definirán las estrategias metodológicas comunes que permitirán alinear la práctica educativa con estos principios y garantizar la consecución de los objetivos establecidos con respecto al desarrollo de la competencia matemática. Estas estrategias deberán comprender una selección diversificada de enfoques, técnicas y métodos de enseñanza, así como distintas formas de agrupamiento del alumnado y organización del espacio y el tiempo. De este modo, el diseño y desarrollo de las situaciones de aprendizaje favorecerá la movilización de los saberes básicos y el adecuado desarrollo de las competencias específicas o clave siempre desde una perspectiva inclusiva. En consecuencia, las líneas metodológicas generales deberán quedar debidamente recogidas en el Proyecto educativo del centro.

C. Coordinación y concreción de los contenidos curriculares, así como el tratamiento transversal en las áreas de la educación en valores y otras enseñanzas, integrando la igualdad de género como un objetivo primordial.

La concreción curricular consiste en determinar el diseño final del currículo, implica todas aquellas decisiones que van adoptándose y configurando el currículo a la situación concreta de un centro educativo, desde el currículo establecido por la norma, hasta la puesta en práctica del mismo en el aula.

D. Los criterios pedagógicos para la determinación de los órganos de coordinación docente del centro y del horario de dedicación de las personas responsables de las mismos para la realización de sus funciones, de conformidad con el número total de horas que, a tales efectos, se establezca por Orden de la persona titular de la Consejería competente en materia de educación.

La organización de los órganos de coordinación docente y la distribución del horario de dedicación de sus responsables deben responder a criterios pedagógicos que permitan optimizar los recursos humanos y materiales del centro educativo. En el marco del desarrollo de la competencia matemática, es fundamental que dicha organización favorezca la implementación de metodologías eficaces, la interdisciplinaridad, la atención a la diversidad y la mejora del rendimiento académico del alumnado.

Para ello, se deben establecer criterios que garanticen una estructura organizativa eficiente, con una adecuada distribución de responsabilidades y tiempos, de modo que los órganos de coordinación docente contribuyan activamente a la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. Una estructura organizativa bien planificada contribuirá significativamente a mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, garantizando una educación más efectiva y equitativa para todo el alumnado.

Para el desarrollo de sus funciones, en los centros participantes del Programa de Cooperación Territorial de Refuerzo de la competencia matemática, la Jefatura de estudios asignará tres horas semanales en el horario individual de la persona coordinadora del Programa de Refuerzo en competencia matemática. En el caso de Educación Primaria serán horas de obligada permanencia en el centro no destinado a horario lectivo, o en horario lectivo; y en el caso de la Educación Secundaria obligatoria, de la parte no lectiva del horario regular. Todo ello conforme a lo establecido en los artículos 13.3.h) y 13.4 de las correspondientes Órdenes de 20 de agosto de 2010 que regulan el horario de estos centros, y sin menoscabo de que los centros puedan destinar más horas de dedicación a la coordinación del Programa en el uso de sus horas disponibles.

E. Los procedimientos y criterios de evaluación y promoción (titulación, en caso de que proceda) del alumnado.

Con respecto a los procedimientos de evaluación, deberá ser la observación directa y sistemática la técnica principal del proceso de evaluación. Para la evaluación del alumnado se usarán diferentes instrumentos como escalas de observación, anecdotarios o listas de control, entre otros, coherentes con los criterios de evaluación y las características específicas del alumnado, garantizando así que la evaluación responde al principio de atención a la diversidad y a las diferencias individuales del mismo. Los criterios de evaluación son los referentes directos para la evaluación, a través de los cuales se evalúan las competencias específicas.

Con respecto a los criterios de promoción y titulación, los centros tendrán que establecer los criterios de promoción y de titulación en base al grado de desarrollo de los descriptores operativos del perfil de salida o perfil competencial, en su caso, y al grado de desarrollo de los objetivos de la etapa (se relacionan de manera directa en la normativa), según proceda. Será importante hacer una revisión general del logro esperado para cada ciclo o curso, según proceda, del nivel esperado de desarrollo de cada competencia para ello.

F. La forma de atención a la diversidad del alumnado.

Se entiende por atención a la diversidad y a las diferencias individuales el conjunto de actuaciones y medidas educativas que garantizan la mejor respuesta a las necesidades y diferencias de todo el alumnado en un entorno inclusivo, ofreciendo oportunidades reales de aprendizaje en contextos educativos ordinarios. Las medidas de atención a la diversidad y a las diferencias individuales podrán aplicarse a cualquier alumno o alumna que lo necesite, en cualquier momento de su escolaridad. Las medidas generales o específicas relacionadas con el desarrollo de la competencia matemática que mejor se adecúen a las necesidades del centro y en función de las características y necesidades del alumnado deberán quedar recogidas en el Proyecto educativo.

Las medidas de refuerzo de la competencia matemática se pondrán en práctica tan pronto como se detecten las dificultades de aprendizaje y estarán orientadas a responder a las necesidades concretas del alumnado. En cualquier caso, asegurarán la coordinación de todos los miembros del equipo

docente que atiende al alumnado. En este sentido, la evaluación inicial por parte de los equipos docentes adquiere especial relevancia en el diagnóstico y detección de los niveles en competencia matemática que presenta el alumnado.

En ningún caso, las medidas de refuerzo de la competencia que se programen por los centros podrán suponer una discriminación que impida al alumnado afectado la consecución de los objetivos de la etapa y, en su caso, de la titulación correspondiente.

Por otro lado, el profesorado de apoyo y refuerzo educativo a que se refiere el artículo 18 de la Orden de 20 de agosto de 2010, por la que se regula la organización y funcionamiento de las Escuelas Infantiles de segundo ciclo, de los Colegios de Educación Primaria, de los Colegios de Educación Infantil y Primaria y de los centros públicos específicos de Educación Especial, así como el horario de los centros, del alumnado y del profesorado, prestará especial atención al desarrollo de la competencia en razonamiento matemático en el alumnado con dificultades de aprendizaje en Educación Primaria.

Entre las medidas generales que ayuden a desarrollar la competencia matemática tenemos:

a) Agrupación de áreas/materias en ámbitos

b) Apoyo en grupos ordinarios mediante un segundo profesor o profesora dentro del aula, preferentemente para reforzar los aprendizajes en los casos del alumnado que presente desfase en su nivel curricular.

c) Desdoblamientos de grupos

d) Agrupamientos flexibles. Esta medida, que tendrá un carácter temporal y abierto, en ningún caso supondrá discriminación para el alumnado.

e) Acción tutorial como estrategia de seguimiento individualizado y de toma de decisiones en relación con la evolución académica del proceso de aprendizaje del alumnado.

f) Metodologías didácticas basadas en el trabajo colaborativo en grupos heterogéneos, tutoría entre iguales y aprendizaje por proyectos que promuevan la inclusión de todo el alumnado.

g) Actuaciones de prevención y control del absentismo.

h) Distribución del horario lectivo.

i) Actuaciones de coordinación en el proceso de tránsito entre etapas que permitan la detección temprana de las necesidades del alumnado y la adopción de medidas educativas centradas en el desarrollo de la competencia matemática.

Las medidas específicas y los programas de atención a la diversidad se adecuarán a las características individualizadas de cada uno de los alumnos o alumnas que lo necesiten.

G. La organización de las actividades de recuperación para el alumnado con áreas/materias pendientes de evaluación positiva.

Cómo se organiza la recuperación de áreas/materias no superadas, en concreto las del área científico técnico más relacionadas con la competencia STEM o con mayor peso en la competencia matemática, será un aspecto a planificar por los centros.

Los alumnos o alumnas que tengan alguna área o materia pendiente de cursos anteriores seguirán programas de refuerzo de las mismas, lo que se consideran medidas de atención a la diversidad y a las diferencias individuales, registrados en las programaciones didácticas. Para facilitar el seguimiento de estos planes se recomienda el uso de los informes finales de área o materia, que indican los criterios de evaluación no superados de cursos anteriores, extraíble del sistema de información Séneca, en la siguiente ruta:

Documentos que se pueden pedir/Alumnado_Evaluación/Currículo por competencias competencias R.G. LOMLOE/Informe de la Evaluación de un alumno/a por área/materia.

Es importante destacar que los criterios y las competencias específicas están graduados y secuenciados, por lo que las actividades y tareas de recuperación pueden realizarse de manera integrada en los distintos cursos o ciclos.

I. El procedimiento para suscribir compromisos educativos y de convivencia con las familias, de acuerdo con lo que se establezca por Orden de la persona titular de la Consejería competente en el área de educación.

En caso de que se necesite establecer compromisos vinculados al refuerzo de la competencia matemática, en este caso se trataría de compromisos de tipo educativo.

J. El Plan de convivencia a desarrollar para prevenir la aparición de conductas contrarias a las normas de convivencia.

Las decisiones sobre la convivencia deberán favorecer un clima escolar que favorezca el desarrollo de los objetivos generales y el desarrollo del alumnado.

Un Plan de convivencia de un centro educativo, tradicionalmente orientado a la mejora del clima escolar, la prevención de conflictos y la promoción de valores de respeto, inclusión y cooperación, puede también constituirse en una herramienta estratégica para favorecer el desarrollo de competencias clave, entre ellas, la competencia **matemática**, en tanto incide directamente en el entorno, las metodologías y las prácticas educativas que influyen en el aprendizaje. Se orienta a la mejora de la vida escolar mediante normas, actuaciones preventivas y organizativas, además de intervenciones restaurativas y ha de estar alineado con los principios de calidad, equidad, inclusión, igualdad y no discriminación, de forma que su correcta elaboración e implementación puede tener impactos directos e indirectos en el aprendizaje competencial.

Numerosos estudios en pedagogía y psicología educativa evidencian que un clima escolar seguro, respetuoso y emocionalmente positivo favorece la concentración y la implicación del alumnado, disminuye la ansiedad ante tareas escolares complejas, como la resolución de problemas matemáticos y mejora la participación y la colaboración, condiciones clave para el desarrollo de competencias.

El Plan de convivencia, al estructurar protocolos para la gestión pacífica de conflictos, fomentar la participación del alumnado en la vida escolar y promover la inclusión, mejora de forma indirecta el rendimiento académico, especialmente en aquellas áreas/materias donde se requiere mayor capacidad cognitiva, como el razonamiento lógico-matemático.

El Plan de convivencia puede prever actividades y estrategias directamente vinculadas al desarrollo de dicha competencia:

- Programa para la Innovación y Mejora del Aprendizaje. Tiene por objetivo formar a nuestros jóvenes para su participación en la sociedad actual, desde un enfoque sistémico e integral, contando en su ámbito STEM con una línea de actuación sobre el razonamiento matemático
- PROA+ (Programa para la Orientación, el Avance y el Enriquecimiento Educativo). Programa dirigido a centros con especial necesidad de apoyo educativo. Se centra en la mejora del éxito escolar, especialmente en alumnado vulnerable. Integra planes de lectura y refuerzo de la competencia lingüística como herramienta de inclusión.
- Actividades de mentoría del estilo del programa “Fenix Andalucía”.
- Actividades acordes con el Programa Profundiza.
- Grupos interactivos del modelo de las Comunidades de Aprendizaje que integren estrategias para la inclusión y que desarrollan la competencia lectora en un contexto de convivencia positiva (aprendizaje cooperativo, intercambio de ideas, actividad práctica en torno a la lectura, etc).
- **Proyectos de aprendizaje-servicio** o de aula cooperativa, en los que el alumnado debe leer, comprender o argumentar con un propósito real que conecta con la vida.
- Actividades del Plan de Bienestar Emocional destinadas a la mejora de la autoconfianza y el éxito.
- **Programas de mediación escolar** o de resolución de conflictos, en los que se fomenta el uso del lenguaje argumentativo, la escucha activa y la comunicación asertiva, todos ellos elementos esenciales de la competencia lectora.

Con respecto a las medidas de prevención del absentismo y abandono escolar, se ha de indicar que un entorno escolar conflictivo o desorganizado incrementa el riesgo de absentismo y abandono temprano, lo cual afecta de forma crítica el desarrollo de competencias.

El Plan de convivencia, al incorporar medidas preventivas y de intervención ante el absentismo, favorece la continuidad en el proceso educativo y, con ello, el desarrollo progresivo y sistemático de la competencia matemática.

El Plan de convivencia, si bien tiene como finalidad primaria la regulación del clima escolar, puede y debe ser concebido como una herramienta transversal para el fomento de las competencias clave, especialmente la matemática, en tanto que:

- Mejora el clima emocional y relacional del aula, condición necesaria para el aprendizaje.
- Ofrece un marco organizativo que permite la implementación de metodologías activas y cooperativas.
- Puede incorporar estrategias, actividades y evaluaciones que incidan directamente en el desarrollo de dicha competencia.

Por tanto, una elaboración y aplicación coherente del Plan de convivencia, vinculada a los demás instrumentos del Proyecto Educativo, y centrada en una visión integral del desarrollo del alumnado, favorece no sólo la mejora de la convivencia, sino también el progreso académico en áreas clave del conocimiento y del pensamiento crítico.

K. El Plan de formación del profesorado.

Tal y como se indica en el Artículo 56. Ámbito ordinario de la formación del profesorado del Decreto 93/2013, de 27 de agosto, por el que se regula la formación inicial y permanente del profesorado en la Comunidad Autónoma de Andalucía, así como el Sistema Andaluz de Formación Permanente del Profesorado, “los centros docentes y las aulas serán el ámbito ordinario para el aprendizaje e intercambio de prácticas educativas y el desarrollo de las actividades de formación permanente del profesorado. A tales efectos, cada centro docente elaborará su propio plan de formación del profesorado a partir del diagnóstico que realice de las necesidades formativas del profesorado que preste servicio en el mismo, basadas en los resultados de la autoevaluación de cada curso y de las evaluaciones que se realicen”.

Por lo que, en caso de que se haya detectado la necesidad de reforzar la competencia matemática en el centro, el claustro deberá aprobar la necesidad de formación que sea necesaria para la mejora de la práctica docente que conduzca al logro de los objetivos del centro. Los objetivos generales del centro, los planes de mejora y el plan de formación del profesorado deben estar alineados.

L. Los criterios para organizar y distribuir el tiempo escolar, así como los objetivos y programas de intervención en el tiempo extraescolar.

En el artículo del horario de las Órdenes que regulan los currículos de las distintas etapas, se indica que los centros docentes configurarán el horario lectivo semanal para las diferentes áreas o materias, en su caso, en función de las necesidades de aprendizaje de su alumnado.

Sobre la Organización general de Educación Primaria, los centros, en caso de que necesiten reforzar la competencia matemática en el ejercicio de su autonomía, podrán distribuir el horario lectivo disponible entre las opciones siguientes:

a) Ampliación del horario lectivo del área de Lengua Castellana y Literatura o del área de Matemáticas, en el primer ciclo.

b) Ampliación del horario lectivo del área de Lengua Castellana y Literatura, del área de Matemáticas o del área de Primera Lengua Extranjera, en el segundo ciclo.

c) Ampliación del horario lectivo del área de Lengua Castellana y Literatura, del área de Matemáticas, del área de Primera Lengua Extranjera, del área de Conocimiento del Medio Natural, Social y Cultural, diseño e implantación de Proyectos interdisciplinares o tutoría, en el tercer ciclo.

En este caso, se utilizaría para ampliar horas del área de matemáticas en el primer y segundo ciclo; y en el tercero,0 para Matemáticas, Conocimiento del Medio Natural, Social y Cultural, diseño e implantación de Proyectos interdisciplinares relacionados con la competencia matemática, en función de las características del propio centro.

Sobre la posibilidad de decidir u organizar la etapa Educación Secundaria para dar respuesta a las necesidades detectadas con respecto a la competencia matemática, sin olvidar que hay materias de oferta obligatoria con una fuerte carga de competencia matemática, los centros pueden reforzar la optatividad en la siguiente dirección:

a) En el primer curso: Computación y Robótica o Proyecto interdisciplinar basado en competencias STEM.

b) En el segundo curso: Computación y Robótica o Proyecto interdisciplinar basado en competencias STEM.

c) En el tercer curso: Computación y Robótica, Filosofía y Argumentación, o Proyecto interdisciplinar basado en competencias STEM.

d) En cuarto de la ESO, Cultura Científica, Dibujo Técnico, Filosofía y Proyecto interdisciplinar basado en competencias STEM.

Las decisiones que se tomen con respecto al uso del tiempo de autonomía del centro deberán ir recogidas en este epígrafe.

Además de lo anterior, en las enseñanzas desde Infantil hasta Secundaria, las órdenes que regulan los currículos indican que los centros docentes organizarán, en el marco de su autonomía, **Recreos inclusivos y activos** con el objetivo de potenciar las interacciones que se establecen entre el alumnado.

En éstos, se podrán realizar juegos y actividades lúdicas de su interés, vinculados al desarrollo de la competencia STEM o de razonamiento matemático concretamente, de manera que la planificación del tiempo de los recreos también será recogida en el Proyecto educativo y ayudaría a la consecución de los objetivos generales previstos por el centro. Servirían de ejemplo actividades conectadas con las estrategias y planteamientos del programa AulaDjaque.

N. Los criterios para establecer los agrupamientos del alumnado y la asignación de las tutorías, de acuerdo con las líneas generales de actuación pedagógica del centro y orientados a favorecer el éxito escolar del alumnado.

La organización y la asignación de funciones ha de ser la óptima para la consecución de los objetivos previstos con respecto al desarrollo de la competencia matemática.

M. Los procedimientos de evaluación interna.

Detallado en los epígrafes 3.1 y 3.2.2

Ñ. Los criterios generales para la elaboración de las programaciones didácticas de las áreas/materias y las propuestas pedagógicas de la educación infantil.

Con respecto a cómo definir las unidades temporales de programación que permitan ajustar la propuesta, adecuar el conjunto de elementos curriculares a las prácticas educativas del centro, será un aspecto a detallar en el Proyecto educativo, para poder trasladarlo a las programaciones de las áreas/materias y/o a las propuestas pedagógicas. La decisión sobre la estructura de la programación es una competencia del centro. Esta decisión, sobre cómo será la unidad de programación, la estructura, ha de ser recogida en el Proyecto educativo.

O. Los planes estratégicos que, en su caso, se desarrollen en el centro.

Los planes y proyectos que afecten a la totalidad de la comunidad educativa deben estar recogidos y alineados con las líneas generales de actuación del centro, tienen que estar consensuados por la comunidad educativa y recogidos en los documentos planificadores. Se han de trabajar, siempre, de manera integrada con los elementos curriculares ya existentes, como el currículo en su conjunto, y se destinan a favorecer el desarrollo integral de los alumnos y alumnas.

Cualquiera que sea el plan o programa relacionado con la competencia STEM, o concretamente a la competencia de razonamiento matemático, debería dar respuesta a las necesidades del centro y debería ayudar a cumplir los objetivos generales del mismo con respecto al desarrollo de las competencias mencionadas.

- Entre los planes y programas que se pueden relacionar con el desarrollo de la competencia STEM, destacamos:
- Programa para la Innovación y la Mejora del Aprendizaje, en el ámbito STEM.
- Comunidades de aprendizaje.
- Fenix Andalucía.
- Investiga y descubre.
- Más equidad.
- PROA Andalucía: Programa de Refuerzo, Orientación y Apoyo.
- PROA+ Transfórmate
- Programa de Refuerzo Educativo en periodo estival

P. Cualesquiera otros que le sean atribuidos por Orden de la persona titular de la Consejería competente en el área de educación.

Otras decisiones específicas de los proyectos educativos de centros donde se imparte la enseñanza secundaria serían :

Q. El Plan de orientación y acción tutorial.

Desde la tutoría y la orientación pueden desarrollarse estrategias que complementen el desarrollo de las competencias. El Plan de Orientación y Acción Tutorial (POAT) es un instrumento clave dentro del sistema educativo para coordinar y estructurar las acciones que favorecen el desarrollo integral del alumnado. Su finalidad es orientar, guiar y apoyar a los estudiantes en sus procesos de aprendizaje, desarrollo personal y toma de decisiones académicas y profesionales.

En este contexto, el POAT puede desempeñar un papel crucial en la mejora de la competencia matemática, entendida como la capacidad que permite desarrollar y aplicar la perspectiva y el razonamiento matemático con el fin de resolver diversos problemas en diferentes contextos. Dado que la competencia matemática es transversal y fundamental para el aprendizaje en todas las áreas, su desarrollo desde la tutoría y la orientación educativa puede contribuir significativamente a la mejora del rendimiento académico y la formación integral del alumnado.

El desarrollo de la competencia matemática no debe limitarse exclusivamente a la enseñanza de la materia/área de Matemáticas, sino que debe abordarse de manera transversal y coordinada en el centro educativo. Desde la acción tutorial y la orientación, se pueden diseñar estrategias que fomenten el razonamiento matemático en todas las áreas del conocimiento.

Las principales **líneas de acción** desde la tutoría y la orientación en este ámbito incluyen:

- **Fomento de la motivación y la autoconfianza**: La percepción de autoeficacia en matemáticas es clave para el éxito académico. La tutoría puede ayudar a mejorar la autoestima y la actitud del alumnado hacia esta disciplina.
- **Estrategias metacognitivas**: Enseñar a los estudiantes a planificar, supervisar y evaluar su propio proceso de resolución de problemas puede mejorar su capacidad de razonamiento matemático.
- **Estrategias de aprendizaje cooperativo/colaborativo.** promover que el alumnado trabaje en un grupo pequeño para alcanzar objetivos de aprendizaje comunes, fomenta la interdependencia positiva y la interacción para construir significados compartidos
- **Técnicas de apoyo emocional y motivacional.** Ayudar al alumnado a gestionar la ansiedad y el estrés asociados con esta materia, fomenta una actitud positiva y una percepción más favorable hacia las matemáticas

Con respecto a las estrategias metacognitivas, el razonamiento matemático se basa en la capacidad de analizar, interpretar y aplicar conceptos abstractos. Desde la tutoría, se pueden implementar dinámicas que fortalezcan estas habilidades:

- **Enseñanza de estrategias de resolución de problemas**: Se pueden organizar sesiones de tutoría donde se enseñen pasos sistemáticos para abordar problemas matemáticos, como la identificación de datos relevantes, la formulación de hipótesis y la validación de soluciones.
- **Fomento del pensamiento crítico o rutinas de pensamiento:** Mediante debates y análisis de situaciones cotidianas, los estudiantes pueden aprender a aplicar el razonamiento lógico y estructurado en la toma de decisiones.
- **Autoconocimiento y regulación del aprendizaje**: A través de herramientas como diarios de aprendizaje y autoevaluaciones, el alumnado puede identificar sus fortalezas y áreas de mejora en matemáticas.

Con respecto a estrategias de aprendizaje cooperativo/colaborativo, el aprendizaje en grupo favorece la adquisición de competencias matemáticas al fomentar el intercambio de ideas y la resolución conjunta de problemas. Desde la orientación y tutoría se pueden promover dinámicas como:

- **Tutorías entre iguales**: Estudiantes con mayor dominio de contenidos matemáticos pueden apoyar a sus compañeros en sesiones organizadas, favoreciendo el aprendizaje colaborativo.
- **Técnicas de trabajo en equipo**: Estrategias como el “rompecabezas” (jigsaw) o el aprendizaje basado en retos pueden ayudar a los estudiantes a construir conocimientos matemáticos de manera conjunta.

Con respecto al apoyo emocional y motivacional, uno de los mayores obstáculos en el aprendizaje matemático es la ansiedad y el miedo al fracaso. Desde la tutoría y la orientación se pueden aplicar estrategias para mejorar la confianza del alumnado:

- **Desarrollo de la mentalidad de crecimiento**: Fomentar la idea de que las habilidades matemáticas pueden mejorar con el esfuerzo y la práctica.
- **Gestión de la ansiedad matemática**: Implementación de técnicas de relajación y reestructuración cognitiva para reducir el estrés relacionado con la asignatura.
- **Reconocimiento de logros**: Establecer sistemas de retroalimentación positiva y refuerzo de avances individuales.

Podemos concluir que el Plan de Orientación y Acción Tutorial puede desempeñar un papel esencial en el desarrollo del razonamiento matemático al complementar la enseñanza formal con estrategias de apoyo emocional, metodologías activas y un enfoque interdisciplinar.

Desde la tutoría y la orientación, se pueden implementar acciones que fortalezcan la motivación, el pensamiento crítico, el aprendizaje cooperativo y la aplicación de conocimientos matemáticos en contextos reales. Estas estrategias no solo mejoran el rendimiento en matemáticas, sino que también contribuyen al desarrollo integral del alumnado, promoviendo su autonomía y confianza en sus capacidades.

Por lo tanto, es fundamental que los centros educativos integren en su POAT medidas específicas para reforzar el aprendizaje matemático, garantizando así una formación más completa y efectiva.

R. En el caso de las enseñanzas de formación profesional, los criterios para la elaboración de los horarios.

En los Ciclos Formativos de Grado básico las decisiones organizativas tendrán en cuenta las características específicas de cada módulo en cuanto a horas, espacios y requisitos, pueden estar encaminadas al desarrollo de la competencia lectora, e incluirán los criterios para la organización curricular y la programación de los módulos profesionales.

S. Los criterios para determinar la oferta de materias optativas y, en su caso, el proyecto integrado.

La oferta formativa, de los centros con respecto a la etapa de Bachillerato, puede adecuarse a la consecución de los objetivos de mejora de la competencia matemática, en la parte de la autonomía de los centros, a través del diseño de sus itinerarios y de la oferta de materias de diseño propio.

3.2.2. Plan de mejora y Memoria de autoevaluación.

Como hemos mencionado, trimestralmente, y al finalizar el curso escolar, se realiza una medición de los objetivos del centro a partir de los indicadores del Plan de Mejora realizado. Ello servirá para

determinar los aspectos susceptibles de mejora y priorizar los objetivos que van a ser el foco de atención en el Plan de Mejora del Centro relacionados con el desarrollo de la competencia matemática.

El resultado del proceso de autoevaluación se plasmará, al finalizar cada curso escolar, en una Memoria de Autoevaluación. Este documento incluirá las siguientes conclusiones:

1. Objetivos establecidos en el Plan de Mejora. Valoración del grado de consecución de los objetivos del centro previstos con respecto al grado de desarrollo de la competencia matemática del alumnado en su Plan de Mejora, a partir del análisis de los indicadores previstos en dicho Plan.

2. Logros y dificultades. Descripción de logros y dificultades a partir del análisis de aquellas acciones implementadas en el Plan de Mejora vigente.

3. Propuestas de mejora. Priorización de aquellos aspectos a considerar para la mejora de los procesos y de los resultados, que sirvan de base para la elaboración del Plan de Mejora para el próximo curso escolar.

Para la realización de la Memoria de Autoevaluación se creará un equipo de evaluación que estará integrado, al menos, por el equipo directivo, por la jefatura del departamento de formación evaluación e innovación educativa, en su caso, y por un representante de cada uno de los distintos sectores de la comunidad educativa elegidos por el Consejo Escolar de entre sus miembros, de acuerdo con el procedimiento que se establezca en el reglamento de organización y funcionamiento del centro.

Concluyendo, **un Plan de Mejora de desarrollo o refuerzo de la competencia matemática** se puede definir como la planificación mediante la cual un centro articula un proceso que le permita reforzar aquellos aspectos considerados positivos y modificar o eliminar aquellos que se juzgan negativos resultantes de su proceso de autoevaluación previo, con respecto a las necesidades relacionadas con la competencia matemática.

Es importante destacar que no todos los centros tienen que contar con planes de mejora de la competencia matemática, solo los que los necesiten. En caso de no tenerlos, se pueden aplicar las medidas generales de desarrollo de la competencia que mejor se adecúen a sus circunstancias.

3.2.3. Programaciones didácticas.

Una vez detectadas las necesidades del centro con respecto al desarrollo competencial y delimitados los objetivos del mismo en el Proyecto educativo, se deben determinar las medidas organizativas y funcionales que permitan a la comunidad educativa alcanzarlos con garantías de éxito y continuidad.

Una de las decisiones que se toman y se registran en el Proyecto educativo, es la de determinar, además de los objetivos generales del centro, cómo se han de concretar las programaciones didácticas.

Será el Equipo Técnico de Coordinación Pedagógica, en el ejercicio de sus funciones, el órgano que coordinará la aplicación de lo determinado en el Proyecto educativo con respecto a los que en las programaciones didácticas de los distintos Ciclos o Departamentos didácticos del centro se refiere. De esta manera, se garantizará que el trabajo para el desarrollo de la competencia matemática esté debidamente organizado.

A continuación, pasamos a detallar cómo diseñar una programación didáctica que potencie el desarrollo de las competencias. Es importante destacar que las decisiones de desarrollo de competencias clave son decisiones colegiadas y de centro. Mientras que las de la programación quedan dentro del ámbito del ciclo o del departamento, y se adecuará a lo indicado en las competencias específicas. Para ello, se siguen las pautas de las guías de asesoramiento de la inspección educativa.

A. Los objetivos, los contenidos y su distribución temporal y los criterios de evaluación para cada ciclo, posibilitando la adaptación de la secuenciación de contenidos a las características del centro y su entorno. Hace referencia a : competencias específicas, saberes básicos y criterios de evaluación de la materia/área, adecuación de la secuenciación temporal de los elementos curriculares a las características del centro y su entorno. Concreción curricular.

Los elementos referidos, están detallados, relacionados y listados por curso en los anexos de las Órdenes curriculares, la concreción curricular está definida por curso, las relaciones entre estos elementos también están determinadas en los anexos, quedando la posibilidad de planificación dedicada a determinar:

- Cómo se tratarán los saberes básicos si se secuencian o se repiten en la etapa de Primaria.
- Si es necesario o no modificar la relación entre los saberes básicos y sus criterios de evaluación, para lograr el desarrollo de las competencias específicas determinadas en cada área/materia. En caso de que se necesite matizar los saberes o enriquecerlos para adaptarlos al contexto del centro, se ha de realizar en este nivel de la programación.
- Cómo secuenciar el trabajo en el aula de los elementos curriculares necesarios para desarrollar las competencias específicas del alumnado, lo que se conoce como temporalización.

Con respecto a la distribución temporal o temporalización, las unidades temporales de programación o situaciones de aprendizaje permiten ajustar la propuesta al calendario escolar consiguiendo la planificación educativa más adecuada. Cada área o materia o ámbito distribuirá temporalmente los elementos curriculares que le son propios.

B. La contribución de las áreas/materias a la adquisición de las competencias básicas. Hace referencia a la relación de la materia/ área con las competencias clave a través de los descriptores operativos del perfil competencial y con los objetivos generales de la etapa.

Cada área/materia está constituida por una serie de competencias específicas, relacionadas cada una de ellas con el perfil competencial correspondiente a través de los descriptores operativos que tiene vinculados. Estos descriptores deberán ser reconocidos, y evaluados, para poder compartir la información sobre su desarrollo en las sesiones de evaluación, ya que sobre ellos versarán las decisiones de promoción o titulación, en su caso, del alumnado.

Los descriptores operativos de cada área o materia deberán estar presentes en la toma de decisiones y guiarán las secuencias didácticas de las situaciones de aprendizaje que se planteen.

Los objetivos generales de la etapa son elementos curriculares, que vienen determinados y que no necesitan concreción a nivel de área o materia. Cómo contribuye cada área/materia a cada objetivo está determinado en el anexo correspondiente de la Orden curricular de cada etapa, habría que extraer el listado de relaciones de esta tabla.

A partir de los descriptores operativos de cada área/materia obtenemos el listado de objetivos de la etapa que desarrolla cada una. Este epígrafe está definido en la norma, no hay que desarrollar nada por parte de los centros.

Las materias o áreas con mayor incidencia en los descriptores STEM1 y STEM4 son las que contribuirán al desarrollo de la competencia matemática en mayor medida.

C. La forma en que se incorporan los contenidos de carácter transversal al currículo. Hace referencia a: Principios pedagógicos del área/materia.

Los temas transversales, tales como la educación vial, la cultura de paz, la coeducación, la educación medioambiental, entre otros, están inmersos en los desarrollos curriculares de todas las áreas, se tratan de manera conjunta en el desarrollo de las distintas etapas. Otros temas de los llamados transversales, se encuentran formulados como principios pedagógicos.

Con objeto de fomentar la integración de las competencias, desde todas la áreas y materias, se promoverá el aprendizaje por proyectos, centros de interés, o estudios de casos, en los términos recogidos en el Proyecto educativo de cada centro, la resolución colaborativa de problemas, reforzando la autoestima, la autonomía, la capacidad para aprender por sí mismo, para trabajar en equipo, la capacidad para aplicar los métodos de investigación apropiados y la responsabilidad, así como el emprendimiento.

Desde todas la áreas y materias, se desarrollarán actividades para profundizar en las habilidades y métodos de recopilación, sistematización y presentación de la información, y para aplicar procesos de análisis, observación y experimentación, adecuados a las distintas áreas, fomentando el enfoque interdisciplinar del aprendizaje por competencias con la realización por parte del alumnado de trabajos de investigación y de actividades integradas.

Es importante recoger cómo se desarrollarán estos principios siguiendo lo decidido previamente en el equipo técnico de coordinación pedagógica y lo recogido en el Proyecto educativo.

D. La metodología que se va a aplicar. Hace referencia a: Orientaciones metodológicas y pautas para el diseño de situaciones de aprendizaje.

Las estrategias metodológicas aplicadas en el aula deben ofrecer una selección que integre estilos, estrategias y técnicas de enseñanza, tipos de agrupamiento, formas de organización del espacio y el tiempo, todo ello para conseguir que el diseño y puesta en práctica de las situaciones de aprendizaje permitan al alumnado movilizar los saberes básicos y alcanzar el correcto desarrollo de las competencias específicas y clave, siempre de manera inclusiva.

Se favorecerá la integración y la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación, se potenciará el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) con objeto de garantizar una efectiva educación inclusiva que permita el acceso al currículo a todo el alumnado, se dedicará un tiempo del horario lectivo a la realización de proyectos significativos para el alumnado así como a la resolución colaborativa de problemas, reforzando la autoestima, la autonomía, el emprendimiento, la reflexión y la responsabilidad del alumnado.

Además, se desarrollarán actividades para profundizar en las habilidades y métodos de recopilación, de sistematización y de presentación de la información, para aplicar procesos de análisis, de observación y de experimentación, mejorando habilidades de cálculo y desarrollando la capacidad de resolución de problemas, fortaleciendo así habilidades y destrezas de razonamiento matemático. Todo esto, se ha de integrar en estrategias metodológicas que permitan desarrollar y asentar progresivamente las bases que faciliten a cada alumno o alumna una adecuada adquisición de las competencias clave.

Las estrategias metodológicas que mejor se adecúan al desarrollo de la competencia matemática son aquellas que permiten al alumnado construir de manera progresiva y significativa el conocimiento matemático, fomentar la comprensión profunda de los conceptos, procedimientos y actitudes vinculadas a esta área/materia, y desarrollar capacidades como el razonamiento lógico, la resolución de problemas, la abstracción, la argumentación y la comunicación matemática.

A continuación, se detallan las principales estrategias metodológicas adecuadas para el desarrollo de la competencia matemática en el ámbito educativo:

1. **Aprendizaje basado en la resolución de problemas.** Esta estrategia es fundamental en el desarrollo de la competencia matemática, ya que sitúa al alumnado ante situaciones problematizadas, reales o contextualizadas, lo que exige el uso del conocimiento matemático para analizarlas, comprenderlas, plantear soluciones y verificar los resultados obtenidos. Presenta una serie de características:
    - Promueve el pensamiento crítico y el razonamiento lógico.
    - Favorece la autonomía y la toma de decisiones.
    - Conecta la matemática con la vida cotidiana.

2. **Aprendizaje cooperativo.** El trabajo en equipo y la colaboración entre iguales permiten que los alumnos desarrollen habilidades comunicativas, argumentativas y sociales, necesarias para explicar y justificar procesos matemáticos. Presenta una serie de características:
    - Desarrolla la competencia comunicativa matemática.
    - Permite el contraste de ideas y la construcción colectiva del conocimiento.
    - Fomenta la inclusión y la atención a la diversidad.
3. **Aprendizaje por descubrimiento o investigación.** Mediante esta estrategia, el alumnado explora, formula hipótesis, experimenta y descubre conceptos matemáticos por sí mismo, promoviendo un aprendizaje significativo y duradero. Presenta una serie de características:
    - Potencia la curiosidad y la motivación intrínseca.
    - Refuerza la autonomía intelectual.
    - Se alinea con enfoques constructivistas del aprendizaje.
4. **Uso de materiales manipulativos y recursos tecnológicos.** La utilización de objetos concretos (bloques, regletas, ábacos, geoplanos, etc.) o herramientas digitales (software de geometría dinámica, calculadoras, hojas de cálculo) facilita la comprensión de conceptos abstractos y promueve el aprendizaje visual, táctil e interactivo. Presenta una serie de características:
    - Facilita el paso de lo concreto a lo abstracto.
    - Mejora la accesibilidad para alumnos con distintas necesidades educativas.
    - Integra las competencias digitales en el área/materia matemática.
5. **Modelización matemática.** La modelización permite representar fenómenos o situaciones reales a través de expresiones, fórmulas y estructuras matemáticas, y aplicar estos modelos para interpretar o predecir resultados. Presenta una serie de características:
    - Favorece la conexión entre las matemáticas y otras áreas del conocimiento.
    - Estimula el pensamiento aplicado y la transferencia de aprendizajes.
    - Es clave para el desarrollo del pensamiento abstracto y formal.
6. **Gamificación y aprendizaje lúdico.** Incorporar el juego como estrategia metodológica en el área matemática puede incrementar la motivación del alumnado, favorecer la adquisición de habilidades y mejorar la retención de contenidos. Presenta una serie de características:
    - Aumenta la participación activa del alumnado.
    - Introduce la competencia y el reto como estímulos positivos.

- Puede aplicarse a través de juegos tradicionales, digitales o actividades didácticas específicas.

7. **Evaluación formativa y retroalimentación continua.** Aunque no es una estrategia de enseñanza en sentido estricto, la evaluación formativa es un instrumento metodológico esencial. Permite ajustar la enseñanza, detectar errores, promover la reflexión sobre el propio aprendizaje y orientar la mejora continua. Presenta una serie de características:
   - Integra la evaluación como parte del proceso de aprendizaje.
   - Favorece la autorregulación del alumnado.
   - Contribuye al desarrollo del pensamiento metacognitivo.
8. **Aprendizaje interdisciplinar.** La integración de las matemáticas con otras áreas o materias (ciencias, tecnología, arte, etc.) favorece el enfoque competencial, mostrando al alumnado la aplicabilidad del conocimiento matemático en contextos diversos y reales. Presenta una serie de características:
   - Desarrolla competencias clave de forma integrada.
   - Mejora la contextualización de los aprendizajes.
   - Potencia la creatividad y el pensamiento divergente.

El desarrollo de la competencia matemática requiere de un enfoque metodológico diverso, integrador y centrado en el alumnado. Las estrategias metodológicas más adecuadas son aquellas que promueven la participación activa, el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la aplicación contextual del conocimiento matemático. La combinación de estrategias como la resolución de problemas, el aprendizaje cooperativo, el uso de materiales manipulativos, la modelización, y el uso de tecnologías educativas favorece un aprendizaje significativo y funcional. En este sentido, la práctica docente debe sustentarse en principios didácticos actualizados, con base científica, que favorezcan la equidad, la inclusión y la calidad educativa.

E. Los procedimientos de evaluación del alumnado y los criterios de calificación, en consonancia con las orientaciones metodológicas establecidas.

Se promoverá el uso generalizado de instrumentos de evaluación variados, diversos, accesibles, flexibles, coherentes con los criterios de evaluación. Se han de adaptar a las distintas situaciones de aprendizaje y han de permitir la valoración objetiva de todo el alumnado garantizando que las condiciones de realización de los procesos asociados a la evaluación se adaptan a las necesidades del alumnado con necesidad específica de apoyo educativo.

Los docentes llevarán a cabo la evaluación, preferentemente, a través de la observación continuada de la evolución del proceso de aprendizaje en relación con los criterios de evaluación y el grado de desarrollo de las competencias específicas de cada área o materia.

El grado de desarrollo de las mismas deberá ser informado en los programas de refuerzo que pueda necesitar el alumnado, y en las sesiones de evaluación de seguimiento.

Las competencias específicas, relacionadas con los descriptores, nos darán información sobre el grado de desarrollo de los mismos. Esta información deberá ser trasladada a los informes finales de evaluación.

Con respecto a los procedimientos e instrumentos de evaluación, indicar que:

- Los criterios de evaluación se han de poder medir, y su medición ha de ser transparente y conocida por el alumnado para poder transponer la evaluación a la calificación de manera objetiva, para ello se necesitan criterios de calificación claros que determinen, cuando el alumnado ha logrado el nivel debido de desarrollo de cada criterio de evaluación.

- Tal y como se indica en la orden correspondiente, los criterios de evaluación han de ser medibles, por lo que se han de establecer mecanismos objetivos de observación de las acciones que describen. Los mecanismos que garanticen la objetividad de la evaluación deberán ser concretados en las programaciones didácticas y ajustados de acuerdo con la evaluación inicial del alumnado y de su contexto.

- El alumnado tiene derecho a ser evaluado conforme a criterios de plena objetividad, a que su dedicación, esfuerzo y rendimiento sean valorados y reconocidos de manera objetiva. Asimismo, el alumnado tiene derecho a conocer los resultados de sus evaluaciones para que la información que se obtenga a través de la evaluación tenga valor formativo y lo comprometa en la mejora de su educación.

- Para garantizar la objetividad y la transparencia en la evaluación, al comienzo de cada curso, los profesores y profesoras informarán al alumnado acerca de los criterios de evaluación de cada una de las áreas, incluidas las áreas pendientes de cursos anteriores, así como de los procedimientos y criterios de evaluación y calificación.

- Las técnicas de evaluación o procedimientos de evaluación incluirán propuestas contextualizadas y realistas, en las que el alumnado pueda mostrar el grado de adquisición de las competencias; propondrán situaciones de aprendizaje de carácter funcional que permitan la activación de los conocimientos y estrategias de resolución de situaciones-problemas y serán conocidos por el alumnado desde el inicio del proceso de aprendizaje. Su planificación y selección se realizará considerando, además, su capacidad diagnóstica, su adecuación a las situaciones de aprendizaje programadas, su idoneidad para realizar una evaluación competencial y el grado de fiabilidad para asegurar la objetividad en el proceso de evaluación.

- Para determinar la calificación del alumnado no se ponderarán criterios de evaluación, ni instrumentos de evaluación, dado que se evalúan desempeños, se considerarán desarrollados en mayor o menor medida, y será ese grado de desempeño lo que determinará la calificación del alumnado, independientemente del instrumento utilizado para evaluarlo.

En este epígrafe se concretarán los instrumentos que se emplearán en la evaluación y como se determinará la calificación del alumnado a partir de la evaluación previa, a través de instrumentos variados, coherentes con la metodología empleada, que estén alineados con los criterios de evaluación y permitan la valoración real del desarrollo de los desempeños descritos en ellos.

En este epígrafe se concretarán los instrumentos que se emplearán en la evaluación y como se determinará la calificación del alumnado a partir de la evaluación previa, a través de instrumentos variados, coherentes con la metodología empleada, que estén alineados con los criterios de evaluación y permitan la valoración real del desarrollo de los desempeños descritos en ellos.

En el marco de la evaluación competencial, los procedimientos e instrumentos de evaluación aplicables a los criterios relacionados con la **competencia matemática** deben ser coherentes con los principios de una evaluación **continua, formativa, criterial, integradora y orientadora del aprendizaje**. Esta debe centrarse no únicamente en la verificación de contenidos, sino en la capacidad del alumnado para **aplicar los conocimientos matemáticos en contextos significativos**, resolver problemas, razonar, argumentar, representar, modelizar, comunicar y utilizar herramientas tecnológicas y materiales diversos.

El procedimiento de evaluación es el conjunto organizado de acciones planificadas que permiten recoger, interpretar y valorar información sobre los aprendizajes del alumnado. Constituye una visión global e integrada del proceso evaluador.

La técnica de evaluación es el modo o forma concreta de obtener información sobre el aprendizaje del alumnado, enmarcada dentro de un procedimiento general. El instrumento de evaluación es el **medio o recurso concreto que se utiliza para aplicar una técnica y recoger datos** del proceso de aprendizaje.

Los procedimientos de evaluación deben permitir recoger información sistemática, objetiva y contextualizada sobre el nivel de desarrollo competencial del alumnado. A tal fin, los procedimientos más adecuados son:

a) Observación sistemática. Permite al docente registrar comportamientos, actitudes, procesos y estrategias matemáticas en situaciones reales de aprendizaje, tanto individuales como grupales. Se aplica especialmente en el análisis del razonamiento, la comunicación y la interacción en la resolución de problemas.

b) Análisis de tareas matemáticas contextualizadas. La realización de actividades que impliquen la aplicación de conceptos y procedimientos matemáticos a situaciones reales o simuladas permite evaluar el uso funcional del conocimiento matemático, uno de los ejes de la competencia.

c) Estudio de producciones escritas o digitales. Revisión de actividades del cuaderno, informes, presentaciones, esquemas o registros de resolución de problemas que muestren el proceso de aprendizaje, la argumentación y la justificación matemática.

d) Técnicas de autoevaluación y coevaluación. Favorecen el desarrollo de la metacognición y permiten valorar aspectos como la planificación, la reflexión sobre errores, la capacidad de análisis o la calidad de las soluciones aportadas. Refuerzan el aprendizaje autónomo y colaborativo.

e) Pruebas prácticas, pruebas abiertas y pruebas orales. A través de ejercicios prácticos, problemas no rutinarios o exposiciones orales de razonamientos matemáticos se pueden valorar competencias como la argumentación, el uso del lenguaje matemático o la modelización.

Los instrumentos deben estar alineados con los criterios de evaluación establecidos en el currículo y deben facilitar la recogida de información válida y fiable sobre el desempeño competencial del alumnado. Entre los más idóneos se encuentran:

a) Rúbricas de evaluación. Permiten establecer niveles de desempeño de manera clara y transparente, a partir de descriptores cualitativos ajustados a los criterios de evaluación. Son especialmente útiles en tareas complejas como resolución de problemas, proyectos, modelización o comunicación matemática.

b) Listas de cotejo (checklists). Se utilizan para verificar si se han alcanzado ciertos aprendizajes, comportamientos o habilidades. Son eficaces en la observación de procesos y en la recogida de datos sobre la ejecución de tareas específicas.

c) Diarios de aula y registros anecdóticos. Instrumentos cualitativos que recogen de manera sistemática observaciones relevantes sobre el desarrollo de la competencia matemática, especialmente útiles en niveles iniciales o con alumnado con necesidades específicas.

d) Portafolios y carpetas de aprendizaje. Compilaciones organizadas de trabajos realizados por el alumnado que permiten observar su evolución, progreso, reflexión y capacidad de aplicar conocimientos en distintos contextos. Fomentan la autoevaluación y la autorregulación.

e) Cuadernos de clase y hojas de resolución de problemas. Permiten analizar tanto los productos como los procesos de razonamiento, resolución, representación y argumentación. Son valiosos para valorar la comprensión conceptual, la precisión en el uso del lenguaje matemático y la coherencia lógica.

f) Pruebas específicas contextualizadas. Diseñadas con base en situaciones reales, que exigen el uso combinado de diferentes capacidades matemáticas: operar, interpretar, representar gráficamente, argumentar, estimar o modelizar. Pueden ser individuales o cooperativas.

Para que los procedimientos e instrumentos sean eficaces en la evaluación de la competencia matemática, deben:

- Estar alineados con los criterios de evaluación del currículo vigente y con los descriptores operativos de la competencia matemática.
- Adaptarse a las características del alumnado, garantizando la equidad, la accesibilidad y la inclusión.
- Proporcionar información útil para la toma de decisiones pedagógicas, tanto para la mejora del aprendizaje como para la regulación de la enseñanza.
- Ser diversificados, de modo que se puedan recoger evidencias múltiples de distintos tipos de aprendizaje (conceptuales, procedimentales y actitudinales).
- Favorecer la implicación activa del alumnado en su proceso de evaluación (evaluación formativa, autoevaluación, coevaluación).

La evaluación de la competencia matemática exige un enfoque integral, contextualizado y centrado en el desempeño del alumnado en situaciones reales o simuladas. Para ello, es imprescindible el uso de **procedimientos que recojan información cualitativa y cuantitativa de manera continua y formativa**, y de **instrumentos que permitan valorar tanto el resultado como el proceso**, desde una perspectiva criterial. Solo a través de una evaluación auténtica y coherente con los principios del aprendizaje competencial se puede garantizar una enseñanza de las matemáticas significativa, equitativa y orientada al desarrollo integral del alumnado.

F. Evaluación Inicial.

La evaluación inicial del alumnado ha de ser competencial, basada en la observación y debe tener como referente las competencias específicas de las áreas que servirán de referencia para la toma de decisiones. Para ello, se tendrá en cuenta principalmente la observación diaria, así como otras herramientas. La evaluación inicial del alumnado en ningún caso consistirá exclusivamente en una prueba objetiva.

Los mecanismos que garanticen la objetividad de la evaluación deberán ser concretados en las programaciones didácticas y ajustados de acuerdo con la evaluación inicial del alumnado y de su contexto, además, tras la evaluación inicial, el equipo docente, con el asesoramiento del equipo de orientación educativa, realizará la propuesta y adoptará las medidas educativas de atención a la diversidad y a las diferencias individuales para el alumnado que las precise.

La **evaluación inicial** constituye una fase esencial del proceso de enseñanza-aprendizaje, cuya finalidad principal es obtener información diagnóstica sobre el punto de partida del alumnado en relación con las **competencias específicas** y, en particular, con los **criterios de evaluación**

vinculados a la competencia matemática. Esta evaluación no tiene carácter calificativo, sino orientador, permitiendo ajustar la planificación didáctica, diseñar apoyos personalizados y garantizar una respuesta educativa adaptada a la diversidad del alumnado.

La evaluación inicial debe:

- Identificar conocimientos previos, habilidades y actitudes matemáticas.
- Detectar posibles lagunas de aprendizaje, dificultades específicas o necesidades de apoyo.
- Valorar el nivel de desarrollo competencial del alumnado respecto de los **saberes básicos** y las **capacidades asociadas a los criterios de evaluación**.
- Servir de base para la **programación docente**, la adaptación de metodologías y la personalización de la enseñanza.

Desde un enfoque competencial, no se trata únicamente de comprobar si el alumnado domina ciertos contenidos matemáticos, sino de observar cómo **aplica esos conocimientos para resolver problemas, razonar, argumentar y comunicar matemáticamente**, conforme a los descriptores operativos de la competencia matemática.

Los **procedimientos** deben permitir recoger información completa y contextualizada del nivel competencial del alumnado en matemáticas, a través de distintos enfoques y situaciones de aprendizaje. Entre ellos destacan:

1. **Actividades de diagnóstico contextualizadas.** Se presentan en forma de situaciones-problema, preferentemente relacionadas con contextos reales o próximos a la experiencia del alumnado, que permiten valorar la aplicación funcional del conocimiento matemático.
2. **Pruebas de desempeño competencial.** Ejercicios que combinan varias destrezas (interpretar datos, operar, modelizar, razonar, representar, justificar...) y que permiten una evaluación integral de la competencia matemática a partir de tareas significativas.
3. **Observación sistemática en el aula.** Especialmente útil en los primeros días del curso o en actividades grupales. Permite detectar actitudes hacia la matemática, estrategias de resolución de problemas, modos de razonamiento, nivel de participación o necesidad de apoyo.
4. **Revisión de producciones anteriores del alumnado.** Cuando sea posible, el análisis de cuadernos, evaluaciones o trabajos del curso anterior puede ofrecer información relevante sobre el nivel competencial alcanzado en matemáticas.

Entrevistas, cuestionarios o autoevaluaciones. Pueden utilizarse para indagar en aspectos como la percepción del propio nivel, el grado de confianza, la actitud hacia las matemáticas, las estrategias utilizadas en el aprendizaje o el estilo cognitivo del alumnado.

Los instrumentos deben permitir sistematizar la recogida de información diagnóstica y proporcionar una visión global del punto de partida del alumnado. Se destacan los siguientes:

1. **Rúbricas diagnósticas adaptadas a niveles iniciales.** Permiten valorar el nivel de dominio de cada criterio o descriptor de la competencia matemática (por ejemplo, resolución de problemas, razonamiento lógico, uso de representaciones gráficas, etc.) mediante niveles de logro (incipiente, básico, adecuado, avanzado).
2. **Listas de cotejo (checklists).** Instrumento sencillo y eficaz para verificar si se han alcanzado determinadas destrezas básicas, como el uso de operaciones, la comprensión de magnitudes o la lectura de gráficos, entre otros aspectos.
3. **Cuestionarios de autopercepción competencial.** Aplicables en niveles superiores, permiten que el alumnado identifique sus propias fortalezas y debilidades en relación con las matemáticas, lo cual contribuye al desarrollo de la competencia de aprender a aprender.
4. **Registros de observación docente.** Documentos elaborados por el profesorado que recogen de forma cualitativa datos significativos del comportamiento, las estrategias de resolución, las dificultades observadas y el estilo de aprendizaje del alumnado.
5. **Pruebas diagnósticas externas o estandarizadas.** Si están disponibles, pueden complementar la información obtenida a través de instrumentos internos, siempre que se interpreten en clave formativa y no selectiva.

La evaluación inicial en relación con la competencia matemática constituye un elemento esencial del proceso de enseñanza-aprendizaje, orientado a conocer el punto de partida del alumnado desde un enfoque **competencial y formativo**. Para ello, se deben emplear procedimientos diversos (observación, tareas contextualizadas, pruebas prácticas, autoevaluación) y utilizar instrumentos adecuados (rúbricas diagnósticas, listas de cotejo, registros docentes), alineados con los **criterios de evaluación** del currículo. Esta evaluación debe ser rigurosa pero no punitiva, centrada en recoger información útil para diseñar intervenciones didácticas ajustadas a las necesidades reales del alumnado, y así garantizar una enseñanza matemática inclusiva, equitativa y de calidad.

G. Las medidas previstas para estimular el interés y el hábito de la lectura y la mejora de la expresión oral y escrita del alumnado, en todas las áreas/materias.

La competencia en comunicación lingüística es una de las competencias clave, que se ha de desarrollar en todas las áreas y materias, a través de las competencias específicas vinculadas a los correspondientes descriptores operativos.

Para ello, además de los elementos curriculares de cada área/materia y los principios pedagógicos de la etapa en el que se incluye la lectura, la oratoria y el debate como guías que marcan los procesos de enseñanza y aprendizaje, se pueden utilizar como apoyo las pautas dadas en la Instrucción de 21 de junio de 2023, sobre el tratamiento de la lectura para el despliegue de la comunicación lingüística.

Las programaciones didácticas de todas las áreas, materias o ámbitos incluirán actividades y tareas para el desarrollo de la competencia en comunicación lingüística, en concreto para las prácticas lectoras, sin que supongan un trabajo paralelo, fuera de la planificación docente, de su metodología y evaluación. No debe convertirse en un tiempo de lectura aislado del resto de la función docente ordinaria.

El diseño de un **itinerario lector en matemáticas** responde a la necesidad de integrar la competencia lectora como eje transversal del aprendizaje competencial. Leer en matemáticas no solo implica decodificar enunciados, sino **comprender, interpretar, aplicar, argumentar y crear a partir de textos con contenido matemático**. Este tipo de propuestas potencia un aprendizaje significativo, contextualizado y reflexivo, y favorece tanto la mejora del rendimiento académico como la formación integral del alumnado.

Por ello las medidas que se adopten en este punto concreto tendrán su efectividad tanto en el desarrollo de la competencia lectora como en el del razonamiento matemático. Entre las medidas que se pueden adoptar están:

1. **Fomentar la lectura de textos matemáticos:** Se ayudará al alumado a leer y entender problemas matemáticos de forma más profunda, sin que eso esté necesariamente ordenado a la resolución de un problema, sino también interpretar los textos, identificar lo que se persigue, distinguir datos y comprender las relaciones entre las diferentes partes del problema o situación. Para ello se puede recurrir a manuales, libros o artículos matemáticos que tengan relevancia social, lúdica o académica.

2. **Integrar estrategias de lectura activa:** Después de leer un texto o problema con cierta complejidad, los estudiantes pueden hacer resúmenes, resaltar puntos clave o crear esquemas visuales que faciliten la comprensión y la organización de la información.

3. **Vincular la lectura con otras áreas del conocimiento:** La lectura de textos matemáticos relacionados con otros campos como la ciencia, la tecnología o la historia, permiten practicar la comprensión lectora. y contextualizar los conceptos matemáticos.

4. **Desarrollar habilidades de interpretación de gráficos y tablas**

   Las matemáticas incluyen la **interpretación de gráficos, tablas y diagramas**. Fomentar que el alumnado lea y comprenda estos elementos en contextos de actualidad y relevancia ayudará la formación de una ciudadanía mejor informada y crítica.

   Actividades que impliquen **análisis de datos**: Hacer que los estudiantes resuelvan problemas usando datos estadísticos y gráficos, incentivando la lectura crítica de estos elementos.

5. **Lectura colaborativa y debate:** La lectura y comprensión conjunta de los problemas, donde cada estudiante aporta su interpretación y solución, mejorando la competencia lectora y la matemática, además de las competencias socioafectivas.

6. **Trabajar estrategias específicas de comprensión lectora:** Identificar palabras clave, búsqueda de sinónimos, elaboración de redacciones alternativas, esquemas, etc.

En cuanto al diseño de actividades de lectura integradas en la programación didáctica.

La lectura debe estar incorporada como contenido procedimental y actitudinal en las unidades didácticas, mediante:

- **Lectura guiada y compartida** de textos técnicos o científicos durante las sesiones lectivas, con apoyo de preguntas estructuradas.
- **Lectura crítica** y análisis de textos de actualidad relacionados con los contenidos del área, promoviendo el pensamiento reflexivo.
- **Lectura autónoma** como tarea previa a determinadas sesiones, acompañada de una guía de comprensión o de actividades de aplicación.
- **Actividades interdisciplinares**, en las que se trabaje un mismo texto desde diferentes enfoques (por ejemplo, un texto sobre el cambio climático abordado desde Ciencias, Lengua y Geografía).
- Uso de **textos multimodales y digitales**, tales como infografías, artículos interactivos, cómics científicos, etc., ajustados a los formatos de lectura actuales del alumnado.

Por otro lado pueden realizarse **proyectos lectores específicos**, diseñados desde los departamentos didácticos/equipos de ciclo tales como:

- Elaboración de un **"mapa lector de área/materia"**, donde se recojan las lecturas clave propuestas por el departamento o equipo de ciclo.
- Desarrollo de un **proyecto de lectura anual interdisciplinar**, con textos elegidos por varios departamentos//equipos de ciclo en torno a un eje temático común (por ejemplo: sostenibilidad, derechos humanos, salud, historia de la ciencia).
- Participación en **planes lectores temáticos**, tales como el "mes de la ciencia", "semana de la historia", o "lecturas matemáticas", con exposiciones, charlas, lecturas comentadas, entre otras actividades.

Para que la lectura sea eficaz como herramienta de enseñanza y aprendizaje en todas las áreas/materias los textos han de cumplir con los siguientes criterios:

- **Adecuación lingüística** al nivel competencial del alumnado, sin renunciar al rigor terminológico.
- **Contextualización didáctica**, es decir, el texto debe estar vinculado con los saberes basicos y criterios de evaluación del área/materia.

- **Diversidad y equidad**, incluyendo autores y autoras de distintas procedencias culturales, textos con perspectiva de género, y atención a la representación de colectivos vulnerables.
- **Accesibilidad** para el alumnado con NEAE, con versiones adaptadas, lectura fácil o textos apoyados en imágenes y recursos auditivos.

La integración de la lectura en todas las áreas y materias supone una estrategia clave para el desarrollo del pensamiento crítico, la adquisición del conocimiento específico y la mejora de la competencia comunicativa del alumnado. No puede entenderse la lectura como una responsabilidad exclusiva de los departamentos lingüísticos o áreas lingüísticas, sino como una **tarea compartida e interdisciplinar**, que debe planificarse de forma coordinada desde los órganos de coordinación docente, en especial los equipos educativos y los departamentos didácticos o equipos de ciclo.

Asimismo, dicha integración ha de realizarse desde una perspectiva didáctica rigurosa, con textos pertinentes, metodologías activas y criterios de evaluación coherentes. Solo así se garantizará el desarrollo integral del alumnado en una sociedad caracterizada por la sobreabundancia informativa, la necesidad de pensamiento crítico y la competencia comunicativa como eje fundamental de la formación ciudadana.

H. Las medidas de atención a la diversidad.

Hace referencia: Medidas de atención a la diversidad y a las diferencias individuales.

Las medidas de atención a la diversidad y a las diferencias individuales serán generales o específicas o concretarse en programas de atención a la diversidad y a las diferencias individuales. Dependiendo de la estructura, o tipología, serán objeto de determinación en las programaciones didácticas o no. Todo el alumnado, con independencia de sus especificidades, tiene derecho a una educación inclusiva y de calidad adecuada a sus características y necesidades.

La atención a la diversidad y a las diferencias individuales es un principio general que ha de estar presente en el diseño del currículo y su concreción en la programación.

Los programas de atención a la diversidad y a las diferencias individuales serán llevados a cabo por el docente responsable del área o materia, en coordinación con la persona que ejerza la tutoría del grupo, junto con el resto del equipo docente, y realizará a lo largo del curso escolar el seguimiento de la evolución del alumnado, además, al menos tres veces a lo largo del curso, se informará a las familias de su evolución en dichos programas. Se desarrollarán mediante actividades y tareas motivadoras que respondan a los intereses del alumnado en conexión con su entorno social y cultural. Los centros, deberán determinar la estructura de estos programas en el Proyecto educativo, y posteriormente concretarlos en las programaciones didácticas. Todos estos programas se han de desarrollar en el horario lectivo del área o materia en cuestión.

Las medidas de atención a la diversidad centradas en el refuerzo de la competencia matemática se diseñarán teniendo en consideración los criterios de evaluación que sea necesario reforzar o ampliar o profundizar, según el caso.

I. Los materiales y recursos didácticos que se vayan a utilizar, incluidos los libros para uso del alumnado.

Se entiende por **materiales didácticos** aquellos elementos tangibles o intangibles que el profesorado utiliza de manera planificada como soporte para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por **recursos didácticos** se alude a aquellos instrumentos, herramientas, entornos o medios que permiten una mediación pedagógica eficaz en el aula. Su función principal es posibilitar la comprensión de los contenidos curriculares y promover el desarrollo competencial del alumnado, respetando los principios de equidad, accesibilidad y sostenibilidad.

Con respecto a los **materiales y recursos didácticos más adecuados para el correcto desarrollo de la competencia matemática podemos señalar:**

a) Materiales impresos y manipulativos.

- Libros de texto adaptados al currículo vigente, seleccionados por el equipo docente en base a criterios pedagógicos.
- Cuadernos de trabajo y refuerzo por niveles competenciales.
- Recursos manipulativos: regletas, bloques lógicos, geoplanos, cubos de volumen, compases, transportadores, juegos de fracciones, ábacos, tangram, dominós matemáticos, etc.
- Tarjetas con problemas matemáticos contextualizados.
- Material fungible: papel milimetrado, hojas cuadriculadas, reglas, esquemas gráficos, plantillas para resolución de problemas.

b) Recursos audiovisuales y multimedia.

- Vídeos didácticos de canales educativos especializados (Khan Academy, Mathigon, UNED, Proyecto Gauss).
- Pizarras digitales interactivas (PDI) para presentaciones dinámicas y resolución colectiva de problemas.
- Podcasts de divulgación matemática y programas radiales educativos.

c) Recursos digitales interactivos

- Plataformas y aplicaciones tecnológicas:
- GeoGebra (representación gráfica y álgebra dinámica)

- Desmos (cálculo y estadística)
- PhET (simulaciones de probabilidad y estadística)
- Khan Academy, Smartick, Matific, MatematicasVisuales.es
- Entornos virtuales de aprendizaje (Moodle, Classroom, Aeducar).
- Herramientas colaborativas (Padlet, Jamboard, Genially, Canva) para presentaciones de trabajos matemáticos.
- Software de hojas de cálculo (Excel, LibreOffice Calc) para el tratamiento de datos y análisis estadístico.

d) Materiales adaptados y accesibles.

- Textos y problemas en lectura fácil, pictogramas, narraciones orales, audiotextos.
- Adaptaciones en formato Braille o compatibles con lectores de pantalla.
- Recursos para alumnado con NEAE: materiales multinivel, escalas graduadas de dificultad, andamiajes visuales y manipulativos.

e) Recursos del entorno y materiales no convencionales.

- Elementos del entorno escolar o urbano utilizados con fines didácticos: planos, horarios de autobuses, facturas, precios de supermercado, mobiliario, etc.
- Situaciones reales: juegos matemáticos de lógica, experiencias en el aula-taller, simulaciones financieras, problemas de economía doméstica.
- Retos interdisciplinares (por ejemplo, en colaboración con Biología o Geografía) para la interpretación de datos reales en contextos científicos o sociales.

Para seleccionar los materiales se establecen una serie de criterios técnicos para la selección de materiales:

- Adecuación al currículo oficial y a los criterios de evaluación.
- Diversificación de recursos para atender a distintos estilos y ritmos de aprendizaje.
- Interacción, motivación y participación activa del alumnado.
- Accesibilidad universal y eliminación de barreras al aprendizaje.
- Sostenibilidad, digitalización progresiva e innovación educativa.
- Fomento del pensamiento crítico, la resolución de problemas y el trabajo colaborativo.

El desarrollo de la competencia matemática en el marco de las programaciones requiere una selección rigurosa y contextualizada de materiales y recursos didácticos, que promuevan una enseñanza significativa, accesible y equitativa. Esta diversidad de materiales —impresos, digitales, manipulativos, audiovisuales y del entorno— debe alinearse con los principios del currículo competencial y del diseño universal para el aprendizaje, integrándose de forma coherente en las metodologías activas y en las situaciones de aprendizaje que configuran la práctica docente.

El objetivo último es garantizar que el alumnado no solo adquiera contenidos matemáticos, sino que aplique, analice y comunique la matemática de manera funcional, crítica y contextualizada en su vida cotidiana.

J. Las actividades complementarias y extraescolares relacionadas con el currículo que se proponen realizar por los equipos de ciclo/departamento.

Las actividades complementarias y extraescolares representan un recurso educativo de primer orden para el desarrollo transversal y aplicado de las competencias, en especial la matemática. Desde múltiples materias y áreas, el alumnado puede enfrentarse a contextos reales que requieren pensamiento matemático para la resolución de problemas, la interpretación de información cuantitativa y la toma de decisiones fundamentadas.

La coordinación de los equipos docentes resulta clave para planificar actividades coherentes con el currículo, inclusivas, motivadoras y de impacto competencial, fomentando un aprendizaje significativo, contextualizado y funcional de las matemáticas.

K. Concreción de planes, programas y proyectos del centro vinculados con el desarrollo del currículo del área/materia.

Los centros incorporan a sus proyectos educativos una serie de planes, programas y proyectos sobre cuestiones específicas. Algunos de ellos tienen carácter obligatorio para los centros educativos, otros son propuestos por la Administración educativa para la participación voluntaria de los centros, otros surgen de la iniciativa propia de estos. Algunos de estos planes, proyectos y programas pueden tener implicaciones curriculares y, por tanto, afectar a la planificación y al desarrollo del currículo de algunas o de todas las áreas, según se determine.

Así pues, los docentes incorporarán en la programación didáctica de su área/materia las implicaciones que tienen los planes, programas o proyectos del centro.

- **Programa para la Innovación y Mejora del Aprendizaje.** Tiene por objetivo formar a nuestros jóvenes para su participación en la sociedad actual, desde un enfoque sistémico e integral, contando en su ámbito STEM con una línea de actuación sobre el razonamiento matemático
- **PROA+ (Programa para la Orientación, el Avance y el Enriquecimiento Educativo)**. Programa dirigido a centros con especial necesidad de apoyo educativo.

Se centra en la mejora del éxito escolar, especialmente en alumnado vulnerable. Integra planes de lectura y refuerzo de la competencia lingüística como herramienta de inclusión.

- **Actividades de mentoría** del estilo del programa **"Fenix Andalucía"**.
- Actividades acordes con el **Programa Profundiza**.
- Grupos interactivos del modelo de las **Comunidades de Aprendizaje** que integren estrategias para la inclusión y que desarrollan la competencia lectora en un contexto de convivencia positiva (aprendizaje cooperativo, intercambio de ideas, actividad práctica en torno a la lectura, etc.)
- **Proyectos de aprendizaje-servicio** o de aula cooperativa, en los que el alumnado debe leer, comprender o argumentar con un propósito real que conecta con la vida.
- Actividades del **Plan de Bienestar Emocional** destinadas a la mejora de la autoconfianza y el éxito.
- **Programas de mediación escolar o de resolución de conflictos,** en los que se fomenta el uso del lenguaje argumentativo, la escucha activa y la comunicación asertiva, todos ellos elementos esenciales de la competencia lectora.

L. Evaluación de la programación didáctica.

Los docentes evaluarán tanto el proceso de aprendizaje del alumnado como su propia práctica docente, para lo que concretarán los oportunos procedimientos en las programaciones didácticas. La evaluación y seguimiento de la programación debe ser permanente y continua, y debe permitir la introducción de correcciones o modificaciones para llegar a conseguir los objetivos propuestos. Se ha de partir del procedimiento general establecido en los mecanismos de autoevaluación de los centros y se concretará el procedimiento en cada programación de área o materia.

Teniendo en cuenta el desarrollo de la competencia matemática, si la relacionamos con la evaluación de la programación docente indicar que esta ha de perseguir los siguientes objetivos:

- Verificar la coherencia entre las competencias específicas, los **saberes básicos**, los **criterios de evaluación** y las **situaciones de aprendizaje** planteadas.
- Analizar si las **metodologías activas** implementadas promueven la resolución de problemas, la modelización matemática, la argumentación lógica y el uso del lenguaje matemático.
- Determinar en qué medida los **procedimientos e instrumentos de evaluación** utilizados permiten valorar el desarrollo efectivo de la competencia matemática.
- Identificar posibles **desequilibrios en el tratamiento de los distintos ámbitos matemáticos** (aritmética, álgebra, estadística, geometría, probabilidad, etc.).

- Evaluar la adecuación y eficacia de los **materiales y recursos didácticos**, tanto impresos como digitales, empleados para el desarrollo de dicha competencia.
- Comprobar el grado de **integración transversal de la competencia matemática** en otras áreas o materias.
- Detectar **necesidades de mejora o reajuste** para la siguiente planificación anual.

Los resultados derivados de la evaluación de la programación en relación con la competencia matemática deben tener una **utilidad práctica e inmediata**, permitiendo:

- Introducir **ajustes en el diseño de las situaciones de aprendizaje**, con mayor contextualización, interdisciplinariedad o realismo.
- Reconsiderar los **criterios de evaluación o los indicadores de logro** para garantizar que son coherentes, alcanzables y significativos.
- Mejorar los **instrumentos de evaluación** para hacerlos más sensibles al desarrollo del razonamiento matemático, la argumentación, el uso de representaciones, la resolución de problemas y la transferencia a contextos reales.
- Reorganizar los **agrupamientos del alumnado** y las estrategias de atención a la diversidad.
- Adoptar nuevos **recursos digitales o manipulativos** más adecuados al perfil del alumnado y a la concreción curricular.
- Establecer líneas de **formación docente**, si se detectan carencias metodológicas en el desarrollo de la competencia matemática.

La evaluación de la programación didáctica respecto al desarrollo de la competencia matemática constituye una herramienta estratégica para garantizar la calidad educativa, la coherencia pedagógica y la mejora continua del proceso de enseñanza-aprendizaje. Su finalidad no es sancionar, sino aportar evidencia útil para la reflexión compartida del equipo docente, ajustando las propuestas curriculares y metodológicas a las necesidades reales del alumnado. Solo desde una programación flexible, evaluada y revisada de forma periódica puede asegurarse que la competencia matemática se desarrolla de manera efectiva, transversal, inclusiva y contextualizada, tal y como exigen los nuevos marcos curriculares.

3.3. DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA A NIVEL DE AULA. DISEÑO DE SITUACIONES DE APRENDIZAJE.

Una vez planificado el proceso de enseñanza aprendizaje en la programación didáctica, las decisiones se han de concretar a nivel de aula.

La adquisición efectiva de las competencias específicas de cada área o materia, descritas en el Anexo correspondiente de las órdenes que regulan el currículo se verá favorecida por el desarrollo de una metodología que reconozca al alumnado como agente de su propio aprendizaje. Las situaciones de aprendizaje representan una herramienta eficaz para integrar los elementos curriculares mediante tareas y actividades significativas y relevantes para resolver problemas de manera creativa y cooperativa, reforzando la autoestima, la autonomía, la reflexión y la responsabilidad.

Estas deberán partir de experiencias previas, estar convenientemente contextualizadas y ser respetuosas con el proceso de desarrollo integral del alumnado en todas sus dimensiones, teniendo en cuenta sus potencialidades, intereses y necesidades, así como las diferentes formas de comprender la realidad en cada momento de la etapa, todo ello a través de situaciones educativas que posibiliten, fomenten y desarrollen conexiones con las prácticas sociales y culturales de la comunidad.

Las situaciones de aprendizaje deben plantear un reto o problema de cierta complejidad en función de la edad y el desarrollo del alumnado, cuya resolución creativa implique la movilización de manera integrada de los saberes básicos (conocimientos, destrezas y actitudes), a partir de la realización de distintas tareas y actividades, haciendo uso de materiales didácticos diversos.

El planteamiento deberá ser claro y preciso en cuanto a los objetivos que se espera conseguir y los saberes básicos que hay que movilizar. El alumnado deberá asumir responsabilidades individuales y trabajar en equipo en la resolución del reto planteado, desarrollando una actitud cooperativa y aprendiendo a resolver de manera adecuada los posibles conflictos que puedan surgir. De igual modo, se deben tener en cuenta las condiciones personales, sociales o culturales del alumnado, para detectar y dar respuesta a los elementos que pudieran generar exclusión.

El profesorado debe proponer retos a resolver, bien contextualizados y basados en experiencias significativas. El alumnado, enfrentándose a estos retos, irá estableciendo progresivamente relaciones entre sus aprendizajes. A continuación, se presenta a modo de ejemplo un esquema meramente orientativo de procedimiento a seguir para el diseño de situaciones de aprendizaje:

1. Localización de un centro de interés. Buscar una situación o temática que para el alumnado se considere importante en su quehacer diario y resulte motivadora en sí misma.

2. Justificación de la propuesta. La elección de la temática no puede estar falta de justificación. Debemos apoyarnos en los Objetivos de la etapa y en los Principios generales y pedagógicos para buscar los argumentos que den fundamento a la propuesta. Se trataría de tener claro el para qué se trabajará en el aula la situación de aprendizaje.

3. Descripción sencilla y breve del producto final, reto o tarea que se pretende desarrollar.

4. Concreción curricular: competencias específicas, criterios de evaluación, y saberes básicos.

5. Secuenciación didáctica. Explicación breve de “cómo”, “con qué”, “cuándo”, “dónde”, etc., se va a desarrollar el proceso de enseñanza aprendizaje.

6. Habrá que tener en cuenta en el diseño de la secuenciación didáctica, los principios y pautas DUA.

7. Medidas de atención a la diversidad y a las diferencias individuales tanto generales como específicas, que se van a aplicar.

8. Evaluación del proceso de aprendizaje. Para que la evaluación no se desvincule del marco curricular se tomará como referentes los criterios de evaluación de las diferentes materias curriculares, a través de los cuales se medirá el grado de consecución de las competencias específicas. Es importante asociar, de forma coherente y adecuada, distintos instrumentos de evaluación a los correspondientes criterios.

9. Evaluación del proceso de enseñanza. Por último, aunque no menos importante, se debe dejar expresado el procedimiento para la evaluación de la práctica docente. En definitiva, diseñar una situación de aprendizaje requiere que desde los principios generales y pedagógicos de la etapa se alineen los elementos curriculares en favor del desarrollo de las competencias mediante la realización de tareas y actividades significativas y motivadoras, que se ajusten a las necesidades, las características y los diferentes ritmos de aprendizaje del alumnado.

4. CONCRECIÓN DEL PLAN A NIVEL DE AULA

4.1. EL ENFOQUE COMPETENCIAL PARA TRABAJAR EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN LAS DISTINTAS ETAPAS.

Ya se ha evidenciado en apartados anteriores cómo tanto la normativa vigente en materia educativa, desde la Unión Europea a la Comunidad Autónoma de Andalucía, como los informes internacionales (ya sean los generados por las evaluaciones como PISA o TIMSS, o de otros organismos), inciden en la necesidad de desarrollar las competencias clave del alumnado a lo largo de su trayectoria escolar.

En esta misma dirección, la UNESCO (2022) subraya que los retos económicos del siglo XXI requieren ciudadanos capacitados para enfrentarse a problemas complejos como el desempleo juvenil, la transición hacia economías digitales y verdes, y las desigualdades de género en las competencias laborales. Para alcanzar este propósito, la competencia matemática desempeña un papel crucial, y dentro de ella, el desarrollo de habilidades STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas) resulta determinante. Esto es así porque no solo constituye una herramienta esencial para acceder a oportunidades laborales en constante cambio, sino también para contribuir a la sostenibilidad y la innovación, permitiendo al alumnado analizar críticamente los desafíos económicos, adaptarse

a nuevos escenarios y tomar decisiones conscientes y fundamentadas para construir un futuro más equitativo y sostenible.

Por tanto, es imprescindible aplicar un enfoque competencial de la educación otorgando un protagonismo decisivo al desarrollo de la competencia matemática del alumnado en las diferentes etapas. Veamos con detalle y de forma concreta cuáles son los aspectos fundamentales de este enfoque que debemos considerar y cómo podemos aplicarlo en las distintas etapas.

4.1.1. Aspectos fundamentales del enfoque competencial

En el apartado 2 de esta guía ya indicamos cómo los desarrollos curriculares que acompañan a la LOMLOE se dirigen al desarrollo competencial del alumnado y definen las competencias clave como «los desempeños que se consideran imprescindibles para que el alumnado pueda progresar con garantías de éxito en su itinerario formativo, y afrontar los principales retos y desafíos globales y locales» (R.D. 95/2022, R.D. 157/2022, R.D. 217/2022 y R.D. 243/2022). Un desempeño se define como el resultado de integrar las tres dimensiones de la competencia (conocimientos, destrezas y actitudes), aplicando esa integración de forma práctica y creativa en la ejecución de una situación de aprendizaje de la vida real.

Desde estas competencias clave nace el perfil de salida para el término de la enseñanza básica o el perfil competencial para el resto de ciclos. El perfil de salida del alumnado al término de la enseñanza básica es la herramienta en la que se concretan los principios y los fines del sistema educativo español referidos a dicho periodo. El perfil identifica y define, en conexión con los retos del siglo XXI, las competencias clave que se espera que los alumnos y alumnas hayan desarrollado al completar esta fase de su itinerario formativo.

Actualmente las competencias clave en el sistema educativo español son las siguientes: Competencia en Comunicación Lingüística (CCL); Competencia Plurilingüe (CP); Competencia Matemática y Competencia en Ciencia, Tecnología e Ingeniería (STEM); Competencia digital (CD); Competencia personal, social y de aprender a aprender (CPSAA); Competencia ciudadana (CC); Competencia emprendedora (CE); y Competencia en conciencia y expresiones culturales (CCEC).

La competencia STEM, entendida como el punto de encuentro entre las competencias matemática, científica, tecnológica e ingenieril, adquiere aquí una dimensión clave: conecta el desarrollo del razonamiento lógico con la resolución de problemas reales, promueve la indagación y el pensamiento crítico, y facilita la transferencia de aprendizajes a contextos auténticos. De este modo, la competencia STEM actúa como nexo entre las competencias clave definidas en el currículo y las prácticas didácticas específicas de las matemáticas, preparando al alumnado para intervenir de forma creativa y rigurosa en situaciones de la vida diaria y en entornos profesionales.

Tal como se ha estado viendo en los capítulos anteriores, el enfoque competencial tiene una triple perspectiva, siendo una necesidad, una respuesta y un imperativo legal. De tal forma, en el currículo andaluz para las etapas de Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria, en los Decretos 100/2023, 101/2023 y 102/2023, de 9 de mayo, por los que se establece la ordenación y el currículo de las etapas de Educación Infantil, Educación Primaria, Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se indica, en sus respectivos preámbulos, que "El currículo andaluz de la etapa ha de tomar como eje estratégico y vertebrador del proceso de enseñanza y aprendizaje el desarrollo de las capacidades del alumnado y la integración de las competencias clave en el currículo educativo y en las prácticas docentes".

Trasciende, pues, el desarrollo de la competencia matemática en sí misma, naciendo desde los principios pedagógicos de cada una de las etapas educativas. En la etapa de Educación Infantil podemos encontrarlo enunciado como *"e) Se favorecerá una primera aproximación a la lectura y a la escritura, así como experiencias de iniciación temprana en habilidades numéricas básicas, en las tecnologías de la información y la comunicación, en la expresión visual y musical. Se fomentará el desarrollo de todos los lenguajes y modos de percepción específicos de estas edades para desarrollar el conjunto de sus potencialidades".* Esta indicación queda refrendada en los descriptores operativos que se desarrollan en la etapa, como veremos a continuación.

En las etapas de Educación Primaria y Secundaria nos encontramos un mismo principio pedagógico que nos refiere que *"Se desarrollarán actividades para profundizar en las habilidades y métodos de recopilación, de sistematización y de presentación de la información, para aplicar procesos de análisis, de observación y de experimentación, mejorando habilidades de cálculo y desarrollando la capacidad de resolución de problemas, fortaleciendo así habilidades y destrezas de razonamiento matemático".*

Revisados estos principios de los que emana, podemos deducir que el trabajo para la mejora de competencia matemática en nuestro alumnado no es una tarea única del profesorado de las áreas o materias más específicas de los saberes matemáticos, sino que se desarrolla de una forma transversal a través de los descriptores operativos, en todas las áreas y materias, aunque con especial relevancia las que tienen saberes básicos propios que están más relacionados con los sentidos matemáticos.

En definitiva, tal como la misma UNESCO (1996) señala de forma insistente, *"ya no basta con que cada individuo acumule al comienzo de su vida una reserva de conocimientos a la que podrá recurrir después sin límites. Sobre todo, debe estar en condiciones de aprovechar y utilizar durante la vida cada oportunidad que se le presente de actualizar, profundizar y enriquecer ese primer saber y de adaptarse a un mundo en permanente cambios".*

4.1.2. Enfoque competencial matemático. Los descriptores operativos y la estructura curricular.

4.1.2.1. La estructura curricular

A lo largo de los apartados anteriores se ha podido ir comprobando cómo el enfoque competencial conlleva una comprensión profunda de la estructura curricular establecida en nuestras órdenes y decretos; de otra forma, la aplicación del enfoque competencial podría quedar en una aplicación descontextualizada de medidas y actuaciones, teniendo, sin embargo, una estructura normativa y de procedimiento sólida que garantiza la aplicación de procesos coordinados por los equipos docentes y sostenidos en el tiempo.

Este paso necesita de la comprensión de la estructura curricular y el papel que tiene cada elemento, pues en caso contrario, podríamos creer que solo es una cuestión de contenidos matemáticos. La siguiente infografía representa el engranaje curricular entre sus diferentes elementos:

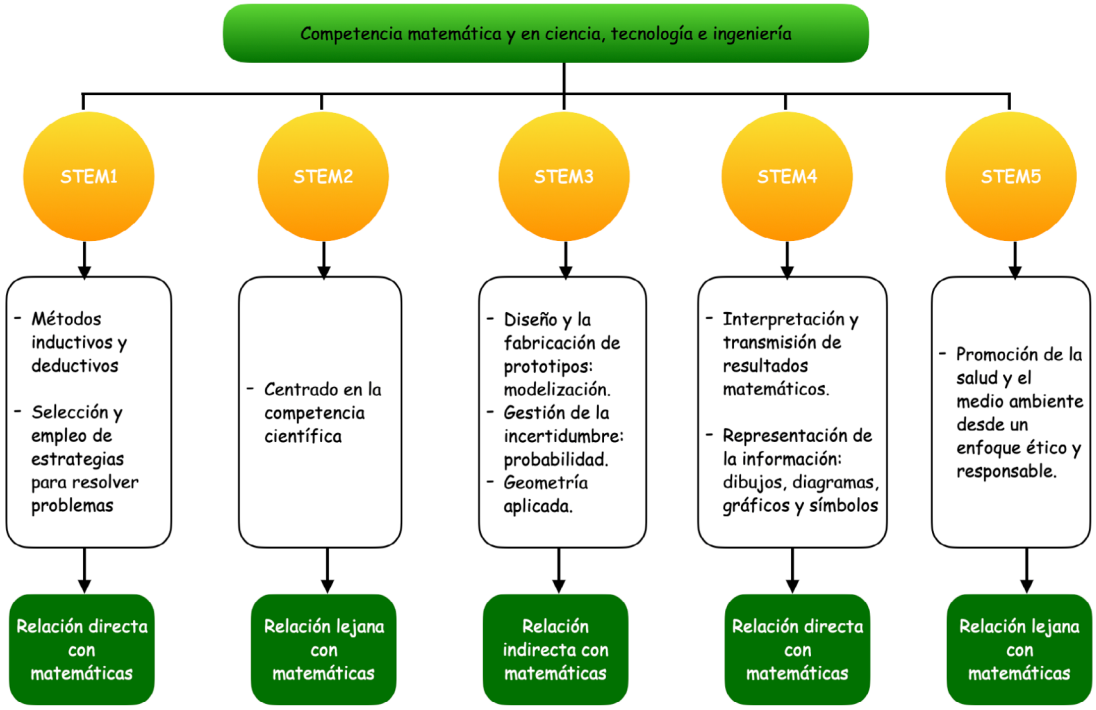


4.1.2.2. Los descriptores operativos

La manera en la que se aplican estas competencias clave es a través de los descriptores operativos: *"En cuanto a la dimensión aplicada de las competencias clave, se ha definido para cada una de ellas un conjunto de descriptores operativos, partiendo de los diferentes marcos europeos de referencia existentes. Los descriptores operativos de las competencias clave constituyen, junto con los objetivos de la etapa, el marco referencial a partir del cual se concretan las competencias específicas de cada materia o ámbito"* (R.D. 95/2022, R.D. 157/2022, R.D. 217/2022 y R.D. 243/2022).

Los descriptores operativos concretan el progreso esperado en la adquisición de cada competencia, secuenciándola a lo largo de todas las etapas. En Andalucía, se hace una propuesta de los descriptores operativos al término de cada ciclo de la Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria. Los descriptores operativos son comunes a todas las áreas que los contemplen siendo estos los que, junto a los saberes básicos propios de cada materia ayudan a concretar las competencias específicas de cada una de las áreas, materias o ámbitos.

El primer paso para abordar la mejora de la competencia matemática de un centro es comprender que cada docente, de cualquier área o materia, puede contribuir a su mejora cuando detecta y centra el foco en las competencias específicas que tengan asociados los descriptores operativos STEM. Esto es especialmente relevante con aquellos que hacen referencia directa al razonamiento matemático, es decir, el 1 y 4. No es, en ningún caso, responsabilidad exclusiva de los docentes que imparten el área o materia de matemáticas, sino de todo el equipo docente que programa y desarrolla cada una de las áreas o materias que aportan aprendizajes a los descriptores de razonamiento matemático STEM asociados.



En los siguientes cuadros podemos ver la evolución del perfil competencial de la competencia STEM a lo largo de todos los ciclos de Infantil, Primaria y Secundaria.

COMPETENCIA STEM1	
AL COMPLETAR EL **PRIMER CICLO DE LA ETAPA DE EDUCACIÓN INFANTIL**, EL ALUMNO O LA ALUMNA...	Observa y experimenta a través del manejo de juegos y juguetes, iniciándose de forma progresiva en la coordinación de la motricidad fina.
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CICLO DE LA ETAPA DE EDUCACIÓN INFANTIL**, EL ALUMNO O LA ALUMNA...	Se inicia en el planteamiento de pequeños problemas mediante la aplicación de procesos básicos manipulativos y creativos que impliquen la utilización gradual de símbolos y códigos matemáticos para acercarse a la solución de cuestiones o problemas de la vida cotidiana.
AL COMPLETAR EL **PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA,** EL ALUMNO O ALUMNA…	Se inicia, de manera guiada, en la resolución de problemas del entorno inmediato para resolver pequeñas investigaciones matemáticas, utilizando algunos razonamientos y estrategias simples en situaciones conocidas, y reflexionando sobre el proceso seguido y las conclusiones obtenidas.
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Identifica y resuelve problemas, de manera pautada, relacionados con el entorno para realizar pequeñas experiencias de trabajo referidos a cálculo, medidas, geometría, reflexionando sobre las decisiones tomadas, utilizando diferentes estrategias y procedimientos de resolución, expresando de forma razonada, el proceso realizado.
AL COMPLETAR EL **TERCER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Utiliza, de manera guiada, algunos métodos inductivos y deductivos propios del razonamiento matemático en situaciones conocidas, y selecciona y emplea algunas estrategias para resolver problemas reflexionando sobre las soluciones obtenidas.
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CURSO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA**, EL ALUMNO O ALUMNA...	Utiliza métodos inductivos y deductivos propios de la actividad matemática en situaciones habituales de la realidad y aplica procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, reflexionando y comprobando las soluciones obtenidas.

COMPETENCIA STEM1	
AL COMPLETAR LA ENSEÑANZA BÁSICA, EL ALUMNO O ALUMNA…	Utiliza métodos inductivos y deductivos propios del razonamiento matemático en situaciones conocidas y selecciona y emplea diferentes estrategias para resolver problemas, analizando críticamente las soluciones y reformulando el procedimiento, si fuera necesario.

COMPETENCIA STEM2	
AL COMPLETAR EL **PRIMER CICLO DE LA ETAPA DE EDUCACIÓN INFANTIL**, EL ALUMNO O LA ALUMNA...	Observa, percibe y anticipa la sucesión de actividades propias de los ritmos de su vida cotidiana y se inicia en el conocimiento de su cuerpo a través de los sentidos.
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CICLO DE LA ETAPA DE EDUCACIÓN INFANTIL**, EL ALUMNO O LA ALUMNA...	Muestra interés por la observación de los fenómenos cercanos que ocurren a su alrededor e identifica rasgos comunes en los seres vivos, planteándose sencillas preguntas sobre dichos fenómenos.
AL COMPLETAR EL **PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Realiza pequeños planteamientos, de forma dirigida, para entender y formular preguntas sobre problemas y experimentos muy sencillos de cantidades pequeñas y de objetos, hechos y fenómenos cercanos y que ocurren a su alrededor, utilizando herramientas e instrumentos necesarios que le permitan resolver situaciones o problemas que se le presenten.
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Reflexiona sobre los problemas resueltos, buscando respuestas adecuadas que lo ayuden a resolver los cálculos numéricos, y a explicar algunos de los fenómenos que ocurren a su alrededor, utilizando, con indicaciones, herramientas e instrumentos que faciliten la realización de experimentos sencillos.
AL COMPLETAR EL **TERCER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Utiliza el pensamiento científico para entender y explicar algunos de los fenómenos que ocurren a su alrededor, confiando en el conocimiento como motor de desarrollo, utilizando herramientas e instrumentos adecuados, planteándose preguntas y realizando experimentos sencillos de forma guiada.

AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CURSO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA**, EL ALUMNO O ALUMNA...	Utiliza el pensamiento científico para entender y explicar los fenómenos observados que suceden en la realidad más cercana, favoreciendo la reflexión crítica, la formulación de hipótesis y la tarea investigadora, mediante la realización de experimentos sencillos, a través de un proceso en el que cada uno asume la responsabilidad de su aprendizaje.
AL COMPLETAR LA ENSEÑANZA BÁSICA, EL ALUMNO O ALUMNA…	Utiliza el pensamiento científico para entender y explicar los fenómenos que ocurren a su alrededor, confiando en el conocimiento como motor de desarrollo, planteándose preguntas y comprobando hipótesis mediante la experimentación y la indagación, utilizando herramientas e instrumentos adecuados, apreciando la importancia de la precisión y la veracidad y mostrando una actitud crítica acerca del alcance y las limitaciones de la ciencia.

COMPETENCIA STEM3	
AL COMPLETAR EL **PRIMER CICLO DE LA ETAPA DE EDUCACIÓN INFANTIL**, EL ALUMNO O LA ALUMNA...	Se inicia en el descubrimiento de los objetos que le rodean y muestra coordinación en los movimientos que realiza en respuesta a estímulos externos.
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CICLO DE LA ETAPA DE EDUCACIÓN INFANTIL**, EL ALUMNO O LA ALUMNA...	Se inicia de forma guiada en el planteamiento de proyectos que impliquen la resolución de problemas sencillos, utilizando el diálogo y la reflexión como forma de resolución pacífica de conflictos.
AL COMPLETAR EL **PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Se inicia en el planteamiento de pequeños proyectos que impliquen resolver operaciones simples y sigue los pasos del proceso de forma guiada y con indicaciones para generar un producto creativo sencillo, siendo capaz de compartir con el grupo el producto final obtenido sin que suponga una situación de conflicto, negociando acuerdos como medida para resolverlos.

COMPETENCIA STEM3	
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Realiza de forma guiada proyectos, siendo capaz de seguir los pasos del proceso de pequeños experimentos e investigaciones, que impliquen la participación activa y responsable en el trabajo en equipo, utilizando el acuerdo como forma de resolver los conflictos y anticipando los posibles resultados que permitan evaluar el producto final creado.
AL COMPLETAR EL **TERCER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Realiza, de forma guiada, proyectos, diseñando, fabricando y evaluando diferentes prototipos o modelos, adaptándose ante la incertidumbre, para generar en equipo un producto creativo con un objetivo concreto, procurando la participación de todo el grupo y resolviendo pacíficamente los conflictos que puedan surgir.
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CURSO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA**, EL ALUMNO O ALUMNA...	Realiza proyectos, diseñando, fabricando y evaluando diferentes prototipos o modelos, buscando soluciones, de manera creativa e innovadora, mediante el trabajo en equipo a los problemas a los que se enfrenta, facilitando la participación de todo el grupo, favoreciendo la resolución pacífica de conflictos y modelos de convivencia para avanzar hacia un futuro sostenible.
AL COMPLETAR LA ENSEÑANZA BÁSICA, EL ALUMNO O ALUMNA…	Plantea y desarrolla proyectos diseñando, fabricando y evaluando diferentes prototipos o modelos para generar o utilizar productos que den solución a una necesidad o problema de forma creativa y en equipo, procurando la participación de todo el grupo, resolviendo pacíficamente los conflictos que puedan surgir, adaptándose ante la incertidumbre y valorando la importancia de la sostenibilidad.

COMPETENCIA STEM4	
AL COMPLETAR EL **PRIMER CICLO DE LA ETAPA DE EDUCACIÓN INFANTIL**, EL ALUMNO O LA ALUMNA...	Maneja objetos en situaciones de juego, estableciendo relaciones entre ellos en función de sus características básicas e interaccionando con los demás.

COMPETENCIA STEM4	
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CICLO DE LA ETAPA DE EDUCACIÓN INFANTIL**, EL ALUMNO O LA ALUMNA...	Participa en interacciones de comunicación oral dirigidas o espontáneas, explicando de manera guiada el proceso seguido en pequeños trabajos realizados, utilizando diversos recursos y soportes (imágenes, dibujos, símbolos…).
AL COMPLETAR EL **PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Comunica de manera clara y adecuada los resultados obtenidos usando un vocabulario específico básico sobre el proceso seguido en tareas sencillas y pequeños trabajos realizados en distintos formatos (imágenes, dibujos, símbolos...), explicando los pasos seguidos con ayuda de un guion y apoyo de herramientas digitales que lo ayuden a compartir nuevos conocimientos.
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Comunica de manera ordenada y organizada con un lenguaje científico básico el proceso y los resultados obtenidos en las tareas y trabajos realizados, utilizando diferentes formatos (dibujos, gráficos, esquemas, tablas...) y fuentes de información extraídas de diversas herramientas digitales que lo ayuden a compartir y construir nuevos conocimientos.
AL COMPLETAR EL **TERCER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Interpreta y transmite los elementos más relevantes de algunos métodos y resultados científicos, matemáticos y tecnológicos de forma clara y veraz, utilizando la terminología científica apropiada, en diferentes formatos (dibujos, diagramas, gráficos, símbolos…) y aprovechando de forma crítica, ética y responsable la cultura digital para compartir y construir nuevos conocimientos.
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CURSO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA**, EL ALUMNO O ALUMNA...	Interpreta y transmite los elementos más relevantes centrados en el análisis y estudios de casos vinculados a experimentos, métodos y resultados científicos, matemáticos y tecnológicos, en diferentes formatos (tablas, diagramas, gráficos, fórmulas, esquemas…) y aprovechando de forma crítica la cultura digital, usando el lenguaje matemático apropiado, para adquirir, compartir y transmitir nuevos conocimientos.

COMPETENCIA STEM4	
AL COMPLETAR LA ENSEÑANZA BÁSICA, EL ALUMNO O ALUMNA…	Interpreta y transmite los elementos más relevantes de procesos, razonamientos, demostraciones, métodos y resultados científicos, matemáticos y tecnológicos de forma clara y precisa y en diferentes formatos (gráficos, tablas, diagramas, fórmulas, esquemas, símbolos…), aprovechando de forma crítica la cultura digital e incluyendo el lenguaje matemático-formal, con ética y responsabilidad para compartir y construir nuevos conocimientos.

COMPETENCIA STEM5	
AL COMPLETAR EL **PRIMER CICLO DE LA ETAPA DE EDUCACIÓN INFANTIL**, EL ALUMNO O LA ALUMNA...	Muestra satisfacción por jugar al aire libre, participando con espontaneidad en actividades en contacto con la naturaleza y respetando las indicaciones que se le dan para velar por su seguridad y el cuidado de los elementos naturales.
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CICLO DE LA ETAPA DE EDUCACIÓN INFANTIL**, EL ALUMNO O LA ALUMNA...	Se interesa por participar en actividades al aire libre, fomentando conductas que faciliten el desarrollo de hábitos de consumo responsable, mostrando respeto por los elementos naturales y protegiendo su salud de los riesgos más evidentes.
AL COMPLETAR EL **PRIMER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Desarrolla hábitos de respeto y cuidado hacia la salud propia, el entorno, los seres vivos y el medio ambiente, identificando el impacto positivo o negativo de algunas acciones humanas sobre el medio natural, iniciándose en el uso y práctica del consumo responsable.
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Identifica posibles consecuencias de comportamiento que influyan positiva o negativamente sobre la salud, el entorno, los seres vivos y el medio ambiente y pone en práctica hábitos de vida sostenible, consumo responsable y de cuidado, respeto y protección del entorno.

COMPETENCIA STEM5	
AL COMPLETAR EL **TERCER CICLO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**, EL ALUMNO O ALUMNA…	Participa en acciones fundamentadas científicamente para promover la salud y preservar el medio ambiente y los seres vivos, aplicando principios de ética y seguridad y practicando el consumo responsable.
AL COMPLETAR EL **SEGUNDO CURSO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA**, EL ALUMNO O ALUMNA...	Aplica acciones fundamentadas científicamente para promover la salud y cuidar el medio ambiente y los seres vivos, identificando las normas de seguridad desde modelos o proyectos que promuevan el desarrollo sostenible y utilidad social, con objeto de fomentar la mejora de la calidad de vida, a través de propuestas y conductas que reflejen la sensibilización y la gestión sobre el consumo responsable.
AL COMPLETAR LA ENSEÑANZA BÁSICA, EL ALUMNO O ALUMNA…	Emprende acciones fundamentadas científicamente para promover la salud física, mental y social, y preservar el medio ambiente y los seres vivos; y aplica principios de ética y seguridad en la realización de proyectos para transformar su entorno próximo de forma sostenible, valorando su impacto global y practicando el consumo responsable.

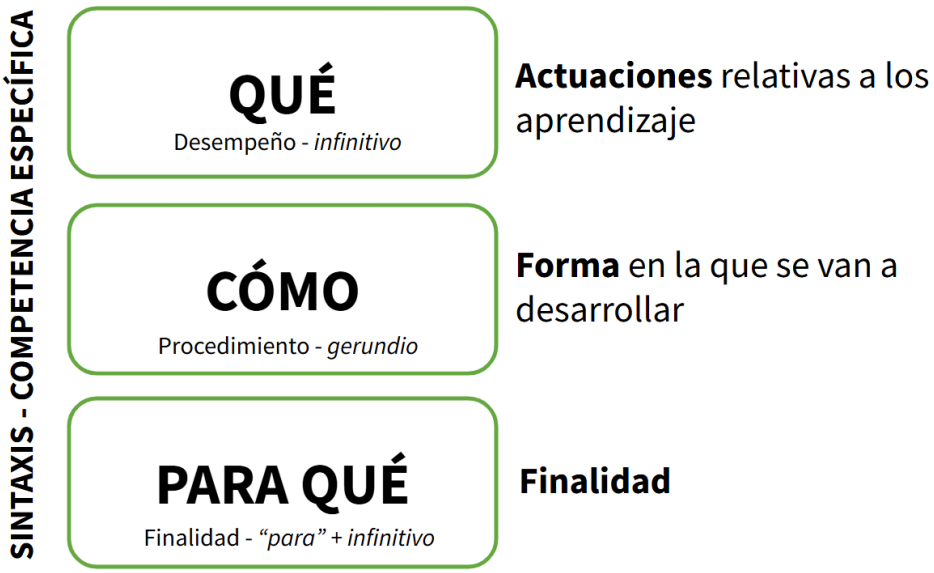
4.1.2.3. Las competencias específicas

Como ya hemos visto anteriormente, las competencias específicas son *"desempeños que se consideran imprescindibles para que el alumnado pueda progresar con garantías de éxito en su itinerario formativo y afrontar los principales retos y desafíos globales y locales"*. Las competencias específicas son el eje de la enseñanza de las matemáticas, pues son el cruce de los descriptores operativos y los saberes básicos del área o materia, de los cuáles emergen los aprendizajes específicos, teniendo en consideración los criterios de evaluación.

Estas competencias específicas son el eje o matriz de origen de una situación de aprendizaje, por lo que debemos tener estrategias de abordaje que nos permitan sacar provecho de toda la información que contienen. Es decir, debemos leer más allá de la rápida detección de los saberes básicos asociados para centrarnos en los procesos y desempeños matemáticos que nos propone desarrollar en el alumnado.

Para ello debemos comprender su sintaxis, es decir, las pautas con las que se han redactado. Una competencia específica tiene tres componentes: las actuaciones relativas a los aprendizajes, la forma en la que se van a desarrollar estos aprendizajes y la finalidad de la misma.

¿CÓMO SE HAN REDACTADO LAS COMPETENCIAS ESPECÍFICAS?



Pongamos un ejemplo con la siguiente competencia específica de la materia de matemáticas de ESO en Andalucía: *"1. Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas, aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones".*

Ejemplo

CE 1 ESO: *"1. Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas, aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones".*

Es decir, **¿qué desempeño concreto debe adquirir el alumnado?** La competencia nos indica *"Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas".*

Pero, **¿cómo, de qué forma o procedimiento se va a adquirir la competencia?** En este caso *"aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento".* De esta manera podemos imaginar otras acciones más específicas que requiere este *"cómo".* Esta dimensión de la competencia específica se redacta en gerundio o con expresiones que reflejan el modo (mediante, a través de…).

Por último, pero no menos importante, debemos tener clara la **finalidad** *(el para qué)* de los aprendizajes, dando sentido al qué. En este caso, la finalidad de esta competencia es *"para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones"*. Esta consideración es determinante a la hora de generar situaciones de aprendizaje y proponer evidencias para verificar su desempeño. **Marca el rumbo de todo el planteamiento didáctico de las programaciones**.

Acompañando a cada competencia específica, existe un **texto que precisa y aporta información** valiosa acerca de cómo plantear el trabajo para desarrollar dicha competencia.

Es importante analizarlo con detalle, pues en este ejemplo podemos obtener ideas tales como *"La resolución de problemas constituye un eje fundamental en el aprendizaje de las matemáticas, ya que es un proceso central en la construcción del conocimiento matemático. Tanto los problemas de la vida cotidiana en diferentes contextos como los problemas propuestos en el ámbito de las matemáticas permiten ser catalizadores de nuevo conocimiento, ya que las reflexiones que se realizan durante su resolución ayudan a la construcción de conceptos y al establecimiento de conexiones entre ellos"*

Por último, encontramos, tal como hemos indicado en los puntos anteriores, un aspecto de suma relevancia: **la vinculación de la competencia específica con los descriptores operativos**. Es una cuestión muy práctica, pues si no percibimos con claridad el sentido de trabajar una competencia clave a través de nuestra competencia específica, leyendo el descriptor observaremos con facilidad la orientación que nos encamina al desempeño buscado.

En este caso, hay una relación directa, entre otros, con el **descriptor STEM1**, que indica *"Utiliza métodos inductivos y deductivos propios del razonamiento matemático en situaciones conocidas y selecciona y emplea diferentes estrategias para resolver problemas, analizando críticamente las soluciones y reformulando el procedimiento, si fuera necesario"*. Es evidente la vinculación directa de la competencia 1 con este descriptor operativo.

Derivado del análisis de la competencia específica obtendremos ideas generales para plantear **tareas y actividades posibles para desempeñar acciones que pongan en marcha las competencias clave**, especificadas en los descriptores operativos asociados a la misma.

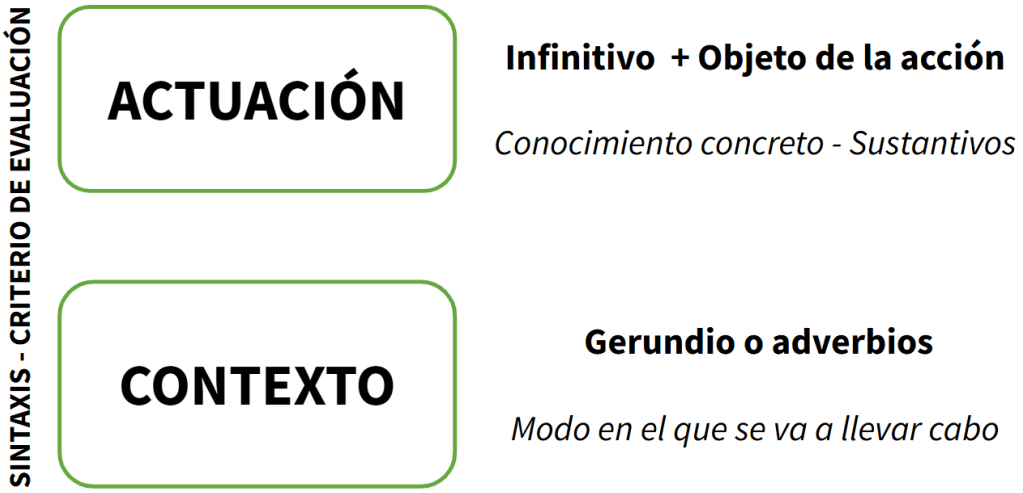
Al final de esta guía se puede encontrar un análisis de las competencias específicas de las áreas y materias de matemáticas en las distintas etapas que sirve de ayuda para su análisis de cara a su implementación en las programaciones.

4.1.2.4. Criterios de evaluación

Los criterios de evaluación son los *"referentes que indican los niveles de desempeño esperados en el alumnado en las situaciones o actividades a las que se refieren las competencias específicas de cada área en un momento determinado de su proceso de aprendizaje".*

Los criterios de evaluación han sido redactados con la siguiente sistemática, que nos ayuda a entender su sentido:

¿CÓMO SE HAN REDACTADO LOS CRITERIOS DE EVALUACIÓN?



Ejemplo:

Vamos a analizar el criterio de evaluación *"2.2.a. Obtener posibles soluciones de un problema, seleccionando entre varias estrategias conocidas de forma autónoma, tanteando, realizando analogías y comenzando a descomponer en partes los problemas"*

Sus partes son las siguientes:

ACTUACIÓN: Obtener posibles soluciones de un problema

CONTEXTO: seleccionando entre varias estrategias conocidas de forma autónoma, tanteando, Es posible que con este análisis sea suficiente para mejorar el entendimiento de los criterios de evaluación. Sin embargo, si el criterio es complejo en su redacción, puede ser necesario dar un paso más en su comprensión, acercándonos al concepto de acción evaluable. No es otra cosa que desagregar el criterio en acciones y actuaciones que lo concreten, descomponiéndose en unidades que tengan sentido completo, sin añadir o quitar ningún elemento. Suelen dar pistas sobre los diferentes grados de desempeño del mismo (de perfección, de profundidad, de cantidad…).

Las acciones evaluables tienen que ver con la lógica interna de la materia, de los saberes básicos y las acciones descritas en los descriptores de los que provienen, no siendo un análisis morfosintáctico. Este procedimiento nos ayudará a ver como algo tangible y operativo lo que en principio puede parecer abstracto, más de aula que de programación.

Pongamos un ejemplo para entenderlo mejor:

Ejemplo:

Vamos a generar acciones evaluables del criterio de evaluación, *"10.2. Participar en el reparto de tareas que deban desarrollarse en equipo, aportando valor, favoreciendo la inclusión, la escucha activa, participando de forma respetuosa, dialogante y constructiva, asumiendo el rol asignado, analizando los estereotipos e ideas preconcebidas sobre las matemáticas asociadas a cuestiones individuales y responsabilizándose de la propia contribución al equipo".*

Una propuesta de las mismas es:

Participa en el reparto de tareas que deban desarrollarse en equipo.

Aporta valor, favoreciendo la **inclusión**, la **escucha activa**, **participando** de forma **respetuosa, dialogante y constructiva.**

Asume el **rol asignado**.

Analiza los **estereotipos** e **ideas preconcebidas** sobre las matemáticas asociadas a cuestiones individuales.

Se responsabiliza de la propia contribución al equipo.

4.1.2.5.Saberes básicos

Se entiende por saberes básicos los conocimientos, destrezas y actitudes que constituyen los contenidos propios de un área y cuyo aprendizaje es necesario para la adquisición de las competencias específicas.

La adquisición de las competencias específicas a lo largo de la etapa se evalúa a través de los criterios de evaluación y se lleva a cabo mediante la movilización de un conjunto de saberes básicos que integran conocimientos, destrezas y actitudes. Estos saberes se estructuran en torno al concepto de sentido matemático, y se organizan en dos dimensiones: cognitiva y afectiva. Los sentidos se entienden como el conjunto de destrezas relacionadas con el dominio en contexto de contenidos numéricos, métricos, geométricos, algebraicos, estocásticos y socioafectivos. Dichos sentidos permiten emplear los saberes básicos de una manera funcional, proporcionando la flexibilidad necesaria para establecer conexiones entre los diferentes sentidos, por lo que el orden de aparición no implica ninguna temporalización ni orden cronológico en su tratamiento en el aula.

El sentido algebraico proporciona el lenguaje en el que se comunican las matemáticas. El estudio del álgebra requiere un cambio en el pensamiento del alumnado, de las situaciones numéricas más concretas a la búsqueda de generalidades para representar y comprender relaciones cuantitativas entre cantidades variantes e invariantes, constituyendo así una herramienta matemática que permite comprender, estudiar y modelar diferentes sucesos que se presentan en el mundo.

El sentido espacial es necesario para comprender y apreciar los aspectos geométricos de nuestro mundo. Este sentido se puede caracterizar por la competencia del sujeto para registrar y representar formas y figuras, reconocer sus propiedades, identificar relaciones entre ellas, ubicarlas y describir sus movimientos.

El sentido estocástico es la capacidad para hacer frente a una amplia gama de situaciones cotidianas que implican el razonamiento y la interpretación de datos, la elaboración de conjeturas y la toma de decisiones a partir de la información estadística, su valoración crítica, la comprensión y comunicación de fenómenos aleatorios, y la capacidad de realizar algunas predicciones.

El sentido de la medida se centra en la comprensión y comparación de atributos de los objetos del mundo natural. Entender y elegir las unidades adecuadas para estimar, medir y comparar magnitudes, utilizar los instrumentos adecuados para realizar mediciones, comparar objetos físicos y comprender las relaciones entre formas y medidas son los ejes centrales de este sentido.

El aprendizaje de la numeración y el cálculo es una parte central de la formación matemática del alumnado. Pero el papel más relevante de esta parte de las matemáticas no se reduce a aprender a reproducir los algoritmos tradicionales para calcular. En la sociedad actual, en la que se tiene acceso fácil a instrumentos y aplicaciones que realizan cálculos matemáticos de todo tipo, es necesario replantear la enseñanza de las matemáticas de modo que se reduzca el tiempo que el alumnado dedica a memorizar y reproducir técnicas. La sociedad necesita formar personas con sentido crítico, con capacidad para comunicar y argumentar con lógica, que sean creativas a la hora de resolver problemas, que usen con criterio las tecnologías que están a su alcance. En consecuencia, el aprendizaje de la numeración y el cálculo ha de orientarse a desarrollar las habilidades complejas y los modos de pensar matemáticos que conforman lo que se denomina el sentido numérico.

Ejemplo:

Vamos a solicitar al alumnado que confeccione en una hoja de cálculo: tablas, gráficos, .., que ayuden a visualizar ideas e interpretarlas para sacar conclusiones. Los sentidos, grandes ideas y saberes básicos que movilizan pueden ser:

A. Sentido numérico.

MAT.3.A.2. Cantidad.

MAT.3.A.2.6. Comunicación y explicación oral de forma razonada del proceso de resolución y resultado.

E. Sentido estocástico.

MAT.3.E.1. Organización y análisis de datos.

MAT.3.E.1.1. Conjuntos de datos y gráficos estadísticos de la vida cotidiana: descripción, interpretación y análisis crítico.

MAT.3.E.1.2. Estrategias para la realización de un estudio estadístico sencillo: formulación de preguntas y recogida, registro y organización de datos cualitativos y cuantitativos procedentes de diferentes experimentos (encuestas, mediciones, observaciones, etc.).

Tablas de frecuencias absolutas y relativas: interpretación.

MAT.3.E.1.3. Gráficos estadísticos sencillos (diagrama de barras, diagrama de sectores, histograma, etc.): representación de datos mediante recursos tradicionales y tecnológicos y selección del más conveniente.

F. Sentido socioafectivo.

MAT.3.F.1. Creencias, actitudes y emociones propias.

MAT.3.F.1.5. Desarrollo de actitudes básicas para el trabajo matemático: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y espíritu de superación, confianza en las propias posibilidades, iniciativa personal, curiosidad y disposición positiva.

4.1.3. Enfoque competencial

4.1.3.1. Fundamentación

La puesta en práctica de todo lo que hemos señalado respecto a las competencias clave y los descriptores operativos se debe traducir en la aplicación de una metodología coherente. Un problema del enfoque competencial ha sido el desajuste entre lo que refleja la normativa desde las últimas dos décadas y las prácticas reales de aula, cómo se han hecho realidad, pues *"su llegada por vía normativa y por mecanismos que generaban distancia respecto a las prácticas comunes en educación en nuestro país hizo pensar al profesorado que las competencias no iban con ellos ni con la escuela [...] No eran más que una nueva ocurrencia"* (Trujillo Sáez, 2018: pp. 34-35) que no aportaba utilidad a los procesos reales de enseñanza-aprendizaje. Por eso, es importante recalcar qué implica trabajar por competencias.

En este sentido, podemos señalar algunos aspectos básicos que debemos tener en cuenta si queremos aplicar un enfoque competencial en nuestra práctica docente:

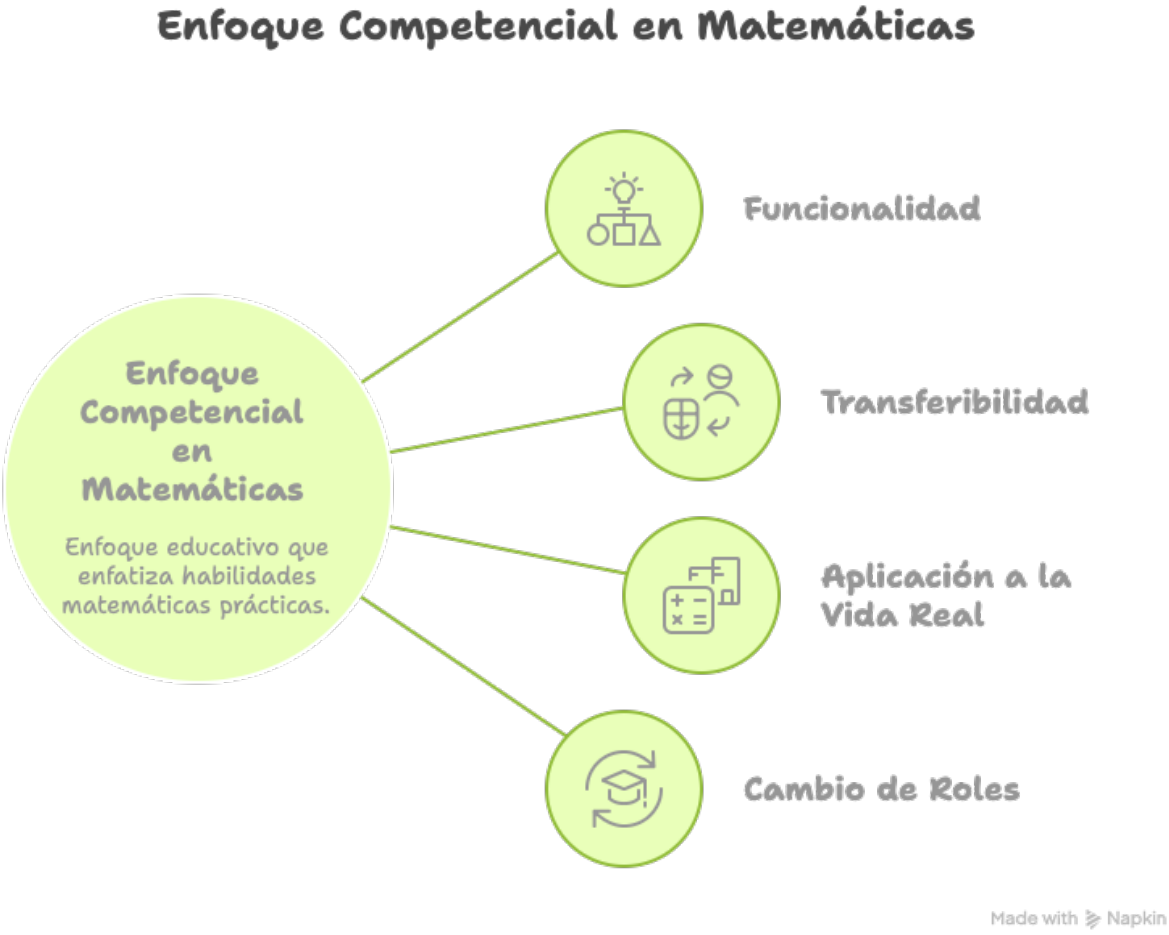
A. Funcionalidad: El conocimiento matemático, en este enfoque, trasciende la mera memorización de fórmulas o la aplicación de algoritmos de forma aislada. Se concibe como una herramienta viva y activa que permite interpretar y transformar la realidad. Aprender matemáticas implica dotar al alumnado de la capacidad de analizar problemas, identificar patrones, modelar situaciones y fundamentar decisiones a partir de datos concretos; de modo que, lejos de ser un ejercicio académico descontextualizado, las matemáticas se convierten en un instrumento funcional para desenvolverse eficaz y autónomamente en el ámbito cotidiano, social y profesional.

B. Transferibilidad: Es imprescindible que las habilidades y destrezas matemáticas desarrolladas sean transferibles a múltiples contextos. El alumnado debe ser capaz de aplicar sus conocimientos y procesos de razonamiento, ya sea para descomponer problemas complejos, construir modelos o interpretar representaciones gráficas, en escenarios nuevos e incluso inciertos. Esta capacidad de recontextualización (en la que estrategias aprendidas en el aula se replican en la resolución de desafíos del entorno real) es, según diversos estudios, un claro predictor del éxito tanto académico como en la vida diaria. La transferencia del aprendizaje matemático posibilita que el alumnado, se enfrente a problemas de ámbitos tan diversos como la economía personal, la gestión de datos o la toma de decisiones en contextos profesionales, encuentre en sus herramientas matemáticas una guía para la acción.

C. Aplicación a la vida real: El verdadero valor de la competencia matemática se evidencia cuando el conocimiento se conecta con la experiencia y se convierte en parte integral del día a día. La implementación de situaciones de aprendizaje que simulen contextos reales (por ejemplo, el análisis de gráficos, la interpretación de estadísticas o la resolución de problemas relacionados con la gestión de recursos) fomenta una actitud proactiva en la que el alumno no solo aprende procedimientos, sino que descubre la utilidad práctica de las matemáticas para comprender y dar respuesta a los desafíos del mundo contemporáneo. Así, la praxis matemática se orienta hacia la construcción de soluciones innovadoras y fundamentadas que facilitan la toma de decisiones en ámbitos tan variados como la economía, la tecnología y la vida social.

D. Cambio de roles: Una de las características fundamentales del aprendizaje competencial es el cambio en la dinámica educativa. En el aula de matemáticas, el alumnado debe asumir un rol protagonista en el proceso de construcción del conocimiento, pasando de ser un receptor pasivo a convertirse en un agente activo y crítico. El docente, por su parte, se transforma en un mediador y facilitador que crea espacios de exploración, fomenta el debate y propicia la experimentación; permitiendo que el error sea considerado una oportunidad de aprendizaje y que cada experiencia contribuya a afianzar habilidades metacognitivas. Este cambio de roles favorece, además, la colaboración y la reflexión colectiva, aspectos esenciales para abordar problemas complejos y desarrollar un pensamiento matemático profundo y significativo.

En síntesis, el aprendizaje competencial en matemáticas se fundamenta en la funcionalidad del conocimiento, su transferibilidad a diversos contextos reales y la transformación de la dinámica tradicional en el aula. Este enfoque no solo potencia la capacidad de resolver problemas y de razonar de manera crítica, sino que también prepara a los estudiantes para enfrentarse a los retos del siglo XXI con confianza, autonomía y un compromiso activo con el mundo que les rodea. Además, esta visión integral sienta las bases para una educación que trasciende el ámbito académico y se proyecta como una herramienta esencial para la transformación personal y social.



Para conectar teoría y práctica en el enfoque competencial de la matemática, se deben integrar diversas perspectivas coordinadas para dar coherencia al proceso. La dimensión funcional, la transferencia de conocimientos, la vinculación con la vida real y el cambio de roles en el aula se combinan con un modelo pedagógico basado en el aprendizaje realista, el constructivismo y la interacción social. Este enfoque permite transformar la enseñanza de las matemáticas en una experiencia formativa activa, donde el conocimiento se construye de manera orgánica con la práctica educativa.

A) Perspectiva pedagógica.

La implantación de un currículo orientado a la adquisición de competencias clave significa un paso adelante y pretende, en principio, formar personas con un mayor grado de eficacia para afrontar los problemas reales que plantea la vida, más allá de los estrictamente académicos.

Adquiere relevancia el modelo de enseñanza, denominado aprendizaje realista (Esteve, Melief, Alsina, 2009, Proyecto Comenius, 2003-2005), que surge de la investigación en educación matemática. En concreto, se fundamenta en la Educación Matemática Realista fundada por el matemático alemán Hans Freudenthal (1905-1990). Por otro lado, se sustenta también en la perspectiva sociocultural del aprendizaje humano (Vygostky, 1978) y el aprendizaje reflexivo (Schön, 1983).

De forma muy reduccionista, los rasgos más significativos del aprendizaje realista son:

- Se trata de un enfoque en el que se utilizan situaciones de la vida cotidiana o problemas contextuales como punto de partida para aprender matemáticas. Progresivamente, estas situaciones son matematizadas a través de modelos, mediadores entre lo abstracto y lo concreto, para formar relaciones más formales y estructuras abstractas (Heuvel y Panhuizen, 2002).

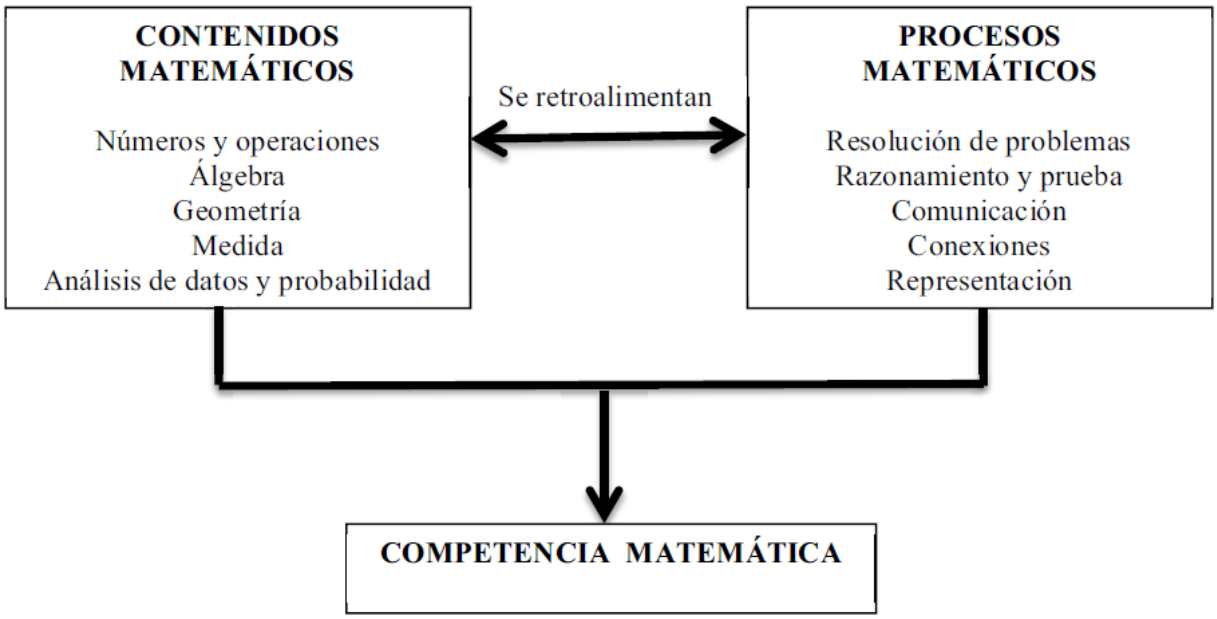
- Se apoya en la interacción en el aula entre el alumnado y entre profesorado y alumnado. Esta interacción permitirá al profesorado construir sus clases teniendo en cuenta las producciones de los estudiantes (Fauzan, Plomp y Slettenhaar, 2002).

- Otra idea clave es que al alumnado se les debería dar la oportunidad de reinventar las matemáticas bajo la guía de un adulto en lugar de intentar transmitirles una matemática pre-construida (De Corte, Greer y Verschaffel, 1996).

Es fundamental considerar la teoría constructivista como piedra angular para favorecer un aprendizaje significativo y experiencial en el aula. Desde esta perspectiva, el aprendizaje significativo se configura como el proceso mediante el cual la nueva información se relaciona de forma no arbitraria y sustantiva con la estructura cognitiva preexistente del alumnado. En otras palabras, cuando el estudiante logra anclar y reorganizar sus conocimientos a partir de nuevas experiencias, transforma la información en un saber personal, funcional y duradero, en línea con los postulados de Ausubel. De igual modo, el aprendizaje experiencial se presenta como la vía natural y poderosa para la construcción del “saber hacer”. La experiencia vivida, combinada con la reflexión crítica sobre lo que hacemos en la práctica, permite al alumnado consolidar conceptos y estrategias propias de la actividad matemática. En síntesis, al adoptar estas aproximaciones se favorece la formación de un conocimiento que trasciende lo meramente memorístico y se orienta hacia la construcción activa, el razonamiento y la aplicación efectiva de conceptos, elementos esenciales en la enseñanza de las matemáticas.

B) Perspectiva didáctica

Aunque desde el punto de vista didáctico podemos encontrar diversas teorías que fundamentan el enfoque competencial de las matemáticas, nos basamos en la visión del *National Council of Teachers of Mathematics (*NCTM, 2000), recogida en el siguiente mapa conceptual:



Dicho enfoque coincide, a grandes rasgos, con los propuestos por Mogens Niss y Pisa 2003 (OCDE, 2004) como se puede apreciar en la siguiente tabla propuesta por Ángel Alsina:

Estándares de procesos matemáticos (NCTM, 2000)	Competencias matemáticas (Niss, 2002)	Competencias matemáticas en PISA 2003 (OECD, 2004)
Resolución de problemas	Planteamiento y resolución de problemas matemáticos	Planteamiento y resolución de problemas
	Uso de recursos y herramientas	Uso de herramientas y recursos
Razonamiento y prueba	Dominio de modos de pensamiento matemático	Pensamiento y razonamiento
	Razonamiento matemático	Argumentación
Comunicación	Comunicación en, con y acerca de las matemáticas	Comunicación
Conexiones	-	-
Representación	Representación de entidades matemáticas	Representación y uso de operaciones y lenguaje técnico, simbólico y formal
	Manejo de símbolos matemáticos y formalismos	Utilización del lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.
	Análisis y construcción de modelos	Construcción de modelos

Como se puede observar, la adquisición de la competencia matemática comprende la integración de varios procesos o competencias matemáticas. Se recomienda comenzar a establecer conexiones entre los conocimientos matemáticos desde las primeras edades, ya que cuando el alumnado usa las relaciones existentes entre los saberes básicos (contenidos matemáticos), entre las competencias específicas (procesos matemáticos) y las existentes entre ambos, progresa su conocimiento de la disciplina y crece la habilidad para aplicar conceptos, destrezas y actitudes con más eficacia en diferentes ámbitos de su vida cotidiana (Alsina, 2012).

C) Perspectiva desde las implicaciones en el aula

Ángel Alsina (2014) ofrece una síntesis de ideas clave que pueden servir de orientación para una gestión eficaz de las actividades matemáticas competenciales:

- Según la NCTM (2003) se debe construir nuevo conocimiento matemático por medio de la resolución de problemas, formular e investigar conjeturas matemáticas, comunicar el pensamiento matemático con coherencia y claridad, comprender cómo las ideas matemáticas se interconectan y construyen unas sobre otras para producir un todo coherente, además de seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas.

- Se aprende a resolver problemas haciendo, manipulando, simulando, discutiendo, compartiendo, imaginando, observando, visualizando, etc.

- El trabajo por proyectos o retos favorece el razonamiento y la prueba, junto a otras prácticas como las situaciones de experimentación y juego. También beneficia el razonamiento plantear buenas preguntas, más que dar explicaciones, potenciar la interacción y el contraste, e incentivar la indagación y el aprendizaje autónomo.

- Se debe reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos.

- Desde el ámbito de la educación matemática, un contexto es una situación más o menos problemática que puede ser objeto de estudio y que genera preguntas o problemas que necesitan las matemáticas para contestarlas o resolverlas (Alsina, 2011). Desde esta perspectiva, en matemáticas un contexto no debería entenderse sólo como el contexto del aula, social o familiar o el contexto histórico, sino que es un término mucho más general que engloba todas aquellas situaciones y actividades que tienen sentido para el alumnado y fomentan su pensamiento matemático crítico (Niss, 1995). El caso es que el término «contexto» en matemáticas no implica algo real necesariamente. Y, cercano, no implica algo de la vida cotidiana, sino que sea significativo. Evidentemente, existe un problema cuando introducimos capas de abstracción innecesarias, tal como indica Pellicer (2022).

- El eje común de todos estos contextos es la resolución de problemas, entendido como el marco para pensar, argumentar, justificar, comunicar, conectar y representar ideas matemáticas.

4.1.4. Ejemplos de implementación del enfoque competencial en el aula

Desde una perspectiva pragmática ser competente en matemáticas significa saber utilizar los conceptos y procedimientos matemáticos en una diversidad de contextos y situaciones, supone abordar y resolver con las herramientas disponibles una diversidad de problemas, (no necesaria ni exclusivamente matemáticos), desarrollando destrezas emocionales y sociales.

Desde esta visión del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas basada en un enfoque competencial es necesario proponer:

EDUCACIÓN INFANTIL

Necesitamos formar 8€ para comprar paquetes de cromos. Argumentad trabajando en grupo, ¿de cuántas maneras los podemos obtener?

EDUCACIÓN PRIMARIA

Argumentad trabajando en grupo, ¿cuántos paquetes de cromos se pueden comprar con 8€ en la tienda de tu barrio?

EDUCACIÓN SECUNDARIA

Argumentad trabajando en grupo, ¿cuál sería el precio, en cada tienda, de los paquetes de cromos para que al comprar 8€ en cada una, te vendan la misma cantidad de paquetes?

a) Tienda A: oferta 3x2

b) Tienda B: oferta 2ª unidad a mitad de precio.

c) Tienda C: precios siempre bajos.

Este tipo de tareas:

- Proponen la resolución de problemas en diferentes contextos, usando variedad de estrategias y sistemas de representación.
- Promueven procesos de argumentación matemática que permiten el desarrollo de procesos inductivos, de visualización, comprobación, etc.
- Fomentan los procesos de modelización matemática en contextos de resolución de problemas.
- Incentivan la comunicación matemática.
- Construyen conexiones.
- Vinculan el lenguaje formal matemático con significados referenciales.

- Impulsan la interacción y el trabajo colaborativo en el aula de matemáticas.
- Contemplan elementos emocionales y afectivos en la construcción del conocimiento matemático.

4.2. LA EVALUACIÓN INICIAL Y CONTINUA DE LA COMPETENCIA DEL ALUMNADO: HERRAMIENTAS Y ESTRATEGIAS

El término "evaluación" en el ámbito educativo es un **concepto polisémico,** cuyo significado puede variar considerablemente. Por ello, se hace necesario establecer una definición precisa para evitar ambigüedades y asegurar una comprensión común. Es fundamental, en primer lugar, abordar la definición desde la normativa vigente, que proporciona el marco legal y administrativo. Posteriormente, se debe profundizar en su significado pedagógico, considerando los enfoques que sustentan su práctica. Esta doble precisión es esencial, ya que, de lo contrario, podríamos estar utilizando el mismo término para referirnos a ideas y procesos sustancialmente distintos.

4.2.1. El concepto de evaluación desde la normativa

El análisis del concepto de evaluación comienza desde la definición establecida en las diversas Órdenes del 30 de mayo, correspondientes a las etapas educativas consideradas en esta guía, extrayendo el enfoque evaluativo de la competencia.

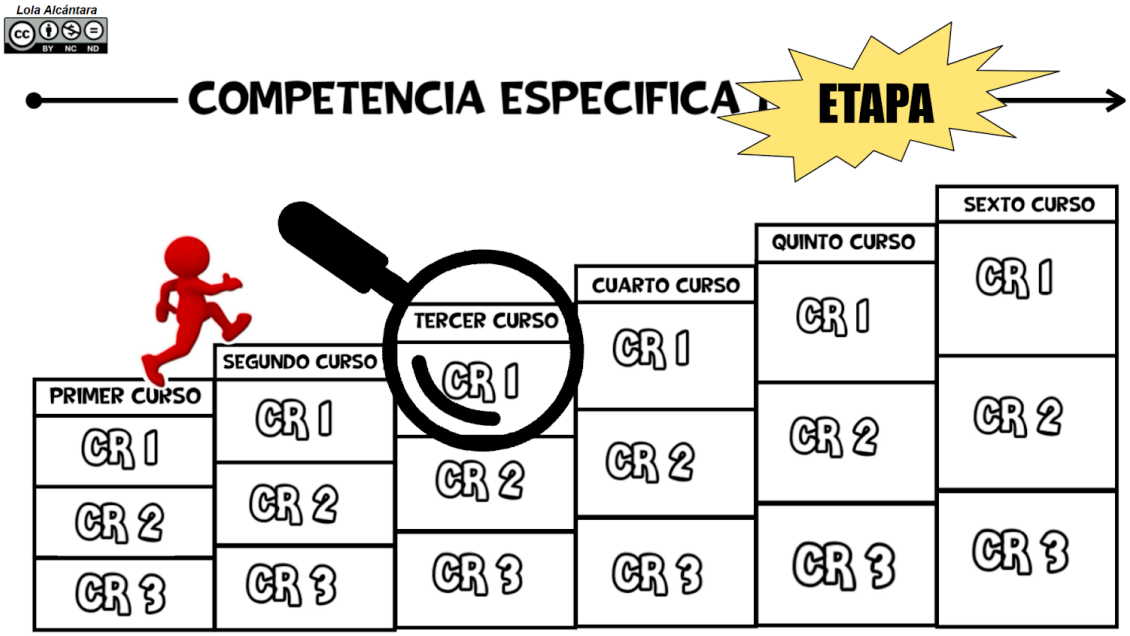
En primer lugar, en el capítulo III de la Orden de 30 de mayo de 2023 por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de **Educación Infantil** en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se define el concepto de evaluación para dicha etapa. Así, en su artículo 7, describe el carácter y referentes de la evaluación de la siguiente manera: *"1. La evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado en la etapa de Educación Infantil será **global, continua y formativa** y tomará como referentes los criterios de evaluación de las diferentes áreas curriculares, a través de los cuales se medirá el **grado de consecución de las competencias específicas**".*

De igual forma, en la etapa de Primaria, la Orden de 30 de mayo de 2023, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de **Educación Primaria** en la Comunidad Autónoma de Andalucía define el concepto de evaluación. En el capítulo III, sección 1.a., el artículo 9 describe el carácter y referentes de la evaluación para la etapa de Primaria como: *"1. La evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado será continua, **global, competencial, formativa, integradora, diferenciada y objetiva** según las distintas áreas del currículo y será un instrumento para la mejora tanto de los procesos de enseñanza como de los procesos de aprendizaje. Tomará como referentes los criterios de evaluación de las diferentes áreas curriculares, a través de los cuales se medirá el **grado de consecución de las competencias específicas**".*

Por otra parte, en la Orden de 30 de mayo de 2023, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de **Educación Secundaria Obligatoria** en la Comunidad Autónoma de Andalucía,

en el capítulo III, sección 1ª, artículo 10, se define el carácter y referentes de la evaluación para dicha etapa. Se expresa de la siguiente forma: *"1. La evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado será* ***continua, competencial, formativa, integradora, diferenciada y objetiva*** *según las distintas materias del currículo y será un instrumento para la mejora tanto de los procesos de enseñanza como de los procesos de aprendizaje. Tomará como referentes los criterios de evaluación de las diferentes materias curriculares, a través de los cuales se* ***medirá el grado de consecución de las competencias específicas****".*

Como se observa en cualquiera de las tres etapas, queda definida una idea importante a tener en cuenta desde este primer momento: **se evalúan competencias específicas observando lo que los criterios de evaluación indican de las mismas**. Y esto es así porque, en Andalucía, los criterios de evaluación se han graduado a lo largo de las diferentes etapas, ayudando a establecer el desempeño esperado de la competencia específica (que es un elemento de etapa), curso a curso. Queda así manifiesto **el carácter competencial de la evaluación**, no criterial, tal y como expresan las distintas órdenes para cada etapa.



Se evalúan competencias específicas observando lo indicado en el desempeño del criterio de evaluación.

4.2.2. Evaluar no es calificar

La idea sobre qué significa evaluar en educación es una cuestión tan relevante que ha sido estudiada, desde diferentes perspectivas y con diferentes grados de acercamiento, desde el albor de las Ciencias de la Educación. *"Los cambios producidos en la significación de la evaluación, en el tiempo,*

están relacionados con los cambios producidos en las necesidades sociales y en los planteamientos teóricos y técnicos" (Rul, 1995). Sin ser objeto de esta sección, tan solo referir que la idea sobre qué es evaluar se ha redefinido desde una perspectiva positivista basada en la medida y cuantificación hacia los paradigmas más aceptados hoy día por los autores de referencia mundial, cualitativos y formativos (Blázquez y Sebastiani, 2016; Sanmartí, 2010; López Pastor, 2009; Dylan William, 2024 o Ruiz Martín, 2020, entre otros).

La evaluación puede conceptualizarse como un procedimiento integral y continuo cuyo **propósito fundamental es optimizar el aprendizaje**. El concepto de evaluación trasciende la calificación, pone el foco en el proceso de enseñanza-aprendizaje desde una perspectiva integradora. El objetivo primordial de la evaluación es la mejora del aprendizaje, y no únicamente su medición, ni mucho menos asignarle una etiqueta numérica. Se recomienda diferenciar estas dos funciones, que nuestro marco normativo contempla al requerir únicamente la calificación al término del proceso, en la evaluación ordinaria, mientras que los demás momentos están destinados de manera prioritaria a la evaluación formativa. El mundo anglosajón, por ejemplo, los separa, llamando *grading* a la calificación, y esto ayuda al profesorado a **no confundir la función social y certificadora** de aprendizaje de la calificación (numérica o cualitativa) de su **función pedagógica y reguladora de la evaluación**, que mejora el aprendizaje y su proceso (Sanmartí, 2017).

El planteamiento actual evaluativo tiene como referencia el paradigma de una evaluación centrada en tareas contextualizadas de la realidad del alumnado, tareas auténticas, más allá de una evaluación sumativa que califique en base a la repetición de contenidos (Bélair, 2000). Las tareas auténticas permiten observar el uso real de habilidades y conocimientos, más allá de su memorización. Este enfoque implica la participación activa del alumnado, es decir, la reflexión sobre su propio aprendizaje y la identificación de áreas de mejora. Para llevarlo a cabo es necesario un proceso continuo de recopilación y análisis de información para tomar decisiones eficaces para la mejora del aprendizaje. De esta forma, el docente es guía para el avance del alumnado de cara a la consecución de sus metas.

Esta idea ha sido abordada en el apartado anterior, donde el marco normativo atribuye a la evaluación diferentes atributos, y, en todas las etapas, destaca el **carácter formativo**. *"El alumnado tiene derecho a ser evaluado conforme a criterios de plena objetividad, a que su dedicación, esfuerzo y rendimiento sean valorados y reconocidos de manera objetiva. Asimismo,* ***el alumnado tiene derecho a conocer los resultados de sus evaluaciones para que la información que se obtenga a través de estas tenga valor formativo y lo comprometa en la mejora de su educación****"*. De hecho, el modelo de situación de aprendizaje que describen los anexos en las distintas etapas educativas dan ese enfoque, para la mejora del aprendizaje.

En consecuencia, la comunicación constituye un elemento esencial para el éxito del proceso evaluativo. Blázquez (2017) señala que la evaluación es un procedimiento colaborativo, fundamentado en la recopilación de evidencias. Se trata de un proceso de reflexión y análisis sobre dichas evidencias, que conduce a la formulación de juicios de valor y a la adopción de decisiones orientadas a la mejora.

Neus Sanmartí (2017) identifica tres momentos claves en el proceso de evaluación, realizando una adaptación a partir de Edwards y Mercer (1988):

Recogida de información, de evidencias o herramientas de cualquier tipo, orales, escritas, digitales, interacciones entre iguales, actitud durante la realización del trabajo…

Análisis de dicha información y emisión de un juicio de valor.

Toma de decisiones de acuerdo al juicio emitido. Dichas decisiones podrán ser de dos tipos. Por una parte, podrán tener un carácter pedagógico o reguladoras del proceso de enseñanza - aprendizaje, en ese caso hablamos de evaluación formativa. Por otro lado, las decisiones podrán tener un carácter social, orientadas a certificar aprendizajes de cara a la sociedad. Esta es la evaluación sumativa o calificación, tiene un carácter finalista.

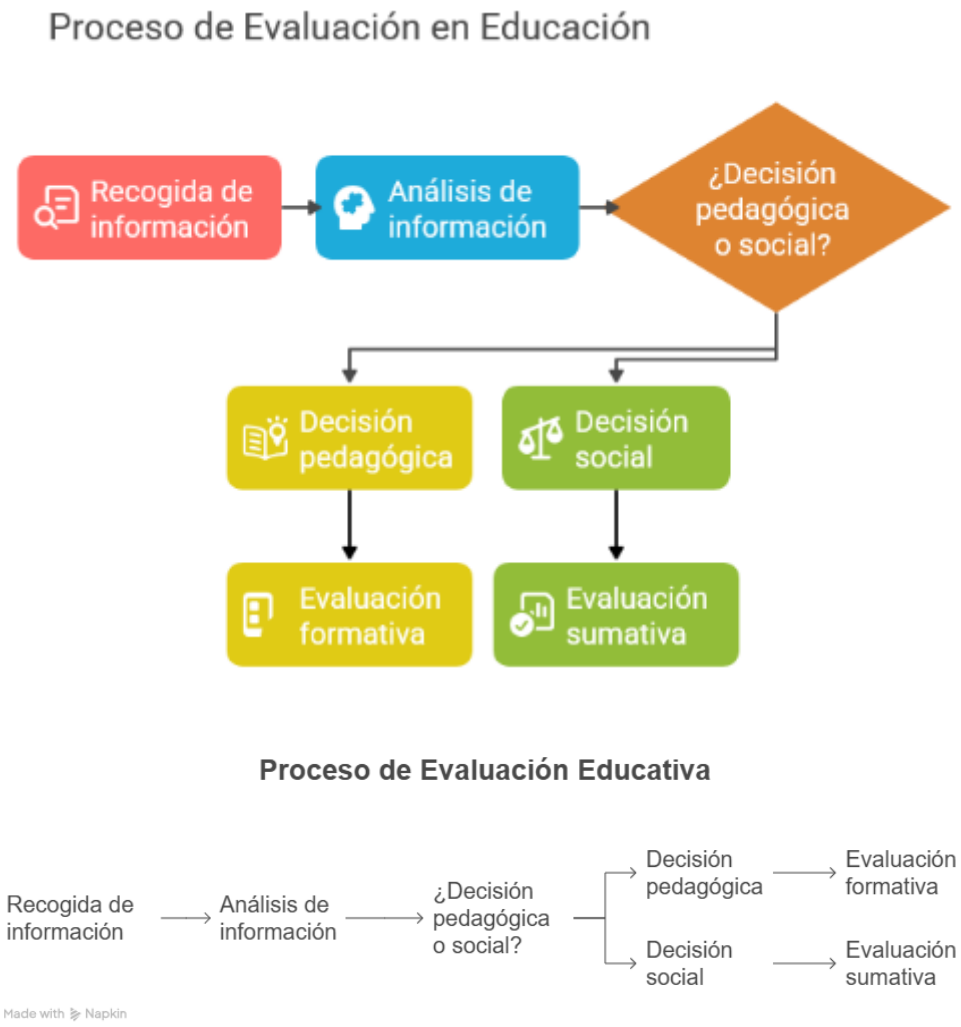


Imagen. Momentos clave en el proceso de evaluación según Neus Sanmartí

(Elaboración propia: Napkin)

En definitiva, evaluar conlleva reconocer el error como necesario, y el tratamiento del mismo como el centro del proceso para realizar pequeños pero continuos ajustes, individualizados, que nos acerquen al aprendizaje previsto.

4.2.3. La alineación de elementos para la evaluación competencial

Una vez examinado el concepto de evaluación en apartados anteriores, a través de los atributos que los diferentes Decretos y Órdenes otorgan a la evaluación de las distintas etapas (global, continua, formativa, integradora…), se establece que toda evaluación debe aspirar a la **objetividad, validez y fiabilidad**. Ante estas características, tan deseables como reiteradas, resulta pertinente cuestionar: ¿en qué consisten y cómo se implementan de manera práctica?

Como se ha evidenciado en la presente sección de esta guía, el enfoque de la evaluación reside en el aprendizaje competencial, particularmente en su componente curricular de **competencia específica**. Por lo tanto, una evaluación debe ser, primordialmente, **competencial**, es decir, que evalúe lo que se especifica en la competencia concreta. Este concepto constituye la base del principio de **validez** *(que evalúe aquello que se pretende evaluar)*. La normativa vigente se orienta en esta dirección: la labor docente consiste en desarrollar y evaluar competencias. En las distintas Órdenes para las distintas etapas se indica lo siguiente *"Para la evaluación del alumnado se utilizarán diferentes instrumentos [...]* ***coherentes*** *con los criterios de evaluación [...]"*. Esta noción de coherencia nos dirige hacia la estrategia que podemos implementar para alcanzar dicho objetivo a nivel educativo, que es la **alineación de elementos evaluativos**. La alineación de elementos implica otorgar **coherencia** a los distintos elementos que el profesorado debe diseñar para evaluar, con el propósito de evaluar competencias, siguiendo las propuestas de Alcántara y Rodríguez (2024).

Para ello se debe partir de una lectura pedagógica de los matices que nos ofrecen los aprendizajes que debemos abordar con nuestro alumnado: las competencias específicas. El docente debe tener cierta destreza en la lectura de las competencias específicas y en su vinculación con los descriptores operativos, entendiendo sus características internas *(ámbitos de aplicación, procesos cognitivos, saberes que se asocian, contextos que sugiere el texto explicativo de la competencia…)* pues es, ni más ni menos, el centro de todo el sistema: lo que el alumnado debe aprender y dominar. En consonancia con estos aprendizajes se debe diseñar, por un lado, las situaciones de aprendizaje para desarrollar en clase; y por otro, las **evidencias o herramientas** que se les va a solicitar al alumnado, es decir, las pruebas que demuestran el proceso y resultado del aprendizaje implementado en el aula. Efectivamente, l**o que el alumnado realiza para demostrar su aprendizaje (evidencias) debe estar alineado, ser coherente y ajustado con lo que indican los criterios de evaluación y los elementos que se asocian** (competencias específicas, descriptores, saberes básicos…). Este paso, decisivo, es el primero para poder evaluar lo que se pretende: competencias clave, trascendiendo los saberes. Se alinean, entonces, el currículo con el trabajo de clase y las evidencias de aprendizaje.

Como se mostrará más adelante, no todas las evidencias aportan el mismo tipo de información, pues cada una de ellas aportará inferencias sobre aprendizajes distintos y explorarán aspectos distintos de las competencias, en sus tres dimensiones.

Resulta fundamental que exista coherencia y una adecuada **alineación entre las observaciones derivadas de las evidencias y los referentes curriculares**. Por ejemplo, lo que vamos a observar sobre lo que realiza el alumnado para evidenciar el aprendizaje de un criterio de evaluación debe estar incluido y patente en los criterios de evaluación. Eso que observamos de las evidencias se llama **indicador de logro** (también se puede referir como ítem evaluativo, criterios de desempeño, de éxito o de realización). Estos indicadores de logro **son pistas, rasgos o señales del aprendizaje**, es definitiva, indicios de características en positivo o conductas de éxito de algo que realiza el alumnado. Por consiguiente, no deben incorporar información ajena a los elementos curriculares, sino que deben mantener una estricta alineación con la normativa, particularmente con los criterios de evaluación. Este concepto ha sido definido como **trazabilidad** de los aprendizajes, y la técnica educativa que utilizamos para llevarlo a cabo es la alineación de elementos curriculares.



Una vez asegurada la **coherencia** y la solidez entre lo establecido por la normativa, el trabajo realizado en el aula y las evidencias o herramientas solicitadas al alumnado; y verificado que lo observado en cada evidencia se alinea adecuadamente con el criterio de evaluación, es necesario integrar los indicadores en un **instrumento de evaluación**. Dicho instrumento permite manejar con más o menos precisión estos indicadores y obtener información manejable por diferentes agentes (siendo aplicable este instrumento en heteroevaluación, coevaluación o autoevaluación,

como se detallará más adelante). Los instrumentos de evaluación categorizados que usualmente se utilizan en el sistema educativo son tres: listas de cotejo, escalas de observación y rúbricas.

De la misma forma que se ha descrito previamente, la elección del tipo de instrumento de evaluación debe ser coherente con el criterio de evaluación y el resto de elementos curriculares. Por ejemplo, no sería adecuado situar estos indicadores en una lista de cotejo, que no diferencia grados de una conducta, para ayudarnos a tomar decisiones de cara a una calificación que necesariamente debe distinguir diferentes niveles de desempeño.

La adecuada **alineación de estos elementos garantizará la validez evaluativa**, lo cual a su vez fomentará la fiabilidad y la objetividad necesarias.

Ejemplo de alineación:

Este ejemplo de evaluación formativa arranca con **el análisis de la sintaxis de una competencia** específica de matemáticas y uno de sus **criterios de evaluación (siguiendo el modelo propuesto en la sección 4.1.) concretamente:**

Competencia Específica 7: Representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos usando diferentes tecnologías para visualizar ideas y estructurar procesos matemáticos.

Criterio de evaluación 7.1: Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos usando diferentes herramientas digitales y formas de representación adecuadas para visualizar ideas y estructurar procesos matemáticos, interpretando y resolviendo problemas de la vida real de relativa complejidad y valorando su utilidad para compartir información.

Este ejercicio de lectura pedagógica tiene como objetivo descomponer los criterios en **acciones evaluables**, es decir, conductas concretas que representan distintos grados de desempeño. De este criterio se pueden extraer, entre otras las siguientes acciones evaluables:

- Representar conceptos matemáticos usando diferentes herramientas digitales y formas de representación adecuadas para visualizar ideas.
- Representar procedimientos matemáticos usando diferentes herramientas digitales y formas de representación adecuadas para estructurar procesos matemáticos.
- Representar información matemática usando diferentes herramientas digitales y formas de representación adecuadas interpretando problemas de la vida real.
- Representar resultados matemáticos usando diferentes herramientas digitales y formas de representación adecuadas resolviendo problemas de la vida real.

Estas acciones evaluables, perfectamente alineadas con los criterios de evaluación, permiten traducir en **comportamientos observables y manejables** en el aula las actuaciones descritas en dichos criterios. De esta forma, se transforman en **elementos tangibles** que guían al profesorado en la **planificación de los aprendizajes**. Además, las acciones evaluables **orientan el diseño de evidencias adecuadas**, que posibiliten comprobar de manera fiable el grado de desempeño del alumnado en relación con los criterios establecidos.

La **evidencia** para este ejemplo podría ser la elaboración de un informe de la huella de carbono del municipio donde vive el alumnado. Para ello, el alumnado **recopila datos** reales de emisiones de CO_2, **los registra en aplicaciones de hoja de cálculo y los representa** en gráficos interactivos. De este modo, el alumnado aborda, entre otros, uno de los saberes básicos relacionado con el criterio de evaluación, concretamente el que hace referencia a diferentes formas de representación de números enteros, fraccionarios y decimales. A partir de estas actividades, **elaboran un informe** que puede adoptar distintas formas de producto digital: informe, video, presentación de diapositivas, que posteriormente, expondrán y compartirán las formas que haya escogido el alumnado para representar los datos obtenidos, a qué conclusiones han llegado través de ellos y qué soluciones proponen para resolver el problema de la huella de carbono en su localidad.

Para esta tarea, y a partir del criterio, se diseñan **indicadores de logro**. El proceso de elaboración de indicadores de logro parte de la **identificación de una acción concreta** descrita en el criterio de evaluación, formulada en tercera persona del singular. A esta acción se le asocian los **conocimientos, habilidades o actitudes procedentes de los saberes básicos**. Finalmente, se contextualiza el indicador especificando el entorno en el que se desarrolla la acción, los recursos empleados o el **nivel de logro esperado** (cantidad, precisión, profundidad…). El resultado es una señal observable del desempeño del alumnado que permite valorar el grado de consecución del criterio, orienta la observación docente y define comportamientos de éxito. En este ejemplo, los **indicadores de logro** podrían ser:

Representa los datos de emisiones de CO_2 mediante gráficos interactivos en una hoja de cálculo, eligiendo formas de representación pertinentes para expresar con claridad cantidades enteras, fraccionarias y decimales.

Estructura el informe digital sobre la huella de carbono integrando representaciones visuales (gráficos) que facilitan la interpretación de los datos y justifican, con precisión y coherencia, las propuestas de mejora planteadas.

Finalmente, estos indicadores de logro deben incorporarse a un **instrumento de evaluación**, que permitirá organizarlos y gestionarlos de forma eficaz durante el proceso de evaluación. Existen tres tipos de instrumentos categorizados: **listas de cotejo, escalas de observación y rúbricas**. Dependiendo del tipo de instrumento, podremos recoger diferentes matices del desempeño del alumnado. En el siguiente ejemplo, los indicadores han sido recogidos en una escala de observación.

	1	2	3	4
Representa los datos de emisiones de CO_2 mediante gráficos interactivos en una hoja de cálculo, eligiendo formas de representación pertinentes para expresar con claridad cantidades enteras, fraccionarias y decimales.				
Estructura el informe digital sobre la huella de carbono integrando representaciones visuales (gráficos) que facilitan la interpretación de los datos y justifican, con precisión y coherencia, las propuestas de mejora planteadas.				

Ejemplo desde un área o materia no científica:

En este ejemplo de una guía de matemáticas, partimos de la **competencia específica 3 del área lengua extranjera**: "Interactuar con otras personas usando expresiones cotidianas, recurriendo a estrategias de cooperación y empleando recursos analógicos y digitales, para responder a necesidades inmediatas de su interés en intercambios comunicativos respetuosos con las normas de cortesía" y del **criterio de evaluación ING3.1**: "Planificar y participar en situaciones interactivas breves y sencillas sobre temas cotidianos, de relevancia personal y próximos a su experiencia, a través de diversos soportes, apoyándose en recursos tales como la repetición, el ritmo pausado o el lenguaje no verbal, y mostrando empatía y respeto por la cortesía lingüística y la etiqueta digital, así como por las diferentes necesidades, ideas y motivaciones de los interlocutores e interlocutoras."

Tras una **lectura pedagógica de este criterio, se desagregan las acciones evaluables** tal como aparecen en la formulación oficial:

- Planificar situaciones interactivas breves y sencillas sobre temas cotidianos apoyándose en recursos tales como la repetición o el ritmo pausado.
- Planificar situaciones interactivas breves y sencillas sobre temas cotidianos apoyándose en recursos tales como el lenguaje no verbal.
- Planificar situaciones interactivas breves y sencillas de relevancia personal mostrando empatía y respeto por la cortesía lingüística.
- Planificar situaciones interactivas breves y sencillas próximas a su experiencia mostrando empatía por las diferentes necesidades, ideas y motivaciones de los interlocutores e interlocutoras.

Partir de estas acciones evaluables diseñamos una actividad cooperativa en la que el alumnado, organizado en equipos de cuatro, resuelve problemas cotidianos que requieren el uso de métodos inductivos y deductivos propios del razonamiento matemático (según el **descriptor STEM 1**). Por ejemplo, optimizar una lista de la compra, planificar un horario o determinar la ruta más eficiente, y a continuación prepara una presentación interactiva de sus soluciones en la que emplea repetición, ritmo pausado y lenguaje no verbal, demostrando empatía y cortesía.

Para esta tarea, las evidencias de aprendizaje incluyen tanto el producto escrito o multimedia (un texto en forma de informe de resolución del problema o gráfico o diapositiva digital) como el desempeño en la presentación interactiva, donde se observa la claridad expositiva, la estrategia comunicativa y la interacción respetuosa con el público.

De las acciones evaluables derivamos los **indicadores de logro**, formulados en tercera persona del singular y contextualizados en la tarea:

- Organiza la intervención con sus compañeros siguiendo los pasos planificados para construir el texto oral.
- Emplea repeticiones estratégicas y un ritmo pausado durante la presentación para enfatizar los pasos del razonamiento matemático.
- Atiende con cortesía las preguntas de sus compañeros, respondiendo de forma respetuosa y clara.
- Adapta su discurso para considerar las ideas y motivaciones expresadas por el público, proponiendo soluciones colaborativas.

Finalmente, estos indicadores se integran en una **rúbrica analítica** de cuatro niveles que gradúa cada comportamiento observable y ofrece un marco para la autoevaluación y la coevaluación.

4.2.4. Las acciones evaluables de los criterios de evaluación como referentes.

Los criterios de evaluación constituyen los elementos curriculares más concretos para referenciar la evaluación y su calificación. En el articulado de las diversas Órdenes, dentro de su capítulo dedicado a la evaluación, se establece que *"Los criterios de evaluación deben ser susceptibles de medición, por lo cual se requiere el establecimiento de mecanismos objetivos para la observación de las acciones que describen"*. Asimismo, se indica que, en todas las etapas educativas, *"Se tomarán como* ***referentes los criterios de evaluación*** *de las diferentes materias curriculares, a través de los cuales se determinará el* ***grado de consecución de las competencias específicas****"*. En consecuencia, el criterio de evaluación ocupa un lugar central en el proceso evaluativo, y describe acciones que deben ser objeto de observación en el alumnado.

En ese sentido, la función **sumativa** de la evaluación dirige la toma de decisión sobre el criterio de evaluación: **no se pueden calificar instrumentos o evidencias**, siendo tan solo los criterios de evaluación quienes pueden recibir estas calificaciones, numéricas o cualitativas.

Es deseable que el análisis de criterios se realice dentro del seno de las estructuras de coordinación de cada centro para tener enfoques amplios y variados. Y con ello se avance un paso más, extrayendo lo que se han denominado **acciones evaluables**, es decir, desagregar el criterio en **acciones concretas**, que *atomizan* el criterio y suelen dar pistas sobre los diferentes grados de desempeño del mismo *(de perfección, de profundidad, de cantidad…)*.

Las acciones evaluables tienen que ver con la lógica interna de la materia, en este caso, de la matemática, de los saberes básicos y las acciones descritas en los descriptores de los que provienen, no siendo un análisis morfosintáctico. Este procedimiento ayudará a ver como algo tangible y operativo lo que en principio puede parecer abstracto, más de aula que de programación.

Continuando con el criterio del apartado anterior, de 1º de **Educación Secundaria** que dice: *"8.2. Reconocer y emplear el lenguaje matemático presente en la vida cotidiana, expresando y comunicando mensajes con contenido matemático y utilizando la terminología matemática más adecuada de forma clara, precisa, rigurosa y veraz"* y seguimos los pasos descritos anteriormente, podemos desagregar el criterio en tres acciones evaluables:

- Reconocer el lenguaje matemático presente en la vida cotidiana, expresando y comunicando mensajes con contenido matemático.
- Emplear el lenguaje matemático presente en la vida cotidiana, expresando y comunicando mensajes con contenido matemático.
- Emplear el lenguaje matemático presente en la vida cotidiana, utilizando la terminología matemática más adecuada de forma clara, precisa, rigurosa y veraz.

De esta manera se puede manejar algunos criterios de evaluación que son más complejos por la amplitud en su formulación, ayudando a planificar las evidencias que vamos a pedir al alumnado para verificarlos, por un lado, y a planificar su enseñanza, por otro.

Ejemplo para Educación Infantil:

EDUCACIÓN INFANTIL (2º CICLO)		
PROCESO	**CRITERIO DE EVALUACIÓN**	**ACCIONES EVALUABLES**
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	2.1. Afrontar retos o problemas planificando secuencias de actividades, mostrando interés, iniciativa y actitud colaborativa.	Afrontar retos o problemas con interés e iniciativa. Planificar secuencias de actividades con actitud colaborativa
RAZONAMIENTO Y PRUEBA	1.4. Identificar las situaciones cotidianas en las que es preciso medir, utilizando el cuerpo u otros elementos para efectuar las comparaciones y medidas.	Identificar las situaciones cotidianas en las que es preciso medir. Medir utilizando el cuerpo u otros elementos. Comparar medidas.

EDUCACIÓN INFANTIL (2º CICLO)		
PROCESO	**CRITERIO DE EVALUACIÓN**	**ACCIONES EVALUABLES**
CONEXIONES	1.1. Establecer distintas relaciones entre los objetos a partir de sus cualidades o atributos, mostrando curiosidad e interés, explorando sus características, comportamiento físico y funcionamiento, constatando el efecto de sus acciones sobre los objetos y anticipándose a las consecuencias que de ellas se derivan.	Establecer distintas relaciones entre objetos a partir de sus cualidades o atributos mostrando curiosidad e interés. Explorar características de objetos, su comportamiento físico y funcionamiento. Constatar el efecto de sus acciones sobre objetos. Anticipar las consecuencias de sus acciones sobre los objetos.
COMUNICACIÓN	1.1. Participar de manera activa, espontánea y respetuosa con las diferencias individuales en situaciones comunicativas de progresiva complejidad, en función de su desarrollo individual.	Participar de manera activa y espontánea en situaciones comunicativas de progresiva complejidad, en función de su desarrollo individual. Participar de manera respetuosa con las diferencias individuales en situaciones comunicativas de progresiva complejidad, en función de su desarrollo individual.
REPRESENTACIÓN	1.6. Representar el espacio y los objetos a través de relaciones espaciales y geométricas.	Representar el espacio a través de relaciones espaciales. Representar el espacio a través de relaciones geométricas. Representar los objetos a través de relaciones espaciales. Representar los objetos a través de relaciones geométricas.

Ejemplo Educación Primaria:

EDUCACIÓN PRIMARIA		
PROCESO	**CRITERIO DE EVALUACIÓN**	**ACCIONES EVALUABLES**
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	2.1.b Emplear algunas estrategias adecuadas en la resolución de problemas, mostrando interés e implicación en la resolución.	Emplear algunas estrategias adecuadas en la resolución de problemas mostrando implicación en la resolución. Mostrar interés al emplear algunas estrategias adecuadas en la resolución de problemas.

EDUCACIÓN PRIMARIA		
PROCESO	**CRITERIO DE EVALUACIÓN**	**ACCIONES EVALUABLES**
RAZONAMIENTO Y PRUEBA	3.1.b. Realizar y analizar conjeturas matemáticas sencillas investigando patrones, propiedades y relaciones de forma pautada, explorando fenómenos, ordenando ideas con sentido y argumentando conclusiones.	Realizar conjeturas matemáticas sencillas investigando patrones, propiedades y relaciones de forma pautada explorando fenómenos. Analizar conjeturas matemáticas sencillas investigando patrones, propiedades y relaciones de forma pautada ordenando ideas con sentido. Argumentar conclusiones.
CONEXIONES	5.1.a. Comenzar a utilizar conexiones entre diferentes elementos matemáticos, movilizando conocimientos y experiencias propias, aplicando las matemáticas en otras áreas y contextos cotidianos.	Comenzar a utilizar conexiones entre diferentes elementos matemáticos movilizando conocimientos y experiencias propias. Aplicar las matemáticas en otras áreas. Aplicar las matemáticas en contextos cotidianos.
COMUNICACIÓN	6.2.a. Comenzar a analizar y explicar, de forma verbal o gráfica, ideas y procesos matemáticos sencillos, los pasos seguidos en la resolución de un problema o los resultados matemáticos, empleando el lenguaje verbal a través de medios tradicionales o digitales.	Comenzar a analizar de forma verbal o gráfica, ideas y procesos matemáticos sencillos, los pasos seguidos en la resolución de un problema o los resultados matemáticos. Comenzar a explicar de forma verbal o gráfica ideas y procesos matemáticos sencillos, los pasos seguidos en la resolución de un problema o los resultados matemáticos, empleando el lenguaje verbal a través de medios tradicionales. Comenzar a explicar de forma verbal o gráfica ideas y procesos matemáticos sencillos, los pasos seguidos en la resolución de un problema o los resultados matemáticos, empleando el lenguaje verbal a través de medios tradicionales.

EDUCACIÓN PRIMARIA		
PROCESO	**CRITERIO DE EVALUACIÓN**	**ACCIONES EVALUABLES**
REPRESENTACIÓN	1.2.b. Proporcionar ejemplos de representaciones de situaciones problematizadas sencillas, con recursos manipulativos y gráficos que ayuden en la resolución de un problema de la vida cotidiana, individualmente y cooperando entre iguales.	Proporcionar ejemplos de representaciones de situaciones problematizadas sencillas con recursos manipulativos que ayuden en la resolución de un problema de la vida cotidiana individualmente. Proporcionar ejemplos de representaciones de situaciones problematizadas sencillas con recursos manipulativos que ayuden en la resolución de un problema de la vida cotidiana cooperando entre iguales. Proporcionar ejemplos de representaciones de situaciones problematizadas sencillas con recursos gráficos que ayuden en la resolución de un problema de la vida cotidiana individualmente. Proporcionar ejemplos de representaciones de situaciones problematizadas sencillas con recursos gráficos que ayuden en la resolución de un problema de la vida cotidiana cooperando entre iguales.

Ejemplo Educación Secundaria:

EDUCACIÓN SECUNDARIA		
PROCESO	**CRITERIO DE EVALUACIÓN**	**ACCIONES EVALUABLES**
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	1.2. Aplicar, en problemas de contextos cercanos de la vida cotidiana, herramientas y estrategias apropiadas, como pueden ser la descomposición en problemas más sencillos, el tanteo, el ensayo y error o la búsqueda de patrones, que contribuyan a la resolución de problemas de su entorno más cercano.	Aplicar, en problemas de contextos cercanos de la vida cotidiana, herramientas y estrategias apropiadas, como la descomposición en problemas más sencillos que contribuyan a la resolución de problemas de su entorno más cercano.

EDUCACIÓN SECUNDARIA		
PROCESO	**CRITERIO DE EVALUACIÓN**	**ACCIONES EVALUABLES**
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS		Aplicar, en problemas de contextos cercanos de la vida cotidiana, herramientas y estrategias apropiadas, como el tanteo que contribuyan a la resolución de problemas de su entorno más cercano. Aplicar, en problemas de contextos cercanos de la vida cotidiana, herramientas y estrategias apropiadas, como el ensayo y error que contribuyan a la resolución de problemas de su entorno más cercano. Aplicar, en problemas de contextos cercanos de la vida cotidiana, herramientas y estrategias apropiadas, como la búsqueda de patrones que contribuyan a la resolución de problemas de su entorno más cercano.
RAZONAMIENTO Y PRUEBA	4.2. Modelizar situaciones de la vida cotidiana y resolver problemas de forma eficaz, interpretando y modificando algoritmos, creando modelos abstractos de situaciones cotidianas.	Modelizar situaciones de la vida cotidiana creando modelos abstractos de situaciones cotidianas. Resolver problemas de forma eficaz interpretando algoritmos. Resolver problemas de forma eficaz modificando algoritmos.
CONEXIONES	5.2. Realizar conexiones entre diferentes procesos matemáticos y comprender cómo unas ideas se construyen sobre otras, aplicando conocimientos y experiencias previas y enlazándolas con las nuevas ideas.	Realizar conexiones entre diferentes procesos matemáticos enlazándolas con las nuevas ideas. Comprender cómo unas ideas se construyen sobre otras aplicando conocimientos y experiencias previas.
COMUNICACIÓN	8.1. Comunicar ideas, conceptos y procesos sencillos, utilizando el lenguaje matemático apropiado, empleando diferentes medios, incluidos los digitales, oralmente y por escrito, al describir, explicar y justificar sus conocimientos matemáticos.	Comunicar ideas, conceptos y procesos sencillos utilizando el lenguaje matemático apropiado empleando medios digitales, al describir, explicar y justificar sus conocimientos matemáticos.

EDUCACIÓN SECUNDARIA		
PROCESO	**CRITERIO DE EVALUACIÓN**	**ACCIONES EVALUABLES**
COMUNICACIÓN		Comunicar oralmente ideas, conceptos y procesos sencillos utilizando el lenguaje matemático apropiado al describir, explicar y justificar sus conocimientos matemáticos. Comunicar por escrito ideas, conceptos y procesos sencillos utilizando el lenguaje matemático apropiado al describir, explicar y justificar sus conocimientos matemáticos.
REPRESENTACIÓN	7.1. Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos usando diferentes herramientas digitales y formas de representación adecuadas para visualizar ideas y estructurar procesos matemáticos, interpretando y resolviendo problemas de la vida real de relativa complejidad y valorando su utilidad para compartir información.	Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos usando diferentes herramientas digitales. Utilizar formas de representación adecuadas para visualizar ideas matemáticas. Estructurar procesos matemáticos mediante representaciones adecuadas. Interpretar problemas de la vida real de relativa complejidad. Resolver problemas de la vida real de relativa complejidad. Valorar la utilidad de las representaciones matemáticas para compartir información.

4.2.5. Las evidencias o herramientas de aprendizaje.

Las evidencias o herramientas serán las **pruebas del aprendizaje que realiza el alumnado** y darán información sobre cómo se está llevando a cabo tanto el proceso como el resultado final del mismo. Es decir, por un lado, tienen una función que debe ser **FORMATIVA**, dando pistas sobre si el alumnado está asimilando bien los nuevos aprendizajes; facilitará la toma de decisiones para verificar el buen camino o corregirlo (hacer algo para que mejore y se encamine hacia los objetivos).

Por otro lado, estas mismas evidencias van a facilitar el resultado final en forma de **CALIFICACIÓN**; si se obtienen bien alineadas con lo que indican los criterios de evaluación, estarán ya integradas

en las actividades de clase y a la hora de calificar servirán tanto para evaluar (dar información de mejora) como para *ayudar a poner una nota al criterio de evaluación* (calificar).

Sin embargo, es recomendable proponer evidencias a partir de los elementos curriculares sin tener en cuenta el contexto. No se debería planificar las evidencias o herramientas sin tener una idea sobre cómo se va a trabajar en clase esos aprendizajes, es decir, sin tener planteada la situación de aprendizaje. Para ello se debe *"buscar el currículo en la vida de nuestro alumnado"*, valorando por qué puede ser relevante, útil, significativo y de aplicación real lo que indica dicho currículo. Aquí el contexto diferente (de cada clase, centro, barrio, ciudad…) va a variar el planteamiento de trabajo y, con ello, el tipo de evidencias que vamos a necesitar.

Se distinguen tres tipos de evidencias de aprendizaje habituales en la enseñanza no universitaria, siguiendo una adaptación de Alcántara y Rodríguez (2022) sobre Wiggins (1998) y Cortés (2022), siendo:

- Respuestas a preguntas.
- Productos.
- Desempeños y procesos.

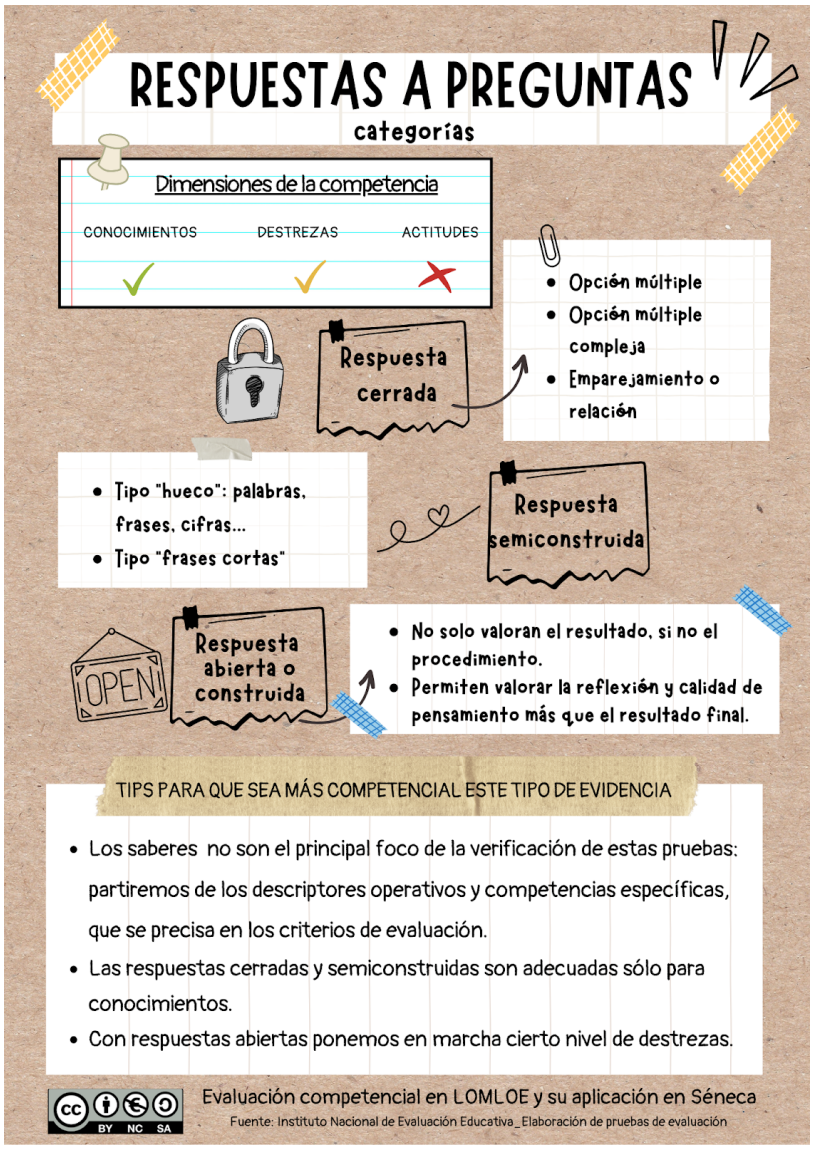


Los diferentes tipos de herramientas o evidencias.

A continuación, se muestran ejemplos para las matemáticas de estos tipos de evidencias:

Las respuestas a preguntas

Las respuestas a preguntas son el tipo de evidencia que más se suele utilizar en nuestro sistema educativo. Podemos encontrarlas en diferentes formatos (orales, escritos, digitales…) y se clasifican en tres categorías: cerradas, semiconstruidas y abiertas. Aportan información acerca de la dimensión de los conocimientos, principalmente, y destrezas, en función de cómo se haya diseñado.



Ejemplos de respuestas a preguntas.

Ejemplo de una respuesta a preguntas para Educación Infantil:

Área: Descubrimiento y exploración del entorno.

Competencia específica

2. Tomar contacto, de manera progresiva, con los procedimientos del método científico y las destrezas del pensamiento computacional básico, a través de procesos de observación y manipulación de elementos del entorno, para iniciarse en su interpretación y responder de forma creativa a las situaciones y retos que se plantean, dando lugar a situaciones de reflexión y debate.

Criterio de evaluación

2.1. Afrontar retos o problemas planificando secuencias de actividades, mostrando interés, iniciativa y actitud colaborativa.

Saberes básicos

DEE.02.A.04. Funcionalidad de los números en la vida cotidiana Conceptos matemáticos y acercamiento a sus usos cotidianos. Operaciones sencillas a partir de situaciones reales significativas.

DEE.02.B.04. Estrategias de planificación, organización o autorregulación de tareas y secuencias de acción propias del pensamiento computacional y del método científico. Iniciativa en la búsqueda de acuerdos o consensos en la toma de decisiones.

DEE.02.B.05. Estrategias para proponer soluciones de forma consensuada, potenciando una predisposición de escucha y actitud decidida para ser escuchado: creatividad, diálogo, imaginación y descubrimiento.

Ejemplo de respuesta a preguntas:

Respuesta a preguntas orales sobre imágenes, material manipulativo o escenas de la realidad.

Ejemplo: Hay dos delfines saltando y se une uno más. ¿Cuántos delfines hay ahora?

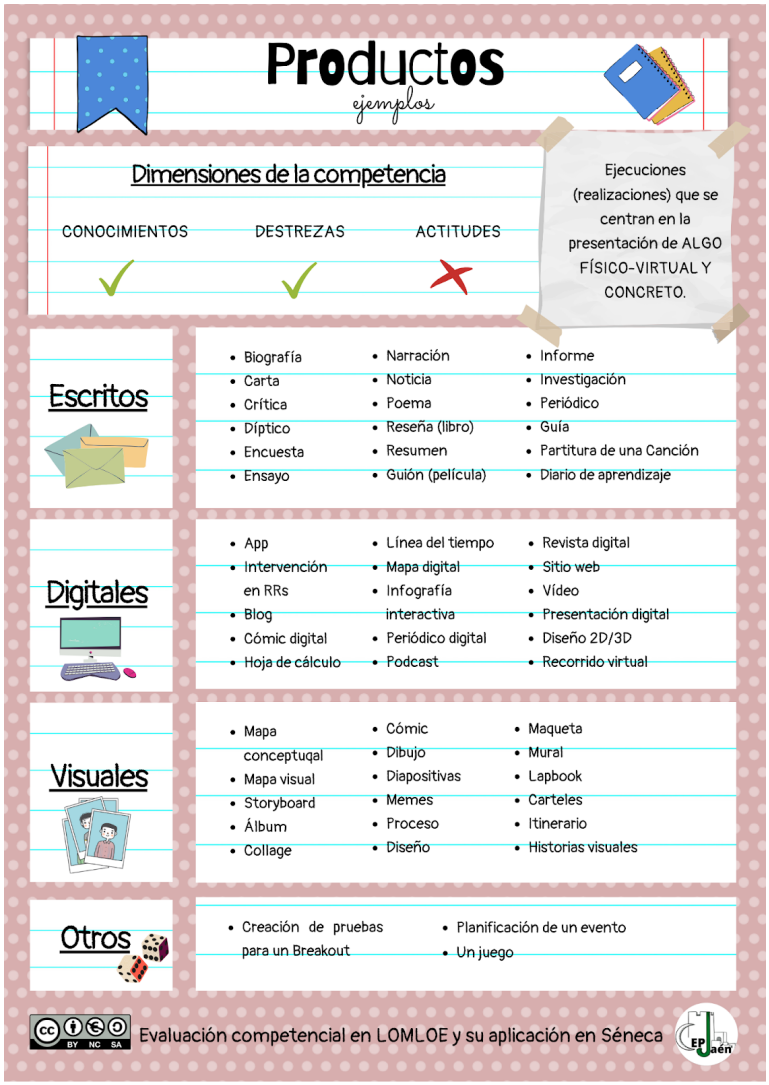


Los productos

Los **productos** son ejecuciones (realizaciones) que necesitan del despliegue de destrezas y conocimientos, principalmente, y se centran en la presentación de algo **físico-virtual y concreto**.

Cuando se evalúa un producto nos referimos exclusivamente a la **producción final**, no a las valoraciones acerca del proceso de desarrollo de la misma (esto sería un desempeño, que incluye a su vez los productos intermedios). Habitualmente un producto, al observar su proceso de creación, se convierte en una evidencia de desempeño. Los productos aportan información acerca de conocimientos y destrezas de las competencias que evalúan.

Para el diseño de productos competenciales debe observarse con detenimiento lo especificado en la descripción de la competencia específica, que suele proponer ejemplos adecuados, así como los propios saberes básicos, que suelen sugerirlos.



Ejemplos de productos.

Ejemplo de un producto para Educación Secundaria:

Materia: Matemáticas

Competencia específica

CE 2. Analizar las soluciones de un problema usando diferentes técnicas y herramientas, evaluando las respuestas obtenidas, para verificar su validez e idoneidad desde un punto de vista matemático y su repercusión global.

Criterio de evaluación

2.2. Comprobar, mediante la lectura comprensiva, la validez de las soluciones obtenidas en un problema, comprobando su coherencia en el contexto planteado y evaluando el alcance y repercusión de estas soluciones desde diferentes perspectivas: igualdad de género, sostenibilidad, consumo responsable, equidad o no discriminación.

Saberes básicos

MAT.2.A.6. Educación financiera. Métodos para la toma de decisiones de consumo responsable atendiendo a las relaciones entre calidad y precio, y a las relaciones entre valor y precio en contextos cotidianos.

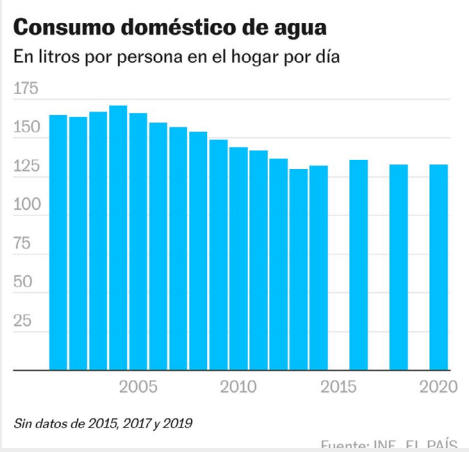
MAT.2.B.3. Estimación y relaciones. Estrategias para la toma de decisión justificada del grado de precisión requerida en situaciones de medida.

MAT.2.F.3.1. Actitudes inclusivas y aceptación de la diversidad presente en el aula y en la sociedad.

MAT.2.F.3.2. La contribución de las matemáticas al desarrollo de los distintos ámbitos del conocimiento humano desde una perspectiva de género.

Ejemplo de producto:

Confeccionar informes en el que se analicen las soluciones obtenidas y se reflexione sobre qué actuaciones se deben llevar a cabo para modificar la solución y mejorar su repercusión global. Ejemplo: Realizar un informe en el que se analice los datos de los que se obtienen la solución para tomar medidas y reducir el consumo de agua.



Por otro lado, para abordar la ansiedad matemática, tal como se ha analizado en relación con la brecha de género, es fundamental **establecer entornos donde el alumnado pueda reflexionar** acerca de sus emociones al enfrentarse a problemas matemáticos (antes, durante y después de su resolución). Este proceso de reflexión promueve la conciencia sobre la interacción entre pensamientos, sentimientos y acciones, lo que puede facilitar la eliminación de ideas negativas. Al reconocer el impacto perjudicial de estos pensamientos, el alumnado puede **entender que un bajo rendimiento no siempre está ligado a una carencia de aptitud**.

Para ello, el uso de un **diario matemático** se erige como un **producto** destacado, permitiendo reflexionar sobre sus dificultades, procesos y emociones. El diario debe tener como objetivo central permitir al alumnado reflexionar sobre sus emociones y los pensamientos asociados con situaciones de ansiedad en matemáticas. Establezcamos algunas pautas para su buen diseño:

Debe permitir la reflexión sobre las **dificultades, procesos y emociones**.

Puede ser útil pedir al alumnado que **describa con una palabra su estado emocional** (ej. curiosidad, ansiedad, entusiasmo) después de leer un enunciado o al final de la clase, especialmente con alumnado de menor edad o menos autónomos.

Ayudarles a **identificar los pensamientos negativos** o "malos" asociados a la ansiedad matemática (ej. anticipar falta de éxito, que la tarea es demasiado difícil, burla de compañeros, preocupación por desaprobación de la familia…).

Guiarlos para **encontrar "pensamientos útiles"** y positivos relacionados con la situación (ej. "Estoy preocupado por el examen de matemáticas, pero estudié mucho esta vez y, si mantengo la calma, puedo hacerlo bien"). Se podría pedir que escriban estos pensamientos positivos para cada pensamiento negativo.

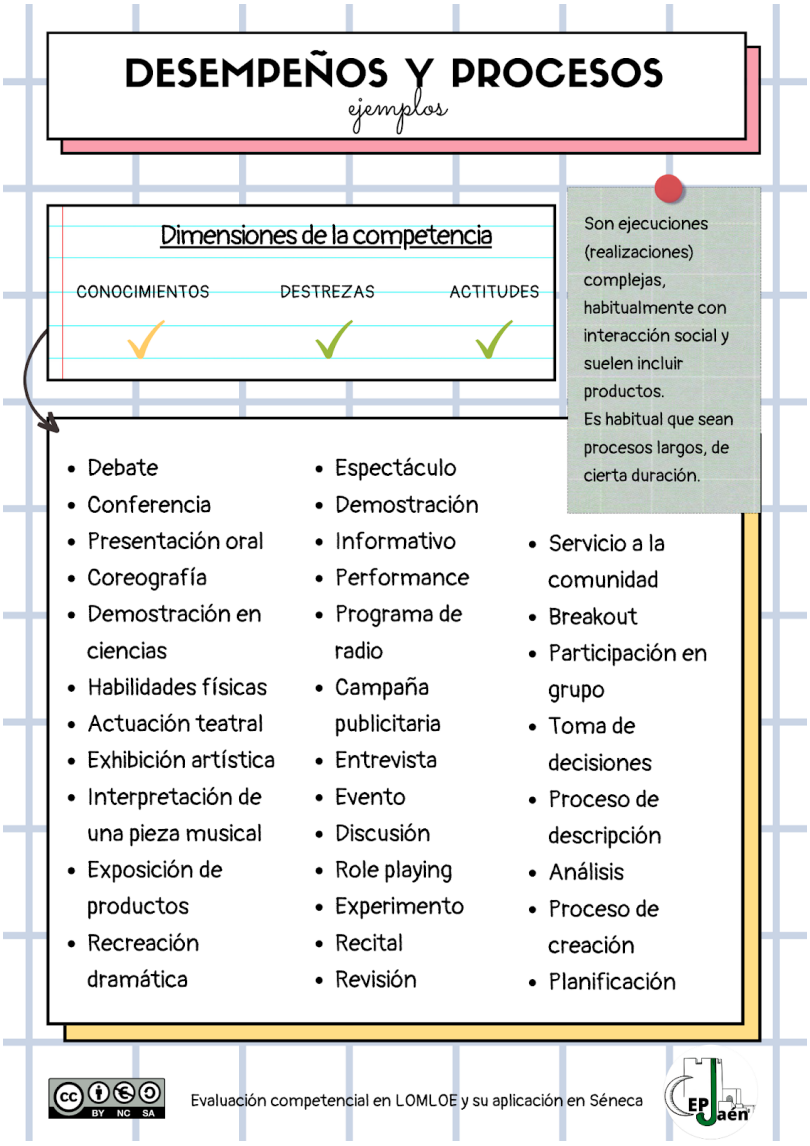
Normalizar el error como parte del aprendizaje. El diario puede ser un espacio para reflexionar sobre los errores sin miedo al juicio, lo cual es crucial en la cultura del aula de matemáticas. Ayudar al alumnado a comprender que cometer errores es natural y puede ayudar a la comprensión futura.

Los desempeño o procesos

Los desempeños y procesos son ejecuciones **(realizaciones) complejas**, habitualmente con **interacción social** y suelen incluir productos intermedios y finales. Un proceso y un desempeño no son exactamente lo mismo, pero por simplificación los consideramos semejantes.

Es habitual que este tipo de evidencia se suele **prolongar en el tiempo**, delimitada por un inicio, un desarrollo y un fin. Los desempeños permiten al profesorado obtener mucha más información de todo el proceso que lleva a esa ejecución final que solamente la observación del resultado final. Los desempeños son **procesos largos**, donde el camino es tan importante como el resultado final.

Tienen un propósito abierto, con múltiples posibles respuestas, donde la creatividad y las habilidades colaborativas y cooperativas son destacables.



Ejemplos de desempeños.

Ejemplo de un desempeño para Educación Primaria:

Área: Matemáticas

Competencia específica

CE 1. Interpretar situaciones de la vida cotidiana proporcionando una representación matemática de las mismas mediante conceptos, herramientas y estrategias para analizar la información más relevante.

Criterio de evaluación

1.2.b. Proporcionar ejemplos de representaciones de situaciones problematizadas sencillas, con recursos manipulativos y gráficos que ayuden en la resolución de un problema de la vida cotidiana, individualmente y cooperando entre iguales.

Saberes básicos

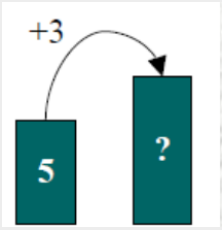
MAT.1.A.3.2. Suma y resta de números naturales resueltas con flexibilidad y sentido: utilidad en situaciones contextualizadas, estrategias y herramientas de resolución y propiedades, mediante el uso de materiales y recursos lúdicos y motivadores, tales como trucos sencillos de magia educativa, juegos de mesa y materiales manipulativos.

MAT.1.A.3.3. Elementos de un problema (enunciado, datos, pregunta, operación y solución). Fases para su resolución.

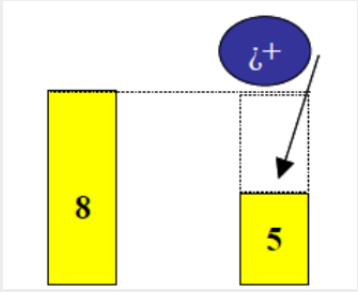
MAT.1.A.3.4. Desarrollo de estrategias personales para resolver problemas, investigaciones y pequeños proyectos de trabajo.

Ejemplo de desempeño:

Representar a nivel manipulativo, gráfico o simbólico situaciones de la vida cotidiana. Ejemplo: En un taller de un supermercado hay una tarta pequeña que cuesta 5 € y a su lado una tarta más grande que cuesta 3 € más .Representa mediante gráficos la situación anterior.



Dada la representación manipulativa, gráfica o simbólica, enumerar oralmente situaciones de la vida cotidiana a las que se pueda aplicar.Ejemplo: Describe oralmente una situación de la vida cotidiana cuya representación gráfica corresponda con la siguiente:



ASPECTOS RELATIVOS AL MOMENTO: INICIAL Y CONTINUA

4.2.6. La evaluación inicial de la competencia matemática

El objetivo prioritario de la evaluación inicial es detectar y asignar al alumnado, a cada uno de ellos, así como a la globalidad del grupo-clase, un **punto de entrada en la secuencia de aprendizaje**, adecuándolo a sus necesidades (Blázquez, 2017).

La evaluación inicial tiene un fundamento teórico potente que la respalda, no sólo conceptual (teoría constructivista, el aprendizaje significativo, el aprendizaje social, la zona de desarrollo próximo…) sino también basado en reciente evidencia científica (Ruiz, 2020). Su sentido pedagógico giraría en torno a varias ideas que vamos a repasar brevemente antes de comenzar a ejemplificar su aplicación a la competencia matemática.

La primera cuestión es que su utilidad diagnóstica no sólo debe centrarse en los **conocimientos o ideas previas** que el alumnado **no dispone** (los vacíos, desconocimientos…) sino, además, en los aprendizajes y capacidades que **ya tiene adquiridos**. Estos aprendizajes constituyen la base de las concepciones previas que tienen una importancia trascendental en lo que se va a enseñar al alumnado pues condicionará el nuevo aprendizaje. Ignorarlo sería, como dice Meirieu (1992) *"Hacer como si estuviésemos trabajando en terreno vírgenes, como si no se aprendiera nada fuera de la escuela [...]"*. La idea de un buen diseño de evaluación inicial **no solo sería comprobar**, sino **también activar los conocimientos previos**, movilizarlos y hacerlos patentes y explícitos, poniéndolos en disposición de conectar los nuevos aprendizajes.

Para activar los conocimientos previos, que constituirán los **prerrequisitos** (aprendizajes previos en su dimensión de conocimientos, destrezas o actitudes), habrá que, en primer lugar, definirlos; y esta definición conlleva **analizar las competencias específicas**, el nivel competencial del **criterio de evaluación** del curso anterior y los **saberes básicos** necesarios para adobar los nuevos aprendizajes.

Ejemplo de prerrequisitos para trabajar la una competencia específica del área de matemáticas de Educación Primaria:

Competencia específica

CE 6. Comunicar y representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos, utilizando el lenguaje oral, escrito, gráfico, multimodal y la terminología matemática apropiada, para dar significado y permanencia a las ideas matemáticas.

Criterio de evaluación

6.1.b. Interpretar el lenguaje matemático sencillo presente en la vida cotidiana en diferentes formatos, adquiriendo vocabulario apropiado, utilizando dicho lenguaje matemático multimodal para expresar ideas matemáticas, demostrando la comprensión del mensaje.

Saberes básicos

MAT.3.A.2.6. Comunicación y explicación oral de forma razonada del proceso de resolución y resultado.

MAT.3.E.1.1. Conjuntos de datos y gráficos estadísticos de la vida cotidiana: descripción, interpretación y análisis crítico.

MAT.3.E.1.2. Estrategias para la realización de un estudio estadístico sencillo: formulación de preguntas y recogida, registro y organización de datos cualitativos y cuantitativos procedentes de diferentes experimentos (encuestas, mediciones, observaciones, etc.). Tablas de frecuencias absolutas y relativas: interpretación.

MAT.3.E.1.3. Gráficos estadísticos sencillos (diagrama de barras, diagrama de sectores, histograma, etc.): representación de datos mediante recursos tradicionales y tecnológicos y selección del más conveniente.

Prerrequisitos competenciales:

Interpretar el lenguaje matemático sencillo presente en su entorno más cercano en diferentes formatos.

Saberes básicos

- Conceptos a dominar: datos cualitativos y cuantitativos y gráfico estadístico.
- Destrezas: análisis de los datos y gráficos sencillos, estrategias para realizar un estudio estadístico guiado y confección de diagramas de barras.
- Actitudes: autoconfianza y predisposición a colaborar en el trabajo en equipo.

Otra cuestión a abordar en la evaluación inicial son las **concepciones erróneas**, que pueden dificultar un correcto marco de comunicación y de avance en el desarrollo de la competencia matemática. Detectar estas ideas equivocadas, y retomarlas para solventarlas, puede ser el mejor tiempo empleado para asegurar un mejor avance posterior.

Ejemplo de concepción errónea en la materia de Matemáticas en Educación Secundaria:

Una concepción errónea habitual que se debe corregir en Secundaria es el sentido de las operaciones de multiplicar y dividir. Normalmente el alumnado tiene asociado que el resultado de multiplicar por un número distinto a 1, implica un resultado mayor que el factor. Igualmente tiene asociado que dividir conlleva obtener un resultado menor. Estas concepciones las utilizan para comprobar soluciones o hacer estimaciones.

Bastante alumnado se sorprende cuando al realizar la estimación de una multiplicación el resultado es menor que el factor. Hay que ayudarle a interiorizar con material manipulativo que cuando multiplicas por un número comprendido entre 0 y 1, el resultado será positivo pero menor.

Se aprovecha la ocasión para que explore y reflexione con material manipulativo sobre las divisiones que tienen un divisor comprendido entre 0 y 1. El resultado igualmente será positivo pero más grande que el dividendo.

Detectar estas ideas equivocadas y subsanarlas le puede ayudar a superar bloqueos y avanzar en la adquisición de aprendizajes significativos.

En definitiva, la evaluación inicial juega una dimensión que habitualmente no se le ha atribuido, pues no solo es verificar los aprendizajes que se van a enseñar, sino, sobre todo, **evocar los que son necesarios para poder avanzar**; en este momento, tomar decisiones para adaptar el resto de la situación de aprendizaje planteada, así como reforzar las competencias, criterios de evaluación y saberes básicos que no están suficientemente desarrollados.

4.2.7. Características de la evaluación inicial en cada etapa educativa

Una vez revisado el marco conceptual para entender el sentido pedagógico de una evaluación inicial, es recomendable repasar las características de ésta en las distintas etapas, siguiendo las pautas que aportan las diferentes Órdenes de 30 de mayo de 2023, por la que se desarrollan los currículos correspondientes a las etapas de Educación Infantil, Primaria y Educación Secundaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía.

En la etapa de **Educación Infantil**, en su artículo 9 que trata la evaluación inicial, destaca, entre otros aspectos, la valoración de la competencia específica y del desarrollo madurativo, con una observación directa que tendrá como referente los **descriptores operativos y los objetivos de etapa**. Es por ello por lo que los **descriptores operativos STEM 1 Y 4** cobran una relevancia muy importante en infantil, sin menoscabo de los criterios de evaluación de las competencias específicas de las áreas que tengan descriptores operativos STEM asociados, como cuestión más concreta.

En todo caso, debido al marcado carácter globalizado de la etapa y a la edad del alumnado, será un planteamiento general y muy contextualizado el que aportará información sobre la competencia matemática, con indicadores de logro muy observables y alineados con los descriptores operativos.

En la etapa de **Educación Primaria y Educación Secundaria** se empieza a encontrar algunos aspectos que no estaban presentes en la anterior etapa, adaptándose a las características psicoevolutivas del alumnado. Por ello se destaca que la evaluación inicial ha de ser **competencial**, no siendo en ningún caso, exclusivamente, una prueba objetiva. Su carácter es prioritariamente orientador, señalando que *"será el punto de referencia para la toma de decisiones relativas a la elaboración de las programaciones didácticas y al desarrollo del currículo que se adecuará a las características y al grado de desarrollo de las competencias específicas del alumnado"*. La **competencia específica es la referencia** y el elemento a evaluar, sirviendo como guía aproximada para ello la observación del nivel de desempeño del curso anterior, por medio de los **criterios de evaluación del nivel previo**.

En el área o materia de Matemáticas, las **competencias específicas** serán la referencia para diseñar las evidencias de evaluación iniciales, competenciales. Es una buena idea considerar una evaluación inicial más profunda y detallada de las c**ompetencias específicas que en la evaluación anual de diagnóstico (pruebas censales) se hayan detectado con niveles más bajos**. Sobre estas competencias específicas se escogería sus criterios de evaluación e indicadores de logro más detallados, para poder observar con más fiabilidad estos aprendizajes en el alumnado. Sin embargo, se debe tener en consideración las propias limitaciones de estas pruebas, restringidas por el tipo de evidencia que son (respuestas a preguntas), por lo que la dimensión de las competencias clave relacionada con las destrezas queda restringida, y las actitudes, no valorada.

Por un lado, la información de las pruebas de diagnóstico junto con este resultado de la evaluación inicial, en los dos primeros ciclos de Primaria o para primero de Educación Secundaria, ayudará a analizar, valorar y reorientar la práctica docente, sus programaciones (carácter preventivo). Por otro lado, tiene especial relevancia esta evaluación inicial en las medidas de atención a la diversidad y a las diferencias individuales para el alumnado de tercer ciclo o tercero y cuarto de la ESO (carácter correctivo). Estas pautas, dadas por el Decreto 101 y 102/2023 de 9 de mayo, ayudan a sacar provecho de la evaluación inicial, con carácter orientador.

Además de las consideraciones anteriores, un referente interesante a valorar en la evaluación inicial son los **informes finales de área/materia**, que aportarán información precisa, así como posibles dificultades particulares encontradas en el alumnado.

En cualquier caso, sería una propuesta acorde a la evidencia científica y a los estudios más recientes sobre el fracaso escolar en la competencia matemática incluir las **competencias específicas socioafectivas** en esta evaluación inicial, reflejando indicadores de logro que nos marcarán referencias sobre la ansiedad matemática, las emociones, actitudes y creencias que el alumnado pueda tener con respecto a su desempeño matemático.

Todo ello conduce a la idea de que la evaluación inicial no puede responder solo a una evidencia de tipo "respuestas a preguntas", sino que requiere, además, de algún **desempeño**; este desempeño, recordemos, es la **ejecución compleja y práctica**, habitualmente con interacción **social** entre alumnado, que suele incluir **productos intermedios**. Es habitual que sean procesos de **cierta duración** y que tienen un **propósito abierto**, con **múltiples posibles respuestas**.

Con respecto al **resto de áreas/materias del currículo de la Educación Primaria, Secundaria y Bachillerato**, una propuesta a considerar para que la evaluación inicial profundice en la evaluación de la competencia matemática es priorizar las competencias específicas que tengan vinculación con los descriptores STEM 1 y STEM 4, y pudiendo de esta forma realizar un diagnóstico inicial, pronóstico y diagnóstico, que ayude a situar el nivel inicial a trabajar en un centro que desarrolle un plan para la mejora del razonamiento matemático. Podemos ver la relación entre las competencias específicas de las distintas áreas y los descriptores operativos 1, y 4 de la STEM en las diferentes etapas en las siguientes tablas:

DESCRIPTORES OPERATIVOS STEM INFANTIL			
ÁREA	COMPETENCIA ESPECÍFICA	DESCRIPTORES OPERATIVOS	
		STEM1	STEM4
CRECIMIENTO EN ARMONÍA	C.E.1	X	
	C.E.2	X	
	C.E.3	X	
DESCUBRIMIENTO Y EXPLORACIÓN DEL ENTORNO	C.E.1	X	X
	C.E.2	X	
	C.E.3		
COMUNICACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE LA REALIDAD	C.E.1	X	
	C.E.3	X	

DESCRIPTORES OPERATIVOS STEM PRIMARIA							
ÁREA	COMPETENCIA ESPECÍFICA	DESCRIPTOR		ÁREA	COMPETENCIA ESPECÍFICA	DESCRIPTOR	
		STEM1	STEM4			STEM1	STEM4
CONOCI-MIENTO DEL MEDIO NATURAL, SOCIAL Y CULTURAL	C.E.1		X	PRIMERA Y SEGUNDA LENGUA EXTRANJERA	C.E.1	X	
	C.E.2		X		C.E.2	X	
	C.E.3		X		C.E.3	X	
	C.E.4				C.E.4	X	
	C.E.5	X	X		C.E.5	X	
	C.E.6			MATEMÁTICAS	C.E.1	X	X
	C.E.7		X		C.E.2	X	
EDUCACIÓN ARTÍSTICA	C.E.1	X			C.E.3	X	
	C.E.2				C.E.4	X	
	C.E.4				C.E.5	X	
EDUCACIÓN FÍSICA	C.E.1				C.E.6	X	
	C.E.2	X			C.E.7		
	C.E.5				C.E.8		
	C.E.3	X					
LENGUA CASTELLANA Y LITERATURA	C.E.2	X					
	C.E.3	X					
	C.E.4	X					
	C.E.5	X					

DESCRIPTORES OPERATIVOS STEM SECUNDARIA							
MATERIA	COMPETENCIA ESPECÍFICA	DESCRIPTOR OPERATIVO		MATERIA	COMPETENCIA ESPECÍFICA	DESCRIPTOR OPERATIVO	
		STEM1	STEM4			STEM1	STEM4
BIOLOGÍA Y GEOLOGÍA	C.E.1		X	LENGUA CASTELLANA Y LITERATURA	C.E.2	X	
	C.E.2		X		C.E.3	X	
	C.E.3				C.E.4		X
	C.E.4	X			C.E.5	X	
	C.E.5				C.E.9	X	
	C.E.6	X	X	LENGUA EXTRANJERA	C.E.1	X	
DIGITALI-ZACIÓN	C.E.1	X			C.E.2	X	
	C.E.3				C.E.3	X	
ECONOMÍA Y EMPRENDI-MIENTO	C.E.3				C.E.4	X	
	C.E.4				C.E.5	X	
	C.E.7			MATEMÁTICAS	C.E.1	X	X
EDUCACIÓN FÍSICA	C.E.1				C.E.2	X	
	C.E.5				C.E.3	X	
EDUCACIÓN PLÁSTICA, VISUAL Y AUDIOVISUAL	C.E.7				C.E.4	X	
	C.E.8				C.E.5	X	
EDUCACIÓN EN VALORES CÍVICOS Y ÉTICOS	C.E.3				C.E.6	X	
EXPRESIÓN ARTÍSTICA	C.E.4				C.E.7		
FÍSICA Y QUÍMICA	C.E.1	X	X		C.E.8		X
	C.E.2	X			C.E.9		
	C.E.3		X		C.E. 10		
	C.E.4		X				
	C.E.5						
	C.E.6						
GEOGRAFÍA E HISTORIA	C.E.1		X				
	C.E.3		X				

4.2.8. Ejemplos de evaluación inicial para la competencia matemática

Reconociendo que el conocimiento matemático, en cualquier nivel educativo (desde Educación Infantil, pasando por Educación Primaria, hasta Educación Secundaria), no se adquiere por repetición, sino que la competencia matemática se desarrolla al resolver situaciones problemáticas, esto obliga a replantear la evaluación de los conocimientos matemáticos de manera distinta a la tradicional. Es esencial considerar que el **conocimiento lógico-matemático es transversal** y se evidencia en actividades diversas. Asimismo, dado que todo conocimiento debe contextualizarse para facilitar la comprensión del problema, es crucial tener en cuenta que en los niveles educativos iniciales, los conocimientos están inherentemente contextualizados, lo cual debe reflejarse en la evaluación.

La consideración relativa al ritmo de aprendizaje reviste una importancia capital en estas etapas educativas, siendo difícil concebir un desarrollo del aprendizaje de carácter lineal, en atención a los múltiples factores que concurren y condicionan dicho proceso, tales como las experiencias familiares y sociales del alumnado. En consecuencia, **el alumnado de la misma edad evidencia progresos a ritmos notablemente dispares**, lo cual exige no sólo la elaboración de progresiones de aprendizaje individualizadas, sino también una **evaluación de carácter altamente personalizado** y eminentemente formativo. La aplicación de pruebas estandarizadas a la totalidad del alumnado de un aula resulta de escasa utilidad, siendo frecuente que **la observación continua y sistemática por parte del docente proporcione información valiosa acerca de las competencias que posee la mayoría del alumnado**. La evaluación inicial deberá aportar datos individualizados que permitan diseñar y programar actividades e itinerarios diferenciados.

La evaluación inicial en las etapas de Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria puede tener aspectos coincidentes debido a la estructura curricular similar. Ya hemos mencionado que las **competencias específicas** van a ser el referente, **obteniendo pistas** certeras sobre el grado de desempeño previsto de la misma **observando los criterios de evaluación del curso anterior**. Además de revisar la documentación administrativa del curso anterior, habrá que recabar evidencias o herramientas para conocer qué nivel competencial presenta el alumnado en cada competencia específica.

Ejemplo para Educación Infantil (5 años)

Área: Descubrimiento y exploración del entorno.

Competencia específica:

1. Identificar las características de los materiales, objetos y colecciones, estableciendo relaciones entre ellos, mediante la exploración, la manipulación sensorial y el manejo de herramientas sencillas y el desarrollo de destrezas lógico-matemáticas para descubrir y crear una idea cada vez más compleja del mundo.

“Las aventuras en el bosque de los números”

Hoy nos embarcamos en una gran aventura en el bosque de los números. En este bosque mágico, los números, las formas y los patrones nos ayudarán a superar retos para encontrar el cofre del tesoro. ¿Qué habrá dentro del cofre? ¿Están listos, pequeños exploradores? ¡Vamos allá!

RETO 1: “Los duendecillos contadores” (conteo y asociación número-cantidad).

Al entrar en el bosque, unos duendes traviesos nos cuentan que han perdido sus piedras mágicas y nos piden ayuda para encontrarlas.



Tenemos una misión:

- **Contar en voz alta hasta 10** con los duendes.
- **Entregar la cantidad de piedras mágicas** a cada duende.
- Comparar quién tiene más o menos piedras.

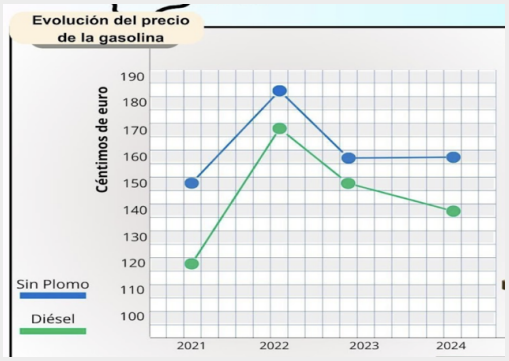
Material: piedras de colores, canicas, etc.

Ejemplos para la Educación Primaria (2º ciclo)

Competencia específica:

3. Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones basadas en la vida cotidiana, de forma guiada, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación para contrastar su validez, adquirir e integrar nuevo conocimiento.





RETO 1: Durante su viaje, Lucas y su familia han parado en una gasolinera. Fíjate en la gráfica **evolución del precio de la gasolina**. Después de analizar la gráfica, rodea las **dos opciones correctas**:

- Tanto el combustible diésel como el sin plomo tuvieron un aumento de precio en 2022.
- El precio de los dos combustibles en 2024 ha sido el más bajo de los últimos cuatro años.
- El precio de los dos combustibles es más alto en 2024 que en 2021.
- La gasolina sin plomo siempre ha sido más barata que el combustible diésel.

RETO 2: Como puedes ver, al unir las distintas ciudades en las que han estado, se ha formado **una figura geométrica**. Lee con atención y rodea **sólo la opción correcta**:

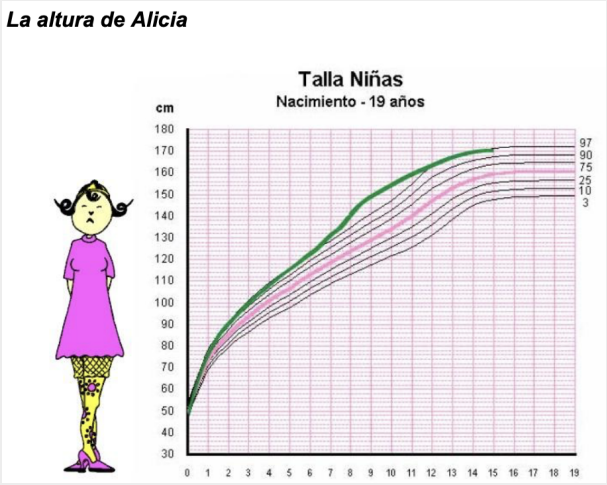
- Se ha formado un cuadrilátero porque tiene cuatro lados. Cada punto corresponde a los distintos vértices.
- Aunque tiene cuatro lados, no es un cuadrilátero porque los lados no son iguales.
- Se ha formado un rectángulo porque tiene cuatro lados distintos.
- Se ha formado un rombo. Los puntos representan los vértices.

Ejemplo para la Educación Secundaria (Primer ciclo)

Competencia específica:

3. Formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de forma autónoma, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación, para generar nuevo conocimiento.

La altura de Alicia



Edad, años

Este gráfico indica, en rosa, el crecimiento medio de las niñas de los 0 a los 19 años. En verde muestra el crecimiento de Alicia de los 0 a los 15 años.

Crecimiento de Alicia	Años	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	Altura en cm.	50	76	92	100	108	116	123	133	142	150	155	160	164	167	170	170

RETO: Observa y analiza la **gráfica "talla niñas"** y la **tabla "crecimiento de Alicia"** para contestar a las siguientes preguntas justificando tus respuestas:

a) ¿Cuál era la altura de Alicia?

Al nacer	
los 6 años	
los 9 años	
los 11 años	

b) ¿A qué edad medía 133 cm?

c) ¿A qué edad Alicia dobló la altura que tenía al nacer?

d) ¿Cuál fue el año que creció menos?

e) ¿Qué año creció más?

f) El crecimiento de Alicia es superior o inferior a las medias de crecimiento de las niñas?

4.2.9. La evaluación continua para la mejora del aprendizaje matemático

El sentido de la evaluación continua.

En las Órdenes de 30 de mayo que desarrollan el currículo de las diferentes etapas educativas, se establece que la evaluación es **continua** cuando *"[...] se realiza durante todo el proceso de aprendizaje, permitiendo **conocer el progreso del alumnado** en el **antes, durante y final del proceso** educativo, realizando **ajustes** y cambios en la **planificación** del proceso de enseñanza y aprendizaje, si se considera necesario"*. En otras palabras, como se expuso en la introducción a este apartado, la naturaleza continua de la evaluación se vincula intrínsecamente con su función formativa, cuyo propósito es perfeccionar el proceso educativo y orientar la trayectoria del alumnado, brindando apoyo cuando se identifiquen obstáculos.

El carácter continuo se mantiene constante en todas las etapas educativas y es recomendable separarlo, todo lo posible, de la idea de calificación. El objetivo principal de la evaluación debe centrarse en la **toma de decisiones** para mejorar el nivel de desarrollo de las competencias específicas matemáticas y, por ende, de los descriptores operativos STEM, no en su medición ni en la mera cuantificación. ***No es una calificación continua***, sino una recogida de información para la toma de decisiones, que no tiene siempre que comunicarse en términos de calificaciones o notas.



Llegados a este punto, y una vez que la evaluación inicial ha sido empleada para tomar buenas decisiones a principio de curso sobre la programación y el trabajo no solo de la matemática, sino de toda la competencia STEM, se deben plantear la toma de decisión constante.

Las primeras decisiones girarán en torno al planteamiento de una programación de ciclo/departamento para el desarrollo de la competencia matemática coherente con las diferentes fuentes de información disponibles, principalmente los resultados de las pruebas de diagnóstico y la evaluación inicial, así como la memoria de autoevaluación de centro que anteriormente hemos tratado.

4.2.9. 1 La creación de instrumentos de evaluación con indicadores competenciales.

Los procesos de evaluación comienzan en el primer instante que iniciamos una propuesta curricular, siempre con la referencia clara de la competencia específica desarrollada, los criterios de evaluación planteados y los saberes básicos movilizados que vamos a necesitar. Esta concreción curricular, origen del trabajo didáctico, orienta el planteamiento de un buen plan de evaluación de la competencia matemática.

Es por ello, tal como indica Pérez Pueyo y colaboradores (2024), que la planificación temprana de las evidencias o herramientas de aprendizaje es una característica propia y diferenciadora de otros modelos didácticos, que no son una situación que genera aprendizaje, y ello nos permite organizar la secuencia didáctica de una forma más ordenada y coherente.

Al inicio del diseño didáctico, se debe tener previsto tanto el producto final, reto o desempeño de la situación de aprendizaje como las evidencias o herramientas que el alumnado va a ir produciendo durante el camino a ese producto final.

El siguiente paso sería realizar las acciones necesarias para responder a la siguiente pregunta: ¿Qué voy a observar de esas evidencias para asegurarme que desarrollan las competencias y criterios de evaluación previstos? ¿Qué características positivas o conductas de éxito deben tener para desarrollar la competencia prevista? Esto nos lleva a la redacción de indicadores de logro que orienten el trabajo.

A continuación, algunos ejemplos para entender la importancia de redactar correctamente estos indicadores y que orienten a obtener del alumnado evidencias de calidad para la competencia matemática.

Ejemplo de indicadores de logro en una respuesta a preguntas para Educación Infantil:

Área: Descubrimiento y exploración del entorno.

Competencia específica

Tomar contacto, de manera progresiva, con los procedimientos del método científico y las destrezas del pensamiento computacional básico, a través de procesos de observación y manipulación de elementos del entorno, para iniciarse en su interpretación y responder de forma creativa a las situaciones y retos que se plantean, dando lugar a situaciones de reflexión y debate.

Criterio de evaluación

2.1. Afrontar retos o problemas planificando secuencias de actividades, mostrando interés, iniciativa y actitud colaborativa.

Saberes básicos

E.02.A.04. Funcionalidad de los números en la vida cotidiana Conceptos matemáticos y acercamiento a sus usos cotidianos. Operaciones sencillas a partir de situaciones reales significativas.

DEE.02.B.04. Estrategias de planificación, organización o autorregulación de tareas y secuencias de acción propias del pensamiento computacional y del método científico. Iniciativa en la búsqueda de acuerdos o consensos en la toma de decisiones.

DEE.02.B.05. Estrategias para proponer soluciones de forma consensuada, potenciando una predisposición de escucha y actitud decidida para ser escuchado: creatividad, diálogo, imaginación y descubrimiento.

Ejemplo de respuesta a preguntas:

Respuesta a preguntas orales sobre imágenes, material manipulativo o escenas de la realidad.

Ejemplo: Hay dos delfines saltando y se une uno más. ¿Cuántos delfines hay ahora?



Indicadores de logro

- Muestra interés a la hora de responder las preguntas para resolver la situación problemática.
- Resuelve la situación planteada oralmente planificando una secuencia de acciones.
- Manifiesta iniciativa al secuenciar las acciones y realizar las operaciones.
- Presenta una actitud colaborativa para encontrar una solución consensuada.

Ejemplo de indicadores de logro en un producto para Educación Secundaria:

Materia: Matemáticas

Competencia específica

CE 2. Analizar las soluciones de un problema usando diferentes técnicas y herramientas, evaluando las respuestas obtenidas, para verificar su validez e idoneidad desde un punto de vista matemático y su repercusión global.

Criterio de evaluación

2.2. Comprobar, mediante la lectura comprensiva, la validez de las soluciones obtenidas en un problema, comprobando su coherencia en el contexto planteado y evaluando el alcance y repercusión de estas soluciones desde diferentes perspectivas: igualdad de género, sostenibilidad, consumo responsable, equidad o no discriminación.

Saberes básicos

MAT.2.A.6. Educación financiera. Métodos para la toma de decisiones de consumo responsable atendiendo a las relaciones entre calidad y precio, y a las relaciones entre valor y precio en contextos cotidianos.

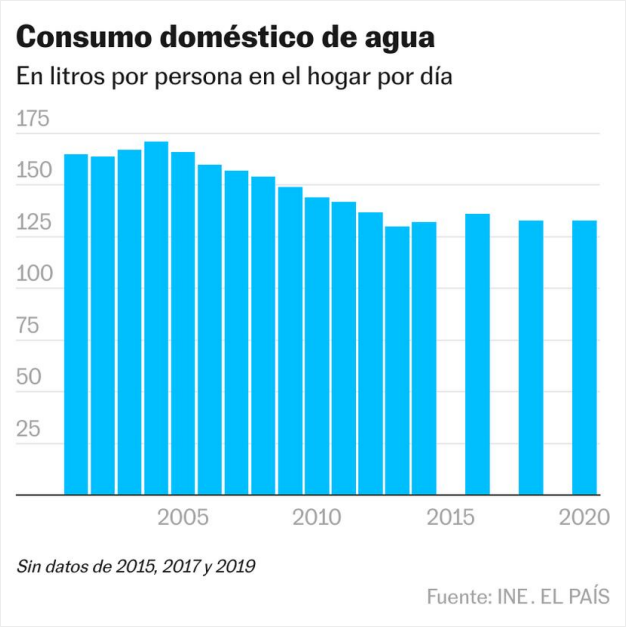
MAT.2.B.3. Estimación y relaciones. Estrategias para la toma de decisión justificada del grado de precisión requerida en situaciones de medida.

MAT.2.F.3.1. Actitudes inclusivas y aceptación de la diversidad presente en el aula y en la sociedad.

MAT.2.F.3.2. La contribución de las matemáticas al desarrollo de los distintos ámbitos del conocimiento humano desde una perspectiva de género.

Ejemplo de producto:

Confeccionar informes en el que se analicen las soluciones obtenidas y se reflexione sobre qué actuaciones se deben llevar a cabo para modificar la solución y mejorar su repercusión global. Ejemplo: Realizar un informe en el que se analice los datos de los que se obtienen la solución para tomar medidas y reducir el consumo de agua.



Indicadores de logro:

- Comprueba la validez de las soluciones de un problema mediante la lectura comprensiva del enunciado.
- Comprueba la coherencia de las soluciones con el contexto planteado.
- Evalúa el alcance de las soluciones desde la perspectiva de género.
- Evalúa el alcance de las soluciones desde la sostenibilidad.
- Evalúa el alcance de las soluciones desde el consumo responsable.
- Evalúa el alcance de las soluciones desde la equidad y no discriminación.
- Evalúa la repercusión de las soluciones desde la perspectiva de género.
- Evalúa la repercusión de las soluciones desde la sostenibilidad.
- Evalúa la repercusión de las soluciones desde el consumo responsable.
- Evalúa la repercusión de las soluciones desde la equidad y no discriminación.

Ejemplo indicadores de logro para un desempeño en Educación Primaria:

Área: Matemáticas

Competencia específica

CE 1. Interpretar situaciones de la vida cotidiana proporcionando una representación matemática de las mismas mediante conceptos, herramientas y estrategias para analizar la información más relevante.

Criterio de evaluación

1.2.b. Proporcionar ejemplos de representaciones de situaciones problematizadas sencillas, con recursos manipulativos y gráficos que ayuden en la resolución de un problema de la vida cotidiana, individualmente y cooperando entre iguales.

Saberes básicos

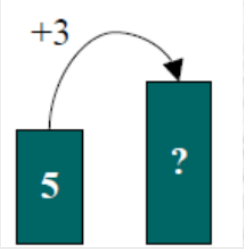
MAT.1.A.3.2. Suma y resta de números naturales resueltas con flexibilidad y sentido: utilidad en situaciones contextualizadas, estrategias y herramientas de resolución y propiedades, mediante el uso de materiales y recursos lúdicos y motivadores, tales como trucos sencillos de magia educativa, juegos de mesa y materiales manipulativos.

MAT.1.A.3.3. Elementos de un problema (enunciado, datos, pregunta, operación y solución). Fases para su resolución.

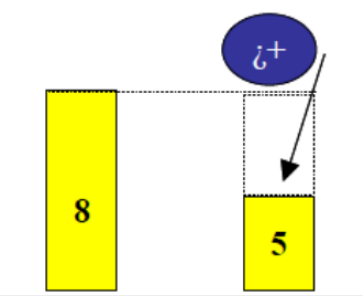
MAT.1.A.3.4. Desarrollo de estrategias personales para resolver problemas, investigaciones y pequeños proyectos de trabajo.

Ejemplo de desempeño:

Representar a nivel manipulativo, gráfico o simbólico situaciones de la vida cotidiana. Ejemplo: En un taller de un supermercado hay una tarta pequeña que cuesta 5 € y a su lado una tarta más grande que cuesta 3 € más. Representa mediante gráficos la situación anterior.



Dada la representación manipulativa, gráfica o simbólica, enumerar oralmente situaciones de la vida cotidiana a las que se pueda aplicar.Ejemplo: Describe oralmente una situación de la vida cotidiana cuya representación gráfica corresponda con la siguiente:



Indicadores de logro

- Proporciona individualmente ejemplos de representaciones de situaciones problematizadas sencillas con recursos manipulativos.
- Proporciona colaborativamente ejemplos de representaciones de situaciones problematizadas sencillas con recursos gráficos.
- Integra las representaciones dentro de la fase de resolución de problemas “concebir un plan”.
- Desarrolla las representaciones como estrategia personal para resolver problemas.

Los indicadores de logro aluden a la **calidad esperada de las evidencias o herramientas producidas por el alumnado**. En consecuencia, se sugiere que constituyan un punto de inicio adecuado para establecer una noción compartida de calidad entre docentes y alumnado, así como un medio para el diálogo durante la retroalimentación, con el objetivo de fomentar la mejora y el progreso.

Dichos indicadores de logro deben ubicarse en un espacio físico específico para gestionar el flujo de información que se generará a partir de las observaciones del alumnado, lo que se conoce como **instrumento de evaluación**. Estos instrumentos, categorizados como se mencionó anteriormente, son tres y proporcionan control sobre el proceso de evaluación. Cada uno de ellos tendrá ventajas e inconvenientes, dependiendo del propósito que nos planteemos y del tipo de evidencia. Vamos a ver ejemplos de instrumentos:

Ejemplo de lista de cotejo:

Lista de cotejo	SÍ	NO
Comparte oralmente información a la hora de resolver la situación problemática.		
Escucha activamente a la hora de resolver la situación problemática.		
Realiza preguntas orales a la hora de resolver la situación problemática.		
Define qué quiere conseguir con la secuencia de acciones.		
Identifica las acciones necesarias		
Establece una secuencia lógica de acciones.		
Ejecuta la secuencia lógica de acciones.		
Propone secuencias de acciones.		
Toma decisiones para secuenciar las acciones.		
Aporta ideas y enfoques para mejorar la secuencia.		
Propone oralmente las operaciones a realizar.		
Anticipa las dificultades a la hora de operar.		
Toma decisiones para mejorar el cálculo.		
Respeta las opiniones y diferencias.		
Presenta disposición a ayudar.		
Prioriza buscar una solución consensuada.		
Valora las contribuciones de los demás.		

Ejemplo de escala de observación:

Escala de Observación				
	POCAS VECES REGULAR	ALGUNAS VECES ACEPTABLE	USUALMENTE BUENO	SIEMPRE EXCELENTE
Comprueba en el informe que las soluciones son válidas respondiendo a una lectura comprensiva del enunciado				
Comprueba en el informe que las soluciones son coherentes con el contexto planteado				
Evalúa en el informe el alcance de las soluciones desde una perspectiva de género				
Evalúa en el informe la repercusión de las soluciones desde una perspectiva de género				
Evalúa en el informe el alcance de las soluciones desde la sostenibilidad				
Evalúa en el informe la repercusión de las soluciones desde la sostenibilidad				
Evalúa en el informe el alcance de las soluciones desde el consumo responsable				
Evalúa en el informe la repercusión de las soluciones desde el consumo responsable				

Escala de Observación				
	POCAS VECES REGULAR	ALGUNAS VECES ACEPTABLE	USUALMENTE BUENO	SIEMPRE EXCELENTE
Evalúa en el informe el alcance de las soluciones desde la equidad y no discriminación				
Evalúa en el informe la repercusión de las soluciones desde la equidad y no discriminación				

Ejemplo de rúbrica analítica:

RÚBRICA ANALÍTICA				
	INSUFICIENTE	MEJORABLE	SATISFACTORIO	EXCELENTE
Representación individuales de situaciones con recursos manipulativos	No es capaz de realizar representaciones con recursos manipulativos a nivel individual sobre la información de situaciones problemáticas sencillas.	Es capaz de realizar representaciones guiadas con recursos manipulativos a nivel individual sobre la información de situaciones problematizadas sencillas.	Es capaz de realizar representaciones con cierta autonomía con recursos manipulativos a nivel individual sobre la información de situaciones problematizadas sencillas.	Es capaz de proporcionar representaciones con autonomía, y de forma creativa, con recursos manipulativos a nivel individual sobre la información de situaciones problemáticas sencillas.
Representaciones en grupos de situaciones con recursos gráficos.	Es incapaz de representar en grupo usando recursos gráficos, la información de situaciones problemáticas sencillas.	Es capaz de realizar representaciones guiadas con recursos gráficos a nivel grupal sobre la información de situaciones problemáticas sencillas.	Es capaz de realizar representaciones con cierta autonomía usando recursos gráficos a nivel grupal sobre la información de situaciones problemáticas sencillas.	Es capaz de proporcionar representaciones creativas con recursos gráficos a nivel grupal sobre la información de situaciones problemáticas sencillas.

RÚBRICA ANALÍTICA				
	INSUFICIENTE	**MEJORABLE**	**SATISFACTORIO**	**EXCELENTE**
Integra las representaciones dentro de la fase de resolución de problemas “concebir un plan”.	No es capaz o tiene serias dificultades para seguir las fases de resolución de problemas .	Hace uso guiado y escaso de las representaciones para resolución de un problema, siguiendo el plan establecido, haciendo uso impreciso de alguna estrategia.	Integra con cierta ayuda y de manera frecuente las representaciones dentro de la fase “concebir un plan”, con alguna estrategia.	Integra sin ayuda y siempre las representaciones dentro de la fase “concebir un plan”, seleccionando la mejor estrategia.

Dichos instrumentos, una vez elaborados, facilitarán la toma de decisiones para abordar los posibles errores o deficiencias que el alumnado pueda manifestar en su desempeño. Su utilización tiene un carácter primordialmente formativo, con el objetivo de proporcionar información al alumnado, al profesorado y a las familias sobre el progreso del proceso de aprendizaje y las posibles vías de mejora que se puedan establecer. Constituiría, tal como señala Sanmartí (2020), una pausa reflexiva con el fin de tomar decisiones que optimicen el aprendizaje.

Estas decisiones deben ser compartidas, no debiendo pensar que el uso de estos instrumentos es solo por parte del profesorado, sino que debe utilizarse de forma conjunta con el alumnado, en **coevaluación y autoevaluación**. Tal como Hattie y Clarke (2020) proponen, estas dos modalidades de uso **deben funcionar de forma conjunta para tener éxito**, y en este caso, deben siempre entenderse como evaluación, no calificación.

Tratamiento del error en el aula de matemáticas.

La comprensión del error en matemáticas ha evolucionado a lo largo de la historia de las ciencias de la educación, pasando de interpretaciones meramente cuantitativas a miradas integradoras que destacan su valor didáctico como herramienta de optimización del aprendizaje. Para concebir el error como un recurso pedagógico, es esencial articular distintos niveles de análisis: desde su identificación hasta su inserción en propuestas metodológicas.

En primer lugar, **el error ofrece a los docentes una oportunidad única de organizar las actividades en el aula** (Carrión Miranda, 2007). Más que como un indicador de fallo, cada error se convierte en pistas desde las cuales, los docentes pueden diagnosticar las concepciones incompletas o erróneas del alumnado y, de ese modo, reorientar las acciones y actividades en el aula de matemáticas.

Desde una perspectiva constructivista, los errores actúan como “contraejemplos” que delimitan fronteras de lo correcto, enriqueciendo la experiencia de aprendizaje negativo y convirtiéndose en un conocimiento necesario para avanzar (Oser & Spychiger, 1999). Para que esta experiencia sea

productiva, el alumnado debe comprender, analizar y corregir conscientemente sus errores, generando estrategias de prevención futuras.

Por ello, **el alumnado debe adoptar un papel activo en la investigación de sus errores**, por lo que los docentes deben diseñar e incluir tareas en el aula de matemáticas donde se incluyan problemas que puedan provocar errores controlados, haciendo así que el alumnado detecte, clasifique sus errores y explore soluciones a los mismos.

Por tanto, el papel de la evaluación formativa es fundamental a lo largo de todo el proceso de aprendizaje. De este modo, **el error se transforma en un indicador fundamental que permite al docente ofrecer al alumnado una información clara y ajustada sobre en qué punto del aprendizaje se encuentra y qué le falta por alcanzar**. El uso de instrumentos de evaluación, que desglosan los criterios de evaluación en niveles de complejidad, permite vincular errores concretos a saberes o procesos específicos. Esta claridad conceptual ayuda al alumnado a interpretar mejor sus propios fallos y a verlos como parte del proceso de mejora.

Los datos extraídos de las evidencias de aprendizaje muestran que el alumnado que comprende con precisión qué aprendizajes ha adquirido y cuáles no, tiende a mejorar significativamente en evaluaciones posteriores. **El error deja de ser una barrera y se convierte en una señal útil para redirigir el esfuerzo y tomar decisiones informadas sobre el propio aprendizaje**. Esta práctica fomenta, además, una actitud activa hacia la autoevaluación, en la que el alumno se convierte en protagonista del análisis de sus logros y dificultades.

Para canalizar este potencial, es recomendable diseñar o emplear rúbricas formativas que den pistas al alumnado de su nivel de desempeño, acompañadas de ejemplos (modelos o experiencia previas) que permitan al alumnado identificar los distintos niveles de rendimiento, invitándole a identificar en cuál de ellos se encuentra y reflexionar sobre qué aprendizajes debe adquirir o desarrollar para alcanzar niveles superiores.

La **dimensión afectiva** no puede tampoco obviarse: exponer públicamente los errores genera en gran parte del alumnado sentimientos de vergüenza y distorsión de la autoimagen. Diferenciar espacios de análisis privado y colectivo, así como **gestionar cuidadosamente la retroalimentación**, favorece un clima emocional que potencia la autoestima y minimiza el estigma. En el aula de matemáticas se debe evidenciar que el error es parte de un proceso de construcción de razonamiento matemático, fortaleciendo así la confianza del alumnado en sí mismo. En definitiva, el alumnado debe percibir que **el error conlleva un *riesgo bajo*** y que no tiene consecuencias negativas, pues de lo contrario, tenderá a no hacerlo visible y, con ello, cesará la autorregulación del aprendizaje.

Del mismo modo, **la retroalimentación constituye un elemento esencial del tratamiento del error**, al convertirse en la herramienta más poderosa de que dispone el profesorado para guiar al alumnado en su proceso de mejora. No se trata únicamente de corregir, sino de **comunicar con claridad y propósito qué se ha hecho, por qué está bien o mal, y sobre todo, qué puede hacerse**

para mejorar. Este enfoque, conocido como *feedforward*, orienta la mirada del alumno hacia el futuro y fomenta la acción. No obstante, el *feedback* también tiene una dimensión emocional que debe ser gestionada con cuidado: su impacto puede ser tan positivo como negativo. Para ser eficaz, **el *feedback* debe adaptarse a la mentalidad del alumnado**. Aquellos con una mentalidad fija, que perciben sus capacidades como inmutables, necesitan estímulos positivos que les animen a cambiar su forma de pensar; mientras que quienes poseen una mentalidad de crecimiento pueden beneficiarse más directamente del señalamiento de errores y propuestas de mejora. Además, **el *feedback* debe presentarse de forma dosificada, razonada y abierta, favoreciendo la autorregulación** y la reflexión del estudiante. A menudo, en lugar de señalar directamente el error, resulta más efectivo provocar que sea el propio alumno quien lo descubra a través de preguntas orientadoras. Finalmente, para que la retroalimentación cumpla su función, ha de estar acompañada de **oportunidades reales para que el alumnado la aplique**. Un feedback que no se pone en práctica es tiempo perdido; solo tiene valor si es útil, si se transforma en acción y, en definitiva, si el alumnado lo asume y lo utiliza para aprender.

En definitiva, el tratamiento del error en el aula de matemáticas trasciende la corrección punitiva: integra análisis, metodologías activas y dimensiones afectivas para convertir **cada equivocación en una oportunidad de aprendizaje profundo, resiliente y significativo.**

Ejemplo de tratamiento de error en matemáticas. Suma de Fracciones (5º Educación Primaria)

Descripción del error:

Carlos, alumno de 5º de Primaria, resuelve 1/4+2/8 y obtiene 3/12. Ha sumado numeradores y denominadores directamente, indicando una comprensión incompleta de la suma de fracciones con diferente denominador.

Abordaje Formativo

Validar y preguntar: La docente le dice: “Gracias por tu solución, Carlos. Es un buen intento. ¿Recuerdas qué hacemos si las ‘partes’ no son del mismo tamaño antes de juntarlas?” (Fomenta la reflexión sin corregir).

Recurso y autocorrección: Se le ofrece material manipulativo en forma de **piezas de fracciones**. Carlos las usa para visualizar 1/4 y 2/8, y se da cuenta de que 2/8 es lo mismo que 1/4. Al verlo, él mismo reformula el problema a 1/4 + 1/4 = 2/4 o 4/8.

Consolidación y *feedforward*: La docente le pide que explique su razonamiento y le propone otro problema similar. “¡Excelente, Carlos! Ahora ya sabes cómo asegurarte de que las partes sean iguales antes de sumar. ¿Cómo lo recordarás para el próximo problema?” (El error se convierte en una **oportunidad de aprendizaje profundo y autoconfianza**).

Autoevaluación y Coevaluación en matemáticas

En el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, la evaluación adquiere un matiz formativo esencial: no se trata únicamente de comprobar si el alumnado ha alcanzado un objetivo, sino de fomentar su capacidad para autorregularse y colaborar en su propio aprendizaje. Tal como se señaló en la investigación exploratoria realizada en docentes de educación básica, la **autoevaluación** invita al alumnado a reflexionar críticamente sobre su desempeño, identificar las lagunas en su comprensión y proponer acciones de mejora (García et al., 2016).

Aplicado a matemáticas, esto puede concretarse en actividades como una lista de cotejo al resolver ecuaciones cuadráticas, donde el alumno se formule preguntas del tipo:

- "¿He planteado correctamente la ecuación en forma estándar?"
- "¿He comprobado las raíces sustituyéndolas en la ecuación original?"
- "¿Identifico claramente el paso en el que suelo cometer errores?"

De este modo, la autoevaluación refuerza el **pensamiento metacognitivo** y promueve la autonomía, permitiendo que el propio estudiante reconozca sus avances y asuma responsabilidad sobre ellos.

Por su parte, la **coevaluación** (también recibe el nombre de evaluación entre pares) enriquece el proceso al incorporar distintas perspectivas y legitimar el aprendizaje colaborativo. En matemáticas, un ejemplo sencillo consiste en intercambiar soluciones de un problema: cada alumno revisa el procedimiento y aporta comentarios sobre la claridad de las construcciones, el rigor de los razonamientos y la precisión de la solución. Esta dinámica, sustentada en criterios consensuados mediante rúbricas, no solo mejora la calidad del trabajo evaluado, sino que también desarrolla en el alumnado habilidades de argumentación y de discernimiento matemático (Ramis, Payeras & Carrasco, 2018).

Para integrar ambas prácticas de forma eficaz, el docente de matemáticas puede seguir estos pasos:

1. **Definir criterios claros** en una rúbrica breve (por ejemplo: corrección del procedimiento, coherencia del argumento, uso adecuado de símbolos).
2. **Programar momentos de autoevaluación** al cierre de cada tema, invitando al alumnado a completar un breve cuestionario de tres preguntas metacognitivas.
3. **Organizar coevaluaciones en parejas o tríos**, facilitando la discusión guiada de las observaciones y fomentando el respeto por las distintas formas de resolver un mismo problema.

En conclusión, incorporar la autoevaluación y la coevaluación en las clases de matemáticas significa transformar la evaluación en una herramienta de aprendizaje profundo, donde el alumnado deja de ser un mero receptor de juicios ajenos para convertirse en protagonista activo de su formación.

4.2.10. La calificación.

La calificación o evaluación sumativa es un momento socialmente muy importante por la significación que tiene, al suponer la **integración de todo el proceso**, de forma consensuada, en una **etiqueta** que intenta, de alguna forma, recoger toda la información que se ha ido analizando y recogiendo. "[...] la evaluación calificadora es vista como un último juicio. Interviene al final de una etapa, de un curso, de una unidad y, en este estadío, ya no hay tiempo para aprender más, es el momento del balance, de la hora de la verdad" (Perrenoud, 2001).

Como anteriormente se ha apuntado, **calificar es certificar aprendizajes**, con una función social muy marcada, y para ello se pretende valorar lo que conoce y hace el alumnado con respecto a lo que indica un criterio de evaluación ("evaluamos competencias observando sus criterios"). No se debe olvidar que evaluamos las competencias específicas ("la evaluación es competencial"), y con ello, el perfil competencial (los descriptores operativos).

A lo largo de los puntos anteriores se han dado algunas indicaciones y ejemplos para que la evaluación de la competencia matemática sea **coherente con las competencias específicas**, es decir, para que se intente valorar realmente competencias, y no solo saberes básicos. Los instrumentos que se han ido diseñando ayudan a observar aspectos de las herramientas o evidencias del alumnado y que su uso sea formativo; ahora, al llegar el momento de calificar, ese proceso de evaluación debe **converger en una nota** (una etiqueta) que intente resumir esa información que se ha ido atesorando durante todo el proceso. Esa "fotografía" que supone un "alto en el camino" durante el aprendizaje, en un momento determinado, es lo que habitualmente se entiende por calificación.

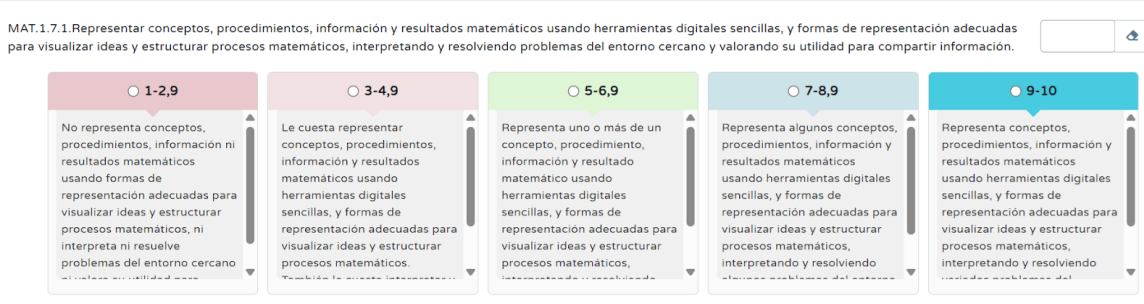
En las distintas etapas educativas, la evaluación sumativa tiene algunas particularidades. Por ejemplo, en **Educación Infantil**, la calificación se formula en términos cualitativos de **cuatro niveles** *"La valoración del proceso de aprendizaje se realizará en términos cualitativos. Esta se expresará con la siguiente escala de calificación: no adecuado, adecuado, bueno y excelente".* Mientras, en el **resto de etapas, se realizará tanto cualitativa como cuantitativamente, en cinco niveles** *"[...] boletín de calificaciones que tendrá carácter informativo y contendrá tanto calificaciones cualitativas como cuantitativas, expresadas en los términos Insuficiente (IN): 1, 2, 3 o 4. Suficiente (SU): 5. Bien (BI): 6. Notable (NT): 7 u 8. Sobresaliente (SB): 9 o 10".* Para esta valoración coherente y alineada de las competencias específicas, el sistema de información Séneca ofrece **rúbricas holísticas** de los criterios de evaluación, que ayudan a situar al alumnado en los diferentes grados de desempeño. Para ayudar a valorar con rigor los diferentes niveles se cuenta con la ayuda de todo el proceso de evaluación, que aporta información. La calificación tiene como referencia el criterio de evaluación observando el desempeño del alumnado sobre sus evidencias o herramientas. Por ello **la calificación no se realiza a esas evidencias, ni a los instrumentos**, sino que ambos tan solo median para procurar información que nos ayudará a situar al alumnado con respecto al criterio.

Atendiendo a todo lo descrito anteriormente, la **calificación proviene de la media de las competencias específicas, sin ponderar**. "Para determinar la calificación del alumnado no se ponderarán

criterios de evaluación, ni instrumentos de evaluación, dado que se evalúan desempeños, se considerarán desarrollados en mayor o menor medida, y será ese grado de desempeño lo que determinará la calificación del alumnado, independientemente del instrumento utilizado para evaluarlo. Teniendo en cuenta que todas las competencias hay que trabajarlas y no existe jerarquía entre ellas, estando establecido en la normativa en vigor, a través de la relación con los descriptores operativos, el peso relativo de cada una".

Ejemplo de calificación.

Aplicando lo descrito en esta sección al ejemplo anterior de alineación de elementos (competencia 7 y criterio 7.1, evidenciado en el informe sobre la huella de carbono), **los datos recogidos en la rúbrica nos permiten situar al alumnado en un nivel de desempeño claramente definido**. En este momento, la evaluación formativa deja paso a la evaluación sumativa: la "fotografía" final de todo el proceso. Tal como señala Perrenoud (2001), la evaluación calificadora actúa como un último juicio, un balance que recoge de forma consensuada toda la información acumulada lo largo de la situación de aprendizaje, se ha ido observando y retroalimentando el desempeño del alumnado en función de los indicadores de logro (precisión en la representación de datos, coherencia en la interpretación gráfica, eficacia comunicativa, etc.). **Al llegar al cierre de la situación de aprendizaje, esa misma información se traslada a la rúbrica holística de Séneca, que asocia cada nivel de desempeño** (Insuficiente, Suficiente, Bien, Notable, Sobresaliente) con un rango cualitativo y cuantitativo. De este modo, no estamos calificando el instrumento ni el producto en sí, sino el grado de consecución del criterio de evaluación, certificando los aprendizajes previstos en las competencias específicas.



En Educación Secundaria, por ejemplo, la normativa prevé que la calificación combine un juicio cualitativo (IN, SU, BI, NT, SB) con su equivalente numérico (1–4, 5, 6, 7–8, 9–10). Para determinar esa etiqueta final **no se ponderan los distintos indicadores ni los instrumentos utilizados, sino que se toma como referencia el grado de desempeño global alcanzado por el alumnado en el criterio 7.1**. Así, la media de todas las competencias específicas, sin ponderar, deviene en la nota final, respetando el principio de que cada competencia merece igual peso.

De este modo, **la evaluación formativa, rica en datos y retroalimentación, se convierte en una calificación sumativa que, más allá de una simple cifra, certifica de manera rigurosa y transparente el nivel de desarrollo competencial del alumnado.**

Para facilitar la transición de la evaluación formativa a la calificación sumativa, resulta conveniente diseñar la rúbrica con cinco niveles de desempeño. De este modo, cada grado de competencia queda mejor diferenciado y es más sencillo asignar la etiqueta cualitativa y cuantitativa correspondiente en el sistema de información Séneca, evitando solapamientos y proporcionando una visión más matizada del progreso del alumnado.

	IN	SU	BI	NT	SB
Representación de datos	Representa los datos de **forma incompleta o incorrecta**, sin utilizar gráficos adecuados, y con errores en el uso de números enteros, fraccionarios o decimales.	Representa los datos **utilizando al menos una forma gráfica** adecuada, aunque con errores o limitaciones en la claridad o la elección del tipo de representación.	Representa correctamente l**a mayoría de los datos** empleando gráficos interactivos pertinentes y expresando las cantidades con claridad.	Representa los datos **correctamente** mediante gráficos interactivos pertinentes, expresando con claridad los diferentes tipos de cantidades.	Representa los datos **con precisión y variedad**, seleccionando formas gráficas altamente pertinentes y comunicando con claridad y rigor las cantidades enteras, fraccionarias y decimales.
Estructura del informe	Elabora un **informe desorganizado o incompleto**, con escasa integración de gráficos o representaciones visuales y sin una interpretación clara ni propuestas justificadas.	Elabora un **informe básico con algunas representaciones visuales**, aunque estas no siempre facilitan la comprensión ni justifican adecuadamente las propuestas.	Elabora un **informe bien estructurado que incluye representaciones visuales pertinentes**, facilitando la interpretación de los datos.	Elabora un **informe bien estructurado que integra representaciones visuales pertinentes**, facilitando la interpretación de los datos y justificando las propuestas con claridad.	Elabora un **informe digital estructurado de forma excelente, con representaciones visuales precisas** y coherentes que refuerzan la interpretación y justifican sólidamente las propuestas de mejora.

4.3. METODOLOGÍAS ACTIVAS Y ESTRATEGIAS PARA EL APRENDIZAJE COMPETENCIAL.

Como se ha venido a observar en los apartados anteriores, el enfoque competencial requiere un cambio en la vida de aula, en la práctica diaria de centro y en la forma de planificar cómo enseñamos *-cómo se produce aprendizaje-* la competencia matemática en nuestro alumnado. Cambiar aspectos metodológicos en las aulas se considera esencial para poder llevar a cabo una renovación en la enseñanza. Es decir, la renovación de los aprendizajes, aunque necesaria, no es suficiente si no va acompañada de una **nueva práctica pedagógica**. La siguiente afirmación la podríamos situar como *"adecuada"* para el enfoque competencial actual, pero no dejemos de considerar el año de la misma: *"Demasiados ensayos educativos incurren en la triste paradoja de pretender enseñar las matemáticas modernas con métodos arcaicos, es decir, esencialmente verbales y basados solamente en la transmisión más que en la reinvención o redescubrimiento"* (Piaget, **1978**, p. 185). Ejemplo de esta paradoja se observa en algunas prácticas actuales, incluso con el uso de las nuevas tecnologías, donde el alumnado observa y repite lo que el profesorado muestra en la pantalla, sin profundizar en el razonamiento.

4.3.1. Metodologías activas.

Partir de la experiencia y acción tendrá como consecuencia inmediata la generación de recursos didácticos, muchos de los cuales son valorados por el profesorado actual cuando acceden a ellos. A través de los materiales, el alumnado inspecciona, descubre, construye, genera imágenes y establece semejanzas y variaciones de las situaciones, etc. lo que sugiere un proceso de aprendizaje que su mente debe controlar. Se asume que la manipulación era un primer paso motivador para estimular la acción mental de los aprendices sobre los objetos y con los objetos. Después de estas actividades y experiencias manipulativas deberán introducirse, de manera progresiva, otros recursos que faciliten la entrada en la abstracción matemática. A este respecto, es interesante observar la validez de estas propuestas en la enseñanza actual (Alsina, 2004).

Asumir la resolución de problemas como actividad esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas implica relacionar los aspectos esenciales de la naturaleza de la disciplina y de sus aplicaciones. Debería, para ello, favorecerse la realización de experiencias de trabajo escolar para que el alumnado llegara a dominar conceptos y procesos que se reflejan en distintas situaciones matematizables, para que pudieran ser capaces de pensar matemáticamente, aplicando sus conocimientos matemáticos a otras disciplinas y realidades, sociales y personales.

4.3.1.1. Aprendizaje activo.

La investigación en didáctica de las matemáticas nos dice que para conseguir mejoras en la educación matemática debemos apostar por metodologías que promuevan un aprendizaje activo. Entendemos por **aprendizaje activo** aquel que persigue que el alumnado participe de manera

protagonista de la actividad matemática del aula: pensando, reflexionando, hablando, comprobando, argumentando, explicando, experimentando, comparando, etc.

En primer lugar, se hace necesario definir someramente este término, fundamental para comprender el enfoque competencial pero usualmente malinterpretado. Y es que existe un potente cuerpo de conocimiento y evidencia (Willingham, 2009; Ruiz, 2020) que nos indica que el **aprendizaje profundo** y duradero **sucede cuanto más profundamente procesamos una información en términos de significado**. Es decir, ***"aprendemos aquello sobre lo que pensamos en términos de significado"***. Este término sería el aprendizaje activo.

Ruiz (2020) nos indica al respecto que *"con frecuencia se confunde el aprendizaje activo con aquellas prácticas educativas en las que el alumno hace cosas. Esto es, se identifica con el denominado learning by doing (aprender haciendo)*. Sin embargo, el aprendizaje activo no es eso, realmente. Más bien se definiría como un ***learning by thinking*** *(aprender pensando)"*.

Cualquier práctica de **aprendizaje activo** debe incluir **actividades** que orienten y garanticen que el alumnado está **reflexionando sobre lo que aprende**, a través de lo que habitualmente se conoce como actividades de elaboración, metacognición y actividades generativas.

El aprendizaje activo (Ruiz, 2020), conlleva un principio asociado de un **aprendizaje con comprensión**, y se adentra en la idea de *"dar tiempo"* para profundizar en el objeto de aprendizaje, razonando en distintos contextos y dando la posibilidad al alumnado de que pase de lo concreto a lo abstracto, conectando lo aprendido con múltiples situaciones. En este sentido debemos delimitar qué más **profundidad no es más amplitud**: no son más conocimientos (más y más detalles) sino que estos conocimientos deben conectarse con los más posibles. De aquí nace la idea de que los procesos matemáticos -las competencias específicas- necesitan de más tiempo para consolidarse de forma profunda, siendo elementos de etapa; y para ello necesitamos movilizar los sentidos -saberes básicos- necesarios, pero para conectarlos entre sí y buscando transferencia. ***"No más es mejor".***

Puig i Adam (1955) afirmaba, en el punto 5 de su *"Decálogo de la didáctica de la matemática"* que es preciso *"enseñar guiando la actividad creadora y descubridora del alumnado".* **Y resulta evidente que la rutina, las recetas y la automatización de procedimientos anulan la creatividad**. Para promover esa creatividad, además de interesantes, las actividades que propongamos tienen que sobrepasar la concepción de las matemáticas como un conjunto de reglas y procedimientos que aplicar, o como un conjunto de leyes y propiedades inmutables que ir descubriendo.

4.3.1.2. Práctica productiva y práctica reproductiva.

En las aulas de Educación Infantil coexisten diversos métodos para enseñar matemáticas. Baroody y Coslick (1998) distinguen cuatro métodos de enseñanza centrados en la actividad matemática del aula, sintetizados por De Castro (2007):

- **Enfoque de destrezas:** contempla el aprendizaje matemático como la memorización de destrezas básicas a través de la repetición. El objetivo principal es adquirir un conjunto de reglas, fórmulas y procedimientos. El alumnado es considerado vacío de contenido e incapaz de comprender por sí mismos la mayor parte de conocimientos matemáticos. Las tareas no acostumbran a estar relacionadas con el entorno cercano y se encuentran alejadas de sus intereses. El énfasis en la repetición hace que el alumnado adquiera destrezas de ejecución, aun careciendo de sentido.

- **Enfoque conceptual:** se empieza a contemplar la necesidad de comprender y adquirir el aprendizaje de procedimientos. Su objetivo principal es conseguir esta adquisición desde la significatividad y la comprensión del alumnado. Se entiende la enseñanza como un proceso donde es necesario, en ocasiones, hacer uso de dibujos o materiales manipulativos.

- **Enfoque de resolución de problemas:** se conciben las matemáticas como un espacio en el que el alumnado puede reflexionar y razonar aquello que le despierta curiosidad. A su vez considera a los niños y niñas como poseedores de la capacidad de construir sus propios conocimientos. El objetivo principal de este enfoque es introducir al alumnado en la actividad matemática mediante la resolución de problemas reales y cercanos. El papel del maestro es el de acompañante en el proceso, entendiendo al alumnado como protagonista de su aprendizaje.

- **Enfoque investigativo:** es una combinación entre el enfoque conceptual y el de resolución de problemas. Entiende las matemáticas no sólo como adquisición de conceptos y procedimientos sino también como proceso de investigación. El alumnado decide el camino que deben recorrer en su aprendizaje matemático y el docente es su orientador, que actúa solo cuando ellos se bloquean ante la tarea. El principal objetivo es conseguir que el alumnado, por sí mismo, llegue a sus propias conclusiones mediante reflexión, razonamiento, representación, resolución de problemas e investigación.

Los enfoques anteriores se pueden extrapolar a las diferentes etapas educativas, pero su implementación sería bien distinta. Los enfoques de destrezas y conceptual, se suelen encuadrar dentro de una práctica reproductiva basada en la repetición normalmente mecanizada de un procedimiento, a menudo descontextualizado, no vinculado a la resolución de un problema y sin darle significado a la operación. **Si bien la práctica es necesaria en el desarrollo de la competencia matemática, es preciso darle sentido a esa práctica**, aportando significado para que no quede reducida a la aplicación mecánica de algoritmos o procedimientos, **vinculándola a contextos reales y cercanos o planteando preguntas que no pasen por la mera mecanización. Ese tipo de práctica se denomina *práctica productiva***, y no solo contribuye a dinamizar la propia práctica, sino que, al darle sentido, hace que el aprendizaje sea más significativo. Esta práctica productiva se correspondería con los enfoques de resolución de problemas e investigativo.**Ejemplos de cada tipo:** parcialmente tomados de Puntmat y de Blanco, Caballero y Cárdenas (2015) y de elaboración propia son:

Práctica reproductiva 1	Práctica productiva 1
Escribir en números romanos unos números indoarábigos (o su recíproco: dados números romanos, convertirlos a numeración de base 10).	¿Cuál es el número romano de 0 a 100 que tiene mayor número de letras? ¿Cuál es la letra más frecuente en los números romanos del 0 al 50? ¿Cuántos números romanos son simétricos respecto al eje horizontal?
Práctica reproductiva 2	**Práctica productiva 2**
Proporcionar una hoja de divisiones para realizar.	¿Puede obtenerse un número cualquiera como resto al dividir cualquier número entre 3? ¿Cómo son los restos posibles?
Práctica reproductiva 3	**Práctica productiva 3**
Proporcionar una hoja con multiplicaciones para resolver.	Elige 7 cifras (del 1 al 9), ordénalas de modo que el producto de las tres primeras sea igual que el de las tres centrales y el de las tres últimas, ¿qué número tiene que estar en la posición central?

4.3.1.3. Estrategias metodológicas.

Según Joan Mallart (1999), una estrategia metodológica se define como: *"El conjunto de decisiones conscientes y planificadas que el docente toma en relación con los métodos, técnicas, actividades y recursos que utilizará en el proceso de enseñanza-aprendizaje, con la finalidad de facilitar la construcción del conocimiento significativo por parte del alumnado y alcanzar los objetivos educativos propuestos".*

En nuestro marco normativo, una estrategia metodológica se define como un conjunto planificado y reflexivo de decisiones pedagógicas orientadas a promover un aprendizaje competencial, activo, significativo e inclusivo. Veamos a continuación distintas posibilidades para fomentar esa visión en el diseño del aprendizaje competencial matemático.

4.3.1.3.1. Aprendizaje cooperativo.

Desde una perspectiva teórica, el aprendizaje cooperativo se fundamenta en las teorías constructivistas y del aprendizaje social. **Se define como el uso instruccional de pequeños grupos donde los estudiantes trabajan juntos para maximizar tanto su propio aprendizaje como el de sus compañeros.** De acuerdo con la teoría de la interdependencia social, este método se basa en la diferenciación entre interdependencia positiva (cooperación) e interdependencia negativa

(competencia). La **interdependencia positiva** se establece cuando el alumnado percibe que su éxito individual está intrínsecamente ligado al éxito del grupo, promoviendo una responsabilidad mutua y un interés compartido por el aprendizaje colectivo.

El aprendizaje cooperativo ofrece diversos beneficios en la enseñanza de las matemáticas. En primer lugar, fomenta una **comprensión profunda de los aprendizajes**, ya que al explicar conceptos a sus compañeros y compañeras, el alumnado consolida su propio conocimiento y, en segundo lugar, este enfoque contribuye al **desarrollo de habilidades de comunicación**, ya que la necesidad de expresar ideas matemáticas de forma clara y precisa mejora tanto la comunicación oral como escrita.

Otro aspecto relevante es la **promoción de la resolución de problemas**, puesto que trabajar en equipo permite la exploración de diferentes enfoques y estrategias, favoreciendo el pensamiento crítico y la negociación de soluciones. También se ha demostrado que el aprendizaje cooperativo **incrementa la motivación y el compromiso de los estudiantes**, al generar un entorno de apoyo y pertenencia que reduce la ansiedad frente a las matemáticas y mejora la actitud hacia la asignatura. Finalmente, este enfoque **favorece el desarrollo de habilidades sociales esenciales**, como la colaboración, la resolución constructiva de conflictos y el respeto por las opiniones ajenas.

Nuestro currículo actual de matemáticas en las etapas de educación Primaria y Secundaria (concretamente en las competencias específicas 7 y 8 en Primaria, 9 y 10 en Secundaria), enfatiza el desarrollo de **destrezas personales y sociales** fundamentales para el aprendizaje significativo de la misma. En particular, se promueve la gestión emocional ante los retos matemáticos, la aceptación del error como parte del proceso de aprendizaje y la adaptación a la incertidumbre. Asimismo, se fomenta la participación activa en equipos de trabajo heterogéneos con roles asignados, permitiendo la construcción de una identidad positiva como estudiante de matemáticas y el fortalecimiento de relaciones interpersonales saludables. En este contexto, **el aprendizaje cooperativo se presenta como una estrategia didáctica idónea para abordar estos objetivos curriculares, facilitando un entorno de colaboración que potencia tanto el desarrollo académico como el crecimiento personal del alumnado.**

La mejora de la calidad de la enseñanza de las matemáticas supone la consideración simultánea de dos características fundamentales para el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina. La primera de ellas se refiere a la naturaleza de las matemáticas, ya que es muy frecuente su consideración como una materia cuyo estudio sólo puede ser afrontado en solitario, sin más posibilidad de relación interpersonal del alumnado que la derivada de su proximidad espacial en el aula o, en el mejor de los casos, de la valoración social que sus compañeros y compañeras o los mismos docentes le ofrecen como consecuencia de los resultados obtenidos. Frente al carácter elitista que de este tratamiento se deriva, con la consiguiente pérdida de capacidades para el propio individuo y para la sociedad, es necesario que los docentes tomen en cuenta los resultados de las numerosas investigaciones realizadas en este campo. Dichos estudios muestran maneras de atender a las exigencias

impuestas por la naturaleza de las matemáticas, tales como la conceptualización personalizada y la diversificación de los procedimientos seguidos en el proceso de construcción del conocimiento.

La segunda característica se refiere al papel desempeñado por el alumnado, generalmente limitado a la recepción de información y al cumplimiento de las instrucciones del profesorado, sin que, en la mayoría de los casos, exista posibilidad para el cuestionamiento. En la actualidad, resulta prioritario reconocer al alumnado como autor de su propio proceso de construcción del conocimiento. Diversos estudios (Ginsburg, Marika, Rhorbeck y Fantuzzo, 2006; Ke y Grabowski, 2007; Rubel, 2006) destacan la importancia de poner a su alcance los medios necesarios para el desarrollo de sus capacidades: tareas de aprendizaje abiertas y multifacéticas, recursos materiales y personales variados, y una interacción dinámica con el profesorado y el grupo.

El aprendizaje cooperativo ha demostrado ser un método efectivo para **superar las limitaciones de los enfoques más tradicionales**. Al proporcionar un foro donde el alumnado puede preguntar, discutir, recibir nuevas ideas y sintetizar descubrimientos, el grupo se convierte en un medio idóneo para el progreso de todos. Investigaciones como las de Dubinsky, Mathews y Reynolds (1997) y Staples (2007) han evidenciado que el trabajo cooperativo mejora el rendimiento matemático al fomentar la interdependencia positiva y la motivación del grupo. Además, el aprendizaje cooperativo permite fortalecer la confianza del alumnado en sus capacidades, reduciendo el miedo al error y promoviendo la perseverancia, aspectos esenciales en la enseñanza de las matemáticas.

El papel del profesorado en este contexto es crucial. No solo debe coordinar y gestionar la dinámica del aula, sino también planificar actividades de aprendizaje que favorezcan la interacción, seleccionar problemas matemáticos que permitan diversas estrategias de resolución y estructurar la evaluación de manera coherente con la naturaleza del aprendizaje cooperativo.

David Robson (2019) señala que **muchos fracasos en matemáticas se deben al temor y la falta de comprensión de su aplicabilidad más allá de simples operaciones.** Este problema se ve agravado por estrategias de enseñanza que limitan la autonomía del estudiante. Hernández y Olmos argumentan que, en los nuevos modelos pedagógicos, el alumnado construye activamente su conocimiento, desarrollando aptitudes y competencias esenciales para internalizar efectivamente las matemáticas. Asimismo, Orrantia enfatiza la creciente demanda social de altos niveles de competencia en matemáticas, una necesidad que contrasta con el pobre desempeño reflejado en pruebas como PISA.

En este sentido, **estrategias cooperativas podrían mejorar estos resultados** al introducir procesos más dinámicos y colaborativos. Las teorías de Piaget, Vygotski y Ausubel han demostrado que la interacción social desempeña un papel clave en el aprendizaje significativo. Díaz Ciriaco (2009) introduce el concepto de “aprendizaje significativo”, enfatizando que el nuevo conocimiento debe vincularse de manera sustantiva con el conocimiento previo del estudiante.

Desde la Psicología de la Educación, Collazos y Mendoza (2006)definen la interacción entre iguales como un proceso en el cual los estudiantes intercambian información, habilidades y emociones, promoviendo la internalización de nuevos conceptos. Zavala describe el aprendizaje cooperativo como un sistema de interacciones diseñado para inducir la responsabilidad compartida del aprendizaje dentro de un equipo.

Ejemplo:

A continuación, algunos ejemplos de estructuras cooperativas para las matemáticas:

ESTRUCTURA COOPERATIVA	APLICACIÓN
Lápices al centro	Aplicación a la resolución de problemas para consensuar la manera de actuar en cada una de las fases de Pólya. Los "lápices" de todos se colocan en el centro de la mesa para indicar que en dichos momentos sólo se puede hablar y escuchar y no se puede escribir. Cuando todos tienen claro lo que hay que hacer o responder cada uno coge su "lápiz" y escribe o o resuelve el problema en cuestión. En este momento, no se puede hablar, sólo escribir.
1 - 2 - 4	Aplicación al enriquecimiento de una respuesta sobre conceptos o procedimientos. Es una dinámica que parte de lo individual, pasando a trabajar en parejas y por último en grupo. Aporta riqueza de ideas al grupo que favorece el debate y consenso.
4 - 2- 1	Aplicación a la resolución de problemas para que puedan interaccionar y apoyarse unos en los otros. Partir de la ventaja de trabajar a nivel grupal para compartir conocimiento, experiencias... Para pasar a trabajar por parejas conforme se va adquiriendo dominio, hasta conseguir realizarlo de manera autónoma.

En definitiva, **el aprendizaje cooperativo no solo favorece el desarrollo de competencias matemáticas, sino que también fortalece habilidades sociales y emocionales cruciales para la vida académica y personal de los estudiantes, lo que puede derivar en una contribución significativa a la mejora de los resultados académicos.** Al implementar esta estrategia, los docentes pueden transformar la enseñanza de las matemáticas en una experiencia más significativa, colaborativa y enriquecedora, preparando al alumnado para enfrentar los desafíos del aprendizaje de manera individual y colectiva.

4.3.1.3.2 Cultura del pensamiento.

El pensamiento es una capacidad innata del ser humano, pero su desarrollo pleno requiere de un trabajo estructurado y consciente. En el contexto educativo, la cultura de pensamiento es una estrategia metodológica que busca **fomentar un entorno donde el alumnado pueda desarrollar y visibilizar sus habilidades cognitivas, promoviendo la reflexión, el análisis y la toma de decisiones**. Perkins (1998) señala que los niños y las niñas deben crecer inmersos en una cultura del pensamiento para que, al llegar a la adultez, sean capaces de abordar situaciones complejas con autonomía y criterio.

Esta metodología se caracteriza por desarrollar actitudes, habilidades y alertas de pensamiento que, de manera espontánea, no se manifiestan en la mayoría de los estudiantes. Según el Proyecto Zero (1967) de la Universidad de Harvard, muchas personas carecen de una disposición activa hacia el pensamiento crítico y reflexivo, mostrando indiferencia ante situaciones que podrían incitar a la reflexión. Por esta razón, es fundamental crear en el aula un entorno que propicie el pensamiento estructurado y consciente.

Uno de los principales desafíos de la enseñanza del pensamiento radica en su invisibilidad. A diferencia de otros aprendizajes, como la escritura o la música, el pensamiento no puede percibirse directamente. Perkins afirma que el pensamiento se mantiene “bajo el capó” de nuestra mente, pero el profesorado puede hacer que sea visible a través de estrategias específicas. Entre ellas, destacan la formulación de preguntas abiertas, el uso de mapas conceptuales y la incorporación de rutinas de pensamiento que sistematicen la reflexión y el análisis crítico.

El pensamiento visible, concepto desarrollado en el Proyecto Zero de Harvard, busca hacer explícitos los procesos cognitivos del alumnado, permitiéndole documentar y expresar sus ideas, preguntas y reflexiones en desarrollo (Tishman y Palmer, 2005). Al visibilizar el pensamiento, se transforma la cultura del aula, fomentando la motivación y la implicación del alumnado, quienes encuentran más oportunidades para compartir sus ideas y argumentaciones. Este proceso los convierte en aprendices activos, curiosos y comprometidos (Tishman y Palmer, 2005).

Para fomentar una cultura del pensamiento en matemáticas, Ritchhart (2014) propone trabajar con ocho fuerzas clave:

- **Tiempo:** Brindar al alumnado el tiempo suficiente para procesar la información y desarrollar su pensamiento.
- **Oportunidades:** Diseñar actividades auténticas que fomenten la exploración y la aplicación del conocimiento matemático.
- **Rutinas:** Implementar estructuras organizadas que promuevan el desarrollo de diferentes tipos de pensamiento.

- **Lenguaje:** Usar un lenguaje específico del pensamiento que permita al alumnado identificar y describir sus procesos cognitivos.
- **Creación de modelos:** Permitir que el alumnado comparta y discuta sus ideas, construyendo modelos de pensamiento en conjunto.
- **Interrelaciones:** Fomentar un ambiente donde se valore el respeto por las ideas ajenas y se incentive el trabajo colaborativo.
- **Entorno físico:** Diseñar un espacio que favorezca la interacción y la reflexión, como aulas flexibles y laboratorios de matemáticas.
- **Expectativas:** Definir claramente los objetivos de aprendizaje para orientar el pensamiento de los estudiantes.

Dentro de esta metodología, el pensamiento visible juega un rol crucial. Tishman y Palmer (2005) lo definen como cualquier forma de representación perceptible del pensamiento, ya sea en forma de preguntas, argumentaciones o ideas en proceso. Esto permite al profesorado identificar el nivel de comprensión del alumnado y guiarlo en su desarrollo cognitivo. Además, este enfoque permite al alumnado evaluar sus propias ideas en el proceso de aprendizaje, conectándolas con conocimientos previos y comprendiendo sus propias reflexiones y emociones asociadas (Morales y Restrepo, 2015).

Una estrategia fundamental dentro del pensamiento visible es el uso de rutinas de pensamiento, que son estructuras sencillas y repetibles diseñadas para fomentar la reflexión y el análisis crítico (Pulido y Romero, 2015). Estas rutinas pueden emplearse en diversos contextos educativos y ayudan a que los estudiantes formulen preguntas, organicen sus ideas y profundicen en su comprensión. Ritchhart y Church (2011) clasifican estas rutinas en tres categorías según su propósito:

- Para introducir y explorar ideas.
- Para sintetizar y organizar información.
- Para profundizar en el análisis de conceptos.

Algunos ejemplos concretos de rutinas de pensamiento que han demostrado ser efectivas en entornos educativos:

Rutinas para introducir y explorar ideas

- Veo-Pienso-Me pregunto: Esta estrategia permite al alumnado desarrollar habilidades de observación e interpretación de manera estructurada. A través de ella, se fomenta la curiosidad y se promueve una actitud de indagación, lo que resulta especialmente útil al abordar nuevos conceptos matemáticos o situaciones problemáticas. Además, esta rutina se enmarca dentro de

categorías más amplias como el pensamiento básico, la presentación y exploración de ideas, y el análisis de arte, imágenes y objetos.

- **Puntos de brújula:** Mediante esta rutina, el alumnado puede desarrollar una idea o propuesta y evaluarla desde diferentes perspectivas. Se utiliza un esquema basado en los cuatro puntos cardinales: **E** (entusiasmo) para lo que les resulta motivador, **O** (obstáculo) para los desafíos que perciben, **N** (necesidad) para aquello que requieren para avanzar y **S** (sugerencias) para posibles mejoras. Este método favorece la toma de perspectiva y la estructuración de ideas, permitiendo que los estudiantes reflexionen sobre sus propios procesos de aprendizaje.

Rutinas para sintetizar y organizar ideas

- **CSI (Color, Símbolo e Imagen):** Esta estrategia invita al alumnado a expresar sus ideas a través de representaciones visuales en lugar de palabras. Después de leer, escuchar o analizar información, deben identificar un color que represente la emoción o el tono del contenido, un símbolo que sintetice la idea principal y una imagen que refleje el concepto clave. Esta rutina no solo ayuda a estructurar el conocimiento, sino que también promueve el pensamiento abstracto y la creatividad.

- **Generar-Ordenar-Conectar-Elaborar (mapa conceptual):** A través de esta rutina, los estudiantes activan sus conocimientos previos y generan nuevas ideas sobre un tema. La estructuración mediante mapas conceptuales facilita la identificación de relaciones entre distintos conceptos, permitiendo visualizar el aprendizaje de forma no lineal. De este modo,el alumnado puede construir modelos mentales más sólidos y coherentes sobre los temas abordados.

Rutinas para profundizar ideas

- **Círculo de puntos de vista:** Esta rutina ayuda al alumnado a adoptar diferentes perspectivas sobre un mismo tema. Al asumir distintos roles o enfoques, pueden comprender la diversidad de opiniones y conocimientos existentes sobre un problema. Este ejercicio resulta particularmente útil en matemáticas cuando se analizan problemas desde distintas estrategias de solución, fomentando así una visión más amplia y flexible del razonamiento matemático.

- **¿Qué te hace decir eso?:** Esta estrategia promueve el razonamiento basado en la evidencia, ya que anima al alumnado a justificar sus respuestas y reflexionar sobre las bases de su pensamiento. Es una rutina especialmente útil en la enseñanza de las matemáticas, pues permite que el alumnado explique sus procesos de resolución y considere múltiples enfoques antes de llegar a una conclusión.

El uso de estas rutinas en el aula permite que el aprendizaje trascienda la simple memorización de procedimientos matemáticos. En lugar de enfocarse exclusivamente en la ejecución de algoritmos, el alumnado **desarrolla habilidades de pensamiento crítico**, lo que les permite comprender y aplicar el conocimiento de manera significativa.

Además, el Proyecto Zero de Harvard establece una clasificación más amplia de diez categorías, que incluyen desde la toma de perspectiva y la exploración de arte hasta la generación de analogías y el pensamiento global. La **integración de estas rutinas** en el aula no solo facilita la comprensión, sino que **también permite a los estudiantes desarrollar hábitos de pensamiento que los acompañarán en su aprendizaje a lo largo de la vida**.

Si bien **metodologías activas** como el aprendizaje basado en proyectos, el aprendizaje cooperativo o el aprendizaje basado en juegos son herramientas valiosas, **su efectividad se ve potenciada cuando van acompañadas de la reflexión y el pensamiento estructurado** (Ritchhart, 2015). Por ello, el desarrollo del pensamiento debe estar presente antes, durante y después de cualquier actividad de aprendizaje.

Uno de los grandes retos en la enseñanza de las matemáticas es el rechazo que parte del alumnado experimenta hacia esta área/materia. Estudios de Muñoz y Mato (2008) evidencian que un gran importante grupo de alumnado siente ansiedad y miedo hacia las matemáticas, lo que afecta su desempeño y su motivación. Esto suele deberse a metodologías centradas en la repetición mecánica y la falta de estrategias innovadoras. Para cambiar esta percepción, es fundamental que el profesorado adopte metodologías basadas en la cultura del pensamiento, **incentivando la curiosidad**, el análisis y la aplicación contextual del conocimiento matemático.

En conclusión, la cultura del pensamiento en matemáticas permite transformar la enseñanza tradicional en una experiencia significativa y reflexiva. Al hacer visible el pensamiento, se fomenta la autonomía del aprendizaje y se promueve una mentalidad abierta y crítica en los estudiantes. De esta manera, **el aula se convierte en un espacio donde se valora el proceso de razonamiento tanto como el resultado final**, preparando al alumnado para enfrentar desafíos matemáticos y de la vida con una actitud proactiva y reflexiva.

4.3.1.3.3. Thinking Classroom

El enfoque *Thinking Classroom*, desarrollado por Peter Liljedahl, es una propuesta metodológica que tiene como objetivo fundamental construir un aula que invite al alumnado a pensar. Se basa en la convicción de que el aprendizaje auténtico sólo puede darse cuando el **alumnado está involucrado activamente** en procesos de pensamiento. Por ello, se aleja de las prácticas tradicionales centradas en la explicación y la imitación, para poner en el centro la **resolución de problemas como vía principal de construcción del conocimiento matemático.**

Una de las características más distintivas de este enfoque es el **tipo de tareas** que propone. En una *Thinking Classroom* no se resuelven ejercicios rutinarios, sino problemas que desafían al alumnado, que **generan incertidumbre, sorpresa o incluso perplejidad**. Se trata de situaciones que no tienen una estrategia de solución inmediata o evidente, pero que tampoco resultan inabordables en una sesión de clase. Estas tareas invitan al alumnado a atascarse, a probar, a errar y a perseverar. Se exige

que **apliquen conocimientos previos** de forma novedosa, que **argumenten, representen e intercambien ideas**. En definitiva, son tareas diseñadas para provocar pensamiento, no para entrenar procedimientos memorizados. En este sentido, se alinean con enfoques como los problemas ricos de NRich. Porque, como señala Liljedahl, **imitar no es pensar**, y si una tarea sólo requiere aplicar lo ya enseñado, entonces está cultivando la repetición, no la comprensión.

El entorno social del aula también se redefine. El **agrupamiento del alumnado** se realiza al comienzo de cada sesión **de forma visiblemente aleatoria**, por ejemplo, mediante el reparto de cartas. Este mecanismo, más allá de su aparente sencillez, transforma la cultura del aula. Desactiva la lógica del agrupamiento homogéneo o por niveles, diluye las expectativas previas que los estudiantes tienen sobre sí mismos y sobre los demás, y crea una atmósfera de equidad y novedad constante. Nadie está en un grupo "porque es bueno en matemáticas" o "porque necesita ayuda", sino simplemente porque le ha tocado. De esta manera, **se evita que ciertos alumnos asuman un rol pasivo o se desentiendan de la actividad por pensar que otros "resolverán por ellos".** El efecto es doble: por un lado, se reduce la presión asociada a las etiquetas implícitas; por otro, se incrementa la necesidad de participar, ya que no hay un patrón establecido del que depender.

Este planteamiento se apoya en un rediseño físico del espacio de trabajo. En lugar de trabajar sentados en sus mesas, el alumnado se organiza alrededor de **superficies verticales y borrables**, como pizarras blancas, cristales o paneles plásticos. Estar de pie favorece el estado de alerta, mejora el ánimo, permite una mejor comunicación no verbal y facilita la movilidad dentro del aula. Además, estas superficies no permanentes invitan a **escribir sin miedo**, a equivocarse y corregir rápidamente, reduciendo el coste emocional del error y favoreciendo la fluidez del pensamiento. También promueven una **mayor variedad de representaciones** (gráficas, verbales, tabulares o simbólicas) y permiten que las estrategias producidas por unos grupos sean visibles para otros, fomentando así el intercambio de ideas y la construcción colectiva del conocimiento.

En este contexto, el **rol del docente** se transforma profundamente. Ya no se sitúa en el frente del aula, sino que circula entre los equipos, observando, **escuchando, preguntando y ofreciendo orientaciones estratégicas**. Su intervención se centra en mantener vivo el pensamiento, **no en proporcionar respuestas**. Las preguntas que formula no buscan confirmar si una solución es correcta, sino impulsar la reflexión y abrir nuevas líneas de exploración. A su vez, **las tareas se presentan de forma verbal y en los primeros minutos de la clase, cuando el alumnado está más receptivo**, evitando apoyos escritos que puedan anticipar el tipo de respuesta esperada. La evaluación, en este modelo, se convierte en un proceso continuo de retroalimentación. **Se valora el proceso tanto como el resultado**, se observa la evolución de las estrategias, la argumentación, la perseverancia y la capacidad de colaboración. Incluso la toma de notas se resignifica: en lugar de copiar lo que el docente explica, el alumnado construye su cuaderno como un recurso propio, seleccionando lo que considera valioso y significativo para su aprendizaje.

Todo esto convierte al *Thinking Classroom* en mucho más que un conjunto de buenas prácticas: es un marco coherente y sistémico que redefine la cultura matemática del aula. Su impacto no es únicamente técnico o metodológico, sino también profundamente formativo. **El alumnado aprende matemáticas al mismo tiempo que aprende a pensar, a colaborar, a representar, a gestionar sus emociones y a comunicarse en comunidad**. Además, esta propuesta se alinea de forma natural con los **procesos matemáticos planteados por el NCTM** (resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, representación y conexiones) y con las **competencias específicas del currículo** actual bajo la LOMLOE. En cada sesión se abren oportunidades para desarrollar y evaluar estas competencias, en un entorno que valora el pensamiento auténtico, la interacción significativa y el aprendizaje activo.

En definitiva, construir una *Thinking Classroom* es crear un espacio donde se aprende porque se piensa, y se piensa porque en el aula pensar, colaborar y experimentar se convierten en la norma, no en la excepción.

4.3.2. ¿Cómo alcanzar la competencia matemática?

Tal como ya se anticipó al describir el enfoque competencial matemático del currículo, la idea fuerza que puede resumir la respuesta a esta potente pregunta sería: ***"Para alcanzar la competencia matemática hay que trabajar los saberes básicos a través de las competencias específicas"***. Esta idea puede verse representada en el siguiente gráfico:



El enfoque competencial de las matemáticas: Procesos y sentidos.

Ejemplo:

Para llevar a cabo el reto *"Realizar una maqueta de la plaza del pueblo con Scratch",* se trabajan los saberes básicos de números decimales, medida, proporcionalidad y geometría. Estos saberes se aplican en la modelización de la plaza del pueblo para realizar la maqueta, en la resolución de problemas relacionados, todo el proceso se comunica de manera adecuada, argumentando las actuaciones llevadas a cabo. Ni qué decir tiene que estamos conectando los sentidos matemáticos y contextualizando en la realidad. Habrá actividades en equipo e individuales, por lo que también se trabajan las competencias socioafectivas. Por último, al confeccionarse con Scratch, también el pensamiento computacional está presente.

Corresponde por tanto en primer lugar, desarrollar cómo alcanzar cada uno de los ejes o procesos matemáticos, que están relacionados con las diferentes **competencias específicas**. Posteriormente, cómo desarrollar los **sentidos matemáticos** a través de las mismas. Para ello diseñaremos **situaciones de aprendizaje**. Empecemos, pues, a ver uno a uno el enfoque competencial de cada uno de los procesos matemáticos descritos en las competencias específicas.

4.3.2.1. La resolución de problemas.

Con más de 100 años de investigación en didáctica de la matemática, se ha alcanzado un amplio consenso científico sobre cómo aprender y enseñar matemáticas para que las concibamos como una disciplina activa, creativa e interesante.

Una de las características señaladas reiteradamente por la literatura científica es que **resulta necesario explorar problemas abiertos, desafiantes, mal definidos, que no sean inmediatos, que permitan dudar incluso sobre el propio objeto del problema**. Cuando nos enfrentemos a estos problemas necesitaremos discutir con los compañeros y las compañeras sobre la validez de las soluciones que vayamos planteando. Será necesario, también, contar con la ayuda del profesorado para guiar en ese proceso porque, sin duda, aparecerán obstáculos para los cuales no se cuenta con suficiente conocimiento matemático que permita superarlos. Pero habrá que apoyarse en lo que sí conocemos, buscar cómo podemos aplicarlo y, en determinados momentos, recibir una instrucción directa sobre las nuevas matemáticas que han aparecido.

Para la resolución de problemas podemos seguir, entre otros, los siguientes modelos:

- Modelo de Pólya
- Modelo de Mason -Burton - Stacey
- Modelo Miguel de Guzmán
- Modelo Bransford - Stein

El modelo más extendido es el de **George Pólya** (1945) que diferencia 4 fases, a las que añadimos algunas consideraciones para abordarlas:

Paso 1: Entender el problema.

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Distingues cuáles son los datos?
- ¿Sabes a qué quieres llegar?
- ¿Hay suficiente información?
- ¿Hay información extraña?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

Paso 2: Concebir un plan

- El propósito es determinar las relaciones entre los datos y lo que se pide.
- Tener alguna idea de cómo resolver el problema.
- Considerar problemas análogos para concebir el plan.
- Se tiene un plan cuando se sabe qué cálculos y razonamientos se deben realizar para alcanzar la solución.

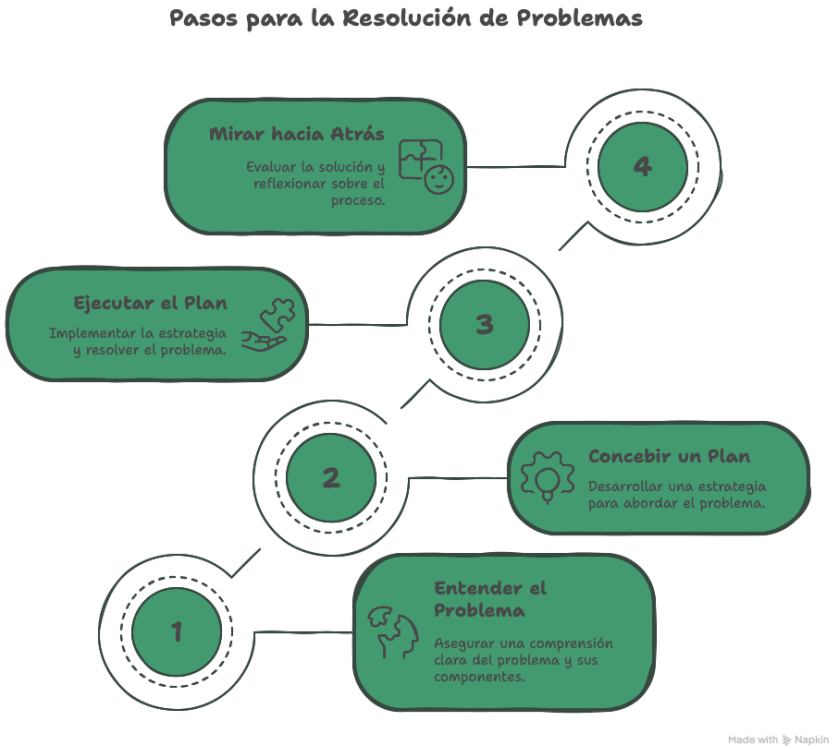
Paso 3: Ejecutar el plan

- Implementar la o las estrategias que escogiste hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción te sugiera tomar un nuevo curso.
- Concédete un tiempo razonable para resolver el problema. Si no tienes éxito solicita una sugerencia o deja el problema a un lado por un momento.
- No tengas miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conduce al éxito.

Paso 4: Mirar hacia atrás.

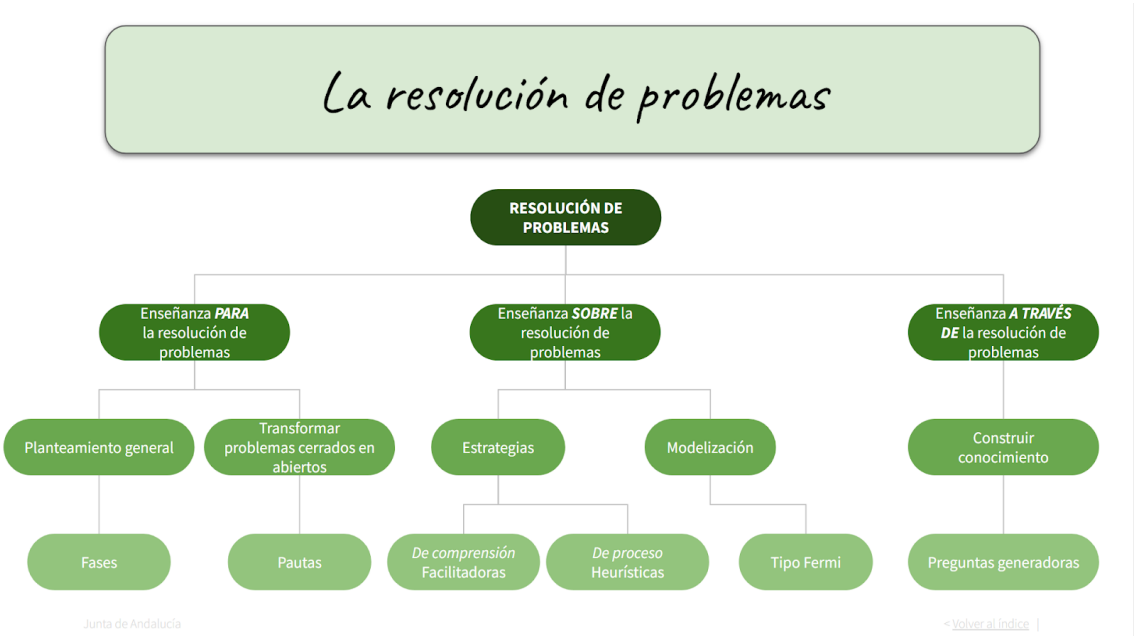
- ¿Es tu solución correcta? ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
- ¿Coincide con la estimación realizada?

- ¿Adviertes una solución más sencilla?
- ¿Puedes ver cómo extender tu solución a un caso general?



4.3.2.1.1. Enseñanza de los problemas.

Vamos a tratar lo referente a la enseñanza de los problemas siguiendo el esquema, clasificando su abordaje en función del propósito:

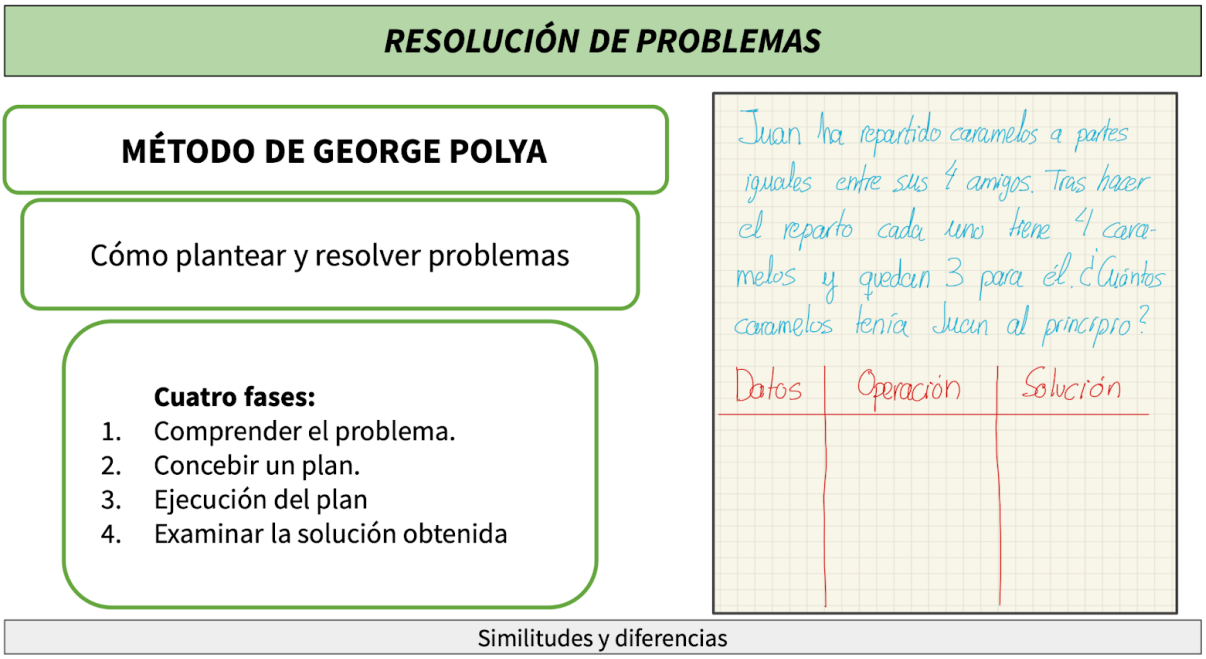


El abordaje de la resolución de problemas: para, sobre y a través de:

A) La enseñanza PARA LA resolución de problemas

La enseñanza para la resolución de problemas tiene una concepción instrumental de la educación matemática. En este modelo de enseñanza, tras la exposición del conocimiento, el alumnado lo aplica para resolver problemas. Es el modelo de enseñanza más extendido, ya que es el que sigue la mayoría de los libros de texto.

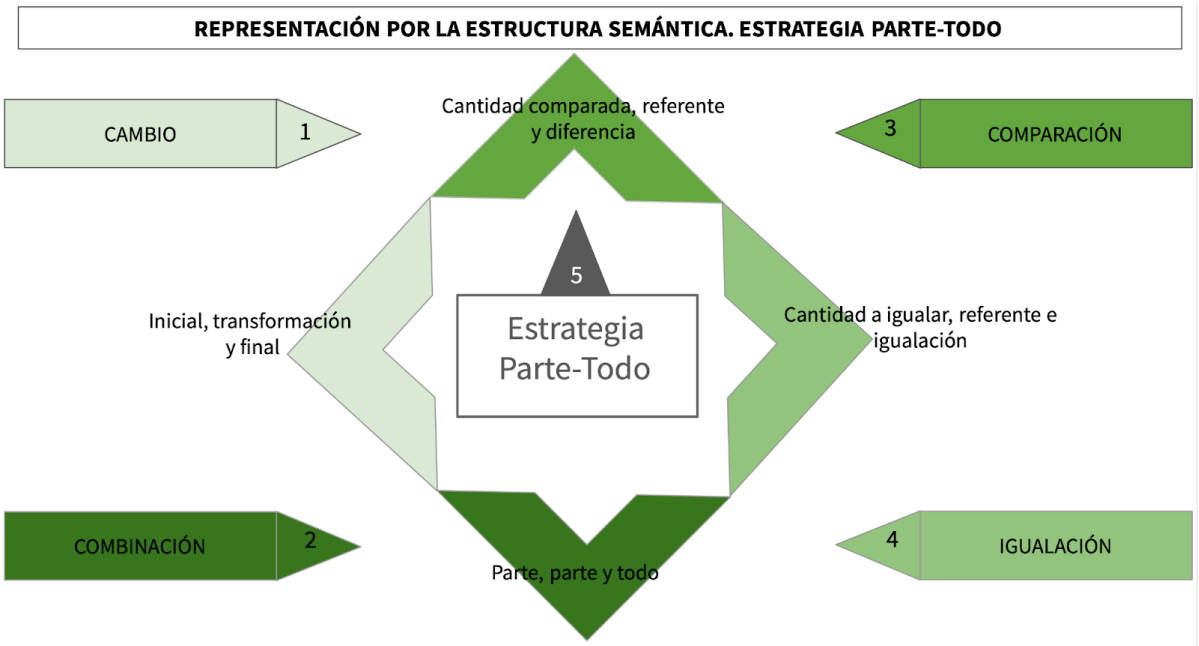
Si reflexionamos sobre este tipo de planteamiento tendríamos el siguiente esquema de aplicación:



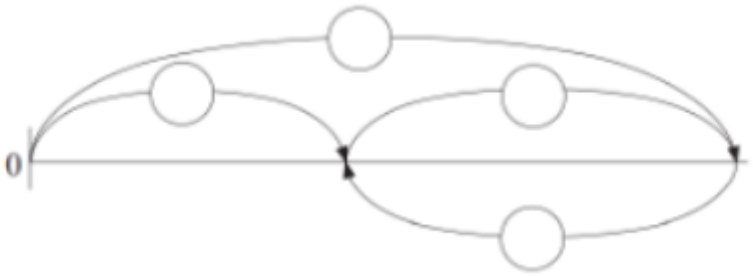
Es muy usual utilizar la rejilla *Datos/Operación/Solución*. Si la comparamos con las fases propuestas por Pólya, podemos concluir que una de las fases (concebir un plan) no está suficientemente desarrollada en esta rejilla. Sería interesante orientar sobre cómo podemos trabajar esta fase tan importante. Para ello pueden ser útiles los problemas (o ejercicios) cerrados. Un tipo de estos problemas son los aritméticos de enunciado verbal de una o más operaciones, cuya resolución puede hacer que el alumnado adquiera habilidad para, posteriormente, afrontar problemas más abiertos y complejos.

Por un lado, es importante utilizar en esta fase la representación de la información:

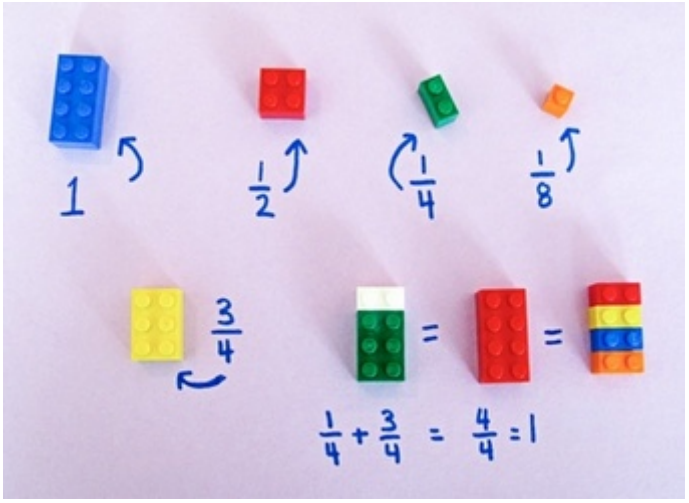
- Siguiendo la **estructura semántica** de los problemas y la estrategia de resolución parte-todo, podemos hacer uso de las siguientes representaciones.



- Siguiendo a Isabel Echenique podemos hacer uso de los **diagramas sagitales.**

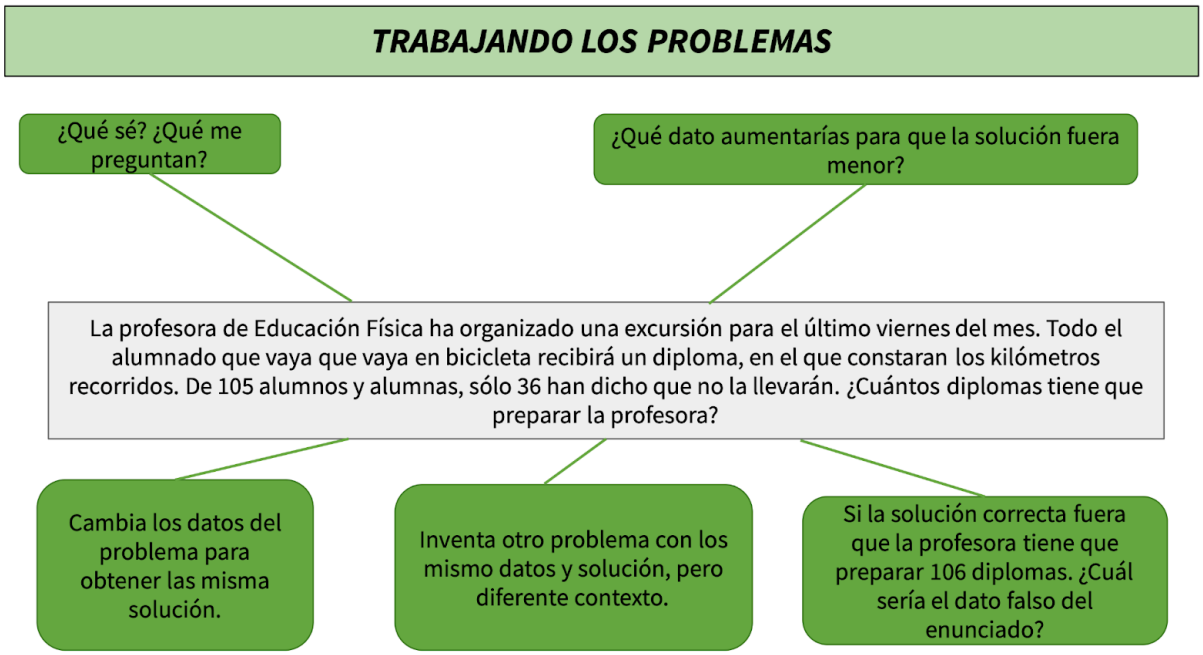


- Igualmente podemos modelizar la información con **material manipulativo**:



Por otro lado, la representación nos va a facilitar la visualización de las relaciones, pautas o patrones entre los datos. Esta cuestión es importante no solamente para concebir el plan, pues el alumnado deberá habituarse a manejarlas con soltura, ya que esas **relaciones le permitirán razonar.** Por ejemplo, si quiero conocer cuál ha sido la amplitud térmica de un día, debo conocer cuál es la diferencia entre la temperatura máxima y mínima. Y aprovecharé esta relación para que inventen problemas en los que se pregunten por la temperatura máxima o mínima, conociendo la amplitud térmica y una de ellas. Trabajar una gran variedad de relaciones va a favorecer la resolución de problemas más complejos. Estas relaciones se utilizarán para trabajarlas con las estrategias de qué datos son necesarios para responder a una pregunta. También con la estrategia de qué preguntas se pueden resolver a partir de unos datos.

Otro aspecto a tener en cuenta en este tipo de enseñanza es **profundizar en el enunciado para que el alumnado se habitúe a inferir información**, así como formular enunciados en los que el alumnado deba buscar información para resolver problemas: La formulación de enunciados y la búsqueda de datos en los mismo.



Todo lo que venimos planteando en este apartado sobre el trabajo *PARA LA* resolución de problemas puede implementarse en el aula con algunas directrices que nos ayudarán a posibilitar su aplicación. Veamos estas **consideraciones y directrices** con algunos ejemplos de aplicación:

DIRECTRIZ 1: **Utilizar los problemas cerrados para reconocer los datos necesarios, las relaciones entre los datos y la pregunta.** Todo lo anterior se trabajará en la competencia específica 5 (Educación Primaria y Secundaria) conectando saberes básicos.

Ejemplo:

Joaquín abre una botella de aceite de $\frac{3}{4}$ de litro y retira un vaso de $\frac{2}{5}$ de litro para la receta de gazpacho. ¿Cuánto aceite queda en la botella?

DATOS

Botella de $\frac{3}{4}$ de litro. Le falta $\frac{1}{4}$ de litro

Retira un vaso de $\frac{2}{5}$ de litro **de la botella**.

RELACIONES:

Contenido de la botella menos lo que retira es lo que queda.

Lo que queda más lo que retira es el contenido de la botella.

Contenido de la botella menos lo que queda es lo que retira.

PREGUNTA:

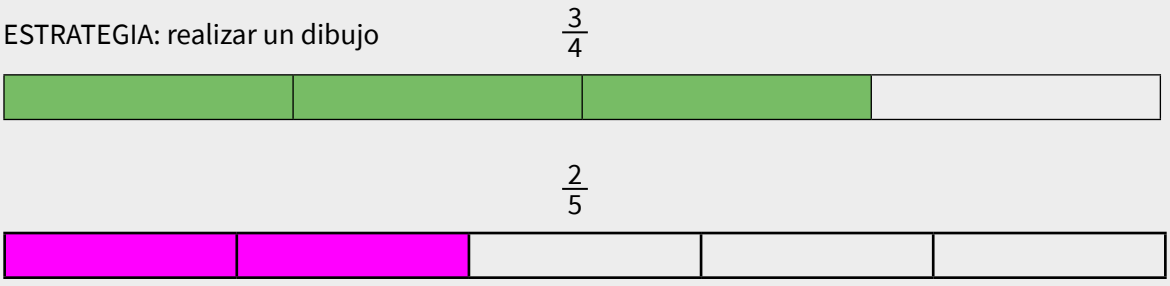
¿Cuánto aceite le queda en la botella?

Le queda lo que tenía la botella menos lo que retira.

DIRECTRIZ 2: Aplicar estrategias sencillas: hacer un dibujo, modelizar, esquema..

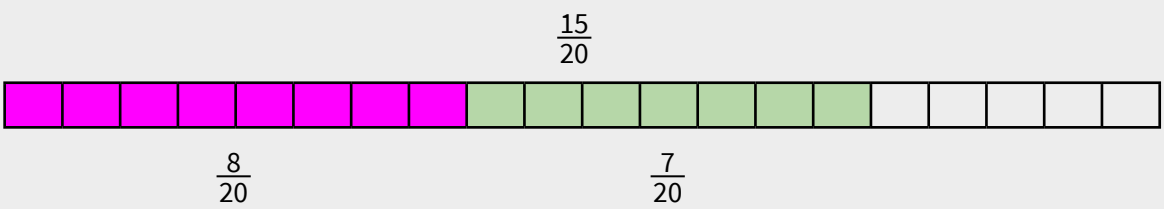
Ejemplo:

ESTRATEGIA: realizar un dibujo



$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$

Realizar comprobaciones, justificaciones, argumentaciones, demostraciones… de la solución obtenida.



DIRECTRIZ 3: Se aprovechará todo lo aprendido para aplicarlo en problemas más complejos o abiertos que se trabajarán en las competencias específicas 1 y 2 (Educación Primaria y Secundaria):

Ejemplo:

Joaquín abre una botella de aceite y retira un vaso de 2/5 de litro para la receta de gazpacho. Si queda 7/20 de litro en la botella. ¿Cuánto aceite tenía la botella al principio?

¿Cuánto aceite puede contener una botella y cuánto hay que retirar para que quede en la botella en todos los casos 7/20 de litro?

Joaquín abre una botella de aceite y retira un vaso de 2/5 de litro para la receta de gazpacho. Si queda 7/20 de litro en la botella, ¿cuánto cuesta un litro de aceite sabiendo que la botella que abrió costaba 3,60 € ?

DIRECTRIZ 4: Los problemas abiertos son los que tienen varias posibles respuestas (y también se pueden resolver por más de una vía). Se perciben como problemas que tienen un objetivo claro pero que **tienen más de una solución**. En el contexto de la enseñanza en el aula, una de las principales ventajas de utilizar problemas abiertos es que, debido a que existen múltiples soluciones, se adaptan a una amplia gama de habilidades matemáticas y etapas de desarrollo del alumnado.

Inicialmente, es más fácil pensar en problemas básicos cerrados que idear problemas abiertos, pero afortunadamente, **una buena fuente de problemas abiertos son en realidad estos mismos problemas básicos cerrados**. Moses, Bjork y Goldenberg (1990) sugieren analizar el problema en términos de lo que se sabe (información dada), lo que se desconoce (lo que hay que averiguar) y qué restricciones se imponen a sus soluciones, lo que facilita su apertura.

Ejemplo: "¿Cuántas monedas de 5 céntimos se necesitan para tener 45 céntimos?"

	Tipo de conocimiento	Detalles
Conocido	La cantidad final de dinero.	45 céntimos
Desconocido	El número de monedas.	¿?
Restricciones	Todas las monedas tienen el mismo valor.	5 céntimos

Cualquiera de estas variables puede ser alterada para producir diferentes problemas. Si el problema resultante tiene más de una solución, entonces podría describirse como más abierto.

Ejemplo:

- Eliminar la restricción: *¿Cuántas monedas se necesitan para tener 45 céntimos?*
- Eliminar lo conocido: *Tengo un puñado cerrado de monedas de 5 céntimos. ¿Cuánto tengo?*

- Cambiar lo conocido/desconocido, cambiar la restricción: *Tengo 5 monedas. Tres son iguales. ¿Cuánto dinero tengo?*
- Intercambiar lo conocido/desconocido, eliminar la restricción: *Tengo 5 monedas. ¿Cuánto dinero podría tener?*
- Quitar conocido y restricción, cambiar desconocido: *Tengo algunas monedas en la mano. ¿Cuánto dinero tengo?*
- Cambiar conocido, desconocido y restricción: *¿Cuál es la línea más corta/más larga que se puede hacer con 5 monedas?*

Todos estos ejemplos son más desafiantes que el problema original. En lugar de recordar un solo hecho de multiplicación, ahora se requiere una gama mucho mayor de habilidades matemáticas.

Se ha vuelto necesario considerar varias combinaciones, máximos y mínimos y métodos de registro y verificación para todas las posibilidades. Hay margen en varios de estos nuevos problemas (por ejemplo, 1º, 2º y 5º) para el registro sistemático de combinaciones de monedas y para buscar patrones.

Si bien todos los ejemplos de problemas más abiertos tienen respuestas múltiples, el 2º y 5º requieren tomar muchas decisiones para establecer algunos parámetros y elegir un camino para explorar. Visto lo anterior, la invención de problemas abiertos no depende del estado de ánimo creativo del profesorado, sino que se convierte en un procedimiento manejable que se puede aplicar a cualquier problema. Después de un poco de práctica, abrir un problema tiende a convertirse en una reacción automática a cualquier PAEV (Problemas Aritméticos de Enunciado Verbal).

Ejemplo: Educación Infantil de Monserrat Torra.

Tenemos algunas monedas en el bolsillo.

Hay monedas de 1, 2 y 5 céntimos.

Si sacamos 3 monedas del bolsillo. ¿Cuánto dinero podemos tener?

- Tenemos algunas monedas en el bolsillo
- Hay monedas de 1, 2 y 5 céntimos

Si sacamos 3 monedas del bolsillo, ¿Cuánto dinero podemos tener?



Un posible desarrollo de la actividad es el siguiente:

"Imagina que metes la mano en el bolsillo y sacas tres monedas: ¿Cuántos céntimos puedes tener entre las tres?"

Es muy probable que surjan respuestas distintas: 1 + 1 + 1 = 3 ó 1 + 2 + 5 = 8 ó también 5 + 5 + 5 = 15. Se puede preguntar: "¿todavía hay más posibilidades?"

"Vamos a anotarlo para no repetir combinaciones". Anotarlo nos conduce a realizar un tratamiento sistemático, por ejemplo:

$$1 + 1 + 1 = 3$$

$$5 + 5 + 5 = 15$$

Si lo escribimos en columna es más fácil que alguien se percate de la repetición de los sumandos y fácilmente localice que falta 2 + 2 + 2 = 6 . *"¿Podríamos sacar tres monedas iguales con otro número?".*

A continuación planteamos *"¿Y si las tres monedas no son iguales?".* Invitamos así a seguir probando.

Es posible que las tres monedas sean distintas pero también que dos sean iguales y una distinta. La suma de tres monedas distintas es: 1 + 2 + 5 = 8.

Disponer de monedas reales o simuladas facilita observar que el resultado no varía si en vez de escribir 1 + 2 + 5 = 8 se escribe 2 + 1 + 5 ó 5 + 2 + 1 … Podemos acordar que no es necesario escribirlas todas ya que el resultado es el mismo.

Pasamos a continuación a buscar las combinaciones de dos monedas iguales y una distinta. De nuevo será interesante partir de las propuestas del alumnado realizadas a partir de combinar las monedas reales. Proceder ordenadamente al anotarlas facilitará el control y permitirá intuir que efectivamente se han encontrado todas las respuestas posibles.

$$1 + 1 + 2 = 4$$

$$1 + 1 + 5 = 7$$

$$2 + 2 + 1 = 5$$

$$2 + 2 + 5 = 9$$

$$5 + 5 + 1 = 11$$

$$5 + 5 + 2 = 12$$

También sería pertinente preguntar *"¿Cuál es la cantidad de céntimos mayor que podemos sacar? ¿Y la menor?".*

Ejemplo: Problema PISA "La farola"

El ayuntamiento ha decidido colocar una farola en un pequeño jardín triangular para que alumbre este jardín en su totalidad. ¿Dónde debería colocarse?

Este problema de tipo social puede resolverse mediante la estrategia general utilizada por los matemáticos y que dentro de este marco conceptual se denomina modelizar o matematizar la realidad.

La actividad de matematizar se puede describir a partir de cinco aspectos que la componen:

1. **Comenzar con un problema enmarcado en la realidad:** Localizar en qué lugar del jardín debe ubicarse la farola.

2. **Sistematizar el problema según conceptos matemáticos:** El jardín puede representarse como un triángulo y la iluminación producida como una circunferencia en cuyo centro se encuentra la farola.

3. **Gradualmente reducir la realidad mediante procedimientos como la consideración de cuáles son los rasgos importantes del problema, la generalización y formalización:** con ello se potencian los rasgos matemáticos de la situación y se transforma el problema real en un problema matemático que representa fielmente la situación. El problema queda reducido a localizar el centro de una circunferencia que circunscribe un triángulo.

4. **Resolver el problema matemático:** Partiendo del hecho de que el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo se encuentra en el punto de intersección de las mediatrices, traza las mediatrices de dos lados cualesquiera del triángulo. El punto de intersección de las mediatrices constituye el centro de la circunferencia.

5. **Dar sentido a la solución matemática en términos de la situación real:** Relacionar la solución con la situación real del jardín. Reflexionar sobre la solución y reconocer, por ejemplo, que si una de las tres esquinas del jardín fuera un ángulo obtuso, esta solución no sería correcta, puesto que la ubicación de la farola quedaría fuera del jardín. Reconocer que la situación y el tamaño de los árboles del parque son otros factores que afectan a la posibilidad de aplicación de la solución matemática.

Son ésos los procedimientos que describen, en un sentido amplio, cómo, a menudo, los matemáticos *"hacen matemáticas"*, cómo la gente utiliza las matemáticas en gran número de tareas reales y potenciales y, cómo los ciudadanos bien informados y reflexivos, utilizan las matemáticas para participar en el mundo real de manera total y competente. De hecho, **aprender a matematizar (modelizar) debería constituir uno de los objetivos educativos más importantes para todo el alumnado.**

La enseñanza SOBRE LA resolución de problemas.

La enseñanza sobre la resolución de problemas se centra en estrategias generales y el uso de heurísticos para la resolución de problemas matemáticos. En cada una de las etapas se desarrollan una serie de estrategias.

Educación Infantil

Según la investigación (ver revisión en De Castro y Hernández, 2014), los niños y niñas de 4 a 6 años pueden resolver una variedad mucho más amplia de problemas aritméticos verbales, incluyendo problemas de estructura multiplicativa: multiplicación, división reparto y división medida y otros problemas. Las condiciones que se deben cumplir para que el alumnado resuelva estos problemas son:

- Que el enunciado sea breve y evoque una situación familiar.
- Que las cantidades que aparecen en el problema sean accesibles a las capacidades de conteo infantiles.
- Que el enunciado sea fácil de modelizar.

Es importante ofrecer retos y resolución de problemas en todas las dinámicas. Como estrategias podemos destacar:

- **MODELIZACIÓN:** representan mediante material manipulativo, dibujos, etc., la situación problemática.
- **ESTRATEGIAS PERSONALES:** contar todos, contar hacia arriba desde el primero, contar hacia arriba desde el mayor, contar hacia abajo hasta, emparejar, etc.
- Algunas de las **ESTRATEGIAS QUE FACILITAN LA ESCUCHA:** decir lo mismo de otra manera y contar la historia marcha atrás.

Ejemplo:

El problema basado en el cuento "A remainder of one", de Elinor J. Pinczes, en el que el alumnado debe organizar un ejército de 21 insectos en una disposición rectangular, en filas iguales. Se trata de un problema que admite varias soluciones y es fácilmente modelizable.

Educación Primaria

Por lo general, cuesta al profesorado de matemáticas enseñar estrategias para resolver problemas. Se debe comenzar haciendo que el alumnado busque sus propias estrategias a través de pequeños retos que le ayuden paulatinamente a adquirir nuevas y más sofisticadas estrategias para aplicar, posteriormente, en la resolución de problemas más complicados.

Un primer grupo de estrategias tienen como objetivo las primeras fases del método de Pólya, las podemos denominar como **ESTRATEGIAS QUE FACILITAN LA ESCUCHA Y/O LA LECTURA ANALÍTICA:**

- Decir lo mismo de otra manera.
- ¿Qué puede calcularse con los datos conocidos?
- ¿Qué datos son necesarios para contestar la pregunta?
- Contarse un problema. ¿Qué sé? ¿Qué me preguntan?
- Averiguar el dato falso de un problema, dándoles la solución correcta.
- Resolver problemas que se plantean de forma distinta a la habitual.
- Cambiar los datos del problema, que ya ha sido resuelto, para obtener una solución dada y distinta a la que ya se obtuvo.
- Inventar problemas.

Ejemplo:

ESTRATEGIA: “DECIR LO MISMO DE OTRA MANERA”

PLANTEAMIENTO:

Esta estrategia consiste en **modificar el enunciado de un problema, diciendo lo mismo, pero facilitando la comprensión**. Por ejemplo: La frase *“Pedro tiene 3 caramelos más que Juan”*, se puede sustituir mentalmente por la frase *“Juan tiene 3 caramelos menos que Pedro”*.

Normalmente se utiliza en problemas en los que los datos están referidos a un personaje u objeto y la pregunta se refiere a otro.

Ejemplo de utilización con problemas aritméticos:

Ana compra 18 lápices, 7 lápices más que Andrés. ¿Cuántos lápices compra Andrés?

DESARROLLO:

Ana compra 18 lápices, 7 lápices más que Andrés. ¿Cuántos lápices compra Andrés?

Datos:

Ana compra 18 lápices.

Ana compra 7 lápices más que Andrés → ***Andrés compra 7 lápices menos que Ana.***

¿Cuántos lápices compra Andrés?

18 - 7 = 11 lápices

Solución: Andrés compra 11 lápices.

CONCLUSIÓN:

Como se puede apreciar, la aplicación de la estrategia facilita la comprensión del enunciado. Otras aplicaciones para cursos superiores son:

◊ **Utilización con fracciones:**

Me he comido 3/4 de la tarta.--> Queda 1/4 de la tarta

Dependiendo del enunciado debemos utilizar un concepto u otro con su fracción asociada, siendo necesario aplicar la estrategia.

◊ **Utilización con porcentajes:**

Me rebajan el 15% → Pago el 85%

Dependiendo del enunciado debemos utilizar un concepto u otro con su porcentaje asociado, siendo necesario aplicar la estrategia.

Otra estrategia que se debe desarrollar es la **MODELIZACIÓN** y su aplicación a problemas abiertos.

Ejemplo:

ESTRATEGIA: “MODELIZACIÓN”

Un vendedor de helados tiene 30 conos de helado y quiere agruparlos en cajas para venderlos más rápido. Si cada caja debe tener la misma cantidad de conos, ¿cuál es la mejor manera de agruparlos para usar el menor número de cajas? Además para desarrollar el razonamiento, es también necesario el trabajar problemas tipo Fermi, cuya solución y validez de la misma va a depender de la argumentación y modelo que se utilice. Por ejemplo: ¿Cuántos lápices se usan en un año en una escuela de 500 estudiantes? *(Esta estrategia se amplía dentro del proceso de representación).*

Por último, es importante ir introduciendo **ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS** para resolver problemas de mayor dificultad:

- Resolver un problema más simple o estrategia de los casos sencillos..
- Hacer tablas y buscar pautas.
- Emplear dibujos y diagramas.
- Descomponer el problema en subproblemas.

Ejemplo:

“ESTRATEGIA DE LOS CASOS SENCILLOS”

La estrategia de los casos sencillos es una técnica de resolución de problemas en matemáticas que consiste en simplificar un problema complejo descomponiéndolo en versiones más simples o más manejables. Al analizar y resolver estos casos más sencillos, se pueden identificar patrones, generalizar ideas o adquirir una mejor comprensión del problema original.

PLANTEAMIENTO:

Para preparar la fiesta de Navidad, Andrés va a colocar un vaso para cada alumno o alumna de los 25 que hay en la clase. Quiere colocarlos siguiendo la secuencia, uno hacia arriba y otro hacia abajo. Una vez que comienza a colocarlos se pregunta, ¿cómo acabará el último, hacia arriba o hacia abajo?



DESARROLLO:

Para poder conocer cómo va a terminar el último vaso se va a utilizar la estrategia de los casos sencillos. Se comenzará colocando el primer vaso, que en principio puede estar hacia arriba o hacia abajo. Suponemos que está hacia arriba. El segundo vaso estará hacia abajo. El tercer vaso hacia arriba, … Siguiendo el razonamiento podemos completar la siguiente tabla:

ORDEN DEL VASO	POSICIÓN HACIA ARRIBA O ABAJO
1º	HACIA ARRIBA
2º	HACIA ABAJO
3º	HACIA ARRIBA
4º	HACIA ABAJO
5º	HACIA ARRIBA
6º	HACIA ABAJO
…	…
25º	

Se puede observar que en los números impares el vaso está hacia arriba y los pares hacia abajo. Como 25 es impar, el vaso estará hacia arriba.

Pero su curiosidad hace que Andrés se vuelva a preguntar, ¿qué ocurriría si se comenzase con el vaso hacia abajo. Después de aplicar de nuevo la estrategia se da cuenta que el vaso estará hacia abajo.

CONCLUSIÓN:

Por tanto concluye que, el vaso que ocupe la posición 25º, tendrá la misma colocación que el 1º.

Educación Secundaria

En Educación Secundaria se ampliarán las **ESTRATEGIAS HEURÍSTICAS** que se trabajan dentro de la **competencia específica 1**. Se aprovechará la **conexión de los saberes básicos** con la resolución de problemas que se estén trabajando dentro de la **competencia específica 5** para favorecer la **interiorización de la estrategia heurística**:

- Analogía o semejanza.
- Simplificar, particularizar.
- Organización, codificación.

- Ensayo y error.
- Trabajar marcha atrás o considerar el problema resuelto.
- Experimentación.
- Modificar el problema.
- Conjeturar.
- Haz recuento.
- Exploración.
- Reducción al absurdo.
- Inducción matemática.
- Principio del Palomar de Dirichlet

Ejemplo:

ESTRATEGIA: “DESCOMPONER UN PROBLEMA EN OTROS MÁS SENCILLOS” (MODIFICAR EL PROBLEMA)

La estrategia de descomponer un problema en partes más sencillas es un enfoque utilizado en matemáticas y otras disciplinas para resolver problemas complejos de manera más manejable. Consiste en dividir el problema original en varios subproblemas más simples que sean más fáciles de analizar y resolver. Una vez resueltos estos subproblemas, sus soluciones se combinan para abordar el problema completo.

PLANTEAMIENTO:

¿Cómo se estima las personas asistentes a una manifestación?



FOTO DE INTERNET -LÓPEZ DÓRIGA DIGITAL

DESARROLLO:

Estimar el número de personas totales globalmente nos resultaría difícil. Por ello vamos a utilizar la estrategia de descomponer un problema en otros más simples.

PROCESO	CÁLCULOS
En primer lugar, se estima el número de personas que puede haber en un metro cuadrado, para ello se recurre a la media aritmética.	Se puede observar que por el centro de la manifestación pueden estar 6 persona por metro cuadrado. Por la periferia pueden estar 2 personas por metro cuadrado. Por las zonas comprendidas, pueden estar 4. Por tanto, podemos considerar una estimación correcta considerar que hay 4 personas por metro cuadrado.
En segundo lugar, estimaremos la superficie que ocupa la manifestación.	Podemos estimar el ancho que ocupa la manifestación y el largo de la misma. Una buena estimación es considerar unos 30 metros de ancho y 150 metros de largo. Se estimaría que la manifestación ocuparía unos 4500 metros cuadrados.
Por último, calcularemos las personas totales estimadas. Para ello se multiplican los datos estimados del número de personas por metro cuadrado y la superficie.	Multiplicamos $4 \cdot 4500 = 18000$ personas. Se estima que a la manifestación asistieron 18000 personas.

CONCLUSIÓN:

Se puede apreciar cómo la situación inicial se ha descompuesto en tres situaciones problemáticas más simples.

C) La enseñanza A TRAVÉS DE la resolución de problemas.

Todas las teorías sobre el aprendizaje matemático dan un valor fundamental a las primeras fases de exploración del problema, para movilizar nuestro conocimiento previo para intentar resolverlo, en solitario, o discutiendo ideas y posibles soluciones en parejas o en grupos. Y también en la mayoría de los casos se señala la necesidad (de raíz vygotskiana) de que retemos al alumnado con un problema en el que necesiten aprender algo a partir de lo que ya sabía, algo que comprenderá mejor cuando se haya enfrentado a la necesidad de ampliar su conocimiento para resolver el problema. Es decir, **la teoría después de la práctica, y no antes**.

En el enfoque de enseñanza a través de la resolución de problemas el alumnado adquiere el conocimiento enfrentándose a la resolución de problemas diseñados por el profesorado con la intención de hacer emerger los saberes básicos matemáticos deseados.

El **proceso de enseñanza** a través de la resolución de problemas sigue una secuencia similar a la siguiente:

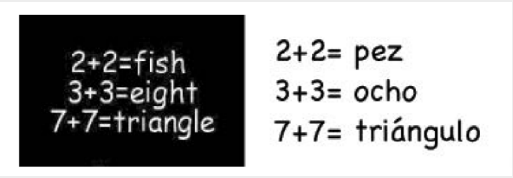
1. El alumnado se enfrenta a situaciones problemáticas sin haber recibido instrucción previa sobre los saberes que quieren enseñarse.
2. Los problemas deben promover la reflexión y la indagación hacia la búsqueda de estrategias que permitan resolverlos.
3. El profesorado utiliza las respuestas del alumnado para organizar una puesta en común que permita introducir los nuevos conceptos.
4. Por último, el alumnado resuelve problemas para afianzar los nuevos saberes.



Este enfoque no excluye la enseñanza de heurísticos y la aplicación de saberes, sino que los contiene. Además, ha ganado relevancia en la investigación en educación matemática en las últimas décadas. En la enseñanza a través de la resolución de problemas es fundamental la interacción.

Ejemplos:

Para introducir las habilidades de pensar:



Después de resolverlo reflexiona y responde a las siguientes **PREGUNTAS GENERADORAS**:

- ¿Te ha requerido centrar tu atención?
- ¿Has encontrado los elementos clave de la información?
- ¿Has necesitado comprender qué tipo de actividad es?
- ¿Has tenido que inferir las reglas que has de cumplir?
- ¿Has analizado los elementos de la información dada?
- ¿Te ha sido fácil identificar los relevantes? ¿Cómo lo has hecho?
- ¿Te ha resultado fácil inducir la solución?
- ¿Podrías sintetizar todo lo anterior en un proceso que te sea útil para resolver otras situaciones problemáticas?
- ¿Este proceso se podría utilizar en la vida cotidiana?

Para introducir el concepto de división como reparto:

Para la graduación del alumnado de 6º de EP se están montando mesas para 8 personas. Si se espera que asistan 62 personas. ¿Cuántas mesas necesitan montar?

Preguntas Generadoras:

- ¿Las 62 personas asistentes se pueden sentar en una sola mesa?
- ¿Cuántas personas se pueden sentar en cada mesa?
- ¿Todas las mesas tienen el mismo tamaño?
- ¿Puedes estimar cuántas mesas necesitarán?
- ¿Puedes representar cómo distribuirías las personas en las mesas?

- ¿Cuántas mesas necesitarías?
- ¿Cómo lo expresarías numéricamente?
- ¿Puedes explicar el proceso que has seguido?

Después de haber practicado con varios problemas. ¿Cómo plantearías y qué algoritmos utilizarías para calcular otras situaciones?

Para introducir el concepto de fracción como medida:

Si al llegar a casa con sed, bebes los 4/5 de una botella de agua de 3/2 de litro. ¿Cuántos litros de agua has ingerido?

Preguntas Generadoras:

- ¿Cuál es la capacidad de la botella? ¿La puedes representar?

Si bebes los 4/5 de la botella, ¿tienes suficiente con una botella o necesitas más botellas? ¿Por qué?

En la representación de la capacidad de la botella has dibujado 3 partes de 1/2 cada una. Si divides cada parte de 1/2 en 5 trozos. Cada trozo, ¿qué fracción representa con respecto a la unidad?

Si de cada parte tomas 4 trozos. ¿Cuántos trozos has tomado en total?

- ¿Puedes escribir la fracción que representa el dibujo completo?
- ¿Cuál sería la solución de la situación problemática propuesta?
- ¿Cuántas botellas de 1 litro completas has ingerido? Además, ¿qué fracción de botella?
- ¿Puedes explicar todo el proceso argumentándolo?
- ¿Puedes representar todo el proceso numéricamente?

Después de haber practicado con varios problemas, ¿podrías explicar un algoritmo que te ayude a solucionar estos problemas?

Para introducir la proporcionalidad:

Hemos comprado en la tienda de nuestro barrio 24 cosas y nos han cobrado 18€. ¿Cuánto cuesta cada cosa?

Preguntas Generadoras:

- ¿Puedes enumerar qué 24 cosas puedes comprar en una tienda de tu barrio?
- ¿Todas las cosas que has enumerado tienen el mismo precio?
- ¿Puedes estimar cuánto valen las 24 cosas que has enumerado?
- ¿Tendrías con 18€ para comprarlas?
- ¿Cómo conseguirías que las 24 cosas costaran 18€ exactamente? ¿Cómo te sería más fácil responder a la pregunta anterior, suponiendo que valen todas las cosas iguales o diferentes?

Razonando de manera inversa. Tengo 18€ y debo comprar 24 cosas. ¿Pueden tener las cosas un coste diferente? ¿Cuántas posibles soluciones existirían?

¿Pueden tener las cosas el mismo precio? Entonces, ¿cuántas soluciones existirían?

Si queremos resolver el problema para obtener una única solución (problemas cerrados), ¿cómo tiene que ser el coste de las cosas, el mismo o diferente?

Después de haber resuelto varios problemas, ¿qué conclusión puedes utilizar en la resolución de otros problemas?

4.3.2.2. Razonamiento y prueba.

El razonamiento matemático (NCTM, 2000) permite a las personas **percibir propiedades, regularidades y patrones, características que no se ven a simple vista**. El razonamiento induce a que nos preguntemos si las regularidades son el resultado de unas causas o bien son puramente accidentales. Nos llevan a formular conjeturas y a preocuparnos por su justificación.

El r**azonamiento matemático** es un proceso implicado directamente en la **construcción del conocimiento** (Giménez, 2000), e implica:

- Formular afirmaciones justificadas.
- Reconocer explicaciones de otros, dando sentido propio para ellas.
- Interpretarlas.
- Diseñar otras nuevas y, en algunos casos, formalizarlas.

El razonamiento matemático (tanto deductivo como inductivo) involucra **sopesar situaciones, elegir estrategias, sacar conclusiones lógicas, desarrollar y describir soluciones y reconocer cómo esas soluciones pueden ser aplicadas** (PISA, 2021). El razonamiento, en matemáticas, implica **realizar conjeturas adaptadas a cada situación**, comprobar, validar o refutar conjeturas (que puede y debe realizarse a diferentes niveles, lo importante es la argumentación), generalizar a partir de modelos y patrones; y comunicar, validar y reflexionar sobre los procesos seguidos, los resultados o las conclusiones obtenidas. El alumnado **desarrolla el razonamiento matemático cuando en clase**: identifica, reconoce, organiza, conecta, representa, construye, abstrae, evalúa, deduce, justifica, explica, defiende, interpreta, hace juicios, critica, refuta y cualifica.

Algunas estrategias y técnicas para promover explicaciones, argumentos, justificaciones y comprobar acciones y respuestas son:

a) Saber plantear preguntas, pues el planteamiento de preguntas promueve la interacción. Ejemplo: ¿Qué ves?, ¿de qué te das cuenta?, ¿qué te preguntas?: se trata de una técnica utilizada en el proyecto NRICH (https://nrich.maths.org/what-makes-good-mathematician).

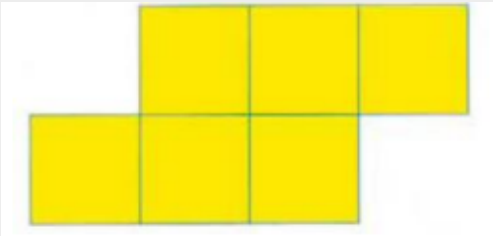
EduGAINS (2011) propone ocho orientaciones para plantear preguntas generadoras en la clase de matemáticas:

1. Anticipar el pensamiento del alumnado.
2. Vincular con los objetivos de aprendizaje.
3. Plantear preguntas abiertas.
4. Plantear preguntas que realmente necesitan ser contestadas.
5. Incorporar verbos que estimulan el pensamiento y la comprensión, como conectar, elaborar, evaluar y justificar.
6. Plantear preguntas que abren una conversación para incluir a todo el alumnado (en el marco de una comunidad de aprendizaje).
7. Mantener las preguntas neutrales (evitar calificativos como 'fácil' o 'difícil' ya que pueden condicionar las respuestas del alumnado).
8. Proporcionar tiempo de espera (entre las preguntas y las respuestas del alumnado).

Danielson para promover que el alumnado argumente y comunique en la clase de matemáticas propone el recurso, que se conoce con el acrónimo WODB (¿Which One Doesn't Belong?). Se pueden consultar muchos ejemplos en https://talkingmathwithkids.com/wodb/

Ejemplo:

"Supongamos que los lados de las losetas cuadradas en esta figura tienen una unidad de longitud. Agrega las losetas cuadradas necesarias para que la figura tenga un perímetro de 16 unidades. Los cuadrados que se agreguen deben coincidir de modo que se toquen en al menos un lado de la figura".



Algunas preguntas que pueden servir de andamiaje para esa actividad, después de la exploración y para explotar todo el potencial de la tarea, que es mucho, son (Malloy, 1999, p. 89):

- ¿Dónde colocarías una ficha para aumentar el perímetro en 1? ¿Y en 2? ¿Y en 3?
- ¿Cómo podrías aumentar el área en 3 y no aumentar el perímetro?
- ¿Cuál es la menor cantidad de losetas que se pueden agregar para aumentar el perímetro a 16 unidades? Describe esta nueva forma. ¿Cuál es su área?
- ¿Cuál es la mayor cantidad de mosaicos que se pueden agregar para aumentar el perímetro a 16 unidades? Describe esta nueva forma. ¿Cuál es su área?

Usa las fichas para encontrar todos los rectángulos distintos que tienen un perímetro determinado. Los perímetros pueden variar de 12 a 24 unidades. (Nota: ¿Podría un perímetro ser un número impar?

b) Formular conjeturas y comprobarlas.

Hacer **conjeturas** forma parte del proceso de abstracción que implica el descubrimiento y la expresión de relaciones, propiedades, patrones, regularidades. A diferencia de la hipótesis que necesita de la demostración teórica para su validación, la conjetura se puede comprobar a nivel empírico.

Las conjeturas pueden surgir en actividades como:

- Seguir series de repetición y de crecimiento, tanto numéricas como geométricas.
- Observación de patrones en tablas y gráficos.
- Descubrimiento de estrategias de cálculo mental, propiedades de las operaciones.

- Observación de números y operaciones (números primos, compuestos, múltiplos de…, si multiplicas por 50 es como si..., si multiplico por 0,5 es como si...).
- Observación de patrones en figuras geométricas (relación entre el número de diagonales y los polígonos regulares…).
- La observación de una colección ordenada de datos en gráficos y tablas también provoca la expresión de conjeturas, recogida continua de temperaturas.

Ejemplos:

Hacia qué valor tenderá la suma:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \ldots\ldots$$

Fisher y Vince proponen como ejemplo de formular y comprobar conjeturas:

¿Cuántas patadas puedes dar en el suelo en 15 segundos?

c) Pensamiento crítico.

Al hablar de desarrollo del **pensamiento crítico** se ha de tener en cuenta que no surge por el mero hecho de aprender matemáticas (o la materia que sea). Es imprescindible plantear situaciones de aprendizaje donde el alumnado tenga que:

- Formular preguntas.
- Reflexionar sobre lo que ha hecho.
- Identificar regularidades.
- Admitir que la solución de un problema quizás no existe o que no es única.
- Conocer cómo se conecta lo aprendido en la resolución de un problema con los conocimientos previos.
- Admitir que el error forma parte del proceso.

Además, si se pretende que este pensamiento crítico se transfiera a otros contextos y se enriquezca con diferentes modos de pensamiento, hay que aprovechar las oportunidades de conexión entre las distintas áreas.

4.3.2.2.1. Ideas clave para el razonamiento y la prueba.

- Se debería capacitar a todo el alumnado para los siguientes estándares de razonamiento y prueba (NCTM, 2000):
  - Reconocer el razonamiento y la prueba como aspectos fundamentales de las matemáticas.
  - Formular e investigar conjeturas matemáticas.
  - Desarrollar y evaluar argumentos y pruebas matemáticas.
  - Escoger y usar varios tipos de razonamiento y métodos de prueba.
- En los primeros cursos se ha de enseñar al alumnado a formular conjeturas (se pueden comprobar de forma empírica) y a utilizar el razonamiento plausible (Pólya, 1966) o intuición. El alumnado debe diferenciar entre una intuición más o menos razonable. El razonamiento es sobre todo informal y se refiere principalmente a la capacidad de explicar, argumentar o justificar las acciones realizadas y las proposiciones.
- La prueba implica comprobar el resultado de dichas acciones y proposiciones.
- Interiorizar progresivamente diversos tipos de razonamiento.
- Es recomendable guiarles en el empleo de ejemplos y contraejemplos.
- Se pueden establecer los siguientes niveles de abstracción:
  - Ejemplos y contraejemplos
  - Comprobación
  - Justificación
  - Argumentación
  - Conjetura
  - Demostración formal

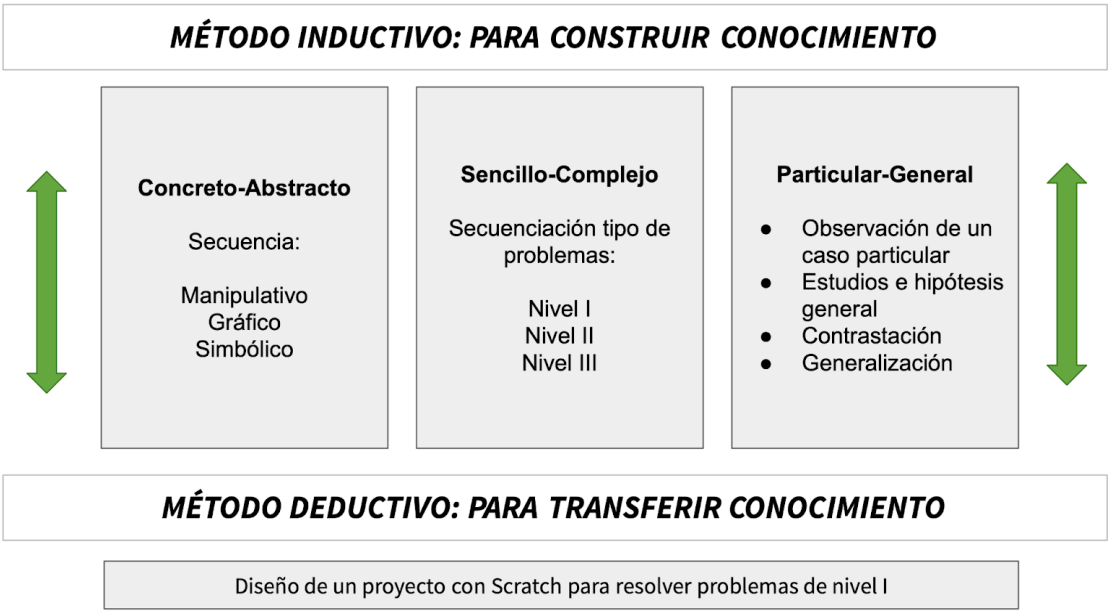
4.3.2.2.2. Métodos de razonamiento.

a)El **razonamiento inductivo** permite obtener reglas a partir de un comportamiento común observado en algunos casos particulares y concretos (Pólya, 1945). Para obtener dichas reglas, según este autor, deben seguirse las siguientes fases:

- Trabajo con casos particulares.
- La búsqueda de patrones basados en la regularidad observada en los casos particulares.
- La formulación de una conjetura de acuerdo con el patrón.
- La comprobación.

Más adelante, Castro et al. (2010, p. 57) proponen siete fases:

1. **Trabajo con casos particulares**, sencillos y fácilmente observables.
2. **Organización de los datos** obtenidos (en una tabla, en filas y columnas, etc.) para percibir patrones.
3. **Identificación de patrones**, reconociendo lo común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé que puede volver a repetirse.
4. **Formulación de conjeturas**, es decir, proposiciones que se suponen verdaderas, pero que no han sido sometidas a exploración.
5. **Justificación de las conjeturas**, dando razones para convencer de la verdad de una afirmación.
6. **Generalización**, expresando la conjetura de tal manera que se refiera a todos los casos, más allá de los particulares.
7. **Demostración**, validando formalmente la conjetura que se trata de probar y que la determina inequívocamente.

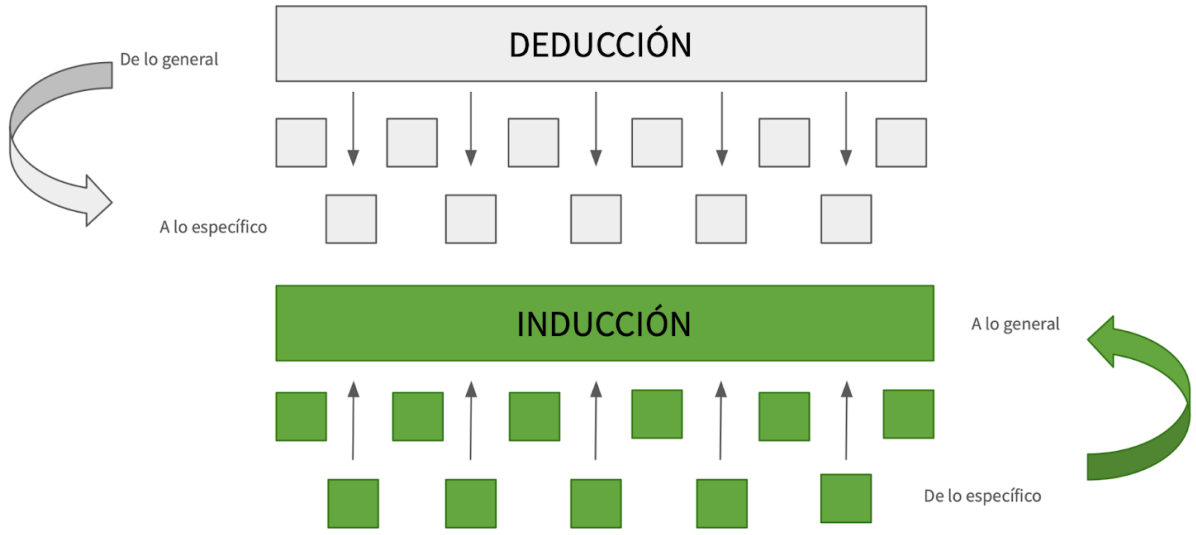


Aplicaciones métodos inductivo-deductivo.

b) En el **razonamiento deductivo** se suele inferir una conclusión en particular que surge a raíz de una premisa en general. También se usa para hacer demostraciones matemáticas de manera formal.

Muy sintéticamente, como señalan Álvarez et al. (2019), en el proceso de razonar deductivamente es necesario:

- Comprender la necesidad de modificar la conjetura que se obtiene inicialmente en el proceso de razonamiento inductivo y de no considerarla legítima, hasta que se encuentre validada y reforzada por otros casos.
- Aprender a argumentar cada uno de los pasos que se dan en la validación y a seleccionar o construir casos particulares para comprobar la validez o falsedad de una conjetura.
- No conformarse con la comprobación de la conjetura para tres o cuatro casos, sino aplicarla a un número mayor, siempre que sea posible.
- Mantener cierto grado de escepticismo con respecto a sus razonamientos y el de los demás, hasta que se logre validar la conjetura bajo análisis.
- Aprender a observar, comparar y buscar analogías para rechazar o reforzar una conjetura, o bien a modificar la situación problemática original y buscar analogías con otros resueltos anteriormente.
- Dominar métodos útiles para validar una conjetura: contraejemplos, uso de casos particulares, de casos generales, de casos extremos, entre otros.
- Finalmente, apropiarse de estrategias que orienten el modo de actuar para validar el grado de generalidad y veracidad de una conjetura.



El método deductivo e inductivo.

Ejemplo:

¿Puedes encontrar la expresión general que podemos utilizar para modelizar un proceso de división celular: 1, 2, 4, 8, ..?

De manera inductiva podemos decir que la expresión general de este proceso es 2n.

¿Puedes encontrar el número de células que se habrán formado cuando se haya dividido 24 veces?

De manera deductiva vamos a comprobar que el número de células formadas será de $2n = 224 = 16777216$ células.

c) Otros tipos de razonamientos

Si relacionamos el razonamiento con los diferentes sentidos matemáticos, podemos hablar de razonamiento aritmético, razonamiento algebraico, razonamiento geométrico,etc.

4.3.2.2.3. Actividades de experimentación: exploraciones e investigaciones.

a) Niveles de abstracción:

- Juego-experimentación con el material.
- Observación. Recogida de datos.
- Búsqueda de patrones. Regularidades.
- Formulación de conjeturas. Comprobación.
- Generalización.
- Investigaciones

La importancia de la realización de investigaciones matemáticas por parte del alumnado ha sido defendida por numerosos autores, por ejemplo, Mason (1996) y Goldenberg (1999). Los argumentos principales esgrimidos para justificar la importancia de **las investigaciones, más que los problemas, son que fomentan la implicación del alumnado**, puesto que exigen su participación activa desde la primera fase del proceso: la formulación de las cuestiones por resolver.

Ya conocemos que entre las tareas de exploración y de investigación, la diferencia está en el grado de dificultad. Si el alumnado pudiera empezar a trabajar **sin mucha planificación, estaríamos ante una tarea de exploración**. En caso contrario, sería mejor hablar de una tarea de investigación.



Pasos de una investigación.

Da Ponte, Brocardo y Oliveira (2003, p. 20) establecen **cuatro momentos básicos** en el **marco de las investigaciones matemáticas en el aula**, estos son:

1. **El arranque o reconocimiento de la situación**, la exploración preliminar y la formulación de cuestiones.
2. Un segundo momento referido a la formulación de conjeturas.
3. El tercero incluye la realización de pruebas y la eventual refinación de la o las conjeturas.
4. Y finalmente, el último es respecto a la argumentación, la demostración y la evaluación del trabajo realizado".

Ejemplos:

Educación Infantil

Vamos a visitar la plaza del pueblo para redescubrirla con ojos matemáticos:

- Descubrir formas geométricas conocidas en las construcciones de la plaza.

- Descubrir seriaciones en elementos urbanísticos (columnas, faroles, embaldosado…).
- Comparar las formas de determinados elementos arquitectónicos (columnas, balconadas…), enumerando semejanzas y diferencias.
- Clasificar los elementos arquitectónicos encontrados dada una característica presente o ausente.
- Identificar fachadas simétricas.
- Inferir el modo de numeración de los portales en una calle (numeración alterna que denominamos pares/impares).
- Comprobar el número de portal más alto en la plaza, identificando el número de cifras que tiene.
- Identificar el valor estético creado por las formas geométricas conocidas (en fachadas, en embaldosado, en portales…).

En la gestión de la actividad se ha tenido en cuenta que el alumnado va construyendo su conocimiento matemático a través de la guía de un adulto, en lugar de transmitirles una matemática preconstruida. Por esta razón, la práctica docente se ha basado más en el planteamiento de retos y de preguntas que no en las explicaciones por parte del docente.

Educación Primaria

Investigar los patrones que siguen las diferentes tablas de multiplicar:

Tabla del 2:

0 10 20 30 … … …

2 12 22 32 … … …

4 14 24 34 … … …

6 16 26 36 … … …

8 18 28 38 … … …

Preguntas Generadoras:

- ¿Todos los números que aparecen son el resultado de multiplicar por qué número?
- Observa cada fila de números. ¿Qué ocurre?
- ¿Cuántas filas hemos formado?
- Vamos a observar ahora las columnas. ¿ Qué ocurre?
- ¿Podríamos haber formado más filas? Justifica tu respuesta.
- ¿Qué cifras se repiten en las terminaciones de los diferentes números?
- ¿Podrías formar una regla que te sirviera para recordar la tabla de multiplicar del 2?

Conclusiones:

La secuencia de cifras finales es :

Se repite cada:

Tabla del 4:

0 20 40 60 … … …

4 24 44 … … …

8 28 48 … … …

12 32 52 … … …

16 36 56 … … …

Preguntas Generadoras:

- Todos los números que aparecen son el resultado de multiplicar, ¿por qué número?
- Observa cada fila de números. ¿Qué ocurre?
- ¿Cuántas filas hemos formado?
- Vamos a observar ahora las columnas. ¿Qué ocurre?
- ¿Podríamos haber formado más filas? Justifica tu respuesta.
- ¿Qué cifras se repiten en las terminaciones de los diferentes números?
- ¿Podrías formar una regla que te sirviera para recordar la tabla de multiplicar del 4?

Conclusiones:

La secuencia de cifras finales es:

Se repite cada:

Tabla del 6:

0	30	…	…	…
6	36	…	…	…
12	42	…	…	…
18	48	…	…	…
24	54	…	…	…

Preguntas Generadoras:

- Todos los números que aparecen son el resultado de multiplicar, ¿por qué número?
- Observa cada fila de números. ¿Qué ocurre?
- ¿Cuántas filas hemos formado?

Vamos a observar ahora las columnas. ¿ Qué ocurre?

- ¿Podríamos haber formado más filas? Justifica tu respuesta.
- ¿Qué cifras se repiten en las terminaciones de los diferentes números?
- ¿Podrías formar una regla que te sirviera para recordar la tabla de multiplicar del 6?

Conclusiones:

La secuencia de cifras finales es :

Se repite cada

¿Podrías realizar el mismo proceso con las demás tablas?

Educación Secundaria Obligatoria

Calcula y escribe los 10 primeros números al cuadrado:

Número	Cuadrado	Diferencia con el cuadrado anterior
0	0	0
1	1	1
2	4	3
3	9	5
4		
5		
…		

- ¿Qué patrón encuentras en la diferencia de cuadrados?
- ¿Qué patrón encuentras en la diferencia de cuadrados?
- ¿Serías capaz de encontrar los cuadrados de los primeros 20 números siguiendo dichos patrones?
- Vamos a investigar por qué se produce esa diferencia:
- Dibuja los diferentes cuadrados de los números
- ¿Cuántos cuadraditos hay de diferencia entre uno y otro? Forma una serie con las diferencias: 0, 1, 3,5, ….
- Compara la serie obtenida con la columna “Diferencia con el cuadrado anterior”, ¿qué ocurre?
- ¿Podrías explicar la relación que existe entre las figuras, sus diferencias y la serie de los números al cuadrado?
- ¿La diferencia siempre va a ser un número impar? Justifica tu respuesta.
- ¿Podrías averiguar qué números al cuadrado tienen una diferencia de 125?
- ¿Cuál sería la estrategia a seguir?
- ¿Puedes encontrar la expresión algebraica general de la serie numérica?
- Si relacionamos los cuadrados con los números primos. ¿Podrías encontrar cómo formar los cuadrados de los 20 primeros números a partir de la suma de dos números primos?

4.3.2.3. Representación.

La representación se refiere a las **formas de hacer explícitas las ideas matemáticas**: a través de imágenes, materiales concretos, tablas, gráficos, números, letras, entre otras.

Muchas de las representaciones que existen actualmente son el resultado de una construcción cultural, que llevó muchos años determinar. Cuando el alumnado comprende las representaciones matemáticas que se les presenta y además tiene oportunidades de crear otras, mejora su capacidad para modelar e interpretar fenómenos.

Una de las capacidades que debe promover la matemática en el alumnado es la habilidad para plantearse, representar y resolver problemas. La matemática debe proporcionar al alumnado una variedad de lenguajes que les permita:

- Discernir lo que es relevante en el enunciado de una tarea matemática.
- Traducir dicha información en representaciones que les permita pensar de manera estratégica.
- Establecer relaciones y aplicarlas en la búsqueda de argumentos matemáticos para llegar a conclusiones válidas y razonadas.

Linares (2003) concluye que la actividad matemática debe fomentar el pensamiento estratégico evidenciado en la capacidad del alumnado para identificar estructuras comunes en representaciones y contextos diferentes.

El conocimiento matemático se convierte en un instrumento potente de comunicación, mediante la utilización de diferentes sistemas de representación (números, letras, tablas, gráficos, etc.). Estas representaciones y la traducción entre representaciones deben emerger en la actividad matemática de aula, con un significado asociado, para plantear y resolver problemas. Godino, Batanero y Font (2003) afirman que ***"las matemáticas son útiles para representar de forma precisa informaciones de naturaleza muy diversa, poniendo de relieve algunos aspectos y relaciones no directamente observables y permitiendo anticipar y predecir hechos, situaciones o resultados que todavía no se han producido".***

4.3.2.3.1. Ideas clave para el desarrollo de la representación.

Según Ángel Alsina (2004), debemos trabajar las siguientes ideas:

- Los programas de enseñanza deberían capacitar al alumnado para los siguientes estándares de representación (NCTM, 2000):

- Crear y usar representaciones **para organizar, registrar, y comunicar ideas matemáticas**, por ejemplo, cuando en una clase se hace una votación a mano alzada y se organizan los resultados obtenidos en una tabla o se representan a través de un gráfico.

- Seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas **para resolver problemas**, por ejemplo, el alumnado debería saber representar por escrito operaciones dictadas oralmente.

- Usar representaciones **para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos**, por ejemplo, asociar una situación cotidiana con un tipo de función.

- La representación de las ideas y procedimientos matemáticos es un proceso indispensable para poder aprender. **Si no hay representación no hay comprensión**, y sin comprensión no puede haber aprendizaje de las matemáticas.

- La representación de las ideas y procedimientos matemáticos puede tener **formas diversas**, por ejemplo, a través de objetos físicos (un cuarto de pizza), el lenguaje natural (la palabra "un cuarto"), dibujos (diferentes representaciones de la cuarta parte de una unidad), aplicaciones virtuales de una recta con pendiente m=14 y símbolos convencionales (14).

- El desarrollo progresivo de la representación de las ideas y procedimientos matemáticos va de lo concreto a lo abstracto (Freudenthal, 1991). En este sentido, se respeta y favorece su proceso de adquisición cuando se fomenta por ejemplo que las primeras representaciones sean **concretas**, a partir de objetos o dibujos y usando el lenguaje natural; posteriormente pictóricas, usando tablas o diagramas; y finalmente convencionales, usando **símbolos abstractos**. Aunque el desarrollo de la representación vaya de lo concreto a lo abstracto, en términos generales el proceso de enseñanza-aprendizaje no es unidireccional sino bidireccional, es decir, de lo concreto a lo abstracto y de lo abstracto otra vez a lo concreto, aunque la finalidad sea siempre la misma: aprender (y sobre todo comprender) el símbolo que representa un objeto o una situación real.



- A través de las interacciones alumnado-profesorado-representaciones, el alumnado desarrolla sus propias imágenes mentales sobre las ideas matemáticas (NCTM, 2000). Estas representaciones internas son las que permiten avanzar en el aprendizaje de las matemáticas.

- La adquisición progresiva de la representación de las ideas y procedimientos matemáticos aumenta la capacidad para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos. En otras palabras, permite hacer modelos e interpretar la realidad. **Un modelo es, pues, una representación ideal de un aspecto concreto de la realidad usada con finalidades de interpretación**. Por esta razón los modelos simplifican la realidad subrayando los elementos fundamentales y eliminando los aspectos secundarios. Por ejemplo, cuando se dibuja el itinerario de un recorrido en el que se sitúan diversos puntos que facilitan la localización, se trata de un modelo simulador de la realidad que, aunque no se ajuste a la realidad física (ya que no es fiel a aspectos básicos como las distancias), permite orientarse.

- El término **modelo** se usa de maneras diferentes:

  - **Modelos manipulativos** (materiales físicos con los que trabaja el alumnado, como por ejemplo una regleta que representa el número cinco).

  - **Modelos ejemplificadores o simuladores** (por ejemplo, el dibujo de un itinerario que puede hacer un alumno, o en términos más complejos, el plano esquemático de la red del metro de una gran ciudad)

  - Como **sinónimo de representación** (NCTM, 2000).

- Ya desde los primeros niveles es importante distinguir entre dos aspectos relacionados pero distintos:

- El acceso y la comprensión de modelos matemáticos elaborados previamente.

- La elaboración de representaciones y modelos matemáticos. El alumnado de Educación Infantil y primeros cursos de Educación Primaria que está consolidando la noción de número puede acceder a representaciones y modelos matemáticos elaborados previamente como por ejemplo un material manipulativo compuesto por regletas; pero progresivamente debe favorecerse la elaboración de sus propias representaciones mentales acerca de las cantidades discretas.De la misma manera el alumnado de Educación Secundaria Obligatoria ante una situación como un grifo abierto puede hacer una representación gráfica del volumen de agua vertida en función del tiempo.

- La representación de las ideas y procedimientos matemáticos está estrechamente ligada con la comunicación, cada uno de ellos coopera con el otro y le da apoyo.

- A través de las representaciones y los modelos matemáticos se comprenden mejor las ideas matemáticas, puesto que representaciones y modelos diferentes **aclaran diferentes aspectos de una idea matemática compleja** (NCTM, 2000). Así, por ejemplo, para un niño de siete años «14» es una abstracción, y por lo tanto una idea matemática compleja que comprende e interioriza progresivamente a medida que se le presentan representaciones y modelos diferentes: un rectángulo dividido en cuatro partes iguales y una de ellas pintada, etc. Un alumnado de Educación Secundaría la puede interpretar como la probabilidad de un suceso, uno de cuatro intentos.

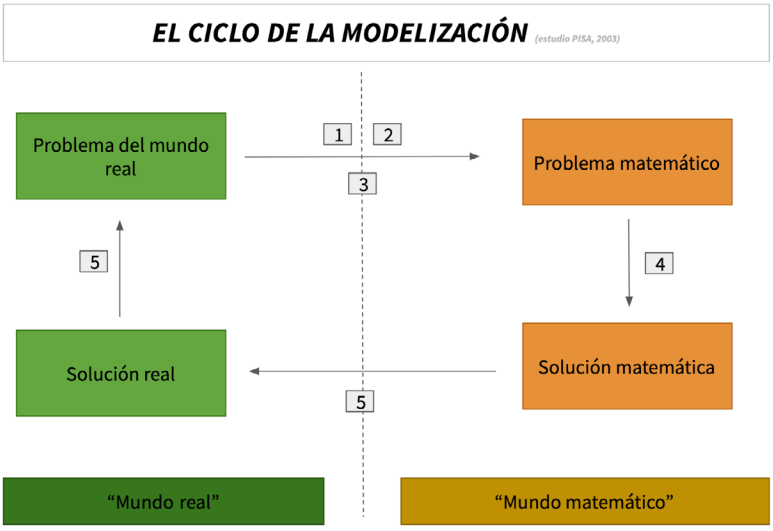
4.3.2.3.2. La modelización.

La modelización matemática consiste en la **construcción de una teoría o estructura matemática en la cual se incorporan los factores primarios o las características esenciales del sistema o proceso modelizado.**

"Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce (representa) la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible". Un modelo se produce para poder operar transformaciones o procedimientos experimentales sobre un conjunto de situaciones o un cierto número de objetos reales o imaginados, sin necesidad de manipularlos o dañarlos, para apoyar la formulación de conjeturas y razonamientos y dar pistas para avanzar en la demostración.

Dada la **naturaleza simplificadora del modelo**, no puede esperarse que este sea una copia exacta de la realidad… Cuando una persona piensa en el modelo, lo hace bajo la forma de alguna **representación mental de esa estructura**. La capacidad para manejar mentalmente el sistema físico que se está modelizando se ve enriquecida por las distintas representaciones mentales del modelo.

En el proyecto OCDE/PISA, el proceso fundamental que el alumnado emplea para resolver problemas de la vida real se denomina **matematización o modelización**. Se puede esquematizar:



1. Empezar con un problema de la realidad.

2. Organizarlo de acuerdo a conceptos matemáticos e identificar las matemáticas relevantes.

3. “Recortar” gradualmente la realidad a través de procesos como hacer suposiciones, generalizar y formalizar, que promueven las características matemáticas de la situación y transforman el problema del mundo real en un problema matemático que representa la situación.

4. Resolver el problema matemático.

5. Explicar la solución matemática en términos de la situación real.

Debemos tener en cuenta que el ciclo de modelización no es un algoritmo. En muchas ocasiones hay que adelantarse al paso siguiente e ir hacia atrás al paso anterior. Incluso, puedes necesitar dar varias vueltas al ciclo para llegar a una solución. Normalmente, **hay más de una solución posible**. Muchas veces la solución depende de la persona que trabaja en las tareas.

Ejemplo:

¿Cuánto tardaríamos en contar oralmente de 1 a 1 un millón?

La pregunta es de números… pero no tiene una respuesta exacta. Obrar matemáticamente es precisamente lograr una respuesta satisfactoria sin necesidad de contar. Pero debe hacerse un modelo. Debemos cronometrar, decidir, cuántos segundos dedicamos a diferentes grupos de cifras (decenas, centenas, miles, …) y al final hacer una previsión razonable … y concluir que nunca contaremos oralmente una serie tan larga. Un caso interesante donde la estimación matemática es mucho más importante que un resultado preciso.

Por otro lado, Pollack (1997) describió muy minuciosamente los ocho pasos que deben darse en todo proceso de modelización matemática:

1. Se identifica algo en el **mundo real** que queremos conocer, hacer o entender. El resultado es una cuestión en el mundo real.

2. Seleccionamos “objetos” que parecen importantes en la cuestión del mundo real e identificamos las relaciones entre ellos. El resultado es la **identificación de conceptos clave** en la situación del mundo real.

3. Decidimos lo que consideraremos o lo que ignoraremos sobre los objetos y su interrelación. No se puede tomar todo en cuenta. El resultado es una **versión idealizada** de la cuestión original.

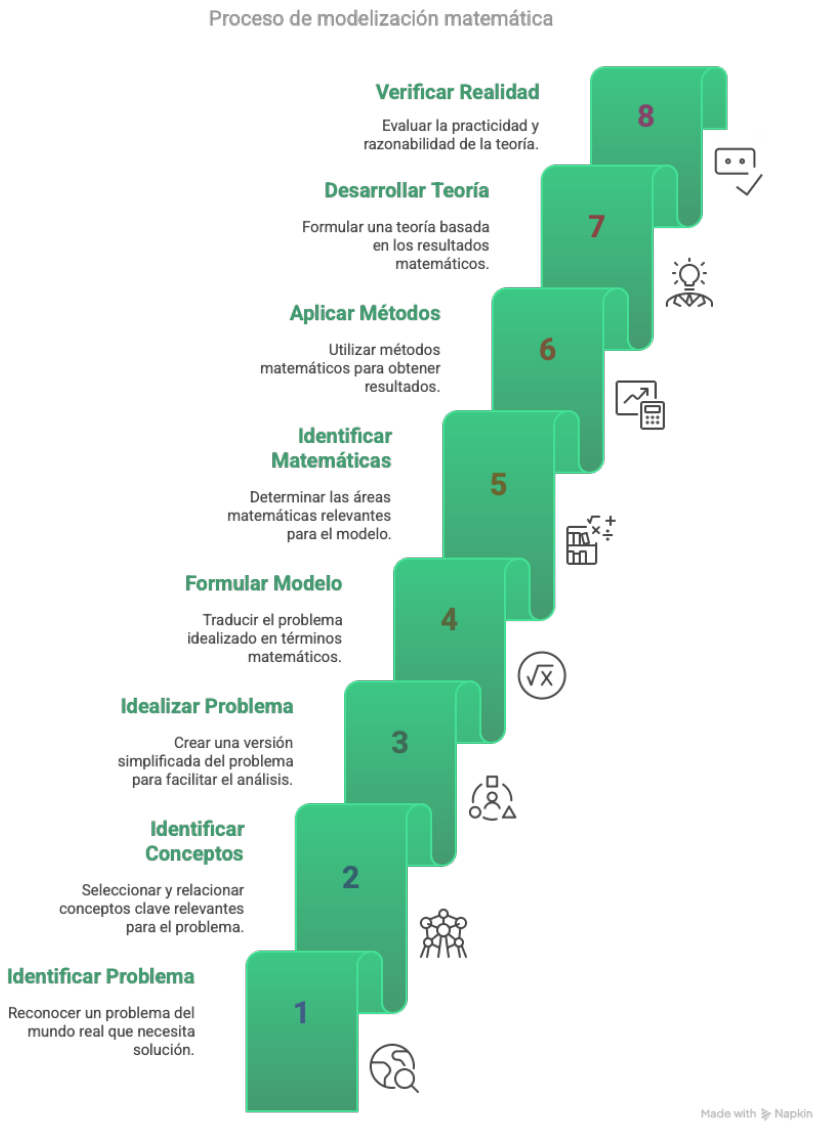
4. Traducimos la versión idealizada a términos matemáticos y obtenemos una **formulación matematizada de la cuestión idealizada.** A esto lo llamamos un modelo matemático.

5. Identificamos los **apartados de la matemática que pueden ser relevantes para el modelo** y consideramos sus posibles contribuciones.

6. **Usamos métodos matemáticos** e ideas para obtener resultados. Así surgen técnicas, ejemplos interesantes, soluciones, aproximaciones, teoremas, algoritmos, …

7. **Tomamos todos estos resultados y los trasladamos al principio**. Tenemos entonces una teoría sobre la cuestión idealizada.

8. Ahora debemos **verificar la realidad.** ¿Creemos en el resultado? ¿Son los resultados prácticos, las respuestas razonables, las consecuencias aceptables?



4.3.2.3.3. Secuencia didáctica para introducir la modelización.

La introducción concreta de este tipo de tareas en el aula se puede estructurar en varias fases, según vayamos aumentando el nivel de abstracción y generalidad en las preguntas.

- En una **primera toma de contacto**, se pedirá al alumnado que estime diversas unidades de longitud, área y volumen:
  - ¿Puedes abarcar con tus brazos una longitud de un metro? ¿Cuánto es, aproximadamente? ¿Y un hectómetro? ¿Y un centímetro?
  - ¿Puedes dibujar en la pizarra una superficie de un m2 (km2, cm2, etc.)? ¿Cómo sería, aproximadamente?
  - ¿Cabría en el aula un volumen de m3 (litro, km3, cm3, etc.)? ¿Cómo sería, aproximadamente?
- En una **segunda etapa** se pueden plantear problemas de cálculo que el alumnado tiene ante sí, usando elementos del aula, por ejemplo, que no requieren ningún tipo especial de conocimiento:
  - ¿Cuántas baldosas hay en este suelo?
  - Si quisiéramos cubrir la superficie de la mesa con lápices, ¿cuántos necesitaríamos para taparla por completo?
  - ¿Cuántos ladrillos necesitaríamos para construir esa pared?
  - ¿Cuántos bricks de zumo necesitaríamos para llenar toda el aula?
- Por último, podemos **pasar a extrapolar** esos cálculos a problemas que no están a su alcance de forma directa, empezando por los más concretos hasta llegar a problemas con una solución más abierta:
  - ¿Cuántos segundos de vida llevarás a medianoche de hoy?
  - ¿Cuántos litros de agua beberás a lo largo de tu vida?
  - ¿Cuántos pelos tiene una persona en la cabeza?
  - Si pusiéramos esos pelos uno detrás de otro, ¿qué longitud alcanzaría?
  - ¿Cuál es el volumen de CO_2 exhalado por toda la población mundial al cabo de un día?

4.3.2.3.4. Problemas de la realidad (Problemas tipo Fermi)

a) Introducción.

¿Cuántos afinadores de pianos hay en Chicago? ¿Cuánta comida y bebida debo comprar para mi fiesta de cumpleaños? ¿Cuántos taxis hay en mi ciudad? ¿A qué hora debo partir de viaje para llegar a una hora determinada?

Aunque las matemáticas se han ocupado desde siempre de problemas relacionados con la aproximación y la estimación, desde la enseñanza de esta materia se ha potenciado una visión de la misma como ciencia de la precisión en la que se obtienen respuestas concretas a preguntas concretas, sobre todo en sus niveles más básicos. Sin embargo, **esta disciplina también se caracteriza por procesos más alejados de ese determinismo como la exploración, interpolación, estimación, predicción, deducción…**

Mediante la suposición y la estimación es posible aproximar de modo razonable algunos problemas de cálculo cuya solución exacta es imposible obtener, debido a la imposibilidad de obtener todos los datos necesarios a partir del enunciado, o bien no compensa obtenerla por los recursos que tendríamos que invertir para ello y nos basta con una aproximación.

Este tipo de problemas de cálculo aproximado se conocen, sobre todo en el mundo anglosajón, como problemas de Fermi. Se llaman así en honor al físico Enrico Fermi, famoso, entre otras muchas cosas, por hacer muy buenos cálculos con datos muy escasos.

b) Características.

Una de sus características principales es el contraste de la familiaridad y simplicidad de la pregunta con la aparente imposibilidad de obtener su respuesta: *¿Cuántos afinadores de piano hay en Chicago?* Nuestra primera impresión es que no tenemos datos suficientes.

Sin embargo, los problemas de Fermi muestran cómo podemos hacer uso de unos conocimientos y procedimientos nada extraordinarios para obtener respuestas aproximadas a este tipo de preguntas.

Los problemas de Fermi son problemas de cálculo en los que se espera que demos como respuesta una solución aproximada pero razonable, dado que los datos de partida son limitados o no están definidos explícitamente e impiden dar una solución exacta.

Analicemos un ejemplo para ver algunas características más: *"¿Cuántos latidos da el corazón de un hombre a lo largo de su vida?"*

- Este problema no se refiere a un hombre en concreto, lo cual imposibilita dar una respuesta exacta. Casi siempre empezaremos a resolver un problema de Fermi diciendo: *"Supongamos que…".*

- La resolución del problema pone más énfasis en el desarrollo del razonamiento que en la respuesta en sí.

- Un problema de Fermi nos invita a hacernos más preguntas para resolverlo ya que requiere una serie de conocimientos no mencionados en el enunciado. Siguiendo con nuestro ejemplo, el razonamiento nos lleva a preguntarnos: *"¿cuál es la vida media de un hombre? ¿Cuál es la media de sus pulsaciones?"*, etc.

- Los problemas de Fermi, a pesar de las limitaciones en los datos o la dificultad de análisis, se refieren a cuestiones objetivas que pueden abarcar cualquier campo o disciplina. En ocasiones son asombrosamente familiares.

- Si dispusieramos de todos los datos necesarios llegaríamos a una solución determinada de manera muy sencilla; por lo tanto, la dificultad está en la naturaleza de esos datos, no en el cálculo en sí.

c) ¿Cómo resolverlos?

No hay un procedimiento bien definido para la resolución de este tipo de problemas. Debemos recordar que si conociéramos todos los datos necesarios, su resolución sería muy fácil mediante operaciones elementales de aritmética, por lo que la clave estará en aproximar los datos con los que haremos los cálculos. De todas formas, sí podemos dar unas sugerencias generales:

- **Lo primero sería descomponer el problema principal en otros secundarios más fáciles de abordar.** Si queremos estimar, por ejemplo, el número de hojas de un árbol, podemos hacerlo multiplicando el número de ramas por el número de hojas en cada rama. Nos resultará algo más cómodo pensar primero en un árbol desnudo de hojas para estimar sus ramas y luego en una rama individual para hacer lo mismo con sus hojas.

- **Nuestra experiencia nos permite aproximar muchos datos sin ningún tipo de técnica especial.** Por ejemplo, sabemos que la vida media de una persona está sobre los 75-80 años, que pueden caber tres o cuatro personas en un metro cuadrado de suelo, que dormimos unas ocho horas diarias, etc.

- **Si la cantidad a estimar se escapa de nuestra experiencia, podemos proceder dando un límite superior y otro inferior que nos parezcan razonables y hallar su media.**

- **Simplificar los números redondeándolos** ya que no tiene sentido buscar una solución exacta.

- Aunque podemos enfrentarnos a un problema de Fermi sin nada más que lápiz y papel, también cabe la posibilidad de **conseguir datos concretos por nosotros mismos** o buscarlos en enciclopedias, la web, etc.

d) ¿Para qué sirven?

Por último, aunque pueden plantearse como una práctica personal diaria, los problemas de Fermi son idóneos para la resolución de problemas en el ámbito académico:

- Los problemas de Fermi nos pueden servir para **mostrar al alumnado la conexión entre las matemáticas y el mundo real,** a veces de manera asombrosa según qué enunciados.
- A través de ellos, el alumnado tiene la oportunidad de **descubrir múltiples caminos para resolver** un problema, a la vez que desarrollan habilidades de estimación, sentido crítico.
- Además, la memorización de los hechos se vuelve menos importante ya que **se prima el desarrollo de las herramientas** para resolver tales cuestiones.
- La resolución de problemas de Fermi requiere pocos conocimientos matemáticos previos y con ellos **se evalúa más la capacidad de pensar** que unos conocimientos específicos de matemáticas.
- Resultan muy fáciles de plantear o buscar a través de Internet y pueden adaptarse a cualquier nivel educativo sin más que establecer unos enunciados acordes al nivel deseado. ¿Qué más se puede pedir?

EJEMPLO 1: Mañanas matemáticas

El reloj despertador suena. Tu mano intenta alcanzarlo y se cae de la mesa. Lo encuentras y lo apagas. Te das vuelta en la cama y tratas de imaginar que es sábado, pero lentamente sientes que algo interesante va a ocurrir hoy. Ahora lo recuerdas, Mañanas matemáticas con Mikael y Morten. A las 8:00 estarás con tus compañeros trabajando en la descripción de tu mañana matemática. Un día excitante te está esperando … Te pones los anteojos matemáticos, listo para observar tu mañana matemáticamente.

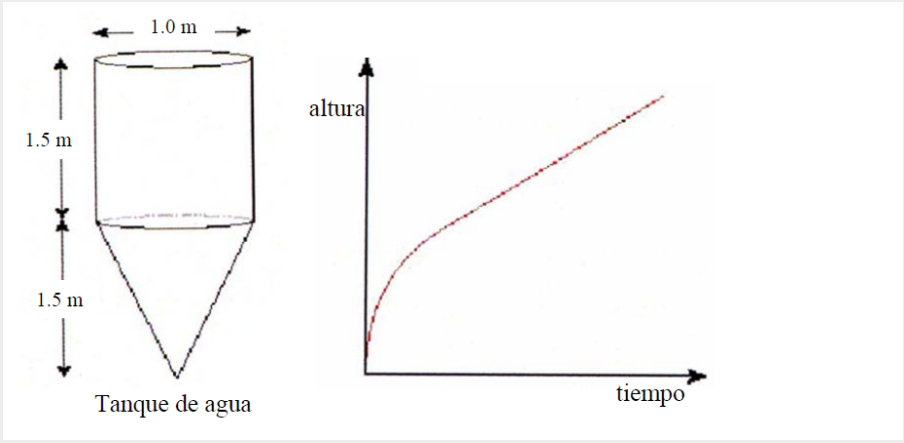
- ¿Cuánta agua usas para lavarte los dientes y cuánto tiempo dura un tubo de pasta dental?
- ¿Qué ocurre con la ducha?

La matemática también puede encontrarse en los modos en que distribuyes tu tiempo en la mañana, o cómo llegas a la escuela.

Realizar observaciones cuidadosas de lo que ves con tus anteojos matemáticos desde que te levantas hasta que llegas a la escuela. Tus observaciones deben ser descritas y analizadas matemáticamente y presentadas a través de historias coherentes sobre tus mañanas cotidianas. Las historias y tus reflexiones deben ser presentadas en un póster con un bonito diseño. Tienes cuatro módulos (4 x 90 minutos) a tu disposición. Todos deben hacer su propio póster, pero se los alienta a trabajar juntos ayudándose unos a otros. Dos profesores estarán disponibles para ayuda y discusión durante esos períodos.

EJEMPLO 2: El problema del tanque de agua (nivel 1) Ejemplos basados en el estudio PISA (OCDE, 2003) para cada uno de los niveles.

Tenemos un tanque vacío que se llena de agua a la razón de un litro por segundo. Lo que aparece en las figuras siguientes son los resultados de un proceso de construcción de un modelo realizado por un grupo de alumnos y alumnas. En dicho proceso, el alumnado ha hecho ciertas suposiciones sobre el tanque con las que han dibujado el gráfico que acompaña al dibujo del tanque.



a) Describe cómo crees que el alumnado realizó el proceso de modelización.

b) ¿Qué suposiciones hicieron?

c) ¿Qué clase de modelo usaron?

d) ¿Cuál puede ser el próximo paso teniendo en cuenta el gráfico?

Fiesta escolar (nivel 2) (resolver un problema utilizando técnicas de modelización)

Se va a celebrar una fiesta en el colegio a la que va a venir a tocar un famoso grupo musical. La mayoría del alumnado del centro y de otros centros cercanos querrán asistir a la fiesta, de manera que es posible que se llene el local.

Sabiendo que el grupo cobra una cantidad y que el colegio subvenciona con otra cantidad, los organizadores te encargan la tarea de averiguar el máximo número de personas que caben en el gimnasio y fijar un precio para la entrada.

a) Explica cómo harías para resolver el problema y los pasos necesarios para encontrar la solución.

b) Completa la tarea como creas conveniente. Si falta información precisa, emplea la estimación.

Los organizadores quieren convencer al Director del colegio mediante una presentación corta de las conclusiones de tu trabajo,

c) Elabora un guion corto con los puntos clave para que dicha exposición sea convincente.

Ejemplo 3: Diferentes situaciones.

Son múltiples las situaciones que requieren de las matemáticas y que se resolverán antes, mejor y más fácilmente si se utilizaran dichos conocimientos matemáticos. Por ejemplo:

Necesito controlar lo que gasto mensualmente en transporte.

Tengo que hacer una planificación del trabajo para la semana que viene con objeto de preparar los exámenes.

Voy a pintar mi habitación… ¿Cuánta pintura necesito?¿De qué precio?¿Cuánto me va a costar?

El partido empieza a las nueve y estoy lejos de casa. ¿A qué hora límite tengo que salir para llegar a tiempo y verlo desde el principio?¿Qué tengo que averiguar? Si no dispongo de información exacta, ¿qué debo hacer?

Quiero comprar una bicicleta. ¿Cuánto tiempo aproximado debo estar ahorrando hasta tener la cantidad total si ingreso una media semanal de 100 euros y un gasto medio semanal de 70 euros?

Estoy pensando en comprar una vivienda, pero como máximo puedo dedicar 600 euros al mes. ¿Qué posibilidades tengo? ¿Qué tipo de vivienda me puedo comprar?

Quiero que la vivienda esté en el centro, que sea grande, soleada, con garaje y con calidades excepcionales. ¿Cómo puedo compatibilizar mis deseos con mi disponibilidad económica?

¿A qué hora quedo con Blanca en el centro para que me dé tiempo a llegar?

Si tengo que ir en taxi a la calle…. ¿Cuál será el mejor camino para llegar antes?¿Tendré dinero suficiente si el taxista decide ir por un camino más largo?

Quiero invitar a todos mis amigos a mi fiesta de cumpleaños . . . ¿Cómo lo hago?, ¿qué necesito?

Me gusta esa librería casera y quiero hacer una igual... ¿Cómo puedo construir un cuadrado cuya superficie sea el doble que la de otro cuadrado?

4.3.2.4. Conexiones

Los resultados de las investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas alertan sobre la necesidad de incorporar cambios en la actividad matemática de aula, desde visiones más procedimentales hacia visiones más estructurales. En general, esta visión procedimental de la matemática fomenta la descontextualización y el aprendizaje se reduce a una repetición mecánica de técnicas aisladas, con una conexión muy reducida con el mundo real que no favorece la resolución de problemas complejos y contextualizados (Bishop, 2001).

Las visiones más estructurales de las matemáticas dan un valor explícito al establecimiento de conexiones. Desde esta perspectiva, se asume que la actividad matemática favorece que el alumnado construya conocimiento matemático interconectado y, por tanto, posea más herramientas para ampliarlo, profundizar en él y transferirlo para comprender e incidir en el mundo en el que interactúa (Cobb et al. 1991).

Las matemáticas no están constituidas por ejes temáticos desvinculados entre sí, sino que por el contrario, esta disciplina es un campo de estudio integrado. Se hace necesario que el alumnado reconozca y realice conexiones entre ideas matemáticas y además es importante considerar conexiones matemáticas con otras disciplinas y con la vida cotidiana para entender mejor su utilidad.

En los nuevos currículos basados en enfoque competencial, se hace énfasis en la necesidad de fomentar conexiones en el aula, intraconceptos, interdisciplinas y entre etapas educativas (De Gamboa y Figueiras, 2014). Una "concepción global del currículo, más allá de los saberes, nos permite también mirar las matemáticas desde un punto de vista superior ... señalando la existencia de las denominadas **grandes ideas matemáticas** ... que vertebran estos saberes en niveles superiores y permiten apreciar la continuidad y las conexiones intramatemáticas" (CEMat, 2021, p. 5).

Los fundamentos de este paradigma son radicalmente diferentes a los del formalista procedimental. Al enfatizar el conocimiento matemático como parte de la experiencia y la interacción humanas, orienta su enseñanza de forma que los y las estudiantes realmente comprendan las matemáticas a través de oportunidades de compartir experiencias y significados, de establecer conexiones entre conceptos e ideas relevantes, y ser capaces de aplicarlas de forma crítica y reflexiva a situaciones de su vida cotidiana. Como afirma Philipp (2001), "el reto ya no es hacer llegar las matemáticas a los estudiantes, es llevar a los estudiantes hacia las matemáticas". El profesorado deberá ser capaz de orquestar discusiones de toda la clase, hacer preguntas profundas y plantear tareas que ayuden al estudiantado a reflexionar y desarrollar su pensamiento actual, dando oportunidad para que la educación matemática prepare al alumnado para aplicar las matemáticas en todo tipo de situaciones laborales y de la vida cotidiana.

La mediación se torna esencial en la forma de abordar un saber. El cambio de paradigma implica, por ejemplo, **enfatizar la comprensión conceptual de los elementos de un procedimiento frente al exclusivo uso del procedimiento en sí, entendiendo ambos aspectos como no dicotómicos**.

Como afirma Kieran (2013), ambos aspectos han de convivir e interactuar de forma que la comprensión conceptual acompañe a la elaboración y uso de técnicas, a la vez que el propio proceso de generación de esas técnicas se torne en un proceso de enriquecimiento conceptual.

Este cambio pasa por que los y las docentes aprendan a estructurar ambientes de aprendizaje que permitan el discurso matemático y la conexión de ideas matemáticas. Desde nuestra perspectiva, la clave está en que el conocimiento matemático que han de tener ha de ser más extenso y profundo, potenciando las ideas matemáticas relevantes y las interconexiones entre ellas (Ma, 1999; Sfard, 2003).

Si bien podemos considerar que enseñar los contenidos matemáticos con sentido equivale a lo que Ausubel llamó enseñanza para un aprendizaje significativo, **el concepto de sentido matemático corresponde al resultado final de ese aprendizaje, que lleve a desarrollar maneras flexibles de pensar sobre el contenido para usarlo en diversos contextos, proporcionando los elementos culturales que caracterizan ese contenido (Llinares, 2001)**. De manera simplificada, se desarrolla sentido matemático cuando se da sentido a los saberes, elaborando significados, usando los saberes en contexto, identificando las situaciones en que es importante emplear dicho saber, y proponiendo soluciones a las cuestiones que los usos en contexto puedan generar. Este aprendizaje requiere interacción, negociación y comunicación con otras personas (Rico et al., 2015; Ruiz-Hidalgo, 2016).

El aprendizaje con sentido concreta las maneras de comprender y usar las matemáticas necesarias para el desarrollo de la competencia matemática y, **a diferencia de la competencia, enfatiza habilidades concretas que se pueden desarrollar con elementos del saber.** De esta forma, el sentido se puede entender como una forma de pensar asociada a un saber particular o, como se expresa en algunos documentos, como un conocimiento dentro de un dominio conceptual (Greeno, 1991). La estructuración de los saberes básicos en seis sentidos presentes en el sentido matemático recoge la nueva visión humanística de las matemáticas: sentido socioemocional, numérico, de la medida, espacial, algebraico, pensamiento computacional y sentido estocástico.

4.3.2.4.1.Ideas clave para el desarrollo de las conexiones

Según Ángel Alsina (2004), en el aula se deben trabajar las siguientes ideas clave:

- Los programas de enseñanza deberían capacitar a todo el alumnado para los siguientes estándares de conexiones (NCTM, 2000):
- Reconocer y usar las conexiones entre ideas matemáticas, como por ejemplo reconociendo que se necesitan los números para expresar la medida de una magnitud.
- Comprender cómo las ideas matemáticas se interconectan y construyen una sobre otras para producir un todo coherente, por ejemplo, al reconocer la misma estructura matemática en contextos aparentemente diferentes como por ejemplo en investigaciones estadísticas de diferente naturaleza.

- Reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos, como por ejemplo temas propios de otras disciplinas o contextos de vida cotidiana.

- Las conexiones matemáticas **se refieren a las relaciones entre los diferentes sentidos matemáticos y entre los sentidos y los procesos matemáticos** (intradisciplinariedad), como por ejemplo cuando se analiza el número de lados de una figura geométrica o bien cuando se clasifican los polígonos con base a este criterio; las relaciones entre las matemáticas con otras áreas de conocimiento (interdisciplinariedad), como por ejemplo cuando se identifica el patrón de un ritmo musical; y las relaciones entre las matemáticas con el entorno que nos rodea, cuando por ejemplo se trabajan los distintos sentidos matemáticos cuando se hace una excursión: recogida del dinero, análisis del itinerario, etc. (enfoque globalizado).

- Las conexiones entre los diferentes sentidos matemáticos ponen de manifiesto que las matemáticas no son una colección fragmentada de sentidos, aunque con frecuencia se dividen y presentan así, sino que constituyen un campo integrado de conocimiento. Desde esta perspectiva, **hay unas mismas capacidades matemáticas que se repiten**: identificar (definir o reconocer); relacionar (comparar); y operar (transformar), lo único que varía es el tipo de sentido: números y operaciones, álgebra, geometría, medida, o bien estadística y probabilidad. Dentro todavía de las conexiones intradisciplinares, los estrechos vínculos entre los sentidos y las competencias específicas (procesos matemáticos) evidencian que no son dos tipos de conocimientos independientes, sino que se interrelacionan, se retroalimentan para favorecer la competencia matemática. Al combinarse los sentidos y las competencias específicas (procesos matemáticos) generan nuevas miradas que hacen hincapié no solamente en el sentido y el proceso sino y especialmente en las relaciones que se establecen entre ellos, por ejemplo, al interpretar la resolución de problemas como el marco de aplicación de los diferentes sentidos, no únicamente los referidos al cálculo.

- Las conexiones entre las matemáticas y las otras áreas de conocimiento ponen de manifiesto que, a pesar de que actualmente la práctica educativa más habitual sigue siendo todavía el trabajo aislado de los sentidos matemáticos, **las actividades interdisciplinares van ocupando un lugar cada vez más importante en las aulas**. Así, las matemáticas pueden trabajarse en conexión con el arte, con la música, con la literatura o bien a través de la educación física, por citar algunos ejemplos.

- Las conexiones entre las matemáticas y el entorno evidencian que el uso de contextos de vida cotidiana puede contribuir a facilitar el aprendizaje de las matemáticas, pero sobre todo a comprender cuál es su sentido, cuáles son sus verdaderas funciones: formativa, teniendo en cuenta que **los contextos de vida cotidiana permiten pasar progresivamente de situaciones concretas o situaciones abstractas** (matematización progresiva); instrumental, al considerar que los contextos son, en realidad, herramientas que favorecen la motivación, el interés o el significado de las matemáticas; y aplicada, al fomentar el uso de las matemáticas en contextos

no exclusivamente escolares y, por lo tanto, contribuir a la formación de personas matemáticamente más competentes.

- En el aula se favorecen las conexiones matemáticas cuando se reta al alumnado a aplicar el aprendizaje en investigaciones y proyectos matemáticos amplios, como por ejemplo en contextos de vida cotidiana (llamados contextos reales o realistas en el marco de la Educación Matemática Realista planteada por Freudenthal, 1991) o en situaciones de manipulación, experimentación y juego, en las que formulan preguntas y diseñan encuestas, toman decisiones sobre métodos de recogida y registro de información, y planifican representaciones para comunicar los datos y para que les sirvan de ayuda para hacer conjeturas e interpretaciones razonables.

- **El uso de objetos concretos en situaciones de manipulación y experimentación en el aula favorece también la conexión de las ideas** matemáticas nuevas con las anteriores, siempre que haya una buena planificación y gestión ya que el material por sí mismo no es garantía de aprendizaje matemático.

- Cuando se contemplan las conexiones en el aula de matemáticas se eliminan las barreras que separan las matemáticas aprendidas en el centro de las aprendidas en otros contextos. Dicho de otra manera, se conectan las matemáticas informales e intuitivas que han aprendido a través de su experiencia con las más formales, por ejemplo poniendo de relieve las muchas situaciones en las que encuentran matemáticas fuera y dentro del centro: los números que hay en las calles, en las tiendas, en las matrículas de los coches… son los mismos números que hay en el centro; o los cuerpos tridimensionales que puede haber en un parque, como por ejemplo el cilindro y la esfera que componen una farola, tienen las mismas propiedades geométricas que los cuerpos geométricos de madera que puede haber en el aula.

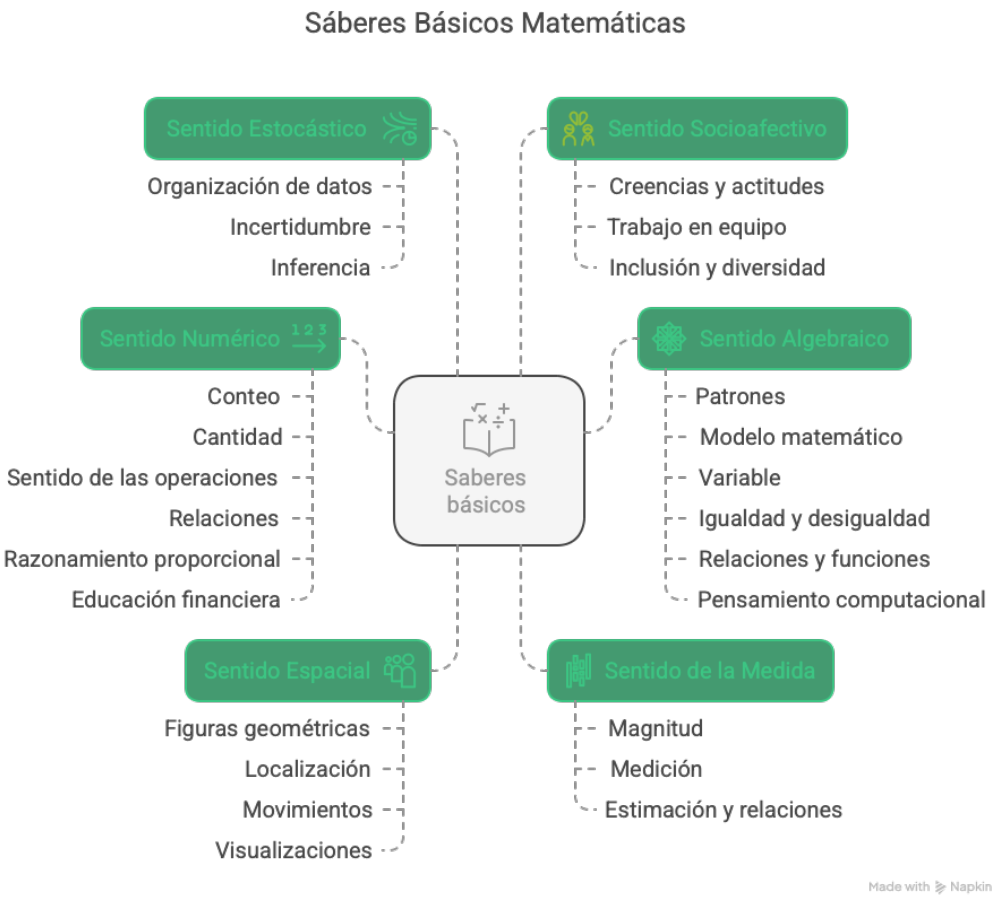
4.3.2.4.2. Grandes ideas

En una sociedad tan cambiante es difícil establecer cuáles son los saberes que de manera irrenunciable se deben trabajar. Por otro lado, la creación constante de saberes nuevos, haría imposible abarcarlo todo. La investigación matemática intenta dar respuesta a esta cuestión desde diferentes enfoques.

La LOMLOE nos sitúa en un paradigma socioconstructivista: el conocimiento no se transmite, lo que se transmite es información y, con esa información, cada persona, interactuando con otras, es capaz de **construir su propio conocimiento. Es más importante enseñar al alumnado a construir su propio conocimiento matemático**: haciéndose preguntas, planteándose conjeturas, integrando datos e información, pensando cómo resolver un problema, etc., **que intentar enseñar una cantidad de saberes inabarcable**.

El vertebrar los saberes básicos en niveles superiores, las **grandes ideas matemáticas** (patrones, modelo, variable, relaciones y funciones, movimientos y transformaciones, distribución, incertidumbre, magnitud, etc.) permiten apreciar la continuidad y las conexiones intramatemáticas, **favoreciendo la adquisición de aprendizajes significativos** que van a ser utilizados en la creación de más conocimiento.

La propuesta curricular que se presenta no pretende ser un desarrollo exhaustivo de los saberes básicos que se desarrollarían en el currículo de matemáticas de la Educación Infantil, Primaria y Secundaria, sino un conjunto de ideas (grandes ideas) matemáticas clave para la alfabetización matemática del alumnado al terminar la etapa de educación obligatoria. Estas ideas **(grandes ideas) matemáticas clave están organizadas en torno a la idea de sentido matemático.** Esta idea permite dar coherencia y continuidad al paso de Primaria a Secundaria al tiempo que plantea una enseñanza funcional de las matemáticas, que haga predominar y dar sentido a los conceptos en resolución de problemas o tareas en contexto, frente al aprendizaje de destrezas o algoritmos en situaciones descontextualizadas (Rico y Díez, 2011). Podemos sintetizar las grandes ideas en la siguiente infografía:



Algunos ejemplos de la relación de las grandes ideas con los sentidos:

Desde las primeras edades, el desarrollo del **sentido estocástico** pasa por la **conexión entre las tres grandes ideas expuestas en la infografía**, es decir, no tratar separadamente la estadística descriptiva y la probabilidad, e incluso iniciarse en inferencias informales. Es necesario trabajar con los datos en un contexto, e interpretarlos dentro de él, dando sentido a los procedimientos de análisis que se utilicen: cálculo de parámetros relacionados con el centro y la dispersión de los datos y, sobre todo, visualización de gráficos. A partir de esta interpretación surgirán de manera natural tanto las preguntas a las que se pueda responder con los datos, como las posibles conjeturas que orientarán nuevos estudios estadísticos. El vínculo entre lo observado y lo conocido y lo que puede ocurrir en sucesivas experimentaciones viene dado por la predictibilidad, que nos permitirá cuantificar en términos de probabilidad la incertidumbre inherente a los experimentos aleatorios.

Alsina (2021b) propone la siguiente relación del sentido estocástico con los distintos procesos (competencias específicas) para Educación Infantil y Primaria:

Resolución de problemas	**Razonamiento y prueba**	**Conexiones**	**Comunicación y representación**
¿Qué reto voy a plantear al alumnado? una investigación estadística a partir de un contexto de vida cotidiana; un experimento estocástico con un material manipulativo; un juego de azar, etc.	¿Qué buenas preguntas/preguntas efectivas voy a plantear para que expliquen, argumenten y justifiquen sus acciones?	¿Con qué otros sentidos matemáticos se puede relacionar el aprendizaje? ¿Desde qué disciplina voy a plantear el reto?;	¿Cómo voy a fomentar la interacción? por parejas, en pequeño grupo, etc. ¿Qué vocabulario específico deben aprender? ¿Qué tipo de representación deben hacer? Verbal, tabular, gráfica, ...

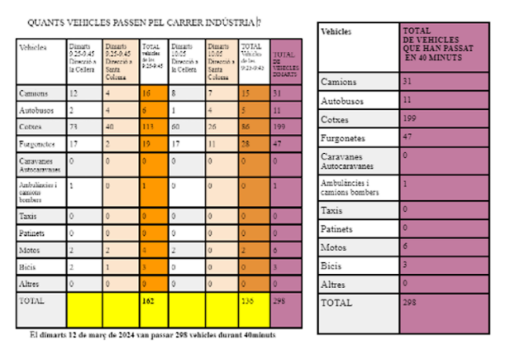
Ejemplo:

Situación de aprendizaje:“La nueva circunvalación de nuestro pueblo”

Reto: El objetivo principal que se persigue es descubrir la cantidad y el tipo de vehículos que circulan por la calle principal del pueblo antes y después de la construcción de la circunvalación.

Recogida de datos:

Organización de los datos:

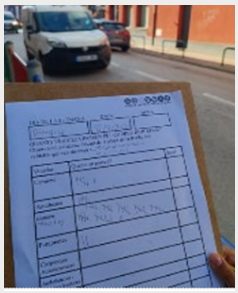


QUANTS VEHICLES PASSEN PEL CARRER INDÚSTRIA?

Vehicles	Dimarts 9:25-9:45 Direcció a la Cotera	Dimarts 9:25-9:45 Direcció a Santa Coloma	TOTAL vehicles 9:25-9:45	Dimarts 10:05 Direcció a la Cotera	Dimarts 10:05 Direcció a Santa Coloma	TOTAL Vehicles de les 10:05-10:45	TOTAL DE VEHICLES DIMARTS
Camions	12	4	16	8	7	15	31
Autobusos	2	4	6	1	4	5	11
Cotxes	78	40	118	60	26	86	199
Furgonetes	17	2	19	17	11	28	47
Caravanes Autocaravanes	0	0	0	0	0	0	0
Ambulàncies i camions bombers	1	0	1	0	0	0	1
Taxis	0	0	0	0	0	0	0
Patinets	0	0	0	0	0	0	0
Motos	2	2	4	2	0	2	6
Bicis	2	1	3	0	0	0	3
Altres	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL			167			136	298

El dimarts 12 de març de 2024 van passar 298 vehicles durant 40minuts

Vehicles	TOTAL DE VEHICLES QUE HAN PASSAT EN 40 MINUTS
Camions	31
Autobusos	11
Cotxes	199
Furgonetes	47
Caravanes Autocaravanes	0
Ambulàncies i camions bombers	1
Taxis	0
Patinets	0
Motos	6
Bicis	3
Altres	0
TOTAL	298



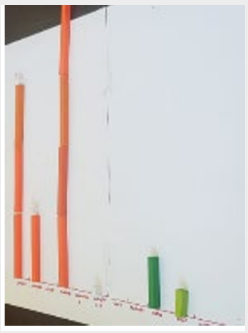
Representación de los datos:

Interpretación de los datos:

Se obtuvieron los tipos de vehículos que frecuentaban las rutas.

Aplicar la inferencia:

A partir de la interpretación se puede predecir qué tipo de vehículo tenía mayorprobabilidad de circular:



Las principales capacidades que caracterizan el **sentido numérico** son: reconocer cómo y cuándo usar los números, discernir en qué ocasiones se requiere un valor exacto y cuándo es posible dar un valor aproximado, detectar y usar relaciones o propiedades entre números, percibir la magnitud de los números, realizar cálculos mediante procedimientos diferentes adaptados a cada situación, conocer y usar distintas representaciones de los números, y aceptar distintas estrategias para resolver problemas aritméticos. Estas capacidades son una concreción al ámbito numérico de procesos matemáticos generales como el razonamiento, las conexiones, la comunicación, la representación, la selección de técnicas y herramientas o la resolución de problemas. Las **grandes ideas matemáticas** que organizan el dominio numérico son: el proceso de contar, la noción de cantidad, el sentido de las operaciones aritméticas, las relaciones numéricas, el razonamiento proporcional y la educación financiera.

Ejemplo:

Además de la conexión con las grandes ideas del sentido numérico vamos a utilizar la competencia específica 3 para formular hipótesis y comprobarlas. Vamos a investigar sobre la suma de series de números.

Suma de serie de números hasta el	Serie	Resultado
1	1	1
2	1+2	3
3	1+2+3	6
4	1+2+3+4	10
5	1+2+3+4+5	15
…	…	…

Vamos a intentar averiguar una regla que nos sirva para saber cuánto suman. Completa la tabla y fíjate qué patrones sigue.

Serie de números hasta el	Suma la serie según el ejemplo	Veces que aparece sumado en el resultado	Número que aparece sumado en el resultado	Producto del número por las veces
1	1 1+2	1	2	2
2	1+2 2+1 3+3	2	3	6
3	1+2+3 3+2+1 4+4+4	3	4	12
4	1+2+3+4 4+3+4+1 5+5+5+5	4	5	
5				
…				

Observa los números que aparecen en las columnas “Veces que aparece..” y “Número que aparece.”, y compáralos con el número hasta que llega la serie. ¿Qué relación hay?

¿Cómo es la relación entre la columna “Producto del número por las veces” (2ª tabla) y la columna “Resultado” (1ª tabla). ¿Cómo se puede pasar de una a otra?

Reflexionando, si uno lo anterior en un proceso, ¿qué dos operaciones realizarías?

Si compara las dos tablas, lo que suman las series se puede obtener de dos maneras, ¿podrías explicarlas?

4.3.2.4.3. Conexiones con otras áreas, materias o contextos

La creación de contextos adecuados para poder enseñar matematizando requiere de problemas matemáticos que tengan un contexto significativo para el estudiantado. Los contextos al ser significativos se constituyen en puntos de partida de su actividad matemática, promoviendo el uso del sentido común y de estrategias informales (Freudenthal, 1983).

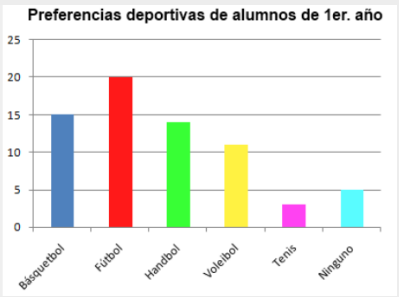
Sin embargo, para no generalizar y banalizar el concepto de contexto realista es importante tener en cuenta su carácter relativo, ya que un contexto, sea o no realista, depende de la experiencia previa del alumnado o de su capacidad para imaginarlo o visualizarlo.

Desde el ámbito de la educación matemática, pues, “un contexto es una situación más o menos problemática que puede ser objeto de estudio y que genera preguntas o problemas que requieren las matemáticas para contestarlas o resolverlas” (Alsina, 2011, p. 13). Desde esta perspectiva, en matemáticas un contexto no debería entenderse sólo como el contexto del aula; el contexto social o familiar de la escuela o del alumno; o el contexto histórico, sino que es un **término mucho más general que engloba todas aquellas situaciones y actividades que tienen sentido para el alumnado y fomentan su pensamiento matemático crítico** (Niss, 1995).

En la perspectiva curricular actual se resalta la necesidad de establecer conexiones entre diferentes disciplinas. Este tipo de conexión, denominada extramatemática, requiere del uso de procesos de contextualización para relacionar nociones e ideas de matemáticas con ciencias experimentales, educación física, educación artística, etc. También es usual el realizar **proyectos interdisciplinarios**.

Ejemplos:

- Relacionado con Educación Física:



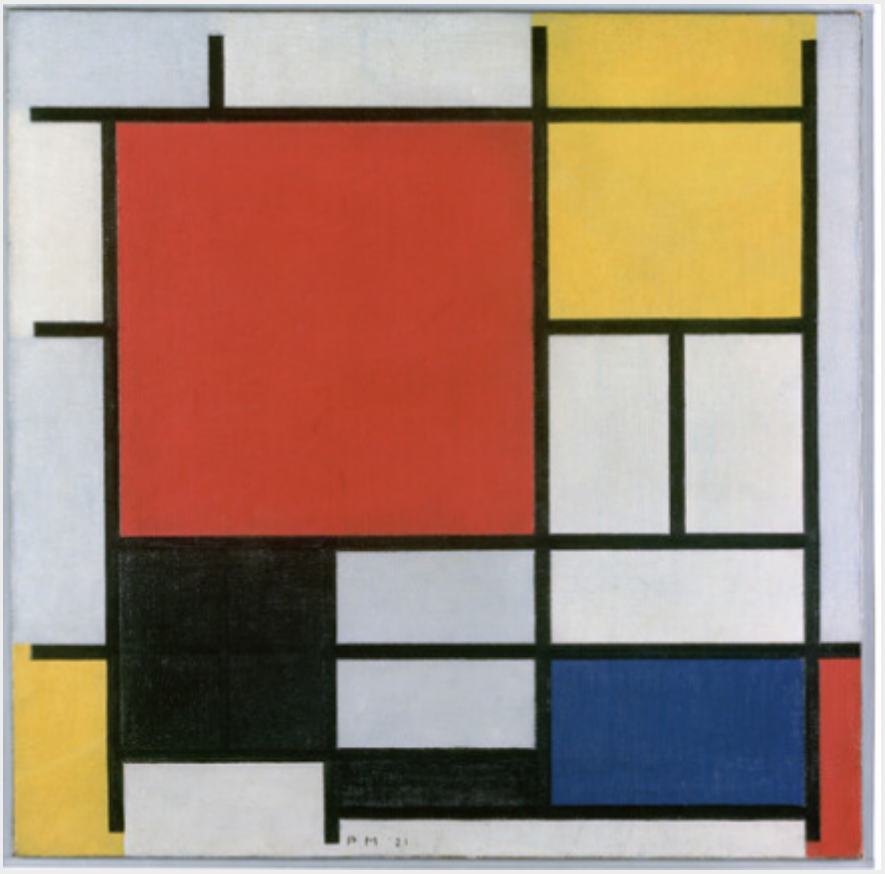
- Relacionado con Conocimiento del Medio Natural, Social y Cultural.







- Relacionado con Educación Artística



- Proyectos interdisciplinares



4.3.2.4.4. Conectando actividades

En ocasiones nos encontramos actividades relacionadas con un saber en concreto. Para desarrollar la competencia específica 5 (Educación Primaria y Secundaria) y establecer conexiones, podemos seguir las siguientes pautas:

- Añadir condiciones, preguntas productivas,.., a las actividades propuestas, trabajando igualmente la competencia específica 3 (Educación Primaria y Secundaria).

Ejemplos:

830 + 259	827 + 705	356 + 113	16 + 611	402 + 302	22 + 951
19 + 290	670 + 892	904 + 335	384 + 794	485 + 359	483 + 594
927 + 317	293 + 760	563 + 162	568 + 127	74 + 457	311 + 735
583 + 107	713 + 732	736 + 931	53 + 273	873 + 378	495 + 76
264 + 606	458 + 115	911 + 103	635 + 21	818 + 372	901 + 360
12 + 487	554 + 683	976 + 924	66 + 473	747 + 306	496 + 565

Resuelve las sumas que den un resultado **menor que mil**.

¿Cómo las has escogido?

Resolved las sumas que den un **resultado par**.

¿Qué habéis descubierto?

Escribid una **nueva suma** que dé el **mismo resultado** que la que habéis hecho.

¿Qué **estrategia** habéis seguido?

- Resuelve solamente los apartados en los que tienes que utilizar **sistema de ecuaciones**.
- ¿Por qué es necesario utilizar sistemas de ecuaciones y en los demás casos no es necesario?
- ¿Qué estrategia has seguido para identificarlos?
- Inventa un ejemplo en el que sea necesario utilizar sistemas de ecuaciones y resuélvelo.
- (Ejemplo propuesto aprovechando un recurso del libro)

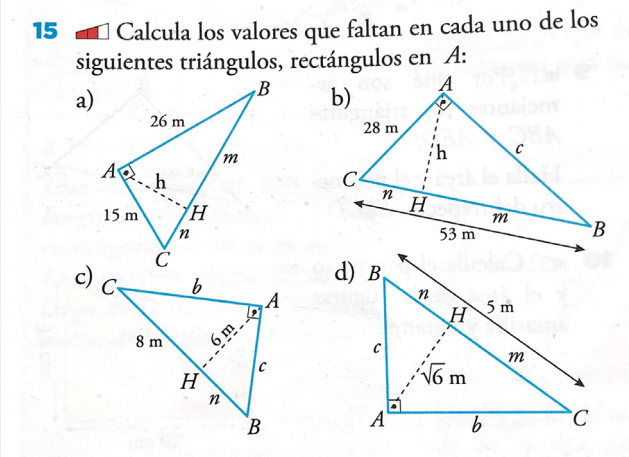


Imagen Matemáticas 4º ESO Anaya

Se pondrá en práctica la estrategia **"Hechos conocidos, hechos derivados"**.

Hechos conocidos, hechos derivados.

El 6% de 250 es 15	Explicación
94% de 250 =	
94% de 25=	
94% de 225 =	
6% de 225=	

El promedio de 3, 7, 8, 12 y 15 es 9	Explicación
El promedio de 4, 8, 9, 13 y 16 es...	
El promedio de 30, 70, 80, 120 y 150 es....	
El promedio de 4, 6, 8, 12 y 15 es...	
El promedio de 3, 7, 8, 9, 9, 12 y 15 es...	

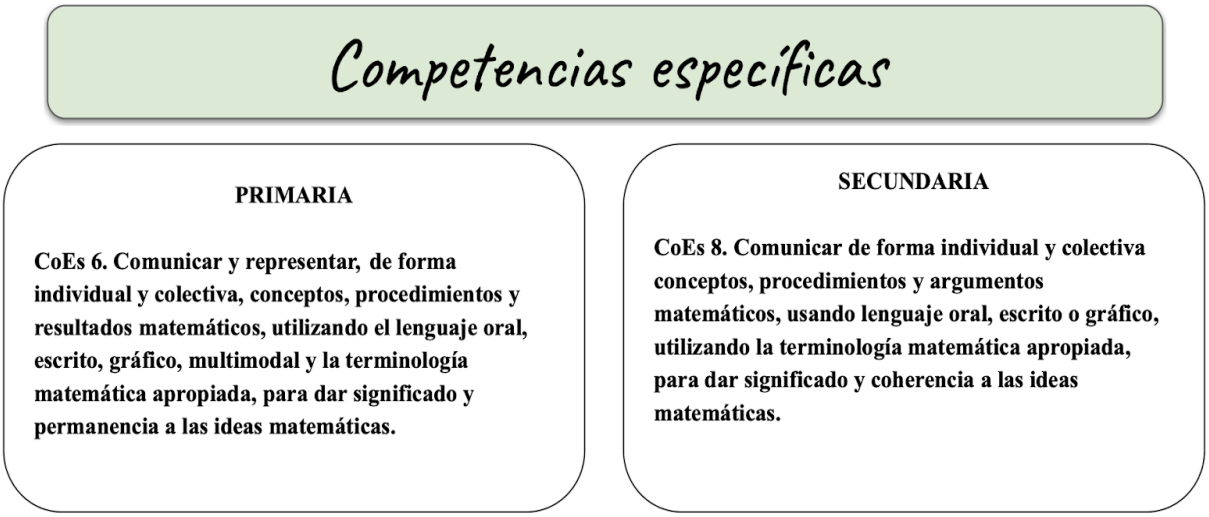
4.3.2.5. Comunicación.

Hay que tener en cuenta que la **comunicación**, tanto oral como escrita, es un **aspecto esencial del aprendizaje de las matemáticas**, pues es la forma de compartir y aclarar ideas, razonar, reflexionar, dar significado a los conceptos con lo cual se va encaminando el alumnado hacia la comprensión.

En la educación matemática se da distinto valor a la comunicación verbal y a la no verbal en la enseñanza. La investigación en el área ha documentado la tendencia a valorar el modo de comunicación verbal por encima de otros modos de comunicación como el visual, incluso cuando las representaciones matemáticas que se trabajan son de naturaleza gráfica (Planas y Ngoepe, 2019; Nairouz y Planas, 2016). No obstante, el equilibrio entre comunicación verbal y no verbal es pedagógica y didácticamente necesario en cualquier aula de matemáticas.

En una situación, la comunicación sirve a una **finalidad: compartir significados con los demás**. Describir, contrastar, opinar, preguntar, afirmar, argumentar, ejemplificar…, llevarán al alumnado a poner en duda sus propias soluciones, sus procedimientos y sus ideas previas. **El conocimiento que se genera en clase, en un ambiente de comunidad de indagación, es compartido**. Siguiendo a Brendefur y Frykholm (2000), si analizamos la gestión de la participación en el aula, la comunicación contributiva y reflexiva es la más adecuada para construir significados y facilitar la comunicación de ideas propias. El razonamiento del alumnado se hace visible y desarrollan habilidades comunicativas y argumentativas. La comunicación de las ideas matemáticas va muy ligada a la representación.

Siguiendo las distintas Órdenes de currículum, la comunicación y el intercambio de ideas es una parte esencial de la educación científica y matemática. A través de la comunicación, las ideas, conceptos y procedimientos se convierten en objetos de reflexión, perfeccionamiento, discusión, rectificación y validación. La capacidad de analizar verbalmente y expresar lo razonado resulta una necesidad fundamental para desenvolverse socialmente, **recurriendo al vocabulario matemático adecuado, exponiendo y organizando las ideas que se quieren transmitir o aceptando y rebatiendo argumentos contrarios**. Comunicar el pensamiento matemático con claridad, coherencia y de forma adecuada al canal de comunicación y al contexto contribuye a cooperar, afianzar y generar nuevos conocimientos. Por otra parte, la representación matemática, como elemento comunicativo, utiliza una variedad de lenguajes tales como el verbal, el gráfico, el simbólico o el tabular, entre otros, a través de medios tradicionales o digitales, permitiendo expresar ideas matemáticas con precisión, en contextos diversos (personales, escolares, sociales, artísticos, científicos y humanísticos). **El alumnado debe reconocer y comprender el lenguaje matemático** presente en diferentes formatos y situaciones, partiendo de un lenguaje cercano y adquiriendo progresivamente la terminología precisa y el rigor científico que caracterizan a las matemáticas. Asimismo, el alumnado debe transmitir información matemática adecuando el formato del mensaje a la audiencia y al propósito comunicativo.



4.3.2.5.1. Ideas clave para desarrollar la comunicación.

Siguiendo a Ángel Alsina (2004) , es importante implementar en el aula las siguientes pautas:

- Los programas de enseñanza deberían capacitar a todo el alumnado para los siguientes estándares de comunicación (NCTM, 2000):
  - **Organizar y consolidar el pensamiento matemático a través de la comunicación**, por ejemplo, cuando los alumnos y alumnas exponen sus estrategias para resolver una situación, cuando justifican su razonamiento o bien cuando hacen preguntas sobre algo que no saben o les resulta extraño.
  - **Comunicar el pensamiento matemático con coherencia y claridad** al resto de alumnado de la clase, docentes y otras personas, por ejemplo, dando oportunidades al alumnado para que puedan poner a prueba sus ideas y propiciando un ambiente en el aula en el que se sientan libres para expresarlas.
  - **Usar el lenguaje matemático para expresar ideas matemáticas con precisión**, por ejemplo, haciendo ver al alumnado que algunas palabras que se usan en el lenguaje ordinario, tales como la palabra genérica «redonda», se pueden precisar mucho en la clase de matemáticas según el significado específico: circunferencia, círculo o esfera.
- Las matemáticas son, entre otras cosas, un **lenguaje universal** que permite comunicarse. Aun así, cuando se piensa en las matemáticas como un lenguaje se tiende a asociarlas al lenguaje simbólico, como por ejemplo los números escritos, pero no es la única herramienta para comunicar las ideas matemáticas.

- El lenguaje oral y escrito son herramientas imprescindibles (y previas al lenguaje simbólico) para desarrollar y comunicar el pensamiento matemático en las primeras edades, ya que favorecen la comprensión del conocimiento y la estructuración del pensamiento (NCTM, 2000). Así, por ejemplo, cuando se pide al alumnado que exprese oralmente una idea primero debe haberla interiorizado y organizado en su mente.

- La comunicación se tiene que distinguir de la información: **informar implica transmitir** en sentido unidireccional desde un emisor hacia un receptor; en cambio **comunicar implica interactuar** en sentido bidireccional dos o más personas. Por ejemplo, en una clase expositiva en la que se presenta un cuadrilátero y se describe algunas de sus propiedades geométricas elementales se produce una situación de información, mientras que en una clase en la que se muestra un cuadrilátero y pregunta al alumnado qué características tiene, fomentando la participación y el diálogo se produce una situación de comunicación.

- El alumnado empieza muy pronto a comunicar matemáticamente. En los primeros niveles, el desarrollo de su vocabulario matemático depende en buena medida de la interacción verbal con las familias, pero el papel de la escuela es también fundamental si se tiene en cuenta que el lenguaje es tan importante para aprender matemáticas como lo es para aprender a leer.

- El trabajo sistemático de la comunicación en el aula de matemáticas de cualquier nivel educativo requiere **integrar los procesos de interacción, diálogo y negociación** alrededor de los sentidos matemáticos y su gestión, puesto que el alumnado a menudo interpreta las normas establecidas de manera diferente, y muy a menudo también estas interpretaciones difieren de las que el profesorado espera.

- En los procesos de interacción, diálogo y negociación en el aula de matemáticas, **las preguntas se erigen como uno de los instrumentos de mediación** más idóneos, justamente porque pueden hacer avanzar desde unos primeros niveles de concienciación sobre lo que uno ya sabe o es capaz de hacer hacia niveles más superiores en los cuales va entreviendo la manera de avanzar mejor en el aprendizaje (Mercer, 2001).

- A nivel curricular se insiste en la necesidad de plantear **buenas preguntas para favorecer la comunicación** en el aula, sin embargo, en términos generales ha habido escasas aportaciones sobre qué características debería tener una buena pregunta, qué tipos de preguntas se tendrían que formular y cómo se tendrían que formular para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático en las primeras edades.

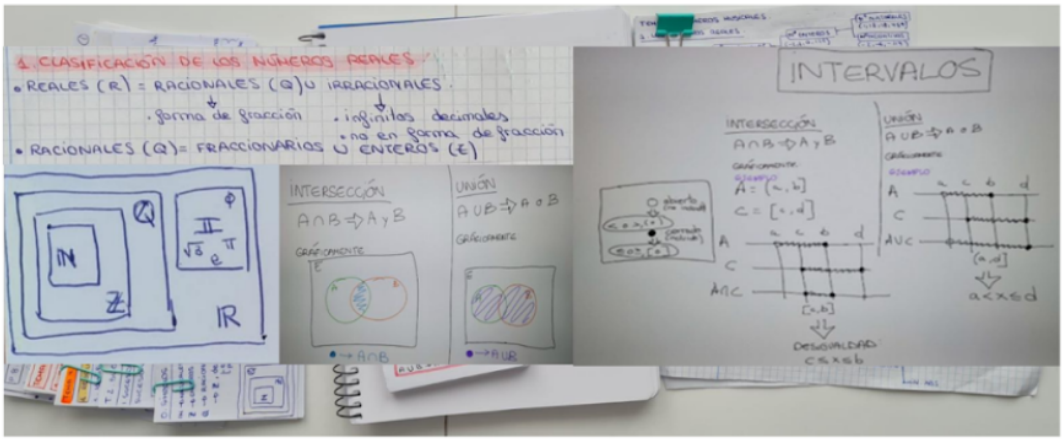
- El alumnado que tiene oportunidades, está motivado y se siente apoyado para hablar, escribir, leer y escuchar en las clases de matemáticas se beneficia doblemente: **comunica para aprender matemáticas y aprende a comunicar matemáticamente** (NCTM, 2000)

4.3.2.5.2. Comunicando ideas

Durante el proceso de construcción del conocimiento el alumnado debe ser agente de su propio aprendizaje comunicando lo que considera más relevante para poder utilizarlo en otros contextos. Como siempre, comunicación y representación se utilizarán de manera conjunta. A continuación, podemos observar dos ejemplos de aula:

Ejemplos:

Formalización de lo aprendido

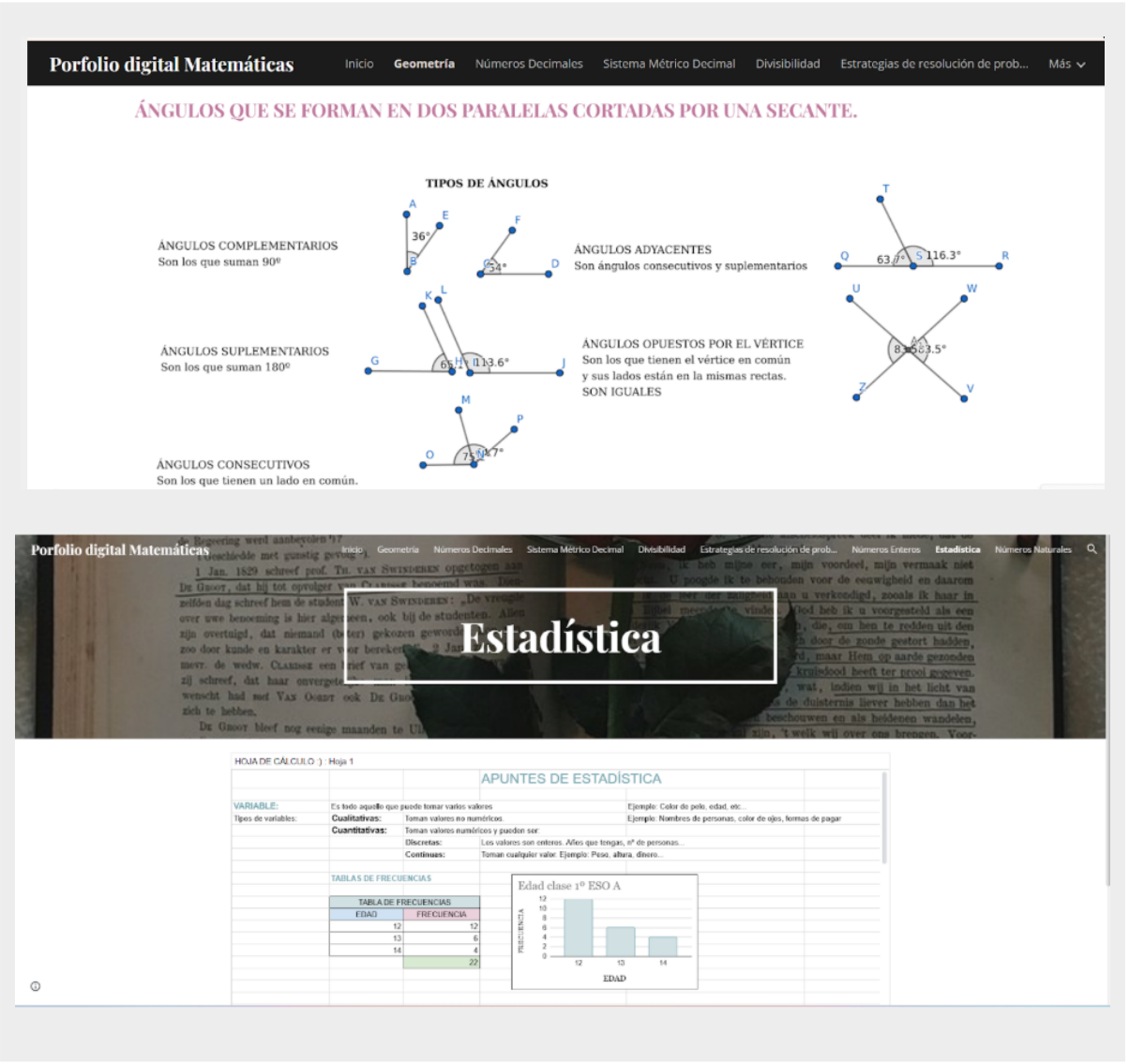


Lenguaje matemático y representación matemática



Estrategias de resolución de problemas

Números Enteros



4.3.3. La situación de aprendizaje como instrumento para alcanzar la competencia matemática.

4.3.3.1. Concepto y elementos de una situación de aprendizaje.

Una situación de aprendizaje se define en los Reales Decretos como *"situaciones y actividades que implican el despliegue por parte del alumnado de actuaciones asociadas a Competencias Clave y competencias específicas y que contribuyen a la adquisición y desarrollo de las mismas".*

Las situaciones de aprendizaje en Andalucía, tanto en el Decreto como en su Orden, remarcan su carácter integrador, poniéndose en acción a través de actividades y tareas relevantes bien contextualizadas. Andalucía ha definido un esquema general de situación de aprendizaje:



Puntos clave para el diseño de una situación de aprendizaje.

La secuenciación didáctica es el desarrollo práctico de una situación de aprendizaje y se realizará una vez justificada su finalidad y descrito el producto, reto final o desempeño deseado.

Una secuencia didáctica se concreta por medio de la planificación de un conjunto de acciones, tareas y actividades de aprendizaje, coherentemente interrelacionadas, ordenadas y dirigidas a la elaboración de un producto o desempeño final como expresión de aprendizaje que responda satisfactoriamente a la práctica social y cultural que le da sentido.

Un modelo de secuenciación didáctica, reconstruida desde el modelo de **aprendizaje experiencial,** puede servir de ejemplo de situación de aprendizaje (siempre que se adapte y contextualice por el docente a la realidad de su aula). Esta secuencia didáctica se puede esquematizar en la siguiente infografía:



Esquema de una secuencia didáctica para una situación de aprendizaje.

4.3.3.2. ¿Cómo diseñar la situación de aprendizaje matemática?

Vamos a establecer algunas **pautas generales para el diseño de una secuencia didáctica** para la puesta en práctica de una **situación de aprendizaje matemática**, pues es la forma normativa y recomendada para implementar en el aula, la didáctica y metodología que exponemos a lo largo de todo este apartado:

- Como pauta general debemos considerar que para **alcanzar la competencia matemática hay que trabajar los saberes básicos a través de las competencias específicas.**
- Utilizar los **problemas cerrados** (ejercicios) para reconocer los datos necesarios, las relaciones entre los datos y la pregunta, aplicar saberes básicos, procesos... Todo lo anterior se trabajará en la **competencia específica 5** (Educación Primaria y Secundaria) conectando saberes básicos. Dentro de la secuencia didáctica en las fases de activación y exploración.
- Proponer **problemas abiertos o de aplicación de estrategias** para trabajar las competencias **específicas 1 y 2** (Educación Primaria y Secundaria). Dentro de la secuencia didáctica en las fases de estructuración y aplicación.
- La **enseñanza a través de los problemas** se aplicará en las primeras fases de la secuencia didáctica para crear conocimiento.
- Las **investigaciones** se utilizan para trabajar la **competencia específica 3** (Educación Primaria y Secundaria). Se llevan a cabo en situaciones de aprendizaje en las que no se trabajen las competencias específicas 1 y 2.
- Los sentidos y saberes básicos se introducirán y trabajarán **respetando la estructura interna del área o materia** en las primeras fases de la secuencia didáctica. Pasando posteriormente a **conectarlos con otros saberes** matemáticos, otras áreas/materias o la realidad en las últimas fases.
- Igualmente se tendrá en cuenta la **estructura interna** del área o materia para la planificación de las diferentes situaciones de aprendizaje.
- Las **grandes ideas matemáticas** que vertebran los saberes en niveles superiores permiten apreciar la continuidad y las conexiones intramatemáticas" (CEMat, 2021, p. 5).
- En todas las situaciones de aprendizaje se evaluará y calificará la competencia 5 en Educación Primaria y las competencias 5 o 6 para Educación Secundaria. En Educación Infantil por su metodología trabajan conectando saberes básicos.
- **Los saberes básicos también se evalúan a través de los indicadores de logro** diseñados para los diferentes criterios de evaluación. Ejemplo: Un indicador de logro para el criterio 6.1.b de

Educación Primaria, para la evidencia de una encuesta sobre el desayuno sería: “Estructura los datos recogidos en una tabla de frecuencias”.

- Para diseñar el reto, además de las recomendaciones metodológicas generales propuestas para definirlo, tendremos en cuenta:
  - Las evidencias que el alumnado debe desarrollar para cada competencia específica. Por ejemplo: Para la competencia específica de comunicación (CE 6 en E.P. y CE 8 en ESO) podemos solicitar como evidencia un producto (informe, portfolio, ..), un desempeño (exposición oral, debate, ..).
  - Los saberes básicos que vamos a desarrollar y sus conexiones: matemáticas, con otras materias, con la realidad. Por ejemplo: Conectar las redes numéricas en Primaria y su desarrollo para realizar una compra con un presupuesto límite.

4.4. CREACIÓN DE GRUPOS REDUCIDOS. DOCENCIA COMPARTIDA.

4.4.1. Concepto y planteamientos iniciales.

Los agrupamientos dentro del aula son una de las decisiones que deben tomarse a la hora de planificar la acción docente. En el momento que se decide abordar algún tipo de estrategia concreta diferenciada del grupo-clase habitual emergen dos modelos: los grupos reducidos dividiendo al alumnado o la inclusión dentro del mismo espacio de un segundo docente en situación de docencia compartida o codocencia.

La asunción de estos modelos, ya se trate de la creación de desdobles o la implementación de la docencia compartida, supone una doble contribución al proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que se adoptan con la intención de repercutir positivamente en los resultados académicos del alumnado, pero también tienen un impacto positivo en el desarrollo profesional docente. No obstante, conviene resaltar desde el punto de partida que no resulta suficiente el hecho de contar con un grupo reducido o compartir el espacio y el proceso dentro del aula, sino que hay que tomar una serie de decisiones críticas que afectan al éxito de estas prácticas.

Ambas modalidades presentan una serie de retos organizativos que deben ser resueltos por los centros educativos en función de los recursos disponibles, ya que, evidentemente, influyen de manera decisiva la existencia de espacios disponibles para la creación de grupos reducidos, la posibilidad de hacer coincidir en el horario a dos docentes destinados al mismo grupo-clase para que así puedan aspirar a unirse en la misma aula o dividir al conjunto de estudiantes por los criterios pedagógicos que se determinen. Una vez solventadas estas cuestiones materiales será necesario introducir el aspecto educativo que permita decidir qué harán, cómo lo llevarán a cabo y con qué finalidad.

A partir de ese aspecto educativo habría que destacar dos cuestiones:

- Ambas opciones pueden ser igualmente válidas si responden a una serie de decisiones conscientes que favorezcan el proceso de aprendizaje del alumnado.
- Cobra sentido que la decisión consista en la coexistencia o alternancia de ambos modelos en función del momento y la actividad que vaya a desarrollarse en el aula.

4.4.2. Semejanzas y diferencias entre los grupos reducidos y la docencia compartida

Si bien la alternancia cobra sentido en determinados momentos en función de las actividades que vayan a desarrollarse en el aula, parece necesario comentar de manera breve en qué consisten los principales rasgos de ambos modelos, aunque posteriormente se desarrollen aquellos relativos a la docencia compartida al tratarse de una modalidad de implantación minoritaria en comparación al desdoble.

Desde un punto de vista operativo, la división de un grupo en dos de menor tamaño es más sencilla de implementar. Los retos de esta división radicarán en los criterios de selección del alumnado para formar parte de cada uno de los grupos. No parece razonable una división arbitraria basada en criterios sobre los que no se puede actuar, como el orden alfabético o el género. Se hace necesario reflexionar sobre si la intención es la generación de grupos simplemente menos numerosos, si se tratará de grupos homogéneos o heterogéneos en cuanto al rendimiento académico, el dominio de la lengua, la motivación o cualquier otro factor susceptible de experimentar cierta evolución tras la acción docente.

Incluyendo una dimensión socioeducativa, es cierto que el desdoblamiento permite una mayor atención individualizada al proceso de enseñanza-aprendizaje, una mayor capacidad docente de detectar las dificultades y necesidades específicas o de crear un clima de trabajo positivo con mayor facilidad alterando las dinámicas del gran grupo. No obstante, debe observarse que la medida adoptada no resulte segregadora e impida la equidad y la inclusión educativa de cada estudiante.

En el caso de la codocencia, es necesario establecer soluciones a cuestiones de gran calado como la planificación de las acciones conjuntas que se llevarán a cabo, los momentos y métodos para compartir y contrastar conocimientos por parte de quienes impartan docencia compartida, las características del alumnado, los métodos de trabajo, los materiales que se utilizarán, o la metodología y didáctica empleadas. Además, será imprescindible valorar de qué manera se realizará la intervención en el aula, asentando el clima de trabajo, la organización del tiempo, las estrategias de inicio y fin de las sesiones, el planteamiento de las actividades, etc.

Para facilitar el análisis de ambas propuestas, se propone observar una serie de semejanzas y diferencias.

Semejanzas	
Atención individualizada	Existe una mayor posibilidad de atender a las necesidades individuales de cada estudiante, permitiendo una intervención más personalizada que en un modelo tradicional de clase única
Flexibilidad pedagógica	Facilitan la aplicación de estrategias de enseñanza diferenciada, adaptándose a los distintos ritmos de aprendizaje del alumnado
Colaboración docente	Se promueve la colaboración entre docentes para planificar, ejecutar y evaluar los procesos de aprendizaje, lo que favorece la integración y la promoción del modelo competencial y los enfoques pedagógicos

Semejanzas entre la docencia compartida y los grupos reducidos

Diferencias		
Aspectos	**Grupos reducidos**	**Docencia compartida**
Configuración del aula	El grupo completo se divide en subgrupos o desdobles, con un número menor de estudiantes	Dos docentes trabajan conjuntamente en el mismo espacio físico con un grupo completo
Dinámica de enseñanza	Permite un enfoque más intensivo y adaptado a cada grupo, favoreciendo una intervención más específica	Permite la coplanificación y la coevaluación al ofrecer intervenciones simultáneas
Atención al alumnado	El docente puede centrarse en las particularidades de cada estudiante, facilitando la detección y atención de dificultades o potencialidades	Favorece la integración metodológica y la visibilidad del trabajo en equipo, tanto para el alumnado como para los y las docentes, que pueden servir como modelo de habilidades sociales y comunicación
Organización y gestión	Requiere una organización espacial y temporal que permita el desplazamiento, implicando desafíos respecto a las aulas, tiempos y materiales	Requiere una coordinación precisa entre docentes para definir roles, metodologías y estrategias comunes que eviten solapamientos o lagunas en la intervención
Contexto de intervención	La división puede influir negativamente en la dinámica y cohesión del grupo completo, así como en la integración y colaboración entre el alumnado	La permanencia en el mismo espacio puede facilitar la cohesión grupal y la continuidad dentro de la dinámica de la clase

Diferencias entre la docencia compartida y los grupos reducidos

4.4.3. La docencia compartida

4.4.3.1. Definición

La docencia compartida se define como la colaboración de dos o más profesionales que enseñan a un grupo de estudiantes con diversas necesidades de aprendizaje, ofreciendo apoyo específico a alumnos con diversidad funcional y otras necesidades especiales, mientras permanecen en sus clases ordinarias. Es una enseñanza coordinada donde dos o más educadores trabajan simultáneamente con un grupo heterogéneo de estudiantes en un aula ordinaria. Según Friend y Cook (2004), la docencia compartida implica que dos o más educadores asumen conjuntamente la responsabilidad de enseñar a un grupo de alumnos en el mismo espacio de trabajo. Obando-Castillo (2016) señala que la codocencia, entendida como docencia compartida, incorpora un principio de colaboración entre dos docentes para lograr un objetivo común, beneficiándose de la interacción cara a cara, el liderazgo compartido y un sistema de creencias comunes.

En la literatura científica, existen diferentes terminologías para hacer referencia a dos profesionales de la educación impartiendo clase a un mismo grupo, como codocentes o parejas pedagógicas (Huguet y Lázaro, 2018[1]). Con independencia del término escogido, debemos destacar el trabajo compartido en equipo que realizan dos docentes sobre el abordaje metodológico y didáctico sobre el mismo grupo de estudiantes. Esto implica que tanto la planificación, como la puesta en práctica, la elaboración de materiales, los momentos destinados a compartir y contrastar conocimientos o la elaboración de las intervenciones compartidas deben ser acordadas con anterioridad.

La docencia compartida tiene sentido cuando se busca mejorar la inclusión (participación y progreso de todo el alumnado), optimizar el apoyo educativo dentro del aula, mejorar la cultura colaborativa del centro, contribuir a una mayor satisfacción del profesorado en la gestión de su aula, fomentar la integración entre los estudiantes, aplicar metodologías activas e implementar propuestas interdisciplinares. También facilita las relaciones entre profesores y estudiantes, mejorando el rendimiento académico y el comportamiento del alumnado. Además, permite observar al alumnado de forma individual para comprender mejor sus necesidades de aprendizaje y sus interacciones sociales.

Por el contrario, no tiene sentido si los profesores imparten una asignatura de forma alterna, si uno enseña mientras el otro prepara materiales o califica el trabajo, si uno imparte la lección mientras el otro solo observa sin un objetivo claro, o si uno toma todas las decisiones y el otro solo ejecuta lo que se le ordena. La docencia compartida se relaciona con la gestión del aula y del currículo en varias dimensiones: la planificación de la enseñanza, que incluye la distribución de roles y responsabilidades, diseño de adaptaciones curriculares y preparación de recursos; la didáctica de aula, que abarca estrategias didácticas, manejo de la conducta, comunicación entre docentes y relación

1 Huguet, T., & Lázaro, L. (2018). Iniciar y mantener prácticas de docencia compartida en las aulas. Aula de innovación educativa, (275), 39-44.

con el aula de recursos; y la evaluación, que incluye diagnóstico de aprendizajes previos, evaluación de necesidades educativas especiales y seguimiento del proceso.

En cuanto a la relación que une a ambos miembros del equipo pedagógico, se pueden establecer diferencias entre modelos basados en la consulta y diferenciación de roles o en la igualdad y cooperación, donde ambas partes comparten responsabilidades en la planificación e implementación de los procesos de enseñanza-aprendizaje. Según las decisiones tomadas, se pueden identificar los siguientes perfiles docentes:

- Perfil docente más perfil aprendiz.
- Perfil docente tutor junto a docente de atención a la diversidad.
- Docentes generalistas o especialistas.
- Co-docencia mixta

La docencia compartida permite que los alumnos con dificultades permanezcan en el aula ordinaria, beneficiándose de un apoyo específico sin segregación. Esto mejora el ambiente escolar y la convivencia, reduce conflictos y mejora el rendimiento académico general. Además, evita que el alumnado con capacidades diversas sea etiquetado negativamente por salir del aula, fomenta la autonomía y fortalece la cohesión grupal. La docencia compartida se integra en el sistema de apoyo de los centros, consolidando la creencia de que la inclusión favorece los aprendizajes. Según Puigdellívol y Petreñas (2019), un sistema de apoyo inclusivo debe abarcar todas las acciones de un centro escolar que apueste por la construcción de una comunidad colaborativa.

La mediación en el aula permite al personal docente especialista apoyar a todo el grupo, en lugar de centrarse exclusivamente en estudiantes con dificultades. Los beneficios de la docencia compartida no solo impactan en el alumnado, sino también en los docentes. Entre ellos destacan la atención más efectiva a la diversidad, el mejor conocimiento de las circunstancias del alumnado, la reflexión conjunta sobre la práctica diaria, la coordinación con el equipo educativo, los apoyos emocionales y la mejora de la autoestima del profesorado.

A pesar de sus beneficios, la docencia compartida también presenta desafíos: requiere mayor desarrollo profesional del profesorado, es necesaria investigación adicional para optimizar su implementación y se necesita formación específica para los docentes en modelos de enseñanza conjunta. La docencia compartida favorece entornos inclusivos, mejora el clima del aula, incentiva la participación y evita la estigmatización del alumnado con necesidades educativas especiales. Además, beneficia tanto a estudiantes como a docentes, fortaleciendo la colaboración, la planificación conjunta y el uso de estrategias diversificadas en el aula. Aunque presenta retos, su correcta implementación con formación y planificación adecuada permite una mejora significativa en la calidad educativa y la inclusión escolar.

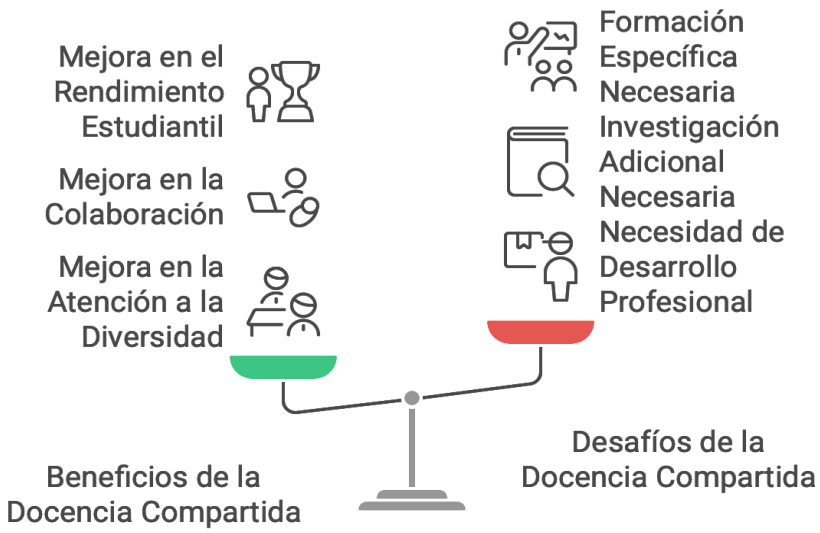


Imagen generada por IA

¿Cómo organizar la docencia compartida?

La docencia compartida requiere una adecuada programación, organización de estrategias didácticas y procedimientos de evaluación tanto de los aprendizajes como de la experiencia en sí. Esto implica que los docentes involucrados conozcan los objetivos de cada sesión, acuerden los roles que desempeñará cada uno en el aula y ajusten los espacios y tiempos disponibles. Además, se recomienda llevar a cabo sesiones de coordinación, donde cada docente debe conocer sus funciones, preparar el material necesario, y adaptarlo al alumnado, así como planificar las tareas que se desarrollarán en el aula. Es fundamental entender que no existe una única fórmula de trabajo, sino que cada equipo docente debe adoptar y adaptar su metodología a su contexto y necesidades, revisándola y ajustándola cuando sea necesario.

Asimismo, la planificación no solo debe abarcar la organización de contenidos educativos y el diseño de materiales y estrategias de evaluación, sino también definir claramente el rol de cada docente y las normas de clase. Para una planificación efectiva de la docencia compartida, es esencial partir de las acciones evaluables que se desean conseguir con todo el alumnado, acordar competencias específicas, criterios de evaluación y descriptores operativos del perfil de salida. También es crucial planificar detalladamente las acciones tanto del alumnado como de cada docente en cada momento, prestando especial atención a la gestión del aula y las normas de convivencia. La planificación debe ser sistemática y revisarse al menos una vez por semana, asegurando que las programaciones sean dinámicas y se ajusten a las circunstancias que puedan surgir.

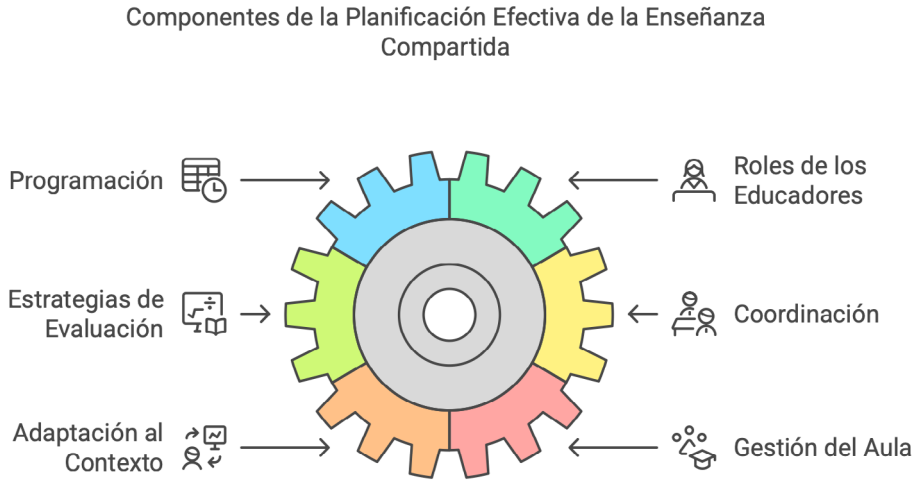


Imagen generada por IA

Modelos de docencia compartida (Cook and Friend, 1995, Friend et al. 2015)

A) Uno de los modelos es cuando **un docente enseña mientras el otro observa**. En esta modalidad, un docente tiene la responsabilidad principal de la enseñanza, mientras el otro se dedica a observar el comportamiento del alumnado. Este rol de observación tiene el propósito de recopilar información específica basada en criterios preestablecidos. Para que esta práctica sea considerada verdadera codocencia, ambos docentes deben alternar sus roles, evitando así establecer jerarquías. Esta modalidad se puede llevar a cabo con diversas organizaciones del espacio y tiene como objetivo observar la interacción entre codocente y estudiantes. Entre sus finalidades se encuentra la obtención de evidencias para la detección temprana de dificultades, el análisis de barreras para el aprendizaje y la participación, y la mejora de las prácticas docentes. Este modelo requiere un tiempo de planificación bajo y ofrece diversas fortalezas, como el apoyo intensivo a quienes lo necesiten y la provisión de evidencias para la toma de decisiones sobre la dinámica del aula. Además, facilita la coevaluación y el análisis de las prácticas docentes. Se recomienda no aplicar este modelo de forma puntual sino sistemática y continua, alternando los roles de los docentes y evitando juicios.

Ejemplo: Durante una lección sobre fracciones equivalentes, un docente explica el concepto y resuelve ejercicios en la pizarra mientras el otro observa la participación y dificultades del alumnado. Luego, ambos docentes analizan los datos recogidos y ajustan futuras estrategias de enseñanza.

B) Otro modelo es cuando **un docente enseña y el otro apoya**. Aquí, un docente dirige la actividad mientras el otro proporciona apoyo a los alumnos supervisando su comportamiento y revisando tareas. Es importante que ambos docentes alternen roles para evitar jerarquías y la percepción de que el docente de apoyo está solo para ayudar a ciertos alumnos. Este modelo mejora el clima del aula y ofrece un soporte más personalizado. Entre sus fortalezas destaca el apoyo intensivo a los

alumnos que lo necesitan, útil para reforzar aprendizajes y conductas de forma personalizada. Se recomienda intercambiar roles para evitar estereotipos y fomentar progresivamente la autonomía del alumnado, evitando el uso excesivo de esta estrategia.

Ejemplo: Mientras un docente introduce el tema de ecuaciones de primer grado y explica los pasos para resolverlas, el otro circula por el aula, asegurándose de que los estudiantes sigan las instrucciones y brindando apoyo a quienes lo necesiten.

C) La enseñanza en equipo es otro modelo donde dos o más educadores comparten la enseñanza del grupo, aportando información y ayudando indistintamente. Aquí, los momentos y las intervenciones se distribuyen organizadamente, permitiendo que todos los docentes intervengan en la sesión. Este modelo permite que los alumnos perciban a todos los docentes con la misma autoridad y responsabilidad. Uno de los docentes puede introducir los aprendizajes, mientras el otro dirige su puesta en práctica. Los roles deben cambiar en futuras sesiones. Este modelo puede propiciar el desarrollo de aprendizajes de distintas áreas de manera interdisciplinar y mejorar el clima del aula. Entre sus fortalezas destaca que sitúa a ambos docentes al mismo nivel jerárquico y enriquece el proceso de enseñanza-aprendizaje con diferentes perspectivas y estilos. Para su implementación, es fundamental generar un clima de confianza entre los docentes y una planificación previa intensa.

Ejemplo: Ambos docentes presentan el tema de geometría en un diálogo interactivo, alternando explicaciones y ejemplos. Mientras uno introduce los conceptos de ángulos y triángulos, el otro formula preguntas al alumnado, refuerza ideas y realiza demostraciones prácticas en la pizarra.

D) La docencia por estaciones implica que los docentes orienten el desarrollo autónomo del alumnado en pequeños grupos, facilitando herramientas de interacción en distintos espacios del aula. Cada docente se hace cargo de un grupo o estación, y los estudiantes deben pasar por todas las estaciones en el tiempo programado. Este modelo promueve el aprendizaje entre iguales respondiendo a diversos ritmos e intereses. Entre sus fortalezas, permite trabajar simultáneamente con todo el alumnado, adaptando el aprendizaje a ritmos individuales y promoviendo la creatividad y la diversidad de talentos. Se recomienda organizar grupos heterogéneos, establecer normas de convivencia y hacer un seguimiento personalizado de los recorridos de aprendizaje.

Ejemplo: La clase se divide en tres estaciones:

En la primera, un docente guía a los estudiantes en la resolución de problemas sobre el área de figuras geométricas.

En la segunda, el otro docente supervisa una actividad manipulativa con recortes de papel para visualizar áreas y perímetros.

En la tercera, los estudiantes trabajan de forma autónoma con ejercicios de práctica en tablets o cuadernos.

E) La **enseñanza paralela** divide la clase en tantos grupos como docentes, encargándose cada uno de un grupo durante toda la sesión. Todos los grupos trabajan el mismo material con la misma metodología. Este modelo permite una mayor personalización y mejora la participación del alumnado. Sus fortalezas incluyen la mejora del clima de aula y la confianza del alumnado. Para su aplicación, se recomienda mantener una comunicación fluida entre los docentes y asegurar que los aprendizajes sean síncronos y equilibrados.

Ejemplo: La clase se divide en dos grupos heterogéneos, cada docente trabaja con uno. Ambos enseñan el mismo contenido sobre el teorema de Pitágoras, pero adaptando las explicaciones a las necesidades del grupo. Luego, los estudiantes comparan sus resultados en una puesta en común.

F) Finalmente, **la enseñanza alternativa** implica que un docente trabaje con un grupo pequeño mientras el otro trabaja con el resto del alumnado, realizando actividades de indagación, ampliación o refuerzo. Este modelo personaliza el aprendizaje y permite abordar contenidos instrumentales esenciales. Entre sus fortalezas, facilita el desarrollo de proyectos interdisciplinares y se ajusta a las necesidades individuales del alumnado. Se recomienda usar este modelo de manera colaborativa y coordinada, sin que suponga un desdoblamiento del aula.

Ejemplo: Mientras un docente trabaja con la mayoría del grupo en la resolución de problemas de proporciones, el otro se encarga de un pequeño grupo que necesita reforzar la conversión de fracciones a decimales antes de abordar el tema principal.

Estos modelos permiten una enseñanza más dinámica e inclusiva en matemáticas, adaptándose a las necesidades del alumnado.

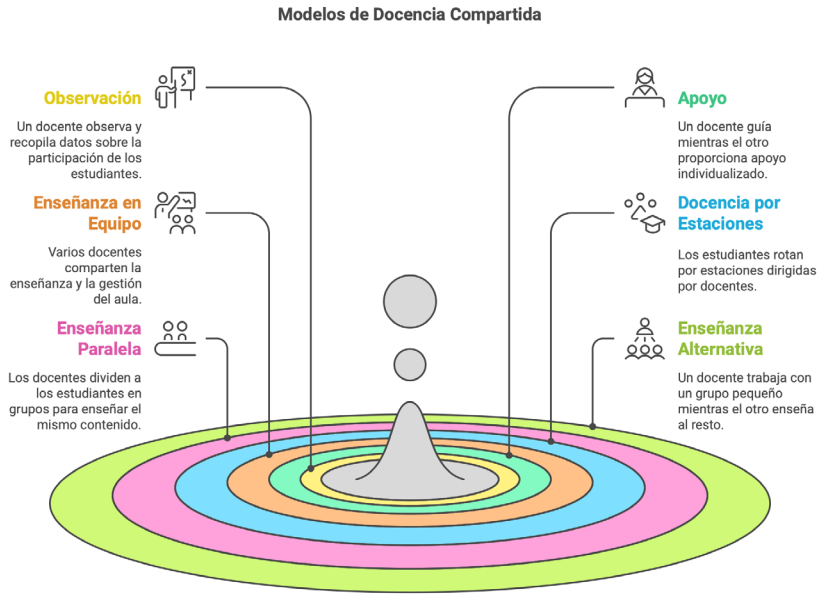


Imagen generada por IA

Plan para la implantación de la docencia compartida

Como ya se ha hecho referencia anteriormente, la docencia compartida es un modelo de enseñanza que requiere una planificación detallada y una implementación estructurada para garantizar su éxito. No se trata simplemente de colocar a dos docentes en un aula, sino de desarrollar estrategias que permitan una colaboración efectiva y un impacto positivo en el aprendizaje del alumnado. Para ello, es fundamental seguir una serie de fases que aseguren que la codocencia sea inclusiva, organizada y enriquecedora tanto para los estudiantes como para el profesorado involucrado. Estas fases, según Sandoval et al. (2024) son las siguientes:

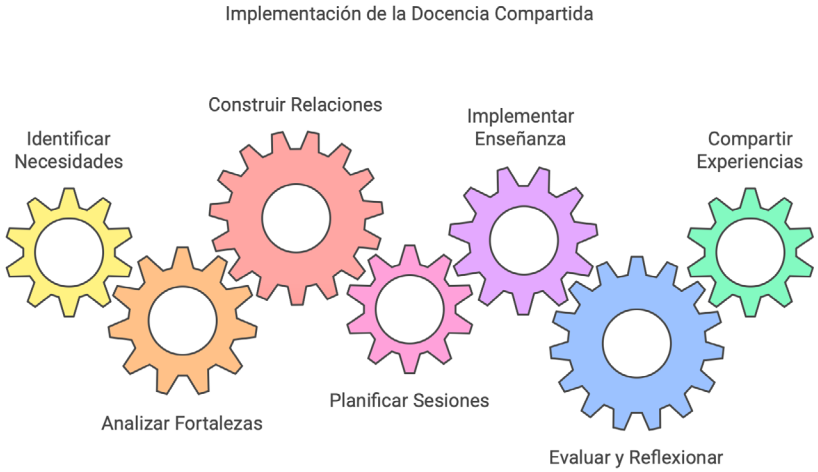


Imagen generada por IA

Fases de un proyecto de docencia compartida

1. Identificación de las necesidades.

Es fundamental avanzar hacia un enfoque de enseñanza inclusivo que atienda la diversidad en el aula de manera efectiva. Se busca mejorar la atención individualizada de cada estudiante, propiciando un ambiente de aprendizaje positivo y fortaleciendo la dinámica del grupo. Además, la organización del aprendizaje debe ser global e interconectada con la realidad, promoviendo metodologías activas y colaborativas que estimulen la participación y el compromiso del alumnado en su proceso formativo.

Ejemplo en matemáticas:

En una clase de 4.º de Primaria, se detecta que los estudiantes presentan dificultades en la comprensión de la multiplicación y división. Algunos alumnos necesitan más apoyo en la interpretación de problemas matemáticos, mientras que otros requieren actividades más desafiantes. La docencia compartida permitirá atender la diversidad del aula, mejorar la dinámica grupal y fomentar metodologías activas como el aprendizaje basado en juegos y materiales manipulativos.

2. Análisis de fortalezas y áreas de mejora.

Para implementar la docencia compartida de manera efectiva, es necesario reflexionar sobre diversos aspectos fundamentales. Primero, se debe considerar el conocimiento detallado de las particularidades del grupo y de cada estudiante en particular. Además, es crucial analizar las posibilidades ofrecidas por el currículo y evaluar cuidadosamente la distribución del espacio físico del aula. Igualmente, es importante promover la cohesión grupal y el sentido de pertenencia, así como fomentar el hábito de colaboración y apoyo mutuo entre los estudiantes. Un aspecto esencial es la aplicación de metodologías de enseñanza activas desde la perspectiva del Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA).

Ejemplo en matemáticas:

Antes de iniciar la docencia compartida, los docentes analizan sus habilidades y el grupo de estudiantes. Uno de los docentes es especialista en la enseñanza con material concreto (bloques base 10, regletas de Cuisenaire), mientras que el otro tiene experiencia en estrategias de resolución de problemas. Se reorganiza el aula en estaciones de aprendizaje para permitir que los estudiantes trabajen de manera colaborativa, reforzando el sentido de pertenencia y la cooperación.

3. Construcción de una relación profesional positiva.

La codocencia no siempre se realiza con compañeros seleccionados personalmente, sino con aquellos asignados conforme a la estructura organizativa de la institución educativa. Por tanto, es crucial priorizar la profesionalidad por encima de las afinidades personales. Es fundamental establecer un diálogo honesto y empático basado en la confianza mutua. Compartir expectativas de manera constructiva facilita la minimización de malentendidos y la consecución de acuerdos efectivos. Asimismo, la gestión asertiva de los conflictos y el mantenimiento de una comunicación continua contribuirán a una colaboración armoniosa. Finalmente, es esencial definir conjuntamente las normas de convivencia y los estilos de gestión del aula.

Ejemplo en matemáticas:

En una clase de 5.º de Primaria, los docentes acuerdan una estrategia de trabajo para enseñar geometría. Mientras uno se encarga de la introducción teórica de figuras y cuerpos geométricos, el otro supervisa el uso de geoplano y otras herramientas interactivas. Ambos establecen una comunicación fluida para compartir expectativas y resolver desacuerdos sobre el enfoque didáctico. Se definen normas de convivencia y se promueve el respeto mutuo en la enseñanza compartida.

4. Planificación de las sesiones de docencia compartida.

La planificación debe centrarse en el diseño de estrategias aplicables a todo el alumnado, evitando inicialmente enfocarse en casos individuales. Es crucial organizar reuniones de coordinación y establecer canales de comunicación efectivos, tales como encuentros presenciales, plataformas digitales o herramientas tecnológicas. Durante este proceso, se comparten las fortalezas y debilidades de cada docente, se definen roles específicos y se diseñan materiales didácticos variados alineados con el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA). Adicionalmente, se determina la modalidad de docencia compartida más adecuada según las características del grupo y se planifican estrategias de evaluación y participación familiar en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Ejemplo en matemáticas:

Para abordar la enseñanza de fracciones en 6.º de Primaria, los docentes acuerdan que cada sesión inicie con una demostración práctica usando material visual y manipulativo. Se establecen reuniones semanales de coordinación y se utilizan herramientas digitales para compartir materiales.

5.Implementación de la enseñanza y aprendizaje en el aula.

Una vez iniciada la docencia compartida, es necesario ajustar los roles y la metodología según la dinámica del aula. Se aplican enfoques activos y participativos que favorecen la interacción y el compromiso del alumnado. Además, se busca eliminar barreras de aprendizaje para garantizar la plena accesibilidad. Durante las sesiones, se ofrece acompañamiento personalizado, se gestionan imprevistos de manera eficiente y se fomenta una cultura de apoyo mutuo entre los estudiantes, promoviendo la inclusión y el trabajo colaborativo.

Ejemplo en matemáticas:

En una clase de 3.º de Primaria sobre suma y resta con llevadas, un docente trabaja con los estudiantes que necesitan más práctica con material manipulativo, mientras que el otro guía a quienes ya dominan la operación en problemas de la vida cotidiana.

6.Evaluación y reflexión sobre el proceso.

La evaluación debe ser un proceso continuo y compartido que valore los aprendizajes adquiridos. Se implementan estrategias de evaluación colaborativa que incluyen autoevaluación, coevaluación y retroalimentación. Se utilizan distintos instrumentos de recogida de evidencias para ofrecer una evaluación diversificada y global. Además, se brindan apoyos individualizados para que el alumnado participe activamente en el proceso evaluativo. A nivel docente, se reflexiona sobre la práctica compartida a través de registros de evaluación y espacios de discusión, promoviendo el desarrollo profesional continuo y celebrando los logros alcanzados.

Ejemplo en matemáticas:

Para evaluar el aprendizaje en 2.º de Primaria, se combinan métodos tradicionales con técnicas innovadoras como autoevaluación y coevaluación. Los docentes utilizan un registro compartido para analizar la evolución de cada estudiante y reflexionar sobre mejoras en la codocencia.

7. Difusión y compartición de experiencias.

Es fundamental compartir y difundir las experiencias de docencia compartida con otros centros educativos. El intercambio de buenas prácticas permite enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, así como generar una red de apoyo entre docentes interesados en la codocencia. Esto contribuye a la mejora continua y a la expansión de metodologías inclusivas y colaborativas en diferentes contextos educativos.

4.4.4. Organización y trabajo con grupos reducidos en el aula de matemáticas

4.4.4.1. Importancia del Aprendizaje Cooperativo

El aprendizaje cooperativo es una de las estrategias más efectivas para abordar la diversidad en el aula y mejorar el rendimiento de los estudiantes en matemáticas. A diferencia de las estructuras de aprendizaje individualistas y competitivas, este enfoque fomenta la colaboración y el apoyo mutuo, lo que permite que los alumnos trabajen juntos para alcanzar objetivos comunes. Este tipo de aprendizaje no solo tiene beneficios académicos, sino que también fortalece las relaciones interpersonales, mejora las habilidades sociales y promueve un ambiente inclusivo donde todos los estudiantes tienen oportunidades equitativas para el éxito.

Para gestionar eficazmente el aprendizaje cooperativo en grupos pequeños, es esencial organizar la clase de manera que favorezca la interacción y la responsabilidad compartida. Se recomienda dividir la clase en grupos de entre 2 y 5 estudiantes. En el caso de las matemáticas, es aconsejable formar grupos homogéneos cuando se trabajan habilidades específicas, mientras que los grupos heterogéneos pueden favorecer el aprendizaje entre pares, ya que los estudiantes con diferentes niveles de habilidad pueden beneficiarse mutuamente.

Otro aspecto fundamental es la interdependencia positiva, es decir, la creación de un sentido de unidad dentro del grupo donde el éxito individual está ligado al éxito colectivo. Para lograr esto, se pueden emplear diversas estrategias, como la interdependencia de objetivos, en la que los estudiantes trabajan juntos para alcanzar metas compartidas mediante técnicas como la Individualización Asistida por Equipos (TAI). Asimismo, la interdependencia de tareas, a través de la Investigación en Grupo (IG), permite que cada estudiante tenga una función específica en la resolución de un problema. También puede fomentarse la interdependencia de recursos mediante el método “Jigsaw”, en el que cada estudiante posee información clave que el resto del grupo necesita para completar una tarea.

Para que el aprendizaje cooperativo sea efectivo, es crucial estimular la interacción cara a cara, lo que implica que los estudiantes se ayuden mutuamente, discutan sus ideas y se apoyen en el proceso de aprendizaje. El docente debe asegurarse de que cada estudiante asuma una responsabilidad individual dentro del grupo, evitando que algunos se beneficien del trabajo ajeno sin contribuir de manera significativa. Para ello, se pueden implementar evaluaciones individuales junto con las grupales.

Uno de los principales riesgos del aprendizaje cooperativo es la falta de participación activa de algunos estudiantes. Para mitigar este problema, el docente debe asignar roles específicos dentro del grupo y realizar un seguimiento continuo del trabajo individual. Además, el uso de técnicas de andamiaje, como la modelización, la retroalimentación guiada y el apoyo progresivo, permite que los estudiantes con más dificultades avancen con la ayuda de sus compañeros y del docente. Estrategias como la implementación de preguntas intencionadas, que fomentan el pensamiento crítico y la resolución de problemas contextualizados, y la instrucción diferenciada, que adapta los retos según las capacidades de cada grupo, contribuyen a mejorar la calidad del aprendizaje. Asimismo, el modelado y la explicación de procesos ayudan a los estudiantes a comprender estrategias de resolución al explicar los procesos seguidos en dicha resolución, mientras que el aprendizaje colaborativo fortalece la interacción entre pares para reforzar conceptos. Finalmente, el uso de variables didácticas en tareas matemáticas favorece el desarrollo de nuevas estrategias sin alterar los objetivos de aprendizaje, promoviendo una comprensión más profunda y flexible de los contenidos. Además, se deben desarrollar habilidades sociales dentro del grupo, como la comunicación efectiva, la resolución de conflictos y el liderazgo. Para fortalecer estas habilidades, el docente puede asignar roles específicos a cada estudiante, asegurando que todos participen activamente en la dinámica grupal. También es fundamental que se diseñen actividades con igualdad de oportunidades para el éxito, es decir, estructuradas de manera que cada estudiante pueda contribuir según sus capacidades y tenga la posibilidad de progresar.

El aprendizaje cooperativo requiere una revisión constante de la dinámica grupal. Por ello, es recomendable realizar sesiones de reflexión en equipo donde los estudiantes evalúen su funcionamiento y establezcan metas para mejorar su desempeño colectivo. Esto permite que los grupos se ajusten y evolucionen conforme avanza el proceso de enseñanza-aprendizaje.

4.4.4.2. Estrategias para la enseñanza de las matemáticas en grupos reducidos.

La enseñanza de las matemáticas en grupos pequeños puede potenciar la comprensión y participación de los estudiantes. Para ello, es importante estructurar adecuadamente el espacio de trabajo, asegurando que los estudiantes puedan interactuar fácilmente. También se recomienda proporcionar atención personalizada, lo que permite al docente adaptarse a las necesidades específicas de cada estudiante y ofrecer una retroalimentación más efectiva.

Algunas de las estrategias más eficaces para trabajar con grupos reducidos en matemáticas incluyen:

- **Crear grupos equilibrados de 4-5 estudiantes**, combinando distintos niveles de habilidad para maximizar el aprendizaje cooperativo.
- **Adaptar el espacio de trabajo**, organizando el aula de forma que facilite la interacción entre los miembros del grupo.
- **Fomentar la interdependencia positiva**, diseñando actividades donde el éxito individual dependa de la colaboración con el grupo.
- **Asignar roles específicos**, promoviendo la responsabilidad y la participación equitativa dentro del equipo.
- **Realizar evaluaciones diagnósticas**, para conocer las necesidades de los estudiantes y adaptar las estrategias de enseñanza.
- **Utilizar herramientas tecnológicas**, como tablones virtuales y plataformas de aprendizaje colaborativo, para mejorar la dinámica grupal.
- **Promover la tutoría entre iguales**, donde los estudiantes más avanzados apoyan a sus compañeros con dificultades.
- **Ofrecer formación al personal docente**, asegurando que cuenten con estrategias efectivas para la gestión de grupos pequeños.

4.4.4.3 Técnicas de Aprendizaje Cooperativo Aplicadas a la Enseñanza de las Matemáticas.

Existen múltiples técnicas de trabajo cooperativo que pueden aplicarse en diferentes etapas educativas para mejorar la enseñanza de las matemáticas:

Educación Infantil

- **Lápiz en medio:** Un solo lápiz por grupo fomenta la participación equitativa.
- **Juegos cooperativos:** Uso de actividades lúdicas para introducir conceptos matemáticos.
- **Lectura compartida de problemas:** Se trabaja la comprensión verbal de situaciones matemáticas simples.

Educación Primaria

- **Método Jigsaw:** Los estudiantes aprenden una parte del material y luego la explican a sus compañeros.

- **Tormenta de ideas matemática:** Se generan múltiples soluciones a un problema antes de elegir la mejor estrategia.
- **Técnica del lápiz al centro:** Los alumnos deben discutir y acordar una solución antes de escribirla.

Educación Secundaria

- **Controversia académica:** Se debaten distintas estrategias para resolver un problema matemático.
- **Resolución de problemas en parejas:** Un estudiante explica su proceso de pensamiento mientras el otro escucha y ofrece sugerencias.
- **Aprendizaje Basado en Problemas (ABP):** Los grupos trabajan en situaciones matemáticas contextualizadas y aplican conceptos teóricos a problemas reales.

A modo de conclusión, el aprendizaje cooperativo en grupos reducidos es una metodología que favorece la comprensión profunda de las matemáticas al promover la interacción entre los estudiantes. Su implementación efectiva requiere una planificación cuidadosa, asegurando que cada estudiante tenga un rol activo en el proceso de aprendizaje. Con el uso de estrategias adecuadas y técnicas bien estructuradas, el docente puede transformar la enseñanza de las matemáticas en una experiencia enriquecedora y significativa para todos los estudiantes.

4.4.5. Coexistencia de ambos modelos.

Dado que siempre se busca la repercusión en el éxito académico y el aprendizaje del alumnado, siempre que se planifique y coordine cuidadosamente la intervención pedagógica, ambos modelos pueden coexistir y complementarse mutuamente.

- Algunas posibles formas de integración son:
- **Alternancia entre modalidades.**
- **Sesiones de aula completa:** iniciando actividades que requieren la intervención simultánea de ambos docentes, donde se abordan contenidos generales, se modelan estrategias de aprendizaje colaborativo o se realizan debates o discusiones grupales.
- **Sesiones en desdobles:** posteriormente, se pueden organizar momentos en los que el grupo se divide en subgrupos reducidos. Esto permite que uno o ambos docentes trabajen de manera más personalizada y se enfoquen en reforzar o profundizar ciertos contenidos adaptados a las necesidades de cada subgrupo.
- **Roles complementarios:** durante las sesiones de aula completa, pueden coordinarse para modelar distintas metodologías o estrategias de enseñanza. Luego, al dividir el grupo, una

fracción puede dedicarse al alumnado que requiera mayor apoyo y seguimiento individual, mientras que la otra puede dedicarse a actividades de refuerzo o ampliación.

- **Evaluación formativa:** la codocencia en el aula completa permite evaluar de manera conjunta dinámicas grupales y detectar áreas de mejora. Posteriormente, en los desdobles se pueden implementar estrategias de evaluación formativa más individualizadas, aprovechando el menor número de alumnado para dar una retroalimentación más precisa.

- **Retroalimentación cruzada:** Los resultados de los grupos reducidos pueden ser presentados y discutidos en la sesión conjunta, permitiendo que tanto el docente como los estudiantes aporten distintos puntos de vista y refuercen las estrategias de comprensión.

- **Uso de Herramientas Digitales:** Integrar recursos como pizarras digitales o plataformas colaborativas puede facilitar la transición entre codocencia y actividades en desdobles, permitiendo que las ideas y los resultados se compartan de manera visual y organizada.

Para el éxito del modelo mixto es importante observar especialmente algunas consideraciones que ya se han expuesto al definir el modelo, ya que serán críticas. La planificación y coordinación debe incluir una integración coherente de ambos formatos para que se refuercen mutuamente. Para ello es fundamental la comunicación constante y la coordinación para evitar duplicidades o lagunas. Son precisas, a su vez, flexibilidad y adaptación en la gestión del tiempo y el espacio para evitar que el cambio de modalidad interrumpa el ritmo de aprendizaje.

Habrá que reforzar también la cohesión del grupo completo, favoreciendo momentos en los que el alumnado vuelva a reunirse para compartir avances, recepciones y trabajar en proyectos colaborativos. Por último, hay que profundizar en la capacitación específica del profesorado orientada a la gestión del aula en contextos mixtos, el diseño de actividades diferenciadas y la evaluación de procesos de aprendizaje en distintos formatos.

4.4.6. Ejemplos de actividades graduadas y complementarias entre ambos modelos.

4.4.6.1 Actividades en codocencia

Juego Matemático por Equipos: “El Reto de las Operaciones”	
Descripción	-Se divide al alumnado en grupos cooperativos. -Docente 1 plantea retos matemáticos en formato de juego (cálculo mental, operaciones combinadas, problemas breves). -Docente 2 dinamiza el juego, observa la participación e interviene dando apoyos puntuales o desafíos adicionales.

Juego Matemático por Equipos: “El Reto de las Operaciones”	
Objetivos	-Consolidar el cálculo mental y la resolución de problemas. -Fomentar el trabajo en equipo y el pensamiento lógico.
Estrategia docente	Los docentes realizan una puesta en común tras cada ronda de retos, analizando con el grupo las estrategias utilizadas, posibles errores y aciertos, destacando la diversidad de soluciones.

Taller Manipulativo de Geometría con Materiales Reciclables	
Descripción	-El aula se organiza en estaciones. -Docente 1 guía una estación donde se construyen figuras tridimensionales con pajitas, cartón, plastilina, etc. -Docente 2 trabaja en otra estación en la identificación y clasificación de formas geométricas usando plantillas e imágenes.
Objetivos	-Comprender conceptos de geometría a través de la manipulación y observación directa. -Desarrollar habilidades espaciales y de visualización.
Estrategia docente	Los docentes rotan por las estaciones promoviendo la reflexión grupal, haciendo preguntas guiadas y conectando la experiencia concreta con los conceptos matemáticos formales.

Historias Matemáticas: Problemas en Contexto Narrativo	
Descripción	-Docente 1 presenta un relato breve que incluye una situación problemática (por ejemplo, una feria con entradas, puestos, precios, recorridos). -Docente 2 transforma esa historia en problemas matemáticos que el alumnado debe resolver en pequeños grupos.
Objetivos	-Aplicar los conocimientos matemáticos a contextos cotidianos. -Favorecer la comprensión lectora de enunciados matemáticos.
Estrategia docente	Ambos docentes acompañan a los grupos ayudando a identificar los datos relevantes del texto, organizar la información y razonar las soluciones. Luego se realiza una dramatización o presentación del problema y su resolución por parte de los grupos.

Estaciones de Fracciones: Visualización, Cálculo y Juegos	
Descripción	-Se implementan tres estaciones: Representación de fracciones con regletas o círculos fraccionarios (Docente 1). Resolución de operaciones con fracciones (Docente 2). Juego digital o de mesa con desafíos de fracciones (ambos docentes supervisan).
Objetivos	-Favorecer la comprensión del concepto de fracción como parte de un todo. -Reforzar habilidades de cálculo y equivalencia de fracciones.
Estrategia docente	-Cada docente guía al alumnado en el uso del material concreto y digital, fomenta la participación activa y adapta los retos según los niveles del grupo.

Diálogo Matemático: "¿Cómo lo harías tú?"	
Descripción	-Docente 1 resuelve un problema matemático en la pizarra. -Docente 2 plantea una estrategia alternativa y promueve el diálogo entre ambos docentes y con el grupo.
Objetivos	-Mostrar que hay múltiples caminos para llegar a una solución. -Desarrollar el pensamiento crítico y la capacidad de argumentación matemática.
Estrategia docente	-Tras las explicaciones, se invita al alumnado a opinar, comparar estrategias y proponer nuevas formas de resolver. El objetivo no es solo el resultado, sino el razonamiento empleado.

4.4.6.2 Actividades en grupos reducidos

Estaciones de Geometría con Material Manipulativo	
Descripción	-Se disponen 3–4 estaciones con distintas tareas: construcción de polígonos con palillos y plastilina, clasificación de ángulos con transportador, medición de perímetros con cuerdas, y repaso de figuras en fichas visuales. -Cada grupo rota cada 10–12 minutos.
Objetivos	-Reconocer y clasificar figuras y ángulos. -Desarrollar destrezas espaciales y de medición.
Estrategia docente	-El docente guía cada estación en turnos, modelando el uso de herramientas (transportador, regla) y planteando preguntas del tipo "¿Por qué este ángulo es agudo y no obtuso?".

Taller de Fracciones con Piezas de Pizza	
Descripción	-En pequeños grupos, se reparte una “pizza” recortada en octavos (cartulina o piezas impresas). -Se plantean retos: “Haz 3/8 + 2/8”, “¿Cómo representas 5/4?” o “¿Qué sobra si comes 1 ¼ pizzas?”
Objetivos	-Comprender la suma y resta de fracciones con igual y distinto denominador. -Representación de fracciones impropias y mixtas.
Estrategia docente	-El docente apoya a cada grupo mostrando la equivalencia entre piezas (por ejemplo, convertir octavos en cuartos), y anima a que cada alumno explique cómo ha colocado las porciones.

Resolución Colaborativa de Problemas	
Descripción	-Se entrega a cada grupo reducido un problema contextualizado (ej.: planificar un viaje con presupuesto, calcular el área de un huerto escolar, repartir materiales). -Disponen de papel, calculadora y recursos visuales.
Objetivos	-Aplicar conceptos de operaciones, porcentajes, proporciones o áreas. -Fomentar la planificación y el razonamiento paso a paso.
Estrategia docente	-El docente circula escuchando las estrategias de cada grupo, planteando “¿Cómo sabes que es suficiente?”, “¿Qué datos te faltan?”, y ofreciendo pistas solo si el grupo se bloquea.

Mini-Club de Retos Algebraicos	
Descripción	-En grupos de 3–4, se reparten tarjetas con ecuaciones o patrones numéricos crecientes de dificultad. -Cada grupo elige un reto, lo resuelve en su cuaderno y lo “firma” con su método.
Objetivos	-Introducir la resolución de ecuaciones sencillas y el reconocimiento de patrones. -Desarrollar la argumentación algebraica.
Estrategia docente	-El docente supervisa la corrección de cada reto, induce al uso de sistemas de comprobación (sustitución de la solución) y propone “¿Qué pasaría si…?” para extender o generalizar el problema.

Diario Matemático de Reflexión	
Descripción	-Cada grupo recibe un cuaderno donde, tras la sesión, anotan: un concepto clave de la clase, un paso retador y una pregunta que quedó sin resolver. -Se comparte en círculo reducido al finalizar la tarea práctica.
Objetivos	-Fomentar la metacognición y la autorreflexión sobre el aprendizaje matemático. -Identificar dificultades comunes para planificar refuerzos.
Estrategia docente	-El docente lee algunos extractos, comenta estrategias eficaces compartidas por los propios alumnos y programa mini-sesiones de refuerzo según las dudas más frecuentes.

4.5. RECURSOS FORMATIVOS, EDUCATIVOS Y PEDAGÓGICOS.

En el marco de una enseñanza de las matemáticas orientada al desarrollo de competencias, los recursos formativos, educativos y pedagógicos adquieren una relevancia fundamental. No se trata simplemente de materiales o herramientas auxiliares, sino de **elementos mediadores** que deben estar cuidadosamente seleccionados y orquestados por el docente para facilitar la construcción del conocimiento matemático.

Estos recursos son el **conjunto de medios, materiales, herramientas** (tanto físicas como digitales) y situaciones diseñadas o adaptadas que el profesorado utiliza intencionalmente para **promover el aprendizaje** significativo y el desarrollo de las competencias matemáticas específicas (resolver problemas, razonar y probar, conectar, comunicar, representar). Su función va más allá de la mera transmisión de información; buscan implicar activamente al estudiante en su proceso de aprendizaje, permitiéndole explorar, experimentar, conjeturar, argumentar y, en definitiva, *"hacer matemáticas"*.

Los recursos educativos actúan como mediadores semióticos esenciales que permiten al estudiante interactuar con estos objetos matemáticos, comprender sus significados y utilizarlos de manera competente en la resolución de situaciones diversas. Un recurso bien elegido puede "materializar" un concepto abstracto, facilitar la visualización de relaciones, promover la argumentación o contextualizar un procedimiento.

Por tanto, la selección y diseño de estos recursos no puede ser arbitraria. Debe responder a criterios pedagógicos claros, alineados con las competencias específicas, las características del alumnado y el contexto específico. Incluyen desde materiales manipulativos (regletas, geoplanos, policubos…), plataformas colaborativas, vídeos o artículos de divulgación científica. La clave reside en la intencionalidad pedagógica con la que se integran en la secuencia didáctica para favorecer que el estudiante piense matemáticamente y desarrolle su autonomía y capacidad crítica.

4.5.1. Recursos formativos

En el ámbito de una enseñanza de las matemáticas basada en el desarrollo de competencias, los recursos formativos adquieren un protagonismo esencial: ya no son meros complementos al proceso educativo, sino auténticos mediadores que el docente diseña y selecciona cuidadosamente para vehicular el conocimiento y promover el aprendizaje activo. En esta sección, se han recopilado materiales formativos con un enfoque centrado en la competencia matemática.

La investigación y resolución de problemas en el aula de matemáticas: materiales y estrategias didácticas. Enlace

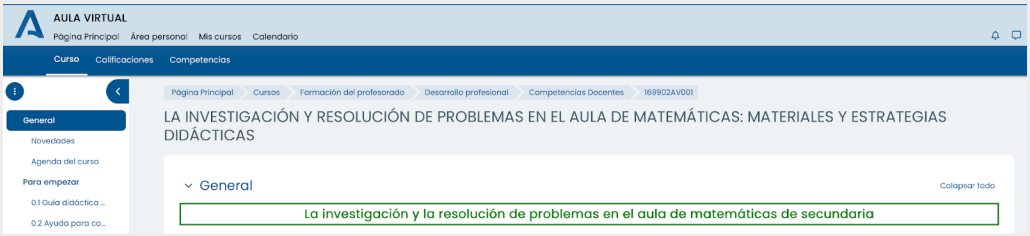
Este curso online promueve el **aprendizaje por investigación (IBL)** en matemáticas y ciencias. Este recurso busca transformar la enseñanza tradicional en una metodología más activa, donde los estudiantes trabajan como matemáticos y científicos.

El IBL se diferencia de la enseñanza transmisiva y el aprendizaje por descubrimiento, priorizando un enfoque **colaborativo** en el que los alumnos plantean preguntas, investigan, analizan datos y construyen argumentos matemáticos. La guía presenta **estrategias y ejemplos prácticos**, como la clasificación de situaciones IBL y actividades concretas, que ayudan a los docentes a diseñar clases más interactivas.

Entre sus aspectos clave, este curso ofrece:

- **Definición del IBL**, destacando su impacto en el aprendizaje.
- **Clasificación de tareas**, desde ejercicios estructurados hasta actividades abiertas.
- **Ejemplos de aplicación en matemáticas y ciencias**, como doblar una tira de papel o analizar la hidratación de legumbres.
- **Herramientas para docentes**, proporcionando estrategias para implementar el enfoque investigativo en el aula.

Este recurso es una herramienta valiosa para docentes que buscan fomentar el pensamiento crítico y la resolución de problemas en sus estudiantes mediante un enfoque activo y participativo.



https://educacionadistancia.juntadeandalucia.es/aulavirtual/course/view.php?id=1341

El aprendizaje basado en proyectos en la educación matemática del siglo XXI. Enlace

El curso sobre Aprendizaje Basado en Proyectos es un recurso didáctico que destaca las inmensas posibilidades de esta metodología para transformar la enseñanza tradicional. En un contexto en el que es crítico adaptar la escuela a las nuevas demandas sociales, se plantea una revolución en el rol docente, integrando las TIC y promoviendo el trabajo cooperativo. Este enfoque busca impulsar tanto el crecimiento personal y profesional del profesorado como una valoración social renovada de su labor.

El ABP se fundamenta en el desarrollo de competencias y en la creación de entornos de aprendizaje activos, donde los estudiantes participan en la identificación de problemas, el diseño y evaluación de proyectos y la aplicación de técnicas de colaboración tanto en el aula como fuera de ella. El recurso expone objetivos claros, define contenidos teóricos y prácticos, y establece criterios de superación orientados a la realización y el seguimiento de tareas y debates.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Identificación del ABP:** Reconoce las características del Aprendizaje Basado en Proyectos y su relación con el desarrollo de Competencias Básicas.
- **Diseño y evaluación de proyectos:** Brinda herramientas para aprender a diseñar y evaluar proyectos, fortaleciendo el proceso de aprendizaje.
- **Integración de TIC y trabajo cooperativo:** Presenta un marco de trabajo que incorpora las TIC y técnicas colaborativas, tanto dentro como fuera del aula.
- **Aplicación práctica en Matemáticas:** Incluye ejemplos y actividades específicas que facilitan la implementación del ABP en el aula de Matemáticas.
- **Criterio de superación:** Establece metas claras, como la realización satisfactoria de tareas y la participación en debates, para evaluar la eficacia del proceso.

Este recurso es una herramienta valiosa para docentes que buscan promover un enfoque activo y participativo en el aprendizaje, fomentando el pensamiento crítico, la innovación y la adaptación a los retos actuales de la educación.



https://educacionadistancia.juntadeandalucia.es/aulavirtual/course/view.php?id=1278

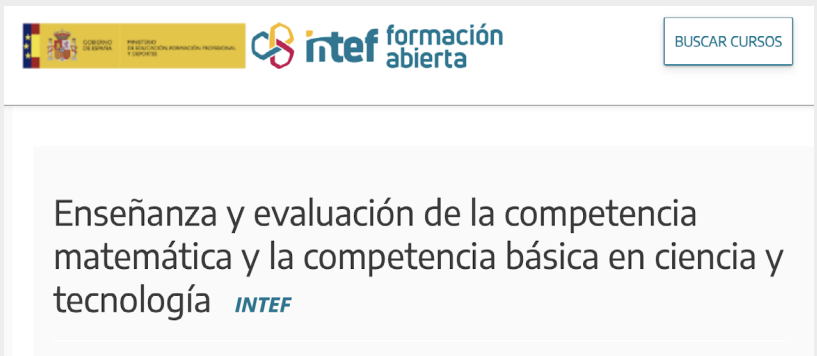
Enseñanza y evaluación de la competencia matemática y la competencia básica en ciencia y tecnología. Enlace

Este recurso aborda las interrogantes fundamentales acerca de qué significa ser competente en matemáticas, ciencia y tecnología, y si es viable integrarlas en una única competencia. En el panorama educativo español, desde 2006 y a raíz de la reforma de 2013, el currículo de la educación obligatoria enmarca sus finalidades en términos de competencias, destacando la "competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología" como una de las claves. El texto invita a reflexionar sobre las implicaciones y posibilidades que conlleva esta integración, en un contexto que demanda una actualización conceptual y metodológica, tanto a nivel nacional como internacional, donde el enfoque STEM vincula el desarrollo de estas competencias con la ingeniería para potenciar la competitividad.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Reflexión integral:** Análisis sobre el significado y desarrollo de una competencia que aglutina matemáticas, ciencia y tecnología.
- **Integración curricular:** Debate acerca de la viabilidad y los compromisos de fusionar tres áreas distintas en una única competencia, conforme a las directrices educativas actuales.
- **Enfoque STEM:** Examen del paradigma internacional que relaciona el desarrollo de competencias en estas áreas con la ingeniería para estimular el talento en sectores productivos claves.
- **Estrategias y herramientas evaluativas:** Propuestas sobre cómo pueden los docentes desarrollar, evaluar y potenciar esta competencia mediante recursos, técnicas y colaboraciones profesionales, incluyendo la obtención de una insignia digital en el marco de un MOOC.

Este recurso se presenta como una herramienta valiosa para docentes interesados en profundizar en la integración y evaluación de competencias clave, impulsando una educación adaptada a las demandas actuales y futuras de la sociedad.



https://enlinea.intef.es/courses/INTEF/INTEF1510/2015_ED1/about

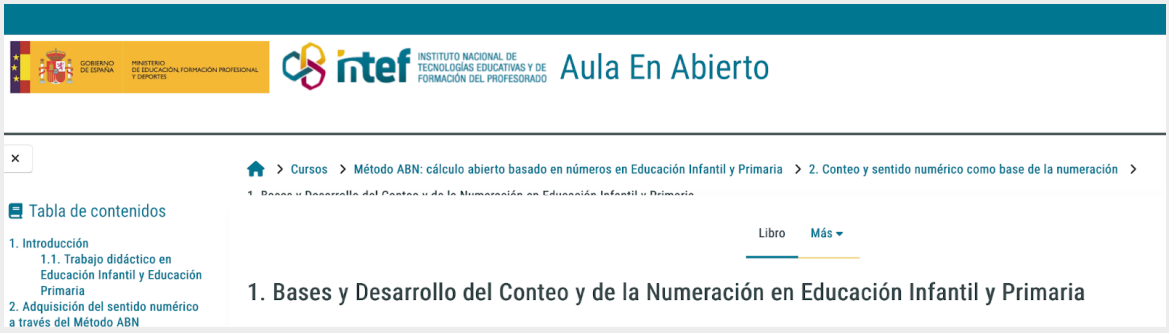
Bases y Desarrollo del Conteo y de la Numeración en Educación Infantil y Primaria

El recurso alojado en la plataforma Aula en Abierto del INTEF es un módulo formativo diseñado para apoyar a los docentes en la integración eficaz de las TIC en la práctica educativa. Elaborado por el Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado, este material combina fundamentos teóricos con ejemplos prácticos, orientando a los profesionales sobre cómo transformar sus clases mediante el uso de la tecnología.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Estrategias pedagógicas innovadoras:** Proporciona orientaciones y metodologías para incorporar de forma efectiva las TIC en el aula, fomentando un aprendizaje activo y participativo.
- **Recursos y actividades interactivas:** Incluye ejercicios y ejemplos prácticos que permiten experimentar con herramientas digitales, facilitando la adaptación a contextos educativos diversos.
- **Actualización y desarrollo profesional:** Contribuye a la formación continua del profesorado, proporcionando un marco teórico y aplicaciones concretas que responden a las demandas educativas actuales.
- **Enfoque integral:** Combina la teoría con la práctica para promover una transformación pedagógica que sitúa la tecnología como herramienta central en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Este recurso constituye una herramienta valiosa para docentes que buscan potenciar la innovación en sus prácticas pedagógicas, facilitando la adaptación a los retos de la era digital y mejorando la calidad educativa.



https://formacion.intef.es/aulaenabierto/mod/book/view.php?id=3432&chapterid=4610

4.5.2. Recursos educativos

Entendemos como recurso didáctico o educativo para el aprendizaje de las matemáticas cualquier medio que, utilizado convenientemente, contribuya a la consecución de dicho aprendizaje. Por ello,

se puede entender que los diversos recursos engloban, además del libro de texto, l**os materiales manipulativos**, tecnológicos y otras situaciones o medios, como la prensa, el cine, la literatura, los juegos o el plegado del papel, entre otros. Estos pueden ser adaptados según el nivel educativo y el objetivo pretendido.

Los currículos actuales manifiestan la relevancia del uso de diferentes recursos e inciden en la importancia de que el docente utilice diferentes metodologías didácticas que fomenten la motivación por aprender, despierten la curiosidad y hagan ver al alumnado la necesidad de adquirir conocimientos, destrezas y actitudes hacia el área.

4.5.2.1. Material manipulativo

Uno de los recursos más interesantes para el desarrollo de la competencia matemática es el uso de metodologías manipulativas para acceder al aprendizaje. Por ello, se **propone introducir materiales manipulativos** para facilitar la comprensión de conceptos matemáticos. Este tipo de materiales se consideran una herramienta para convertir los conceptos abstractos de las matemáticas en experiencias tangibles. Este paso no es algo imprescindible, sino que supone un andamiaje que podrá usarse, o no, en el camino hacia el trabajo simbólico y algorítmico.

El uso de materiales manipulativos en las aulas de matemáticas cuenta con un sólido respaldo en la investigación pedagógica. Este enfoque busca sustituir los métodos mecánicos e irracionales de enseñanza-aprendizaje por **procesos más competenciales y reflexivos**. Cabe destacar, en este enfoque, la importancia de la mediación y la colaboración para superar las brechas entre lo que el alumnado puede hacer de manera independiente y con ayuda. Además, se enfatiza el desarrollo progresivo del conocimiento, desde la manipulación de objetos concretos hasta el pensamiento abstracto, delimitando etapas esenciales en el aprendizaje. De este modo, se pretende promover la enseñanza de aprendizajes matemáticos complejos mediante materiales manipulativos que permitan un **aprendizaje menos rígido y semi-estructurado**. Este proceso de aprendizaje comienza con la manipulación de objetos físicos, seguido con representaciones gráficas y culminado en la abstracción, asegurando así un entendimiento profundo y estructurado. Esto, además, permite conectar los nuevos conocimientos con los ya existentes, produciendo así un aprendizaje significativo.

De esta manera, este enfoque evita el aprendizaje repetitivo y promueve una **integración profunda y contextualizada del conocimiento**, empleando imágenes, símbolos, objetos o conceptos como **puentes cognitivos**. La confluencia de estas ideas resalta la necesidad de metodologías activas y adaptativas que integren de manera coherente los diferentes aspectos del aprendizaje, contribuyendo a un desarrollo integral y significativo en las aulas de matemáticas.

En el **enfoque competencial** que guía los currículos andaluces, los materiales manipulativos se conciben como mediadores semióticos indispensables para el aprendizaje de las matemáticas: objetos físicos (como las regletas de Cuisenaire, policubos, bloques o elementos cotidianos) que

“materializan” conceptos abstractos y permiten al alumnado explorar, **experimentar, conjeturar y argumentar de forma activa** (C.E.). Estas herramientas debidamente seleccionadas y organizadas en línea con los procesos y sentidos matemáticos y las características evolutivas del alumnado facilitan la **transición gradual de lo concreto a lo abstracto**, favoreciendo la motivación, despertando la curiosidad y reforzando la conexión entre los nuevos aprendizajes y el entorno inmediato.

En Infantil, Primaria y Secundaria, el uso de manipulativos se adapta al nivel de abstracción propio de cada etapa, desde la clasificación y seriación de bloques en Infantil, pasando por la comprensión del valor posicional con multibase en el primer ciclo de Primaria, hasta la visualización de espacios muestrales o gráficos de distribución en Secundaria. Este itinerario didáctico progresivo, inspirado en **modelos experienciales y de descubrimiento**, evita el aprendizaje mecánico y sitúa al alumno como protagonista de su propio proceso.

A continuación, se presenta un ejemplo extraído de las Guías de Uso de Material Manipulativo que la Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional elaboró en enero de 2025. En estas guías, una para cada una de las etapas educativas de Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria, se pueden encontrar **ejemplos del uso de distintos materiales manipulativos** además de una **relación prioritaria con los siguiente elementos curriculares: competencias específicas, criterio de evaluación y saberes básicos.**



ENCAJABLES PARA FRACCIONES

EJEMPLO 2

"COCINANDO CON FRACCIONES"

1. **Nivel educativo:** 2º Ciclo de Educación Primaria.
2. **Área:** Matemáticas.
3. **Relación prioritaria con los elementos curriculares:**

   a. **¿Qué competencia específica se desarrolla?**

C.E. 2. Resolver situaciones problematizadas, aplicando diferentes técnicas, estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder, obtener soluciones y asegurar su validez desde un punto de vista formal y en relación con el contexto planteado.

C.E. 6. Comunicar y representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos, utilizando el lenguaje oral, escrito, gráfico, multimodal y la terminología matemática apropiada, para dar significado y permanencia a las ideas matemáticas.

   b. **¿Qué criterios de evaluación se pueden relacionar?**

2.3.a. Comprobar y demostrar la corrección matemática de las soluciones de un problema y su coherencia en el contexto planteado, revisando durante la resolución la respuesta.

2.3.b. Comprobar y demostrar la corrección matemática de las soluciones de un problema y su coherencia en el contexto planteado, revisando durante la resolución y anticipando la respuesta.

6.1.a. Comenzar a interpretar el lenguaje matemático sencillo presente en la vida cotidiana en diferentes formatos, adquiriendo vocabulario apropiado, utilizando este lenguaje para expresar ideas matemáticas, mostrando comprensión del mensaje.

6.1.b. Interpretar el lenguaje matemático sencillo presente en la vida cotidiana en diferentes formatos, adquiriendo vocabulario apropiado, utilizando dicho lenguaje matemático multimodal para expresar ideas matemáticas, demostrando la comprensión del mensaje.

   c. **¿Qué saberes básicos se despliegan en este ejemplo?**

MAT.3.A.2.4. Fracciones y decimales para expresar cantidades en contextos de la vida cotidiana y elección de la mejor representación para cada situación o problema.



ENCAJABLES PARA FRACCIONES

MAT.3.A.2.5. Comprobación del resultado en problemas matemáticos mediante pruebas de las operaciones y coherencia entre el resultado y el contexto del problema.

MAT.3.A.2.6. Comunicación y explicación oral de forma razonada del proceso de resolución y resultado.

MAT.3.A.3.6. Desarrollo del aprendizaje autónomo y de mecanismos de autocorrección en la resolución de problemas.

4. Descripción del ejemplo:

Para esta actividad, el objetivo principal va a ser trabajar la **resolución de problemas complejos relacionados con fracciones equivalentes** y **operaciones combinadas** mediante encajables.

Para ello, se plantea un problema práctico para introducir las **operaciones combinadas y relaciones entre fracciones, decimales y porcentajes** como el que proponemos: "En una receta necesitas 3/4 de harina, pero solo tienes una medida de 1/4. ¿Cuántas veces debes llenar la medida?".

Hecho esto, vamos a representar la situación con encajables, pidiendo al alumnado que encuentren todas las fracciones equivalentes a una dada utilizando las piezas del encajable (por ejemplo, 1/2 = 2/4 = 3/6).

Ahora vamos a intentar replantear el problema de manera que implique **sumar y restar fracciones con denominadores diferentes** (por ejemplo, 1/2 + 1/4). Para esto, algunos ejemplos podrían ser: "Si tienes 1/2 de una tarta y añades 1/4, ¿cuánto tienes en total?". Siempre es recomendable representar visualmente con encajables y relacionar con el cálculo. Podemos ir complejizando las situaciones diciendo, por ejemplo: "Forma 2 enteros utilizando diferentes combinaciones de fracciones".

No sería propiamente una variable pero en este punto y aprovechando el diseño del material propuesto, se pueden **relacionar fracciones con decimales** (como resultado de la división) **y porcentajes** (a llevar a una fracción equivalente con denominador 100): "Si 1/4 de la clase está de pie, ¿qué porcentaje está sentado?", provocando una **reflexión** sobre el entero y las partes e introduciendo el concepto de "entero" y sus divisiones.

Podemos concluir que la actividad amplía el conocimiento del alumnado hacia operaciones más complejas y establece relaciones entre fracciones, decimales y porcentajes, promoviendo el **razonamiento lógico** y la **aplicación práctica**.

4.5.2.2.- Portales, plataformas y webs con recursos matemáticos

Gracias a internet podemos contar con un amplio catálogo de recursos educativos que podemos utilizar en nuestras aulas. Detallamos a continuación una muestra de los mismos:

Pruebas liberadas evaluaciones nacionales. Enlace

El recurso “Pruebas liberadas de Evaluaciones Nacionales” es un repositorio digital proporcionado por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) del Ministerio de Educación. Su finalidad es facilitar a los docentes el acceso organizado a los ítems y pruebas oficiales utilizados en las evaluaciones nacionales a lo largo de diferentes marcos normativos y cursos académicos.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Cobertura normativa y temporal amplia:** Incluye ítems de las evaluaciones de diagnóstico y final correspondientes a la LOMLOE, LOMCE y anteriores, con datos desde los primeros años del siglo XXI hasta la actualidad.
- **Distintos niveles educativos:** Agrupa pruebas dirigidas a alumnos de 3.º y 6.º de Educación Primaria, 4.º de ESO, así como evaluaciones piloto y de acceso a la universidad, permitiendo ver la progresión de la complejidad curricular.
- **Formatos descargables en papel y digital:** Ofrece tanto las versiones en PDF imprimible como las pruebas en formato digital, facilitando su integración en diferentes entornos de enseñanza y tipos de evaluación.
- **Organización por curso y comunidad autónoma:** Para las ediciones LOE y LOMCE, permite filtrar por año académico y, en algunos casos, por comunidad autónoma, ayudando a comparar criterios de diseño y corrección entre distintas regiones.
- **Utilidad para la preparación didáctica:** Al exponer ejemplos reales de ítems y sus criterios de calificación, apoya la elaboración de actividades de repaso, la familiarización del alumnado con el formato de las pruebas y la reflexión sobre la tipología de ejercicios evaluados.

Este recurso se presenta como una herramienta imprescindible para los docentes de matemáticas que deseen planificar evaluaciones formativas, diseñar simulacros de examen y profundizar en la estructura y el nivel de exigencia de las pruebas nacionales, contribuyendo a mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje.

Otras pruebas liberadas: PISA y otros ítems liberados

El conjunto de pruebas PISA y otros ítems liberados desde el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) del Ministerio de Educación de España constituyen una herramienta educativa

de alto valor pedagógico. Estos recursos están diseñados para superar la simple memorización de contenidos, enfocándose en la evaluación de competencias clave a través de su aplicación en contextos reales, lo que permite valorar lo que los estudiantes efectivamente saben hacer.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Evaluación de competencias clave:** Las pruebas no se centran en la memorización, sino en medir la capacidad de aplicar conocimientos en situaciones reales, abarcando áreas como la competencia matemática, lectora y científica.
- **Diseño de actividades y evaluación en el aula:** Los ítems liberados sirven como modelos para que los docentes diseñen tareas competenciales adaptadas a evaluaciones diagnósticas, formativas o finales, alineadas con metodologías como el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP).
- **Comparación internacional y autodiagnóstico:** Ofrecen una base objetiva para contrastar el rendimiento de los estudiantes españoles con el de otros países, ayudando a identificar fortalezas y áreas de mejora en el sistema educativo.
- **Formación docente:** Permiten a los profesores familiarizarse con estándares internacionales de evaluación, facilitando la reflexión sobre la enseñanza de competencias clave y respaldando formaciones en evaluación por competencias y diseño de pruebas.
- **Recursos de acceso libre y reutilizables:** Al estar disponibles públicamente, estos materiales pueden ser usados o adaptados directamente por el profesorado, complementados con ejemplos de resolución y niveles de desempeño para calibrar la dificultad de los ejercicios.
- **Impulso de una cultura de evaluación:** Fomentan una visión de la evaluación como una herramienta para mejorar la enseñanza y el aprendizaje, más allá de la simple calificación.

Este recurso es fundamental para docentes, investigadores y responsables de políticas educativas, ya que impulsa una cultura de evaluación integral que favorece el desarrollo de competencias y la mejora continua del sistema educativo.

https://www.educacionfpydeportes.gob.es/inee/publicaciones/items-liberados/pruebas-liberadas-de-evaluaciones-nacionales.html



https://www.educacionfpydeportes.gob.es/inee/publicaciones/items-liberados.html

Iguales y diferentes. Enlace

El portal *Iguales pero diferentes* es una plataforma educativa que ofrece un enfoque innovador para la enseñanza de matemáticas. Su metodología se basa en la comparación de imágenes y conceptos matemáticos, fomentando el pensamiento crítico y la capacidad de análisis en los estudiantes. A través de esta estrategia, los alumnos aprenden a identificar similitudes y diferencias entre distintos elementos matemáticos, desarrollando una comprensión más profunda de los conceptos.

Esta página web se distingue por su enfoque en el **pensamiento flexible**, promoviendo la capacidad de los estudiantes para reconocer patrones, establecer conexiones y argumentar matemáticamente. La plataforma proporciona imágenes y actividades estructuradas que pueden ser utilizadas en el aula como parte de discusiones matemáticas, ayudando a los docentes a generar un ambiente de aprendizaje participativo.

Entre sus principales características, este recurso ofrece:

- **Imágenes matemáticas interactivas** para fomentar el análisis comparativo.
- **Actividades estructuradas** que pueden integrarse en discusiones en el aula.
- **Enfoque en el pensamiento crítico**, ayudando a los estudiantes a desarrollar habilidades de razonamiento matemático.
- **Materiales alineados con el currículo escolar**, facilitando su aplicación en distintos niveles educativos.

En conclusión, es una herramienta valiosa para docentes que buscan fortalecer el pensamiento matemático en sus estudiantes, proporcionando un enfoque dinámico y participativo para la enseñanza de las matemáticas.



https://www.samebutdifferentmath.com/

Juegos matemáticos. Enlace

El portal es una plataforma educativa diseñada para fortalecer el aprendizaje de las matemáticas a través de juegos interactivos y actividades dinámicas. Dirigido principalmente a estudiantes de **Primaria y Secundaria**, este sitio web ofrece una amplia variedad de recursos que combinan el entretenimiento con el desarrollo de habilidades matemáticas fundamentales.

Math *Playground* se distingue por su enfoque en el **aprendizaje lúdico**, proporcionando juegos que abarcan áreas clave como **aritmética, geometría, álgebra y resolución de problemas**. Además, cuenta con herramientas interactivas que permiten a los estudiantes explorar conceptos matemáticos de manera visual y práctica. La plataforma también ofrece desafíos de lógica y pensamiento crítico, fomentando el desarrollo de habilidades analíticas en los alumnos.

Entre sus principales características, este sitio web ofrece:

- **Juegos educativos** diseñados para reforzar conceptos matemáticos de manera divertida.
- **Simulaciones interactivas** que permiten explorar principios matemáticos en profundidad.
- **Problemas de lógica y razonamiento**, ideales para mejorar el pensamiento crítico.
- **Recursos alineados con el currículo escolar**, facilitando su integración en la enseñanza formal.

En definitiva, Math Playground es una herramienta valiosa para docentes que buscan complementar la enseñanza de las matemáticas con actividades interactivas y atractivas, proporcionando un entorno estimulante para el aprendizaje.



https://www.mathplayground.com/

Patrones visuales. Enlace

El portal Visual Patterns es una plataforma educativa diseñada para ayudar a los estudiantes a desarrollar el pensamiento algebraico a través de la exploración de patrones visuales. Este sitio web ofrece una colección de patrones numéricos representados gráficamente, permitiendo al alumnado identificar estructuras matemáticas y formular expresiones algebraicas a partir de ellas.

Visual Patterns se distingue por su enfoque en el **aprendizaje basado en patrones**, proporcionando actividades que fomentan la observación, el razonamiento lógico y la generalización matemática. Los docentes pueden utilizar estos recursos para introducir conceptos de progresiones numéricas, funciones y relaciones algebraicas de manera intuitiva y visual.

Entre sus principales características, este recurso ofrece:

- **Colección de patrones visuales**, organizados en diferentes niveles de dificultad.

- **Enfoque en el pensamiento algebraico**, ayudando a los estudiantes a formular expresiones matemáticas.
- **Materiales alineados con el currículo escolar**, facilitando su integración en la enseñanza formal.
- **Recursos para docentes**, con estrategias para implementar el aprendizaje basado en patrones en el aula.

Esta herramienta es valiosa para docentes que buscan fortalecer el razonamiento matemático de sus estudiantes, proporcionando un enfoque dinámico y visual para la enseñanza del álgebra.



https://www.visualpatterns.org/

NRICH. Enlace

El portal NRICH es una plataforma educativa dedicada a enriquecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a través de recursos interactivos y actividades diseñadas para fomentar el pensamiento matemático. Este sitio, desarrollado por la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Cambridge, ofrece materiales gratuitos para estudiantes de **3 a 18 años**, con el objetivo de fortalecer sus habilidades de resolución de problemas y su capacidad de razonamiento lógico.

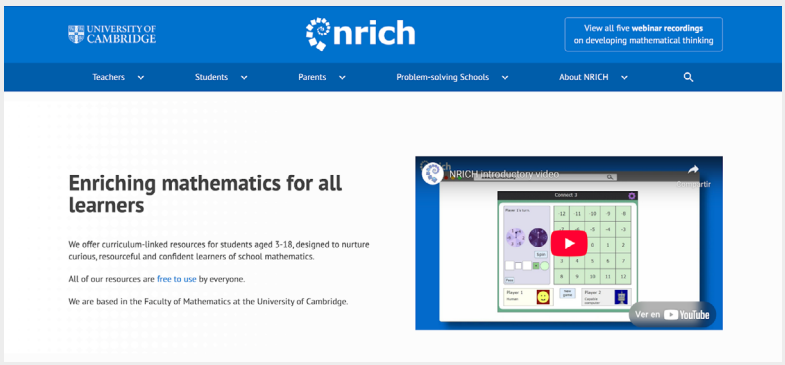
NRICH se distingue por su enfoque en el **aprendizaje basado en problemas**, proporcionando tareas estructuradas por niveles educativos: **Primaria, Secundaria e incluso en Bachillerato.** Además, cuenta con una sección específica para docentes, donde se presentan estrategias pedagógicas y actividades que pueden integrarse en el currículo escolar. La plataforma también promueve el desarrollo de escuelas centradas en la resolución de problemas, ofreciendo guías y recursos para implementar este enfoque en el aula.

Entre sus principales características, NRICH ofrece:

- **Actividades interactivas** que desafían a los estudiantes a pensar como matemáticos.

- **Materiales alineados con el currículo** para facilitar su integración en la enseñanza formal.
- **Recursos para docentes**, incluyendo estrategias didácticas y formación profesional.
- **Iniciativas de resolución de problemas**, diseñadas para fomentar el pensamiento crítico y la creatividad matemática.

En conclusión, NRICH es una herramienta valiosa para docentes que buscan enriquecer la enseñanza de las matemáticas, proporcionando un entorno dinámico y estimulante para el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes.



https://nrich.maths.org/

Comprender textos matemáticos. Enlace

El recurso Comprender textos matemáticos disponible en la plataforma **Leer.es**, propone un enfoque didáctico para mejorar la comprensión de enunciados matemáticos. Su objetivo es fortalecer la competencia matemática de los estudiantes mediante estrategias que impulsan el razonamiento lógico y el uso adecuado del lenguaje matemático.

Este material se distingue por su énfasis en el **análisis de enunciados**, permitiendo a los alumnos desarrollar habilidades de interpretación y resolución de problemas. A través de actividades estructuradas, los docentes pueden guiar a los estudiantes en la identificación de conceptos clave, la formulación de estrategias de solución y la aplicación de conocimientos matemáticos en distintos contextos.

Entre sus principales características, el recurso ofrece:

- **Actividades de análisis de enunciados**, diseñadas para mejorar la comprensión matemática.
- **Estrategias de razonamiento lógico**, que fortalecen la capacidad de resolución de problemas.
- **Materiales alineados con el currículo escolar**, facilitando su integración en la enseñanza formal.

- **Propuestas didácticas para docentes**, con herramientas para aplicar el recurso en el aula.

Comprender textos matemáticos es una herramienta valiosa para docentes que buscan mejorar la competencia matemática de sus estudiantes, proporcionando **estrategias efectivas para la interpretación y resolución de problemas matemáticos.**



https://leer.es/recursos_leer/comprender-textos-matematicos-nuria-domenech/

Mates con Geogebra (Mates con GG). Enlace

El portal MatesGG es un proyecto desarrollado por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) en colaboración con el Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (INTEF) y el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos (CIEM). Su objetivo es proporcionar a los docentes una selección de materiales didácticos elaborados con la herramienta GeoGebra, facilitando la enseñanza de conceptos matemáticos mediante recursos interactivos.

MatesGG se distingue por su enfoque en el aprendizaje visual y dinámico, ofreciendo guías didácticas estructuradas con la herramienta eXeLearning. Estas guías incluyen información curricular, propuestas de uso en el aula, material complementario y archivos fuente editables, permitiendo a los docentes adaptar los contenidos a sus necesidades específicas. Además, el sitio cuenta con un buscador que facilita la localización de recursos según el nivel educativo, abarcando Educación Infantil, Primaria, Secundaria Obligatoria y Bachillerato.

Entre sus principales características, MatesGG ofrece:

- **Guías didácticas interactivas** basadas en GeoGebra.
- **Materiales alineados con el currículo escolar**, organizados por niveles educativos.
- **Propuestas de uso pedagógico**, con estrategias para la enseñanza de las matemáticas.
- **Archivos fuente editables**, que permiten la personalización de los recursos.

En definitiva, este sitio web es una herramienta valiosa para docentes que buscan integrar la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, proporcionando un entorno interactivo y adaptable para el aprendizaje. Además, se puede diseñar construcciones propias con Geogebra Clásico o Geogebra 3D.



https://intef.es/recursos-educativos/matesgg/

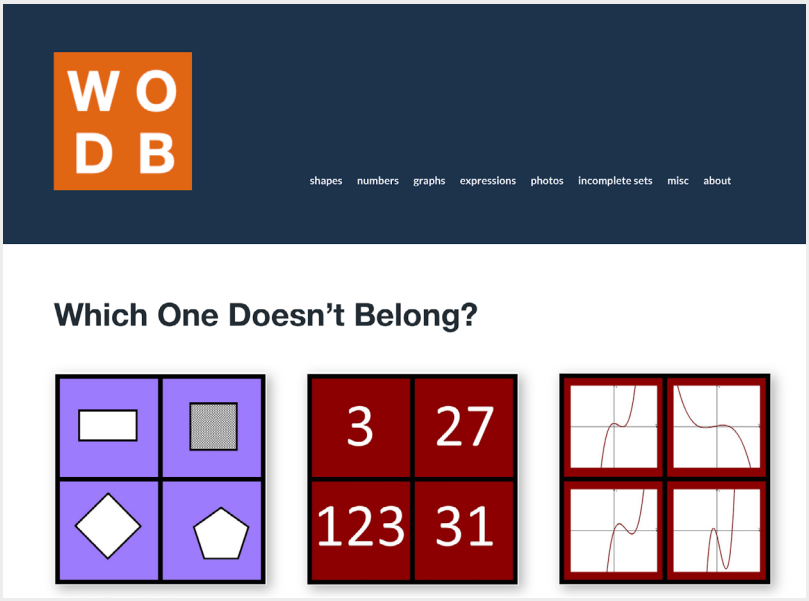
Wodb.ca Enlace

El recurso WODB, alojado en la plataforma Talking Math With Your Kids, se centra en proporcionar actividades y materiales diseñados para estimular el razonamiento matemático en los niños. Con un enfoque basado en la identificación de patrones y diferencias, este recurso invita a los alumnos a analizar conjuntos de elementos visuales y numéricos, planteando la pregunta "¿Cuál es el que no pertenece?" para fomentar la reflexión y el debate matemático.

Entre sus aspectos clave, WODB ofrece:

- **Variedad de representaciones:** Incorpora elementos como formas, números, gráficos, expresiones, fotografías y conjuntos incompletos para que los estudiantes identifiquen el elemento atípico en cada conjunto.
- **Enfoque interactivo:** Propone actividades que promueven una participación activa y el desarrollo del pensamiento crítico, permitiendo a los niños justificar sus respuestas a partir de criterios matemáticos.
- **Herramientas complementarias para docentes:** Además de las actividades, el recurso sugiere el siguiente uso del libro y la guía del profesor, facilitando la implementación de estas tareas en el aula y en el entorno familiar.
- **Potenciación del diálogo matemático:** Favorece la discusión entre pares y el diálogo con el docente, consolidando la comprensión de conceptos fundamentales y el reconocimiento de patrones.

Este recurso resulta una herramienta valiosa para docentes y padres que deseen fomentar el interés y la competencia en matemáticas a través de una metodología lúdica y participativa, adaptándose a las necesidades de los estudiantes en la exploración de conceptos claves.



https://talkingmathwithkids.com/wodb/

Portal Olimpiada Matemática THALES Enlace

El recurso "Olimpiada SAEM Thales" es una plataforma digital dedicada a la promoción del pensamiento matemático a través de competencias y desafíos dirigidos a estudiantes. Su propósito es incentivar el razonamiento lógico y la habilidad para resolver problemas matemáticos, ofreciendo un entorno competitivo que fomenta tanto el esfuerzo individual como el trabajo en equipo.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Concursos y desafíos matemáticos:** Propone una variedad de problemas y ejercicios con distintos niveles de dificultad para estimular el análisis crítico y la resolución creativa de problemas.
- **Información actualizada sobre eventos:** Facilita la inscripción, mostrando fechas, resultados y reconocimientos, lo que permite un seguimiento cercano de cada edición.
- **Recursos pedagógicos complementarios:** Acompaña los desafíos con ejemplos resueltos y materiales de apoyo que pueden servir de herramienta tanto para docentes como para estudiantes en la preparación de futuras ediciones.
- **Fomento del espíritu competitivo y colaborativo:** Promueve el desarrollo de una comunidad de aprendizaje, incentivando el intercambio de estrategias y la colaboración entre participantes.

Este recurso es una herramienta valiosa para aquellos interesados en profundizar en el razonamiento matemático y fomentar la excelencia en el ámbito de las competencias académicas, contribuyendo al desarrollo integral del pensamiento analítico de los estudiantes.

SOCIEDAD ANDALUZA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA THALES

https://olimpiada.saemthales.es/

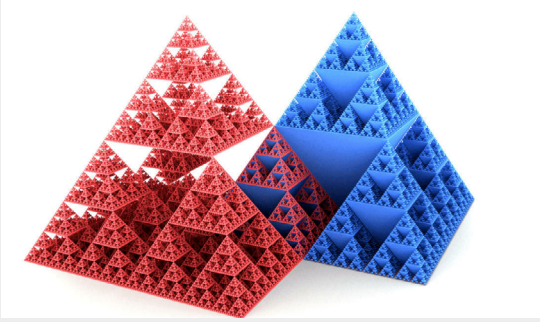
Las otras matemáticas (textos en castellano e inglés) Enlace

El recurso digital disponible es una publicación dirigida a la comunidad educativa, que recoge orientaciones y propuestas innovadoras para la mejora de la práctica docente. Con el objetivo de promover la actualización pedagógica y la integración de nuevas metodologías, esta publicación ofrece herramientas prácticas y análisis críticos de tendencias educativas actuales.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Orientaciones didácticas actualizadas:** Proporciona lineamientos para renovar la práctica educativa, adaptándose a las exigencias y desafíos del contexto actual.
- **Propuestas de innovación curricular:** Incorpora estrategias para la integración de metodologías activas y el uso efectivo de las TIC en el aula.
- **Herramientas prácticas y criterios evaluativos:** Presenta recursos y pautas metodológicas que facilitan el diseño, la implementación y la evaluación de proyectos educativos.
- **Análisis crítico y fundamentos teóricos:** Ofrece un marco contextual que analiza las tendencias y retos en la educación, promoviendo una reflexión profunda sobre el rol del profesorado.

Este recurso es una herramienta valiosa para docentes que desean actualizar sus estrategias pedagógicas y contribuir a la mejora continua del proceso de enseñanza-aprendizaje, alineándose con los objetivos curriculares y las nuevas demandas de la sociedad.



https://www.carm.es/edu/pub/20620_2021/index.html

DivulgaMAT Enlace

Este recurso es una publicación digital dedicada a la divulgación de las matemáticas. Diseñado para acercar conceptos, investigaciones y aplicaciones matemáticas a un público amplio, este material combina un enfoque teórico con ejemplos prácticos y recursos visuales para fomentar el interés y la reflexión sobre la materia.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Divulgación accesible:** Presenta artículos y ensayos que abordan diversos temas matemáticos de forma clara y atractiva, facilitando la comprensión de conceptos complejos.
- **Conexión entre teoría y práctica:** Destaca ejemplos y aplicaciones reales que ayudan a ilustrar cómo se aplican los principios matemáticos en distintos contextos.
- **Recursos visuales y didácticos:** Integra gráficos, ilustraciones y materiales interactivos que enriquecen la experiencia de aprendizaje y la comprensión de los temas tratados.
- **Fomento del debate y la reflexión:** Invita a docentes, estudiantes y entusiastas a reflexionar críticamente sobre la evolución y el impacto de las matemáticas en la sociedad actual.

Este recurso resulta una herramienta valiosa para aquellos que desean profundizar en la divulgación matemática, proporcionando un enfoque innovador y ameno que puede ser aprovechado tanto en el aula como en el autoaprendizaje.



https://www.divulgamat.net/divulgamat15/index.php?option=com_alphacontent&view=alphacontent&Itemid=67

Página Web sobre Medidas para el Impulso del Razonamiento Matemático. Enlace

El recurso “Plan de impulso al razonamiento matemático” es una iniciativa promovida por la Junta de Andalucía que tiene como objetivo fortalecer el pensamiento matemático en la enseñanza. Este plan se orienta a ofrecer estrategias, metodologías y recursos que ayuden a docentes y centros educativos a desarrollar habilidades de razonamiento matemático, fundamentales para la resolución de problemas y la comprensión profunda de los conceptos en matemáticas.

Entre sus aspectos clave, el plan ofrece:

- **Marco estratégico y metodológico:** Proporciona directrices y propuestas innovadoras para impulsar el razonamiento matemático en el aula, adaptadas a las nuevas demandas educativas.

- **Recursos y herramientas didácticas:** Incluye materiales, ejemplos y actividades diseñados para fomentar un aprendizaje activo y participativo, facilitando la aplicación de estrategias de resolución de problemas en contextos reales.

- **Formación y actualización profesional:** Promueve la capacitación continua del profesorado mediante programas formativos y espacios de intercambio de experiencias que enriquecen la práctica docente.

- **Colaboración y mejora continua:** Establece redes de colaboración entre centros y docentes para compartir buenas prácticas y contribuir así al desarrollo de una educación más eficaz y adaptada a los retos actuales.

Este recurso es una herramienta valiosa para educadores comprometidos con la mejora de la enseñanza de las matemáticas, ya que fomenta un enfoque centrado en el desarrollo del pensamiento crítico y la capacidad de resolución de problemas en el alumnado.



https://www.juntadeandalucia.es/educacion/portales/web/plan-de-impulso-al-razonamiento-matematico/

Recursos Educativos Abiertos. Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional. REA. Enlace

El proyecto READUA Andalucía, reúne más de 250 recursos educativos abiertos (REA) para Primaria, Secundaria y Bachillerato. Estos materiales se estructuran en torno a situaciones de aprendizaje diseñadas para que el alumnado adquiera y desarrolle las competencias específicas de cada área o materia, integrando conocimientos teóricos y prácticos en contextos reales.

Entre sus aspectos clave, el proyecto ofrece:

- **Recursos Abiertos de Calidad:** Más de 250 REA disponibles que abarcan diversas materias, favoreciendo la implementación de experiencias de aprendizaje activas y adaptadas a diferentes niveles educativos.

- **Enfoque en Situaciones de Aprendizaje:** Cada recurso se centra en situaciones que plantean retos concretos, permitiendo que los estudiantes desarrollen competencias específicas mediante la aplicación práctica de conocimientos.

- **Guías Didácticas Integrales:** Las guías que acompañan cada recurso justifican la situación de aprendizaje propuesta, definen el reto a alcanzar y describen el producto final, incluyendo la concreción curricular y la secuencia didáctica.

- **Atención a la Diversidad:** Incorporan pautas DUA, estrategias de multinivelación y procesos cognitivos seleccionados en cada actividad, de forma que se facilite la atención a la diversidad del alumnado.

- **Criterios e Instrumentos de Evaluación:** Se especifican los criterios de evaluación de las competencias específicas, además de los instrumentos que permiten una valoración detallada del aprendizaje.

Este recurso constituye una herramienta valiosa para docentes y equipos directivos que buscan implementar metodologías basadas en competencias, promoviendo una educación inclusiva y adaptada a las necesidades del contexto educativo actual.



Proyecto REA-DUA Andalucía
Recursos Educativos Abiertos

https://www.juntadeandalucia.es/educacion/eaprendizaje/rea/

Recursos educativos Intef. Enlace

El espacio de Recursos Educativos del INTEF es una plataforma integral que brinda acceso a múltiples proyectos y herramientas desarrolladas e impulsadas por la institución. Este portal ofrece una amplia variedad de materiales, que incluyen propuestas didácticas de carácter curricular y de naturaleza diversa –algunas en forma de situaciones de aprendizaje–, experiencias educativas, artículos sobre tecnología y guías didácticas, además de la plataforma de recursos educativos en abierto denominada Procomún.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

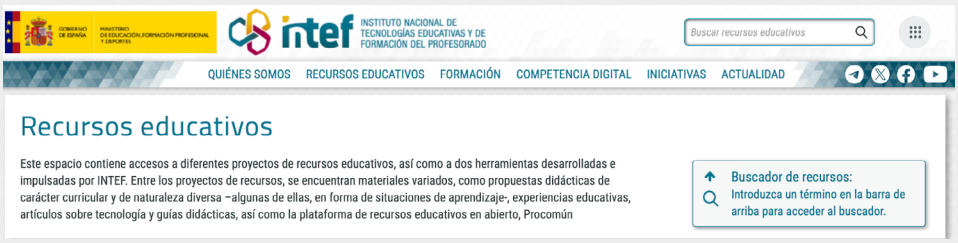
- **Acceso a múltiples proyectos:** Permite explorar iniciativas de recursos educativos que abarcan desde situaciones de aprendizaje hasta experiencias innovadoras en el aula.

- **Variedad de formatos y contenidos:** Incluye propuestas didácticas, guías curriculares, artículos y materiales orientados a integrar la tecnología en la educación.

- **Plataforma Procomún:** Ofrece recursos educativos abiertos que pueden ser descargados, adaptados y compartidos, facilitando la reutilización en diferentes contextos educativos.

- **Herramientas desarrolladas por INTEF:** Además de los proyectos, el portal pone a disposición herramientas específicas que apoyan la creación y modificación de materiales educativos interactivos.

Este recurso es una herramienta valiosa para docentes y equipos educativos que buscan integrar metodologías innovadoras y el uso de las TIC en el aula, facilitando la transformación digital y la actualización pedagógica en el marco de la enseñanza actual.



https://intef.es/recursos-educativos/

Web tocamates. Enlace.

El portal Tocamates – Matemáticas y Creatividad es una iniciativa de divulgación educativa que transforma la forma en que se enseñan y aprenden matemáticas. Nace de la observación de la diferencia entre las matemáticas experimentales y vivenciales de la Educación Infantil y las más abstractas y repetitivas de la secundaria, proponiendo una metodología que permite "tocar" las matemáticas para comprenderlas y disfrutarlas de manera más cercana y manipulativa.

Entre sus aspectos clave, el portal ofrece:

- **Recursos didácticos manipulativos:** Brinda una amplia variedad de actividades prácticas y materiales descargables que facilitan la exploración tangible de conceptos matemáticos, fomentando una comprensión profunda a través de la experimentación.
- **Fomento de la creatividad matemática:** Promueve la creatividad mediante desafíos, juegos y problemas que estimulan el pensamiento divergente, permitiendo a los estudiantes desarrollar múltiples soluciones y enfoques para resolver problemas.
- **Apoyo a docentes y familias:** Funciona como una herramienta valiosa para docentes en la planificación de sus clases y también ofrece actividades para realizar en el hogar, fortaleciendo la colaboración entre la escuela y la familia.
- **Divulgación y formación:** A través de diversas iniciativas, como colaboraciones en programas de radio y conferencias, José Ángel Murcia impulsa la formación docente y la divulgación de las matemáticas, ampliando el alcance del proyecto y promoviendo una cultura matemática inclusiva y participativa.

Este recurso contribuye significativamente a transformar la enseñanza de las matemáticas en una experiencia interactiva, creativa y significativa, favoreciendo el desarrollo de competencias clave en los estudiantes y enriqueciendo las prácticas docentes.



https://www.tocamates.com/

Geoplano y funciones. Enlace

El recurso Geoplano y Funciones es un material digital ofrecido por la plataforma Ecoescuela del Gobierno de Canarias. Diseñado para facilitar la exploración de conceptos matemáticos a través del uso del geoplano, este recurso se centra en la representación y análisis de funciones de manera visual e interactiva. La propuesta integra teoría y práctica mediante actividades dinámicas que permiten a los estudiantes observar, experimentar y comprender las relaciones y propiedades fundamentales de las funciones.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Visualización gráfica de funciones:** Utiliza el geoplano para representar funciones, facilitando la comprensión de la relación entre variables y la interpretación de sus características.
- **Actividades interactivas y prácticas:** Propone ejercicios y ejemplos que invitan a la experimentación, permitiendo a los estudiantes construir y validar sus propias representaciones gráficas.
- **Enfoque didáctico innovador:** Combina elementos tradicionales del geoplano con herramientas digitales, adaptándose a las nuevas demandas de la educación y fomentando un aprendizaje activo.
- **Soporte curricular en matemáticas:** Se alinea con los objetivos educativos actuales, potenciando el desarrollo de competencias matemáticas a través de una metodología práctica y visual.

Este recurso constituye una herramienta valiosa para docentes que buscan diversificar sus estrategias de enseñanza, promoviendo una mayor comprensión de conceptos abstractos mediante la integración de métodos interactivos y visuales en el aula.



https://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoescuela/recursosdigitales/2020/04/24/geoplano-y-funciones/

Adicción matemática. Enlace

El portal "Adicción Matemática", alojado en Blogs Averroes de la Junta de Andalucía, es un espacio dedicado a la divulgación y enseñanza de matemáticas de forma lúdica y accesible. Inspirado en la filosofía de Martin Gardner, quien afirmaba que "el mejor camino para hacer las Matemáticas interesantes a los alumnos y profanos es acercarse a ellos en son de juego", este blog ofrece una amplia variedad de recursos y actividades que fomentan el interés y la comprensión de las matemáticas tanto en estudiantes como en docentes.

Entre sus aspectos clave, el portal ofrece:

- **Fomento del pensamiento lógico y creativo:** A través de actividades como cuadrados mágicos, fractales, grafos y construcciones geométricas, se estimula el razonamiento lógico y la creatividad, permitiendo a los estudiantes explorar los conceptos matemáticos de manera profunda y significativa.
- **Recurso didáctico para docentes:** Los materiales y actividades del blog pueden utilizarse como complemento en el aula, integrándose en enfoques innovadores que hacen las matemáticas más atractivas y comprensibles.
- **Desarrollo de competencias clave:** Las propuestas están orientadas al fortalecimiento de competencias esenciales como la resolución de problemas, el razonamiento abstracto y la comunicación matemática, contribuyendo al logro de los objetivos curriculares.

- **Acceso libre y gratuito:** Al estar disponible de forma online y sin coste, constituye una herramienta valiosa tanto en contextos educativos formales como en el aprendizaje autónomo.

En resumen, “Adicción Matemática” transforma la enseñanza de las matemáticas en una experiencia interactiva, creativa y significativa, enriqueciendo las prácticas docentes y fomentando el desarrollo de habilidades fundamentales en los estudiantes.



https://blogsaverroes.juntadeandalucia.es/recursosdematematicas/

Mates y más. Enlace

El portal Mates y Más es una iniciativa educativa creada por los profesores de matemáticas cuyo objetivo principal es ofrecer recursos didácticos que hagan las matemáticas más accesibles, atractivas y comprensibles para estudiantes y docentes de Educación Secundaria y Bachillerato.

Entre sus aspectos clave, el portal ofrece:

- **Recursos didácticos variados:** Proporciona una amplia gama de materiales educativos, que incluyen problemas, pasatiempos, acertijos y actividades interactivas diseñadas para fomentar el pensamiento lógico y la creatividad en el aprendizaje de las matemáticas.

- **Integración de las TIC en el aula:** Promueve el uso de tecnologías de la información y la comunicación (TIC) mediante herramientas como Joomla, lo que permite a los docentes acceder a contenidos digitales que enriquecen la experiencia educativa.

- **Apoyo a la enseñanza y el aprendizaje:** Funciona como un complemento valioso para las clases de matemáticas, ofreciendo materiales aplicables tanto en el aula como en el hogar, lo que facilita la personalización del aprendizaje y el refuerzo de conceptos clave.

- **Fomento de la motivación estudiantil:** Al presentar las matemáticas de forma lúdica y contextualizada, ayuda a aumentar el interés y la motivación de los estudiantes, beneficiando especialmente a aquellos que encuentran dificultades en el aprendizaje tradicional de la materia.

- **Actualización y formación docente:** Los creadores participan activamente en la formación del profesorado, compartiendo estrategias y metodologías innovadoras para la enseñanza de las matemáticas, lo que contribuye al desarrollo profesional y a la mejora continua de la calidad educativa.

En resumen, Mates y Más es una herramienta educativa integral que apoya tanto a estudiantes como a docentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, promoviendo una educación más dinámica, interactiva y eficaz.



https://www.matesymas.es/

Simulaciones. Enlace

El portal PhET, desarrollado por la Universidad de Colorado, es una organización sin fines de lucro comprometida a proporcionar recursos STEM de alta calidad para cada aula. Su objetivo es crear experiencias de aprendizaje inclusivas y placenteras a gran escala, en las que los alumnos puedan explorar conceptos de matemáticas y estadísticas mediante simulaciones interactivas que involucran la vista, el oído, el tacto y otros sentidos.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Simulaciones interactivas:** Actividades en HTML diseñadas para explorar y experimentar con conceptos matemáticos y estadísticos, facilitando la comprensión de ideas abstractas a través de la manipulación directa de variables y modelos.

- **Experiencias de aprendizaje multisensoriales:** Los recursos permiten a los estudiantes interactuar de forma rica y adaptativa, lo que fomenta un aprendizaje más profundo y personalizado en entornos STEM.

- **Accesibilidad y calidad:** Las simulaciones están pensadas para integrarse en diversos contextos educativos, complementando tanto el aprendizaje individual como la enseñanza colaborativa, y están disponibles de forma libre para docentes y estudiantes.

Este recurso es una herramienta valiosa para docentes que buscan enriquecer sus clases con tecnología interactiva, promoviendo un aprendizaje dinámico y experiencial que hace que los conceptos complejos de matemáticas y estadísticas sean más accesibles y atractivos.

https://phet.colorado.edu/es/simulations/filter?subjects=math-and-statistics&type=html

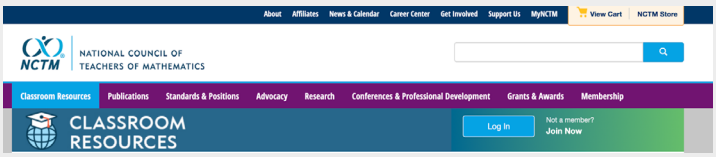
NCTM Recursos. Enlace

Este recurso de la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) es una plataforma integral que ofrece una amplia variedad de materiales pedagógicos para la enseñanza de las matemáticas. Desarrollada por una organización líder en la educación matemática, la sección de "Classroom Resources" proporciona herramientas que facilitan la implementación de metodologías activas y el desarrollo del razonamiento matemático en el aula.

Entre sus aspectos clave, este recurso ofrece:

- **Lecciones y actividades interactivas:** Una colección de más de 700 lecciones, interactivos y juegos educativos (como los recursos "Illuminations") que permiten una comprensión dinámica de conceptos matemáticos, adaptables a diversos niveles educativos.
- **Problemas y desafíos semanales:** La sección "Problems of the Week" brinda conjuntos de problemas que estimulan el pensamiento crítico y la resolución de problemas, facilitando la práctica continua y el debate matemático.
- **Estrategias innovadoras:** Iniciativas como "Notice and Wonder" invitan a los estudiantes a explorar y cuestionar conceptos, promoviendo un aprendizaje activo y colaborativo en el aula.
- **Materiales diversificados para distintos niveles:** Recursos específicos para Educación Primaria, Secundaria y nivel medio, que incluyen actividades prácticas, exploraciones en matemáticas y modelos para la integración de conceptos en contextos reales.

Este recurso es una herramienta valiosa para docentes que buscan enriquecer sus clases con materiales actualizados, interactivos y basados en evidencia, lo que favorece una enseñanza de las matemáticas más inclusiva y estimulante.



https://www.nctm.org/classroomresources/

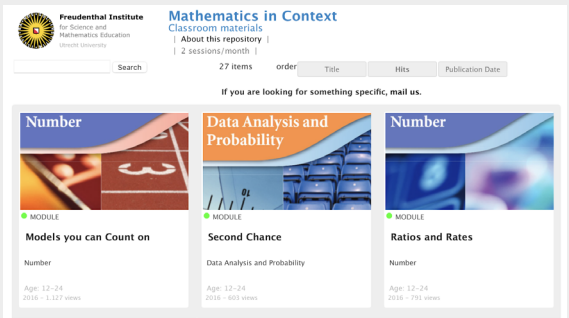
Instituto Freudenthal - Matemáticas en contexto. Enlace

El portal *"Mathematics in Context"* es un currículo integral de matemáticas dirigido a estudiantes de Secundaria, desarrollado conjuntamente por el Instituto Freudenthal de la Universidad de Utrecht y el Wisconsin Center for Education Research. Basado en los principios de la Educación Matemática Realista (EMR), este recurso propone un enfoque innovador para que los alumnos aprendan y apliquen conceptos matemáticos a través de situaciones del mundo real, haciendo el aprendizaje más relevante y motivador.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Aprendizaje contextualizado:** Introduce los conceptos matemáticos mediante situaciones reales, facilitando la conexión entre la teoría y la vida cotidiana.
- **Desarrollo progresivo del pensamiento matemático:** Guía a los estudiantes desde soluciones informales basadas en contextos reales hacia una comprensión más formal y abstracta, mediante un proceso de matematización progresiva.
- **Fomento de la exploración y el razonamiento:** Promueve la participación activa, el razonamiento crítico y la discusión entre los alumnos, permitiéndoles desarrollar y explicar sus propias estrategias para resolver problemas.
- **Conexiones interdisciplinarias:** Establece vínculos entre las matemáticas y otras áreas del conocimiento, como las ciencias y las ciencias sociales, mostrando la aplicabilidad de la materia en diversos campos.
- **Recursos para docentes:** Ofrece materiales y guías didácticas que facilitan la implementación del currículo en el aula y apoyan la formación profesional de los profesores.

En resumen, este portal del Instituto Freudenthal ofrece una propuesta educativa innovadora y efectiva para la enseñanza de las matemáticas, centrada en la comprensión profunda y la aplicación práctica de los conceptos en contextos reales. La web, aunque está en inglés, incluye recursos en español para cada actividad, permitiendo su adaptación en diversos entornos educativos.



https://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/subsets/mic/

Polypad Amplify. Enlace

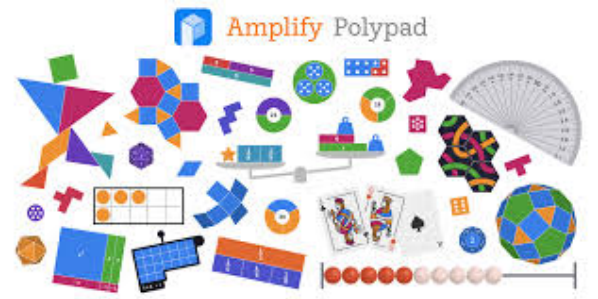
El portal Polypad Amplify es una plataforma gratuita de manipulativos matemáticos virtuales diseñada para enriquecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en todos los niveles educativos. Su interfaz intuitiva y altamente interactiva permite a estudiantes y docentes explorar conceptos matemáticos de forma visual y práctica.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Amplia variedad de manipulativos digitales:** *Polypad Amplify* dispone de herramientas para diversas áreas matemáticas, como:
- **Números y operaciones:** barras y círculos de fracciones, líneas numéricas, cuadros numéricos y ábacos.
- **Álgebra:** baldosas algebraicas, balanzas, máquinas de funciones y ejes de coordenadas.
- **Geometría:** polígonos, sólidos 3D, tangrams, mosaicos y herramientas de medición.
- **Probabilidad y estadística:** dados, monedas, ruletas, gráficos y herramientas de análisis de datos.
- **Lógica y computación:** puertas lógicas, circuitos y juegos de lógica. Estas herramientas permiten una representación visual y manipulativa de conceptos abstractos, facilitando su comprensión.
- **Accesibilidad y facilidad de uso:** La plataforma es completamente gratuita, sin necesidad de registro, y es compatible con múltiples dispositivos y navegadores, lo que permite un acceso sencillo y sin complicaciones.
- **Personalización y creación de actividades:** Los docentes pueden diseñar y personalizar actividades adaptadas a las necesidades de su alumnado mediante el modo de autor. Esto incluye:
- **La opción de habilitar o restringir ciertas herramientas.**
- **La posibilidad de agregar instrucciones específicas y diseñar actividades interactivas.**
- **La capacidad de guardar y compartir creaciones mediante enlaces,** además de integrarse con plataformas educativas como Desmos Classroom.
- **Recursos adicionales para docentes:** La plataforma ofrece una biblioteca de lecciones, actividades y rompecabezas que los docentes pueden utilizar directamente o adaptar según sus objetivos educativos, enriqueciendo la práctica pedagógica.
- **Fomento de la creatividad y el pensamiento crítico:** Polypad Amplify no se centra únicamente en la resolución de problemas tradicionales, sino también en estimular la creatividad mediante

la creación de arte matemático, la exploración de patrones y el diseño de juegos, lo que favorece el desarrollo del pensamiento crítico e innovador.

En definitiva, Polypad Amplify es una herramienta versátil que transforma la enseñanza de las matemáticas en una experiencia interactiva, visual y significativa, adaptándose a diversos estilos de aprendizaje y niveles educativos.



https://polypad.amplify.com/

MEDIAN (material bilingüe)

El portal MEDIAN, creado por el profesor británico Don Steward, es una fuente destacada de recursos didácticos para la enseñanza de matemáticas a estudiantes de entre 10 y 16 años. Su enfoque se centra en fomentar el pensamiento crítico y la comprensión profunda de los conceptos matemáticos a través de tareas y actividades diseñadas para la exploración y el descubrimiento.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Enfoque en la comprensión conceptual:** Las actividades van más allá de la práctica mecánica, promoviendo la identificación de patrones y relaciones matemáticas para desarrollar una comprensión sólida y duradera.
- **Amplia variedad de temas y recursos:** Abarca álgebra, geometría, estadística, probabilidad y aritmética, con materiales descargables y presentaciones en PowerPoint que los docentes pueden adaptar a sus necesidades.
- **Fomento del pensamiento crítico y la creatividad:** Las tareas desafían a los estudiantes a pensar de manera crítica y creativa, con problemas abiertos que permiten múltiples enfoques y soluciones.
- **Accesibilidad y facilidad de uso:** El blog es de acceso libre y está organizado por temas, facilitando la búsqueda de recursos relevantes para la enseñanza.
- **Inspiración para el diseño de tareas:** Don Steward es reconocido por crear actividades que, aunque parecen simples, contienen una profundidad que estimula el razonamiento y la discusión en el aula.

En resumen, este portal es una herramienta valiosa para docentes que buscan enriquecer su enseñanza con actividades que promuevan la comprensión profunda, el pensamiento crítico y la creatividad en sus estudiantes.



https://donsteward.blogspot.com/2013/11/number-shacks.html

4.5.3. Recursos pedagógicos

No cabe duda que la investigación en educación está avanzando a buen ritmo en los últimos años y más concretamente en educación matemática. Por tanto, es importante que el profesorado conozca experiencias o en qué aspectos de metodología, evaluación, etc., se está avanzando. Exponemos a continuación algunos enlaces a publicaciones en revistas o actas de congresos, que pueden servir de modelo. Además de toda la información reflejada, nos pueden proveer de una rica bibliografía.

Redescubriendo el entorno con ojos matemáticos: Aprendizaje realista de la geometría en Educación Infantil. Enlace

Este artículo expone las principales ideas que sustentan la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades desde el enfoque de la **Educación Matemática Realista (EMR)**. Además, realiza una revisión de las orientaciones curriculares contemporáneas en relación con la enseñanza de la geometría en Educación Infantil.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Fundamentos de la Educación Matemática Realista:** Analiza cómo este enfoque permite a los niños aprender matemáticas a través de situaciones significativas y contextualizadas.
- **Revisión de orientaciones curriculares:** Examina las tendencias actuales en la enseñanza de la geometría en Educación Infantil, destacando metodologías y estrategias efectivas.
- **Ejemplo de práctica docente:** Presenta la experiencia **"Redescubriendo la calle Mayor de Palencia con ojos matemáticos"**, llevada a cabo con niños de 5-6 años del colegio público Sofía Tartilán.

- **Descubrimiento de conceptos geométricos:** Muestra cómo los alumnos identifican formas geométricas en su entorno, analizan sus propiedades, observan patrones y transformaciones, y perciben el valor estético de las figuras.

Este recurso es una herramienta valiosa para docentes interesados en aplicar la **Educación Matemática Realista** en el aula, promoviendo un aprendizaje activo y significativo de la geometría desde edades tempranas.



https://revistas.uva.es/index.php/edmain/article/view/5856

Material manipulable para enseñar matemáticas en Educación Infantil. Enlace

El artículo presenta materiales diseñados para facilitar el aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil. Se destaca la importancia de estos recursos en la exploración matemática, ayudando a concretar nociones abstractas y permitiendo a los niños construir modelos mentales que les sirvan como referencia incluso cuando el material ya no está disponible.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Favorecimiento de la exploración:** Los materiales permiten a los niños interactuar con conceptos matemáticos de manera tangible, promoviendo el descubrimiento y la experimentación.
- **Concreción de nociones abstractas:** Facilitan la comprensión de ideas matemáticas complejas al proporcionar representaciones visuales y manipulativas.
- **Resaltado de distintos aspectos de un mismo concepto:** Ayudan a los estudiantes a identificar diferentes propiedades y relaciones matemáticas dentro de un mismo contenido.
- **Construcción de modelos mentales:** Permiten que los niños desarrollen estructuras cognitivas que les ayuden a recordar y aplicar conocimientos matemáticos en distintos contextos.

Este recurso es una herramienta valiosa para docentes que buscan enriquecer la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil mediante el uso de materiales manipulativos y estrategias que favorezcan el aprendizaje activo y significativo.

Material manipulable para enseñar matemáticas en educación infantil

Montserrat Torra
Miembro del equipo CESIRE – CREAMAT, creamat@xtec.cat

https://revistas.uva.es/index.php/edmain/article/view/5853/4372

Metodología Thinking Classrooms para trabajar las competencias específicas de la LOMLOE. Enlace

El artículo aborda la metodología ***Thinking Classrooms***, desarrollada por Peter Liljedahl en su libro *Building Thinking Classrooms in Mathematics*. Esta metodología se ha convertido en una referencia en la enseñanza de las matemáticas, alineándose perfectamente con el currículo de la **LOMLOE** al fomentar el pensamiento crítico y la resolución de problemas en el aula.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Fundamentos de la *Thinking Classroom:*** Explica los principios de esta metodología y cómo favorece el aprendizaje activo y la construcción del conocimiento matemático.
- **Implementación en el aula:** Detalla los aspectos clave de la metodología, desde la configuración de los grupos de trabajo hasta la evaluación y calificación, pasando por el uso del cuaderno como herramienta de aprendizaje.
- **Experiencia docente:** Presenta la visión de Gregorio Morales sobre la aplicación de Thinking Classrooms en el aula, proporcionando ejemplos prácticos y reflexiones sobre su impacto en el aprendizaje.
- **Conexión con la LOMLOE:** Analiza cómo esta metodología se integra con el currículo actual, promoviendo competencias específicas y estrategias de enseñanza innovadoras.

Este recurso es una herramienta valiosa para docentes que buscan transformar la enseñanza de las matemáticas mediante enfoques dinámicos y participativos.

Real Sociedad Matemática Española

https://www.rsme.es/2024/10/comision-de-educacion-metodologia-thinking-classrooms-para-trabajar-las-competencias-especificas-de-la-lomloe/

Bases para la elaboración de un currículo de Matemáticas en Educación no Universitaria. (Cemat) Enlace

El artículo aborda las bases para la elaboración de un currículo de matemáticas en educación no universitaria. Se centra en la importancia de diseñar un currículo que responda a las necesidades actuales del alumnado y que favorezca el desarrollo de competencias matemáticas esenciales.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Fundamentos del currículo de matemáticas:** Analiza los principios que deben guiar la enseñanza de las matemáticas en niveles educativos previos a la universidad.
- **Enfoque competencial:** Destaca la importancia de estructurar el currículo en torno a competencias clave, promoviendo el pensamiento lógico, la resolución de problemas y la aplicación de conocimientos en contextos reales.
- **Metodologías y estrategias didácticas:** Presenta propuestas para la enseñanza de las matemáticas, incluyendo enfoques innovadores y recursos que faciliten el aprendizaje significativo.
- **Adaptación a las necesidades del alumnado:** Examina cómo el currículo debe ajustarse a los distintos niveles educativos y a la diversidad de los estudiantes, garantizando una enseñanza accesible y efectiva.

Este recurso es una herramienta valiosa para docentes y responsables educativos que buscan mejorar la enseñanza de las matemáticas mediante un currículo estructurado y adaptado a los desafíos actuales.

https://fespm.es/index.php/2021/06/15/bases-para-la-elaboracion-de-un-curriculo-de-matematicas-en-educacion-no-universitaria/

Avances de Investigación en Educación Matemática. Enlace

La revista AIEM – Avances de Investigación en Educación Matemática, publicada por la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, tiene como objetivo contribuir al avance del conocimiento sobre los procesos involucrados en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Desde su creación en 2012, AIEM ha mantenido una fuerte vocación internacional, abarcando todos los dominios de estudio en educación matemática y promoviendo investigaciones de alta calidad.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Publicación de investigaciones teóricas y empíricas:** AIEM acepta trabajos que aporten resultados novedosos en educación matemática, contribuyendo al desarrollo del conocimiento en la comunidad científica.
- **Cobertura de múltiples áreas de estudio:** La revista abarca todos los dominios de la educación matemática, desde metodologías de enseñanza hasta el análisis de procesos cognitivos en el aprendizaje.
- **Enfoque internacional y multilingüe:** Aunque AIEM publica preferentemente en castellano, también acepta artículos en inglés, portugués y francés, favoreciendo la difusión global de la investigación en educación matemática.
- **Compromiso con la calidad científica:** Los artículos deben cumplir con rigurosos estándares de calidad, asegurando que los estudios sean relevantes y comprensibles para investigadores y profesionales del ámbito educativo.

Este recurso es una herramienta fundamental para docentes, investigadores y especialistas en educación matemática que buscan profundizar en el estudio y la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas.

AIEM AVANCES DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Advances in Research in Mathematics Education

https://aiem.es/

4.6. APLICACIÓN DE LAS TECNOLOGÍAS DEL APRENDIZAJE Y EL CONOCIMIENTO.

El desarrollo de la competencia digital se ha convertido en un eje central del crecimiento y la capacitación de nuestro alumnado, así como de la sociedad en su conjunto. En un contexto cada vez más tecnológico, el entorno laboral y la vida cotidiana están estrechamente vinculados a las herramientas digitales que nos rodean. Esto requiere que mejoremos nuestra capacidad para navegar, comprender y utilizar eficazmente estas tecnologías, ya que es fundamental para promover el éxito tanto a nivel personal como profesional.

En el ámbito educativo, el desarrollo de estas habilidades depende de contar con los recursos digitales adecuados, de saber cómo utilizarlos y de cultivar competencias cognitivas y habilidades de pensamiento crítico. Estas competencias son necesarias para adaptarse a un entorno en constante cambio y evolucionar con las demandas de la sociedad. La integración de habilidades digitales en la educación no solo prepara a los estudiantes para el futuro, sino que también les permite ser participantes activos en la sociedad digital, facilitando su inserción en un mercado laboral altamente tecnológico.

Dentro de este marco, la incorporación de herramientas digitales en el aula ofrece oportunidades únicas para enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje y potenciar el desarrollo competencial. A través de una amplia variedad de recursos y tecnologías, es posible complementar la actividad habitual en el aula, como lo señala Trujillo (2014, p. 27), quien destaca que hoy la mayoría de los estudiantes tienen acceso a dispositivos electrónicos en diversos formatos, tales como ordenadores de sobremesa, ordenadores portátiles, tabletas y teléfonos. Estos dispositivos cumplen una amplia gama de funciones, lo que hace que las posibilidades de su uso sean, en este sentido, literalmente inabarcables.

En este contexto, es relevante repasar algunos recursos que pueden ser especialmente útiles para desarrollar la competencia matemática y en ciencia, tecnología e ingeniería de los estudiantes, y más concretamente, el razonamiento matemático, teniendo en cuenta sus principales características y aplicaciones.

4.6.1 Breve fundamentación legal de las tecnologías de la información y la comunicación.

La Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre (LOMLOE), que modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo (LOE), enfatiza la integración de las nuevas tecnologías en el proceso educativo, incluyendo el área de matemáticas. Aunque no se mencionan disposiciones específicas, la LOMLOE promueve el desarrollo de la competencia digital en todas las áreas del currículo. Esta competencia implica el uso creativo, crítico y seguro de las tecnologías de la información y la comunicación para alcanzar objetivos relacionados con el aprendizaje, el trabajo y la participación en la sociedad.

Más concretamente, la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, establece en su artículo 102.3 que las administraciones educativas promoverán la utilización de las tecnologías de la información y la comunicación, estableciendo programas específicos de formación en este ámbito y en el artículo 111.bis dicta que se promoverá el uso, por parte de las administraciones educativas y los equipos directivos de los centros, de las tecnologías de la información y comunicación en el aula, como medio didáctico apropiado y valioso para llevar a cabo las tareas de enseñanza y aprendizaje.

Centrándonos en nuestra comunidad, la Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación en Andalucía (LEA), establece el marco general para la integración de las nuevas tecnologías en el sistema educativo andaluz, y, en su artículo 5, señala como uno de sus objetivos “incorporar las nuevas competencias y saberes necesarios para desenvolverse en la sociedad, con especial atención a la

comunicación lingüística y al uso de las tecnologías de la información y la comunicación". Además, la LEA, destaca la importancia de la digitalización en el ámbito educativo, reconociendo las nuevas tecnologías como herramientas esenciales para el aprendizaje.

En el contexto de la enseñanza de las matemáticas, la LEA propone una metodología que incluye la resolución de problemas, el uso de nuevas tecnologías y la evaluación formativa. Esta aproximación busca fomentar una enseñanza competencial, donde las tecnologías digitales se emplean como herramientas para facilitar la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos.

4.6.2 El uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas.

La mejora de la comprensión y el rendimiento académico del alumnado junto con un aumento exponencial de la motivación son varias de las razones por las que el uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas es necesaria y obligatoria.

Los principales beneficios del uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas, defendidos por autores como Pablo Beltrán Pellicer, Ángel I. Pérez Gómez y otros expertos en el campo, son:

1. Visualización y comprensión de conceptos abstractos: las herramientas digitales permiten representar gráficamente conceptos matemáticos complejos, facilitando su comprensión.

2. Aprendizaje activo y participativo: la integración de las TIC fomenta un aprendizaje más activo, donde los estudiantes interactúan con el contenido y participan en actividades prácticas. Según Beltrán Pellicer, "la incorporación de las TIC en la enseñanza de las matemáticas promueve una participación más activa y reflexiva de los estudiantes", ("Evaluación y cultura de aula en matemáticas", 2021).

3. Acceso a recursos educativos diversos: las tecnologías proporcionan acceso a una amplia gama de recursos educativos, como videos, simulaciones y actividades interactivas, etc. que enriquecen el proceso de aprendizaje. Pérez Gómez destaca que "vivimos en la aldea global y en la era de la información, una era de cambio vertiginoso, incremento de la interdependencia y de la complejidad sin precedentes", ("La era digital. Nuevos desafíos educativos", 2013).

4. Personalización del aprendizaje: Las plataformas digitales permiten adaptar el contenido y las actividades a las necesidades individuales de cada estudiante, promoviendo un aprendizaje más personalizado y efectivo. Beltrán Pellicer señala que "la tecnología ofrece herramientas que permiten una enseñanza más personalizada y adaptada a las necesidades de cada alumno" ("La resolución de problemas, mucho más que un eslogan", 2021).

5. Desarrollo de habilidades digitales: El uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas contribuye al desarrollo de competencias digitales esenciales para el siglo XXI. Pérez Gómez enfatiza la

importancia de “formar el pensamiento crítico y creativo, el desarrollo armónico de las emociones, la búsqueda de la identidad y sentido” (“Educarse en la era digital: la escuela educativa”, 2012).



A partir de aquí, vamos a desarrollar de forma más extensa distintos aspectos relevantes a la hora de implementar las TIC en el aula.

4.6.3 Presentación de contenidos.

Un primer ámbito que se ha visto potenciado por el uso de la tecnología es el de la presentación de contenidos, tanto por parte de los docentes como del alumnado. En un par de décadas, hemos pasado de las pizarras tradicionales a las digitales, de las calculadoras básicas a las aplicaciones digitales avanzadas de matemáticas y de los métodos manuales de representación de datos a las visualizaciones interactivas en 3D. El enriquecimiento de las situaciones de aprendizaje es innegable. Del mismo modo, las herramientas tecnológicas diseñadas para presentar y trabajar el razonamiento matemático han evolucionado al mismo ritmo, permitiendo a los docentes crear experiencias didácticas más dinámicas y adaptadas a las necesidades de los estudiantes, siendo posible hoy encontrar una amplia gama de posibilidades donde se puede desarrollar la creatividad

Un elemento que se ha incorporado con naturalidad a la cotidianidad de las aulas es el uso de vídeos educativos plataformas como Youtube o Vimeo y presentaciones multimedia en webs con Canva o Genially para la presentación de contenidos, permitiendo explicar conceptos de manera visual y dinámica. Tanto el profesorado como el alumnado pueden visualizar y utilizar contenido matemático que se encuentran alojados en plataformas, en medios de comunicación, en redes sociales, o incluso que son creados por ellos mismos. Estos permiten trabajar competencialmente a través de situaciones reales o simuladas que exigen comprender, interpretar y valorar el contenido desarrollado en contextos diversos. Además, este tipo de recurso está estrechamente relacionado con la metodología *flipped classroom* (aula invertida), ya que su uso ofrece la posibilidad al alumnado de aprender de forma autónoma, acceder a contenidos visuales y dinámicos, y reforzar su comprensión antes de aplicar lo aprendido en clase.

Otro recurso que está ganando espacio en las aulas al mismo ritmo que en la sociedad es el uso de simuladores, herramientas ideales para potenciar el razonamiento matemático y la comprensión de conceptos más abstractos. Por ejemplo, la herramienta Desmos, una plataforma educativa gratuita que ofrece herramientas interactivas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Su misión

es ayudar a los estudiantes a aprender matemáticas de manera visual y dinámica, proporcionando calculadoras avanzadas y recursos interactivos.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- Calculadora gráfica: Permite graficar funciones, visualizar ecuaciones algebraicas y explorar conceptos matemáticos de manera interactiva.
- Calculadora científica: Ofrece funciones avanzadas para evaluar porcentajes, fracciones, logaritmos, trigonometría y estadísticas.
- Geometría y 3D: Herramientas para explorar construcciones geométricas y visualizar curvas y superficies en tres dimensiones.

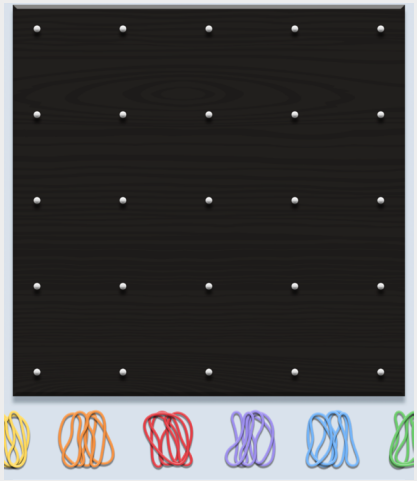


https://www.desmos.com/?lang=es

También podemos encontrar otros postales que incluyen simuladores como Geoboard, diseñado para la exploración matemática en Educación Primaria y Secundaria. Permite a los estudiantes manipular bandas elásticas sobre un tablero de clavijas para formar segmentos de línea y polígonos, facilitando el aprendizaje de conceptos geométricos y matemáticos de manera visual e interactiva.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Exploración de conceptos matemáticos:** Los estudiantes pueden experimentar con perímetro, área, ángulos, congruencia y fracciones mediante la manipulación de figuras en el tablero.
- **Interfaz intuitiva y accesible:** La plataforma proporciona un espacio digital donde docentes y alumnos pueden resolver problemas y explicar su razonamiento de manera dinámica.
- **Herramientas de personalización:** Permite cambiar colores, rellenar formas, duplicar figuras y realizar transformaciones geométricas como rotaciones y reflexiones.
- **Uso en múltiples dispositivos:** Disponible en navegadores web y aplicaciones móviles, facilitando su integración en el aula y el aprendizaje autónomo.



https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/

Estos recursos permiten al alumnado interactuar con representaciones dinámicas de conceptos matemáticos, como ecuaciones, geometría o álgebra, y experimentar con ellos de forma práctica. A través de la resolución de problemas en entornos virtuales, los estudiantes pueden explorar diferentes enfoques y estrategias, desarrollando habilidades matemáticas desde un enfoque visual y experimental. Además, al ser recursos que pueden utilizarse de forma autónoma, fomentan el aprendizaje activo y la reflexión crítica, permitiendo a los estudiantes practicar y afianzar sus conocimientos de manera repetitiva y adaptada a su ritmo.

En cuanto a la accesibilidad, las herramientas de presentación de contenidos en la actualidad facilitan la adecuación a los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje **(DUA)**. Por un lado, permiten presentar la información en múltiples formatos (audio, texto, imagen y movimiento), lo que favorece diferentes estilos de aprendizaje. Por otro lado, ofrecen opciones para personalizar la forma en que el contenido se percibe: el alumnado puede modificar el tamaño del texto, usar subtítulos, adaptar el contraste visual o acceder a descripciones auditivas. Todo ello facilita el acceso y la comprensión al alumnado con diferentes perfiles cognitivos, sensoriales o lingüísticos, favoreciendo una educación más inclusiva y equitativa.

Finalmente, la posibilidad de compartir estos recursos en plataformas colaborativas fomenta el trabajo en equipo, la coevaluación y el sentido de autoría, lo que contribuye a una alfabetización digital crítica y significativa.

4.6.4 Retroalimentación inmediata

Un aspecto fundamental para el docente es conocer qué sabe su alumnado sobre lo que están trabajando en clase, y cuanto más ajustado al tiempo real, mejor (Wiliam y Leahy, 2024: 105). De ahí la importancia del uso de herramientas que faciliten la retroalimentación, pues permiten al profesorado disponer de información inmediata del progreso, tanto del grupo como de los individuos

que lo componen; y al alumnado, tomar conciencia de sus avances, detectar errores y reajustar sus estrategias.

Esta forma de compartir información se puede hacer en diferentes formatos. Existen aplicaciones, como veremos en el apartado siguiente, que permiten un **desarrollo lúdico** de estas sesiones, algo que favorece la motivación del alumnado y el clima de aula, además de aportar datos al momento sobre el rendimiento colectivo e individual de la clase. Estas herramientas, además, fomentan el aprendizaje activo y la participación, ya que el alumnado se enfrenta a retos en un entorno que estimula su implicación.

Por otro lado, si queremos **situaciones más reflexivas y colaborativas**, podemos utilizar otras aplicaciones o programas que permiten recoger comentarios y visualizarlos en tiempo real en tableros compartidos, que potencia el desarrollo de habilidades comunicativas y el pensamiento crítico, al dar voz a todo el grupo y promover el intercambio de perspectivas. Entre los que podemos destacar:

Padlet: Crea tableros digitales donde los estudiantes pueden interactuar con contenidos, subir imágenes, compartir ideas, etc. de forma colaborativa.

Como ya desarrollamos en apartados anteriores, estas herramientas potencian una evaluación formativa del alumnado.

4.6.5 Aplicaciones y juegos interactivos.

El aprendizaje lúdico se ha consolidado como una estrategia pedagógica eficaz, especialmente en el ámbito de las matemáticas, dado su impacto positivo en la **motivación** y **participación** del alumnado. La incorporación de elementos lúdicos en el proceso de enseñanza favorece una mayor **implicación** de los estudiantes, quienes, a través de actividades interactivas, desarrollan habilidades cognitivas y metacognitivas esenciales. El carácter dinámico y atractivo de los juegos educativos facilita la conexión de los estudiantes con los contenidos matemáticos, haciendo que conceptos complejos sean más accesibles y comprensibles. Además, el enfoque lúdico promueve un ambiente de aprendizaje relajado, donde los estudiantes pueden enfrentarse a desafíos matemáticos de forma menos intimidante y más efectiva, favoreciendo la resolución de problemas y la toma de decisiones estratégicas sin la presión de una evaluación formal.

En este sentido, las **aplicaciones** y **juegos interactivos** se han convertido en herramientas clave para potenciar el razonamiento matemático en el alumnado. Estos recursos permiten que los estudiantes interactúen de manera directa con los conceptos matemáticos, desarrollando sus habilidades de resolución de problemas, identificación de patrones y razonamiento lógico de forma práctica. Mediante la resolución de problemas y la participación en actividades que requieren de un pensamiento estratégico, los estudiantes son capaces de aplicar conceptos abstractos a situaciones concretas, lo cual facilita la comprensión y refuerzo de los contenidos matemáticos.

Además, el uso de **aplicaciones interactivas** proporciona a los estudiantes un entorno donde pueden explorar los contenidos a su propio ritmo, recibir retroalimentación inmediata sobre sus respuestas y revisar los procedimientos paso a paso. Por ejemplo, Geogebra ofrece herramientas interactivas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Utilizada por millones de estudiantes y docentes en todo el mundo, **GeoGebra** combina geometría, álgebra, cálculo, estadística y probabilidad en un entorno dinámico y accesible.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Aplicaciones matemáticas interactivas:** GeoGebra permite la exploración de conceptos matemáticos mediante gráficos, cálculos y simulaciones en 2D y 3D.
- **Herramientas para docentes y estudiantes:** Facilita la enseñanza y el aprendizaje con recursos diseñados para distintos niveles educativos, desde Primaria hasta educación superior.
- **Colaboración en el aula:** Ofrece funciones para la enseñanza interactiva, permitiendo a los docentes seguir el progreso de los estudiantes en tiempo real.
- **Accesibilidad multiplataforma:** Disponible en navegadores web y aplicaciones móviles, lo que permite su uso en diversos dispositivos sin necesidad de instalación.

https://www.geogebra.org/

Por su parte **Khan Academy** ofrece cursos, lecciones y ejercicios interactivos en diversas áreas del conocimiento. Su misión es proporcionar una educación de calidad accesible para cualquier persona, en cualquier lugar.

Entre sus aspectos clave, el recurso ofrece:

- **Aprendizaje personalizado:** El alumnado puede avanzar a su propio ritmo, reforzando conceptos y acelerando su aprendizaje según sus necesidades.
- **Amplia biblioteca de contenidos:** Incluye cursos de matemáticas, entre otros.
- **Herramientas para docentes:** Permite a los profesores identificar brechas en el aprendizaje de sus alumnos y adaptar la enseñanza para mejorar la comprensión.
- **Accesibilidad gratuita:** Todo el contenido está disponible sin costo para estudiantes y docentes, promoviendo la educación inclusiva.



https://www.khanacademy.org/

Este tipo de herramientas fomenta la **autonomía** en el aprendizaje, permitiendo que los estudiantes reflexionen sobre el proceso de resolución y profundicen en su comprensión de los conceptos matemáticos. La integración del juego con el aprendizaje no solo hace que el proceso educativo sea más atractivo, sino que también mejora la capacidad de los estudiantes para aplicar los conceptos matemáticos de manera práctica y significativa, contribuyendo al desarrollo de competencias matemáticas sólidas.

4.6.6 Entornos Virtuales de Aprendizaje.

Los Entornos Virtuales de Aprendizaje (EVA) son espacios digitales que posibilitan la organización, presentación y gestión de distintos aspectos del proceso educativo de forma integrada, permitiendo una expansión del espacio físico del aula. Desde la irrupción de internet estos espacios habían ido ganando terreno, sin embargo, es incuestionable su eclosión a partir de la pandemia de la COVID-19 y el confinamiento obligatorio. A partir de esos meses, su uso se ha generalizado, pasando a ocupar un lugar central en la práctica docente (Álvarez Jiménez, 2020, p. 49).

Estos entornos no solo reproducen de manera digital las dinámicas del aula tradicional, sino que las amplían y enriquecen. Permiten prolongar el espacio y el tiempo de aprendizaje, ofreciendo acceso continuo a materiales, tareas, foros, rúbricas y otros elementos clave en la gestión del proceso formativo, incidiendo de manera positiva en la autonomía del alumnado, su organización personal y su sentido de la responsabilidad.

Además, como ya hemos señalado, estas plataformas facilitan la integración de una gran variedad de recursos y formatos: textos digitales adaptados (como los textos pautados en versión digital), actividades interactivas, vídeos explicativos, formularios autoevaluables o tareas guiadas con pautas explícitas. De este modo, se ajustan a los principios del DUA, al ofrecer múltiples formas de representación de la información, expresión del conocimiento y compromiso con la tarea.

Desde el punto de vista del **razonamiento matemático**, los EVA abren nuevas posibilidades para fomentar la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos. La interacción con actividades interactivas y simulaciones en plataformas digitales permite que los estudiantes experimenten con problemas matemáticos, visualicen soluciones y reflexionen sobre diferentes estrategias de resolución. El uso de foros de discusión, plataformas colaborativas y comentarios en tareas permite trabajar la argumentación y comunicación matemática, favoreciendo la capacidad crítica y reflexiva de

los estudiantes ante problemas complejos. Además, las plataformas ofrecen herramientas como gráficos, calculadoras científicas y simuladores que posibilitan el análisis y la visualización de datos, facilitando la comprensión de conceptos abstractos.

Estas plataformas también proporcionan acceso a **bibliotecas digitales** con recursos de matemáticas, **revistas en línea** y **contenidos seleccionados** por los docentes, adecuados a los intereses y a los niveles de comprensión matemática del alumnado. Esta exposición a recursos matemáticos auténticos favorece el desarrollo de habilidades de razonamiento matemático en contextos reales y significativos, proporcionando al estudiante una visión práctica de la matemática aplicada.

Por último, el empleo de herramientas vinculadas que permiten al alumnado crear sus propios **portafolios digitales**, organizando evidencias de aprendizaje y reflexiones personales en torno a los problemas matemáticos resueltos o conceptos estudiados, sirve para potenciar el uso consciente de estrategias matemáticas y la visibilización del progreso individual. Este enfoque fomenta la creatividad, el sentido de autoría y, dependiendo del diseño de las actividades, el trabajo cooperativo, especialmente en proyectos de resolución de problemas complejos.

En resumen, los EVA ofrecen una oportunidad que no podemos dejar escapar, complementando la competencia digital con la competencia en comunicación lingüística, potenciando el desarrollo de la competencia lectora, ampliando el impacto de la enseñanza fuera del tiempo y el espacio del aula tradicional, posibilitando una adaptación individualizada y flexible según las necesidades del alumnado, que pasan a ser agentes de sus propios procesos y no espectadores pasivos (Corpas Martos,2019: 183). Unas ventajas que se pueden ampliar aún más cuando entra en escena la Inteligencia Artificial.

En resumen, los EVA ofrecen una oportunidad que no podemos dejar escapar, complementando la **competencia digital** con el **razonamiento matemático**, potenciando el desarrollo de habilidades de razonamiento lógico, ampliando el impacto de la enseñanza fuera del tiempo y el espacio del aula tradicional, posibilitando una adaptación individualizada y flexible según las necesidades del alumnado. De esta forma, los estudiantes pasan a ser agentes activos de sus propios procesos de aprendizaje, dejando de ser meros receptores de información (Corpas Martos, 2019: 183). Unas ventajas que se pueden ampliar aún más cuando entra en escena la **Inteligencia Artificial.**

4.6.7 Inteligencia Artificial

Si hay un fenómeno que se puede equiparar a las grandes revoluciones acontecidas en la historia de la humanidad, sin duda es la irrupción de la **Inteligencia Artificial (IA)** en nuestras vidas. Desde asistentes virtuales hasta generadores de cálculos matemáticos o aplicaciones de corrección y análisis numérico, las herramientas basadas en IA han comenzado a formar parte de la cotidianidad, incluyendo por supuesto el ámbito escolar.

Como en su día ocurrió con el uso de Wikipedia, conviene encontrar un equilibrio entre el entusiasmo y la prevención. No se trata de prohibir ni de entregarse ciegamente a estas tecnologías, sino de conocerlas, comprender su funcionamiento y aprender a utilizarlas con un propósito pedagógico claro. El verdadero reto no está en la herramienta, sino en el uso que se haga de ella, y por eso es fundamental que el profesorado actúe como modelo de uso crítico, ético y responsable de estas tecnologías.

En el ámbito concreto del **razonamiento matemático**, la IA ofrece múltiples aplicaciones educativas. Por ejemplo, puede generar ejercicios adaptados al nivel de competencia matemática del alumnado, permitiendo una mejor comprensión de los conceptos y acceso a los contenidos. También puede servir para proporcionar explicaciones automáticas de los pasos involucrados en la resolución de problemas, generar problemas personalizados o corregir soluciones matemáticas, lo que facilita el aprendizaje autónomo y una práctica más personalizada. Estas funciones son especialmente útiles para alumnado con dificultades o necesidades específicas de apoyo educativo, facilitando un acceso más equitativo a la comprensión de las matemáticas. Por supuesto, esto incluye los principios **DUA** que hemos ido mencionando en los apartados anteriores.

Otro aspecto muy importante del uso de la IA es el del **modelaje,** ya que herramientas como los generadores de ecuaciones pueden mostrar ejemplos de procedimientos de resolución, representaciones gráficas o estructuras algebraicas. Usadas con una orientación didáctica adecuada, pueden contribuir al desarrollo de estrategias matemáticas como la anticipación de resultados, la inferencia de relaciones numéricas o la identificación de patrones, pilares fundamentales del razonamiento matemático.

En definitiva, integrar la **inteligencia artificial** en los procesos de enseñanza-aprendizaje en general y en el **razonamiento matemático** en particular no implica sustituir el pensamiento crítico por una tecnología automatizada, sino enriquecer la experiencia matemática con herramientas que complementen la labor docente y amplíen las posibilidades y perspectivas del alumnado, de una manera ética y responsable.



Imagen. Tipos de recursos tecnológicos según su funcionalidad

(Elaboración propia: Napkin)

Como mencionamos al comienzo de esta sección, en la actualidad disponemos de una inmensa cantidad de recursos tecnológicos que nos pueden ayudar y facilitar nuestra labor docente, un caudal que no para de crecer a diario, y no es una hipérbole. Es muy importante mantenerse actualizado, pero siempre sin perder la perspectiva y sin dejarse arrollar por la avalancha de novedades. En la web podemos encontrar múltiples lugares donde ya se ha realizado una selección por temáticas, intereses o incluso metodología, como, por ejemplo, el Observatorio de tecnología educativa del INTEF. Este Espacio es una biblioteca virtual de artículos creados por docentes en torno a la innovación digital en el aula. Cada artículo presenta una herramienta digital educativa, con su aplicación didáctica y metodológica, terminando con una valoración del docente que lo ha escrito y una recomendación final.

No obstante, la integración eficaz y significativa de estas herramientas debe ir acompañada de una reflexión crítica sobre las condiciones de acceso, participación y representación de todo el alumnado. En este sentido, resulta imprescindible prestar atención a las desigualdades estructurales que aún persisten en nuestro sistema educativo, como es el caso de la brecha de género. Este será el foco del siguiente apartado.

4.7. REDUCCIÓN DE LA BRECHA DE GÉNERO

La brecha de género es un concepto central en el tratamiento de la competencia matemática de la estructura curricular LOMLOE, siendo una idea fuertemente asociada a las dos competencias específicas que se denominan *"procesos socioafectivos"* y que suponen la **confianza en uno mismo, la gestión de las emociones y las habilidades para el trabajo en equipo**. Históricamente, factores socioculturales han influido en la percepción y el desarrollo de las habilidades matemáticas en niñas y niños, generando disparidades que esta guía busca abordar. Al entender el origen de estas desigualdades, podemos diseñar estrategias pedagógicas que garanticen igualdad de oportunidades y potencien el pleno desarrollo del talento matemático de todo el alumnado, sin importar su género.

4.7.1. Introducción: ¿Qué es la brecha de género en matemáticas y por qué es importante abordarla?

La brecha de género en matemáticas se refiere, fundamentalmente, a las diferencias observadas en el rendimiento académico en esta materia entre estudiantes de distinto sexo, con una tendencia recurrente a que los chicos obtengan, en promedio, mejores resultados que las chicas en evaluaciones a gran escala. Este patrón ha sido señalado consistentemente por importantes estudios comparativos internacionales como el **Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes** (PISA) y el **Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias** (TIMSS). Estos estudios no sólo comparan el dominio de conceptos y procedimientos curriculares, sino que centran su evaluación en el desempeño de la competencia matemática.

Es crucial comprender y abordar esta brecha porque **las diferencias de género en matemáticas no se consideran innatas ni inevitables** (PISA, 2022). La investigación educativa apunta a que son producto de una compleja interacción de factores que pueden ser modificados. Ignorar esta realidad tiene consecuencias significativas y a largo plazo en las trayectorias personales, educativas y profesionales del alumnado.

El gusto y las actitudes positivas hacia las matemáticas no solo influyen en el rendimiento actual, sino que son **predictores importantes en la elección de trayectorias académicas y profesionales** (TIMSS, 2023). El alumnado que desarrolla una actitud positiva temprana tiene una mayor probabilidad de optar por estudios superiores en áreas de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas. La subrepresentación de las mujeres en estas áreas limita su acceso a oportunidades y contribuye a la desigualdad económica y social. Abordar la brecha de género es, por tanto, un componente esencial de la equidad educativa y un objetivo fundamental para garantizar que todos los estudiantes, independientemente de su género, puedan desarrollar su máximo potencial en matemáticas.

En resumen, la brecha de género en matemáticas es una disparidad de rendimiento con profundas raíces en factores contextuales y socioemocionales, no en diferencias innatas. Su existencia tiene un impacto directo en la capacidad del alumnado para participar plenamente en el siglo XXI y acceder a oportunidades futuras. Por ello, esta sección de la guía didáctica se dedica a comprender mejor este fenómeno, analizando la evidencia, los factores que la causan y, crucialmente, las estrategias para promover la equidad de género en el aula de matemáticas.

4.7.2. Evidencia y datos de estudios a gran escala

Para comprender la magnitud y naturaleza de la brecha de género en matemáticas, es fundamental recurrir a los datos que arrojan las evaluaciones educativas a gran escala. Estos estudios internacionales ofrecen una visión comparativa del rendimiento del alumnado en distintos países y sistemas educativos, permitiendo identificar patrones y tendencias relevantes. Los dos estudios más prominentes que se utilizan habitualmente para analizar el rendimiento en matemáticas, ciencias y lectura son el Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes **(PISA)**, centrado en estudiantes de 15 años, y el Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias **(TIMSS)**, que evalúa al alumnado de 4º de Educación Primaria y 2º de ESO. España participa en ambos estudios, en TIMSS con alumnos de 4º de Primaria desde 2011, lo que proporciona datos comparables a lo largo de 12 años.

Patrones recurrentes observados

De manera consistente, los estudios a gran escala han señalado la existencia de diferencias de género en el rendimiento académico en distintas áreas. Si bien las chicas tienden a obtener, en promedio, mejores resultados en lectura, en matemáticas, los resultados promedio suelen favorecer a los chicos. Las diferencias en ciencias, por su parte, tienden a ser menores y varían más entre países.

1. **PISA 2022** (Estudiantes de 15 años): Según datos presentados en estudios a gran escala como PISA, la diferencia de rendimiento en matemáticas entre chicos y chicas fue de aproximadamente 10 puntos a favor de los chicos tanto en España como en el promedio de los países de la OCDE y la Unión Europea.

FACTORES ASOCIADOS AL RENDIMIENTO

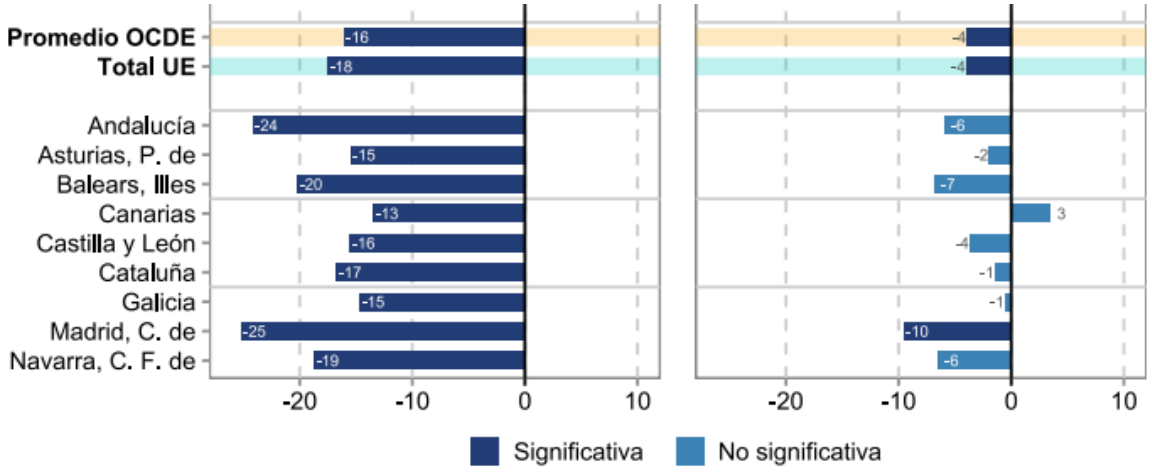
GÉNERO



En la mayoría de los países, en promedio, las chicas superan a los chicos en lectura y, en menor medida, los chicos superan a las chicas en matemáticas. En ciencias, las diferencias por género no son significativas.

	Matemáticas		Lectura		Ciencias	
	Chicas	Chicos	Chicas	Chicos	Chicas	Chicos
España	468	478	487	462	482	487
Promedio OCDE	468	477	488	464	485	485
Total UE	469	479	487	463	484	484

2. **TIMSS 2023** (4º de Educación Primaria): Los resultados de TIMSS 2023 para el alumnado de 4º de Primaria en España, muestran una diferencia de 18 puntos a favor de los chicos en matemáticas. Esta diferencia es similar a la observada en el Total UE (18 puntos) y ligeramente superior a la del promedio de la OCDE (16 puntos). En contraste con PISA, el estudio TIMSS revela un incremento significativo de la brecha de género en matemáticas desde 2011



Diferencia de género en rendimiento medio de matemáticas (izq) y ciencias (dcha), según género, TIMSS 2023

4.7.3. Factores que influyen en la brecha de género: el papel de los estereotipos y la ansiedad matemática

Tal como hemos observado en el apartado anterior, las diferencias de rendimiento entre chicos y chicas en matemáticas no se deben a cuestiones innatas de capacidad, sino que, por el contrario, la investigación educativa señala que esta brecha es el resultado de una compleja interacción de factores, entre los que destacan, los estereotipos de género y una serie de variables socioemocionales, cristalizadas en la llamada *ansiedad matemática.*

4.7.3.1. Estereotipos de género

Los estereotipos de género juegan un papel crucial en la configuración de las actitudes y percepciones hacia las matemáticas desde edades tempranas. En muchas sociedades, las matemáticas y las ciencias son percibidas, a menudo, como dominios masculinos. Esta percepción culturalmente arraigada genera estereotipos, como el de que *"las niñas no entienden bien las matemáticas"* Szűcs y Mammarella (2020).

La mera existencia de estos estereotipos puede desencadenar lo que se conoce como *"amenaza del estereotipo"*. Cuando una persona se encuentra en una situación en la que se siente en riesgo de confirmar un estereotipo negativo sobre su grupo social (en este caso, las niñas en matemáticas), puede sentirse amenazada. Esta amenaza puede afectar negativamente el rendimiento, especialmente en situaciones de evaluación como los exámenes.

Estos estereotipos no solo influyen en el rendimiento actual, sino que también modelan las expectativas, la autoeficacia y el interés del alumnado. Contribuyen a que las niñas tengan menos probabilidades de verse a sí mismas con éxito en tareas de matemáticas y ciencias y, en última instancia, pueden explicar, en parte, la subrepresentación persistente de las mujeres en las carreras STEM.

4.7.3.2. Aspectos socioemocionales: La ansiedad matemática

Más allá de los factores cognitivos como la capacidad o el conocimiento, las **emociones, actitudes y creencias** tienen un impacto significativo en el proceso de aprendizaje de las matemáticas. Dentro de este conjunto de factores socioemocionales, la ansiedad matemática y la autoeficacia son particularmente relevantes para entender la brecha de género.

1. **Las emociones, actitudes y creencias nos construyen**

   En el ámbito de la didáctica de las matemáticas, las emociones, actitudes y creencias emergen como constructos psicológicos fundamentales que modulan significativamente el aprendizaje, la participación y el rendimiento del alumnado en la competencia matemática.

Conceptualizando estos términos, Mc Leod (1992) define la **emoción** como afectos viscerales de corta duración y alta intensidad, mientras que la **actitud** se entiende como una predisposición afectiva que orienta la acción. Por su parte, Vila y Callejo (2009) conciben las **creencias** como formas de conocimiento personal y subjetivo, arraigadas profundamente.

Es decir, el **reto que supone enfrentarse a la resolución de una tarea matemática genera emociones**, que repetidas una y otra vez, se cristalizan **consolidando una actitud** (positiva o negativa) hacia el trabajo matemático (y que condiciona el resto de vida académica del alumnado). Estas actitudes suponen el **marco de la creencias** -que modulan el comportamiento-, tanto individuales *("a mi familia nunca se les dieron bien las matemáticas")* como sociales *("las matemáticas son cosas de listos").*

La implementación de una enseñanza centrada en la resolución de problemas, diferenciándose del ejercicio rutinario mediante su **carácter novedoso, abierto, rico, interrogativo y basado en la manipulación y el descubrimiento** (Canals, 2010), fomenta la participación activa, la toma de decisiones y el desarrollo de habilidades no innatas. Este enfoque pedagógico contribuye a superar bloqueos emocionales y a generar un clima de aula donde las contribuciones individuales son valoradas, impactando positivamente en las emociones, actitudes y creencias de los estudiantes hacia las matemáticas.

2. **Autoeficacia matemática.**

Ruiz (2020) diferencia tres conceptos que como docentes debemos comprender para poder intervenir de forma adecuada en el rendimiento del alumnado, refiriéndose a las expectativas. Son **autoestima** *(valoración global que una persona tiene de sí misma)*, **autoconcepto** *(conjunto de percepciones y creencias que una persona tiene sobre sí misma en una temática específica)* y **autoeficacia** *(creencia de una persona en su capacidad para organizar y ejecutar las acciones necesarias para producir determinados resultados en una tarea muy concreta)*. Son tres conceptos muy enlazados entre sí, pero una vez distinguidos, vamos a centrarnos en este último.

La **autoeficacia** se refiere a la creencia en la propia capacidad para tener éxito en tareas específicas. Los estudios a gran escala también evalúan la confianza del alumnado en matemáticas (TIMSS, 2022). Los dos grandes marcos de análisis de la competencia matemática que estamos referenciando en este apartado coinciden, en resumidas cuentas, que las niñas, a menudo, informan de niveles más bajos de autoconfianza y autoeficacia en matemáticas que los niños y que los chicos tienden a percibirse más eficaces y competentes.

La autoeficacia percibida y la confianza en las posibilidades tienen un impacto muy alto sobre los resultados educativos. La **autoeficacia académica se considera uno de los predictores más potentes del rendimiento**, posiblemente solo por detrás de las aptitudes y los conocimientos previos. Una mayor confianza o autoeficacia se asocia significativamente con mejores resultados en matemáticas. En España (TIMSS 2023), la percepción sobre la propia competencia

matemática se encuentra por debajo de los promedios internacionales, y un incremento de una unidad típica en el índice de autoconcepto matemático se asocia con una ganancia de 36 puntos en rendimiento.

3. **La mentalidad de crecimiento**

La creencia de que las habilidades pueden desarrollarse con esfuerzo ("mentalidad de crecimiento") contrasta con la creencia en un talento innato fijo ("mentalidad fija"). Una mentalidad de crecimiento puede ayudar a aliviar la ansiedad y reducir sus consecuencias negativas sobre el rendimiento. Normalizar el error como parte del aprendizaje es una estrategia para fomentar esta mentalidad.

Desde la praxis pedagógica, se aspira a fomentar una **mentalidad de crecimiento** en el alumnado, proceso en el cual las vivencias presentes y pasadas del estudiante ejercen una influencia determinante. Asimismo, la comunicación implícita inherente a la enseñanza de las matemáticas modula el desarrollo de dicha mentalidad. En consecuencia, la **valoración del esfuerzo y la dedicación manifestada en el trabajo de los alumnos deviene un factor crucial,** diferenciándose de la atribución de valor a capacidades innatas, ya que esta distinción moldea la configuración de su marco mental.

4. **La ansiedad ante las matemáticas**

La **ansiedad ante las matemáticas (AM)** se define como la preocupación y el nerviosismo que experimentan algunas personas al enfrentarse a situaciones matemáticas. Es un constructo distinto de la ansiedad general o la ansiedad ante los exámenes en otras materias. La investigación ha demostrado consistentemente que la AM es un factor importante asociado al rendimiento matemático.

La AM no es un concepto nuevo ni reciente, pues ya en el año 1972 Richardson y Suinn lo definieron como *"un sentimiento de tensión y ansiedad que interfiere con la manipulación de los números y la resolución de problemas matemáticos en ... la vida cotidiana y situaciones académicas"*.

La **AM tiene también un sesgo de género**. Uno de los hallazgos recurrentes en los estudios a gran escala es que las chicas suelen mostrar niveles más altos que los chicos en muchas culturas. Esta diferencia de género en la AM se observa incluso en los primeros cursos de Educación Primaria, cuando los niveles de rendimiento matemático son generalmente similares entre ambos sexos. Esto sugiere que no es el bajo rendimiento lo que causa la AM en las niñas, en primera instancia, sino que otros factores, como los estereotipos de género o una posible mayor predisposición general a informar de ansiedad, pueden contribuir a niveles más altos de AM desde el principio (TIMSS, PISA, UNESCO).

En PISA 2022, España se encuentra con un índice de ansiedad matemática (0,37) significativamente por encima del Promedio OCDE (0,17) y el Total UE (0,17). La brecha de género en este

índice también es notable en España (0,50), siendo mayor que en el Promedio OCDE (0,46) y el Total UE (0,49), con las chicas presentando mayor ansiedad.

ANSIEDAD ANTE LAS MATEMÁTICAS



España se encuentra en el grupo de países donde el alumnado muestra más ansiedad ante las matemáticas, muy por encima del promedio de los países de la OCDE y del Total UE.

	DIFERENCIAS POR GÉNERO, ISEC E INMIGRACIÓN			
	Índice de ansiedad	Chicas-chicos	Favorecidos-desfavorecidos	Nativos-inmigrantes
España	0,37	0,50	-0,26	-0,09
Promedio OCDE	0,17	0,46	-0,28	-0,06
Total UE	0,17	0,49	-0,33	-0,15

Las chicas, el alumnado desfavorecido y los inmigrantes son los que mayor ansiedad presentan ante las matemáticas. Un punto adicional en el índice de ansiedad supone una pérdida de 20 puntos de rendimiento en matemáticas.

La ansiedad matemática en datos, según PISA 2022.

La AM tiene una repercusión negativa en el rendimiento escolar, pues estos pensamientos ansiosos e irrelevantes **interfieren negativamente con los recursos mentales necesarios para resolver problemas matemáticos** (en su memoria de trabajo). Existe una asociación negativa constante y significativa entre la AM y el rendimiento matemático: a mayor ansiedad, peores resultados. En España, según PISA 2022, cada punto adicional en el índice de ansiedad matemática supone una pérdida de 20 puntos de rendimiento en matemáticas. Esta relación negativa se mantiene independientemente de otras características del alumnado.

Si bien la causalidad exacta entre bajo rendimiento y alta AM puede variar o formar un **círculo vicioso,** la creencia inicial de no ser *capaz en matemáticas* puede generar AM, llevar a evitar la materia o área y, consecuentemente, a un rendimiento más bajo. Incluso para el alumnado con alto rendimiento que experimenta alta AM (aproximadamente el 80% de los niños con AM alta tienen un rendimiento alto), esta ansiedad puede perjudicar sus decisiones educativas futuras y limitar la elección de carreras relacionadas con las matemáticas, a pesar de tener la capacidad para ello.

4.7.5. Estrategias para trabajar la equidad de género en el aula de matemáticas

El origen del trabajo de aula para el desarrollo de la competencia matemática emana desde la competencia específica y sus descriptores operativos, tal como observamos en apartados anteriores. Es por ello que los **procesos socioafectivos** que están descritos en estas competencias, sus criterios de evaluación y el bloque de saberes básicos correspondientes nos ponen en la pista para la **metodología apropiada para trabajar estos procesos.**

Vamos a extraer algunas **pautas** desde el currículo de Educación Primaria de la Comunidad Autónoma de Andalucía, que tiene definidas las competencias específicas socioafectivas 7 y 8.

Sin embargo, también podríamos hacerlo, de forma paralela, en Educación Secundaria para sus competencias 9 y 10.

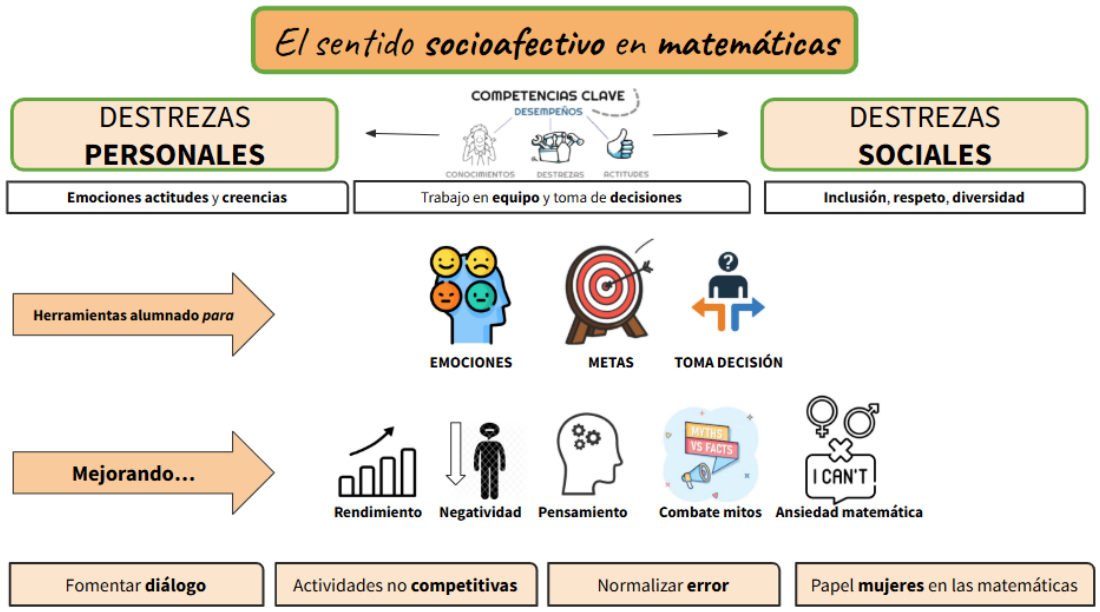
Estas dos competencias emanan de mezclar, de forma ordenada, los descriptores operativos de la competencia STEM y la competencia personal, social y de aprender a aprender, con el fin de abordar todos los aspectos socioafectivos y didácticos que se han expuesto en los puntos anteriores.



Infografía que muestra el origen de las competencias socioafectivas.

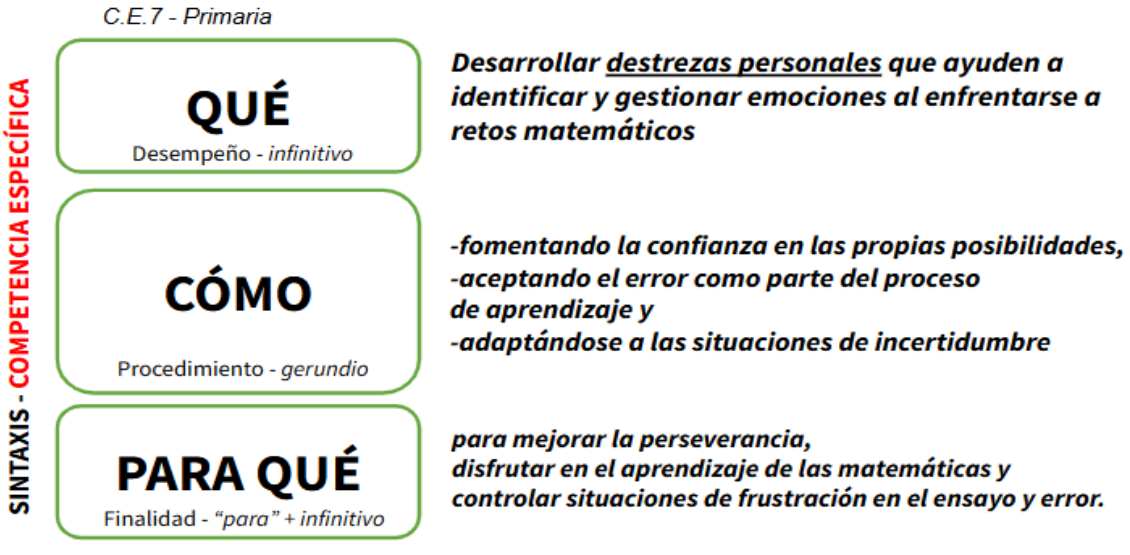
En primer lugar, la **competencia número 7** se orienta al **desarrollo de la autoconfianza y la gestión emocional frente a los desafíos matemáticos**. Su finalidad primordial reside en fortalecer la autonomía del alumnado, promoviendo la perseverancia en la resolución de problemas y la regulación de las emociones asociadas al aprendizaje. El error se concibe como una oportunidad intrínseca para el análisis y la mejora, normalizándose como una etapa inherente al progreso individual.

Por otro lado, la **competencia específica número 8** se centra en el **fomento de las destrezas sociales a través de la interacción y la colaboración en el contexto matemático.** Se enfatiza el diálogo como instrumento fundamental para el intercambio de ideas, la confrontación constructiva de diferentes enfoques y la edificación colectiva del conocimiento. Se promueve la participación en actividades de naturaleza no competitiva, donde la cooperación, el respeto y la valoración de las contribuciones individuales constituyen pilares esenciales para un ambiente de aprendizaje inclusivo y de apoyo mutuo. Adicionalmente, esta competencia busca otorgar visibilidad al relevante papel histórico y actual de las mujeres en el ámbito de las matemáticas, proporcionando modelos que fomenten la equidad de género y despierten vocaciones. En su conjunto, ambas competencias se erigen como elementos vertebradores de un aprendizaje matemático integral, que trasciende la mera adquisición de contenidos y procedimientos, incidiendo en el desarrollo personal y social del estudiante.



Infografía de las competencias socioafectivas en matemáticas.

Para obtener pautas y estrategias de trabajo debemos analizar bien su estructura curricular, de lo que obtendremos importantes **sugerencias sobre el trabajo competencial de la matemática.** Vamos a analizar, a modo de ejemplo, con más detalle la competencia específica 7, para poder extraer pautas concretas de trabajo:



Esta competencia, siguiendo con el ejemplo, está vinculada con unos criterios de evaluación que son los referentes evaluativos, pero que también nos serán de especial utilidad a la hora de aportarnos el enfoque de trabajo en el aula. Veamos en los siguientes cuadros este análisis:

Primaria. 2º ciclo. CE 7 - Socioafectiva Destrezas Personales.

7.1.b. Reconocer e identificar las emociones propias al abordar nuevos retos matemáticos, pidiendo ayuda sólo cuando sea necesario y desarrollando así la autoconfianza, la perseverancia y el control de sus emociones.

ACCIONES EVALUABLES

- **Reconocer e identificar** las emociones propias al abordar nuevos retos matemáticos
- Pedir ayuda solo cuando sea necesario
- Desarrollar (así) la
    - autoconfianza,
    - la perseverancia y
    - el control de sus emociones.

Primaria. 2º ciclo. CE 7 - Socioafectiva Destrezas Personales.

7.2.b. Expresar y mostrar actitudes positivas y colaborativas ante nuevos retos matemáticos tales como el esfuerzo y la flexibilidad, valorando el error como una oportunidad de aprendizaje, superando la frustración y desarrollando una actitud participativa.

ACCIONES EVALUABLES

- Expresar y mostrar **esfuerzo y flexibilidad** antes nuevos retos matemáticos.
- Expresar y mostrar una **valoración del error** como oportunidad de aprendizaje, **superando la frustración**, ante nuevos retos matemáticos.
- Expresar y mostrar una **actitud participativa** ante nuevos retos matemáticos.

De esta forma, realizando este proceso con los criterios de evaluación de las dos competencias específicas y sus criterios, obtendremos la metodología de trabajo para el abordaje de la brecha de género, en particular, y de toda la competencia socioafectiva, en general.

Pero**, ¿qué posibles pautas y consideraciones podemos extraer para el trabajo de esta competencia socioafectiva para la reducción de la brecha de género?** Vamos a agruparlas para hacerlo más fácil de observar, aunque perdamos alguna información que, en otros niveles de aproximación más profundos, sea deseable tener en cuenta.

- Proporcionar herramientas para manejar las emociones de manera constructiva, especialmente la frustración y la ansiedad.

Una idea importante es **crear espacios para que los estudiantes reflexionen** sobre cómo se sienten antes, durante y después de resolver problemas matemáticos. Esto ayuda a concientizar sobre la relación entre pensamientos, emociones y comportamiento, lo cual puede ayudarles a eliminar pensamientos negativos. Al ser conscientes del impacto negativo de estos pensamientos, los estudiantes pueden **comprender que la disminución de su rendimiento no se debe necesariamente a una falta de habilidad.**

Para ello, el uso de un **diario matemático** puede ser un buen planteamiento, permitiendo reflexionar sobre sus dificultades, procesos y emociones. El profesorado debería **proporcionar la oportunidad de hablar sobre sus emociones** y los pensamientos asociados con situaciones de ansiedad. Este tiempo dedicado a la discusión está bien utilizado, traduciéndose en mejoras en el rendimiento debido a la optimización de la conciencia metacognitiva.

En niveles con alumnado menos autónomo o más joven *(aunque se debe tener en cuenta que su capacidad metacognitiva no está totalmente desarrollada entre los 6 y 8 años)*, podemos hacer uso de algunas **rutinas de pensamiento** al final de las clases o al presentar un problema desafiante. Pedirles que con una palabra describan su estado emocional (curiosidad, ansiedad, entusiasmo…) y lo compartan entre iguales puede ser útil. Se pueden dar ejemplos de pensamientos más "útiles" y positivos relacionados con la situación, y pedir a los estudiantes que encuentren un "pensamiento útil" para cada "pensamiento malo".

Normalizar y hablar de las emociones que generan las matemáticas, especialmente **entre iguales**, es un camino para progresar en la reducción de la AM. Una discusión grupal y mixta de género sobre cómo hacer frente a la AM podría ser particularmente útil para las alumnas, quienes a menudo muestran niveles más altos de AM que ellos, incluso con el mismo rendimiento, y que pueden sentirse más cómodas admitiendo sus ansiedades. Durante estas discusiones, las chicas podrían reconocer las diferentes formas en que sus compañeros masculinos gestionan la AM, y el profesorado podría reforzar estrategias de afrontamiento efectivas sin hacer referencia explícita a las diferencias de género.

Ejemplo:

A continuación, se presenta un ejemplo de escala de ansiedad matemática para utilizar en clase.

ESCALA DE ANSIEDAD MATEMÁTICA				
¿Estás de acuerdo?	**Totalmente**	**Aceptable**	**Desacuerdo**	**Desacuerdo total**
A menudo me preocupa tener dificultades en las clases de matemáticas.				
Me estreso mucho cuando tengo que hacer deberes de matemáticas.				
Me pongo muy nervioso cuando tengo problemas de matemáticas.				
Me siento incapaz de resolver un problema de matemáticas.				
Me preocupa sacar malas notas en matemáticas.				
Me da miedo suspender matemáticas.				

Cuestionario en contexto Informe PISA (2018) sobre ansiedad matemática.

Ejemplo

Ficha de recogida de datos emocionales basada en el mapa de humor de los problemas.

Un instrumento de recogida de información afectiva muy adecuado para el contexto de aula es el mapa de humor de los problemas (Gómez-Chacón, 2000). Se trata de una serie de 14 pictogramas o iconos que representan diversos estados emocionales tanto positivos como negativos. El alumnado, una vez familiarizados con la herramienta, señalan aquellos pictogramas que mejor describen su estado de ánimo mientras resuelven un problema o situación matemática. Idealmente, buscamos identificar las emociones justo después de haber leído el enunciado, durante el proceso de resolución y al final.

NOMBRE: _____. CURSO: _____.

PROBLEMA NÚMERO																				
FECHA																				
¿CÓMO ME HA IDO?	BIEN	ASÍ ASÁ	MAL	BIEN	ASÍ ASÁ	MAL	BIEN	ASÍ ASÁ	MAL	BIEN	ASÍ ASÁ	MAL	BIEN	ASÍ ASÁ	MAL	BIEN	ASÍ ASÁ	MAL		
	PRINCIPIO	DURANTE	FINAL	PRINCIPIO	DURANTE	FINAL	PRINCIPIO	DURANTE	FINAL	PRINCIPIO	DURANTE	FINAL	PRINCIPIO	DURANTE	FINAL	PRINCIPIO	DURANTE	FINAL		
CURIOSIDAD																				
DESCONCIERTO																				
ABURRIMIENTO																				
PRISA																				
BLOQUEADO																				
COME LA CABEZA																				
DESEPERACIÓN																				
ANIMADO																				
CONFIANZA																				
GENIAL																				
DIVERSIÓN																				
GUSTO																				
INDIFERENCIA																				
TRANQUILIDAD																				

*Ficha de recogida de datos emocionales, basada en el mapa de humor de los problemas.

- Aportar buenos referentes femeninos en la matemática y erradicar estereotipos.

Los principales referentes para los estudiantes provienen de su **entorno cercano**, incluyendo la familia, los compañeros y compañeras y, muy especialmente, el profesorado. El profesorado y el entorno escolar son cruciales en la concepción de la AM. Las propias creencias del **profesorado** sobre las diferencias de habilidades matemáticas en función del género pueden reforzar involuntariamente ideas tradicionales, limitando el potencial de las niñas.

Es importante presentar las matemáticas como una construcción humana a la que han contribuido personas de diversas procedencias. Es conveniente dar a conocer la **contribución de la mujer y diversas minorías**, reconociendo las dificultades históricas a las que a menudo se enfrentaron.

Una forma de fomentar el sentido socioafectivo y **erradicar las ideas preconcebidas** relacionadas con el género es dar a conocer al alumnado el papel de las mujeres en las matemáticas a lo largo de la historia y en la actualidad. Se pueden abordar en clase las biografías de matemáticas de diferentes culturas y épocas, procurando que su campo de estudio o sus contribuciones resulten cercanos e interesantes para el alumnado. Utilice ejemplos reales de contra estereotipos, como "*Mi hija está estudiando en la facultad de matemáticas*" o "S*u hermana tiene un título en ingeniería de software*" (Szűcs y Mammarella, 2020).

Ejemplo:

Ejemplos de diferentes matemáticas que podemos traer a nuestras aulas con el objetivo de enseñar matemáticas y proporcionar referentes con sus aportaciones al mundo científico.

Referente	Aportación para el aula	Relación curricular
Téano	Número áureo Escuela pitagórica	Investigación, comprensión del mundo, sucesiones, proporción áurea...
Hipatia	Comentario Aritmética de Diofanto Secciones cónicas	Álgebra, aritmética, ecuaciones, geometría...
Gabrielle Émilie de Breteuil	Cálculo diferencial Traducción Principia de Newton	Tasa de variación, representación gráfica de funciones...
María Gaetana Agnesi	Curva de Agnesi Optimización	Representación gráfica de funciones, geometría analítica, desarrollo de modelos matemáticos...
Sophie Germain	Números primos de Germain	Teoría de números, lenguaje algebraico, razonamiento...
Ada Lovelace	Máquina analítica Desarrollo de algoritmos	Álgebra, desarrollo de modelos matemáticos, matemáticas y tecnología...
Florence Nightingale	Diagrama de la Rosa Bioestadística hospitalaria	Estadística, parámetros estadísticos, recogida e interpretación de datos...
Emma Castelnuovo	Geometría intuitiva	Geometría del plano y del espacio, traslaciones, giros y simetrías...

TFM: "Reducir la brecha de género en disciplinas STEM. Propuesta de actuación en Matemáticas". Barreal Rodríguez, Antonio A. (2021)

- Mejorar el autoconcepto y la autoeficacia.

Vamos a abordar dos ideas importantes para la mejora de la competencia matemática en lo que respecta a la brecha de género: la autoeficacia y el autoconcepto. La **autoeficacia** se refiere a un *juicio personal sobre cómo se pueden afrontar situaciones futuras.* Implica la creencia en la capacidad de uno mismo para lograr una meta. La autoconfianza y la autoeficacia bajas en matemáticas se asocian con una ansiedad hacia las matemáticas alta y con un rendimiento más bajo. Las investigaciones confirman que **la percepción sobre la propia competencia matemática se encuentra entre las variables no cognitivas con mayor impacto sobre los resultados educativos.** En el contexto español, el autoconcepto matemático del alumnado está por debajo de los promedios internacionales, lo que señala un área con margen de mejora en los centros educativos.

Para mejorar la autoeficacia y el autoconcepto, es crucial que los estudiantes, especialmente aquellos con dificultades, **experimenten éxitos. Las tareas para estudiantes con dificultades en matemáticas deben incluir al menos algunas que puedan resolver correctamente.** La autoeficacia y la autoconfianza pueden aumentar basándose en la percepción individual de poder hacer frente a tareas específicas. Los objetivos de rendimiento deben incrementarse de forma progresiva, lo que permitirá un aumento gradual de la autoconfianza y la autoeficacia.

Las personas con **mentalidad de crecimiento** (frente a la mentalidad fija), tienen más probabilidades de esforzarse para desarrollar sus habilidades y se motivan ante los contratiempos. Una característica de estos estudiantes es la reducción de la ansiedad por el aprendizaje, vinculada a su visión positiva del fracaso y los obstáculos. Es importante valorar el trabajo, no solo la capacidad. El profesorado debería **elogiar siempre el esfuerzo y la dedicación**, especialmente con el alumnado de mentalidad fija, incluso cuando las soluciones fallan o no son del todo perfectas. Es fundamental centrar el análisis en los procesos y razonamientos seguidos, y no solo en los resultados obtenidos. Cometer errores, como veremos un poco más adelante, durante el aprendizaje y la experimentación matemática es completamente natural, y los errores pueden incluso ayudar a la comprensión futura.

En esta línea de mejora de la autoeficacia, las tareas que se diseñen deberían ser "abiertas", permitiendo múltiples representaciones, métodos y vías de resolución. Esto se relaciona con la idea de ***"suelo bajo techo alto"***, donde la tarea es accesible para todos (suelo bajo) pero permite una exploración profunda y compleja para los estudiantes más avanzados (techo alto). Proporcionar a todos los alumnos éxitos que eviten su desaliento es un objetivo clave para que mejore el autoconcepto matemático y la autoeficacia ante las tareas de las situaciones de aprendizaje propuestas en clase.

Crucialmente, se debe **evitar la presión del tiempo** *(tareas "a contra-reloj")* tanto como sea posible, especialmente para alumnado con dificultades de aprendizaje en matemáticas y alta AM. Evitar la presión del tiempo disminuirá los niveles de AM, liberando recursos mentales para enfocarse en la tarea.

Finalmente, se recomienda explícitamente que las **actividades en el aula de matemáticas sean no competitivas**. El diálogo equitativo y las actividades no competitivas en el aula son estrategias

que pueden disminuir actitudes negativas hacia las matemáticas. Esta idea la resume perfectamente Pablo Beltrán Pellicer diciendo *"Si creas un ambiente competitivo en el que todo se basa en a ver quién tiene menos errores se fomenta una cultura en la que a los chicos les va mejor. Pero si creas un ambiente que no penalice el error, abordas los contenidos de manera más profunda, ahí la cosa cambia".*

Ejemplo para la mejora del autoconcepto.

A continuación, se presenta un ejemplo de actividad para mejorar el autoconcepto matemático.

BUZÓN DE SENTIMIENTOS	
Objetivos:	**Aprender a respetar y ser respetado por los demás.**
Duración recomendada:	**6 semanas**
Materiales:	- Sobres - Papel continúo para crear los buzones. - Folios. - Bolígrafos, pinturas y rotuladores. - Chinchetas.
Desarrollo:	Crearemos un espacio donde cada alumno tendrá su sobre. Semanalmente deberán introducir a sus compañeros un mínimo de 5 mensajes positivos. Estos mensajes se abrirán al final de la semana y podrán ser introducidos en cualquier momento siempre y cuando no interrumpa el funcionamiento normal de las sesiones.
¿Qué se pretende?	Esta actividad, va a estar un poco condicionada ya que, semanalmente, cada niño o niña tendrá asignado un compañero al azar, al que deberá introducir los mensajes, es decir, no podrá elegir libremente a quien entregárselos. Los motivos son que ningún alumno/a quedará excluido de la actividad, y para que los niños aprendieran a valorar y respetar a todos sus compañeros por igual, independientemente del tipo de relación que tuviera con ellos. Es una actividad que ayuda a ser responsable, y que anima a ser más participativo en clase y a no desanimarse con los estudios. Es una manera de no perder la motivación en el aula ya que se sentían apoyados por el resto de sus compañeros/as.

TFM: "Autoestima y autoconcepto en el aula de Matemáticas: una propuesta de intervención para la mejora del dominio afectivo". Brea Garrido, Lucía (2020)

Ejemplo para la mejora de la autoeficacia matemática.

A continuación, se presenta un ejemplo de actividad para mejorar la autoeficacia matemática.

AUTOEFICACIA EN MATEMÁTICAS				
¿Estás seguro?	**Muy seguro**	**Seguro**	**Inseguro**	**Muy inseguro**
Extraer información matemática a partir de diagramas, gráficos o simulaciones				
Interpretar soluciones matemáticas en problemas de la vida real.				
Utilizar el concepto de variación estadística para tomar una decisión.				
Identificar los aspectos matemáticos de un problema real.				
Identificar las limitaciones y los supuestos en los que se basan los modelos matemáticos.				
Representar una situación matemáticamente usando variables, símbolos o diagramas.				
Evaluar la importancia de los patrones observados en los datos.				
Codificar o programar ordenadores.				
Trabajar con sistemas informáticos matemáticos (p. ej., hojas de cálculo, software de programación, calculadoras gráficas).				

Cuestionario en contexto Informe PISA (2022) sobre autoeficacia.

Ejemplo. Actividad sobre mentalidad de crecimiento.

A continuación se presenta un ejemplo de actividad sobre mentalidad de crecimiento.

MENTALIDAD DE CRECIMIENTO				
¿Estás de acuerdo?	**Totalmente**	**Aceptable**	**Desacuerdo**	**Desacuerdo total**
Con esfuerzo, todo el mundo puede aumentar su inteligencia.				
La inteligencia es algo que no se puede cambiar mucho.				
Con esfuerzo todo el mundo puede tener buenos resultados en matemáticas.				
A algunas personas no se les dan bien las matemáticas independientemente de cuánto estudien.				

Cuestionario en contexto Informe PISA (2022) sobre mentalidad de crecimiento.

- Cuidar la asignación de grupos en clase.

Partimos de la idea central de **cuidar la asignación de grupos y la estructura del trabajo** colaborativo en el aula para favorecer el desarrollo socioafectivo y mejorar la autoeficacia y el autoconcepto en matemáticas. La asignación de alumnado a los grupos de estudio debe hacerse con cuidado. Es aconsejable **crear pequeños grupos de trabajo de estudiantes con habilidades mixtas, alternando la formación aleatoria con la planificada**. La intención es motivar a los estudiantes de bajo rendimiento a mejorar, tal como se ha visto en apartados anteriores.

Trabajar en grupo es una idea importante para desarrollar el sentido socioafectivo en matemáticas, potenciando las destrezas sociales como el respeto a las emociones de los demás, el valor de la diversidad, la participación activa, la identidad positiva y la confianza, el bienestar personal y las relaciones saludables. El trabajo cooperativo permite que todos participen, facilita el diálogo y la discusión, y potencia el aprendizaje social (co-construcción). En grupos de habilidades mixtas, los estudiantes con habilidades bajas pueden beneficiarse de trabajar con compañeros con mejores resultados, ya que estos les pueden explicar sus estrategias. A su vez, los estudiantes de alto rendimiento pueden beneficiarse al trabajar con los de menor rendimiento, mejorando sus actitudes prosociales y su habilidad metacognitiva al explicar conceptos.

Para fortalecer la equidad y contribuir a superar la brecha de género, es útil incorporar de manera explícita la dinámica de **grupos aleatorios** descrita en el punto 4.3.1.3.3 sobre *Thinking Classroom*. Al inicio de cada sesión, el profesorado puede repartir cartas, palillos o cualquier señalizador para formar grupos de tamaño variable (a veces de 4, otras de 3 e incluso de 2 integrantes), garantizando así la renovación constante de contextos y parejas de trabajo. Esta aleatoriedad rompe con las expectativas previas ("ella no es de ciencias" o "él siempre lidera") y redistribuye roles de forma imparcial, de modo que tanto alumnas como alumnos se enfrentan a nuevos retos colaborativos sin etiquetas de género ni nivel de competencia. Además, al alternar estructuras de grupos pequeños, **se refuerza la visibilidad y la voz de todas las voces**, fomentando la autoconfianza y el sentido de pertenencia de quienes habitualmente están infrarrepresentados en matemáticas. De este modo, el enfoque de Liljedahl no solo promueve el pensamiento auténtico y el diálogo socioafectivo, sino que actúa como **palanca para la inclusión y la reducción de la brecha de género en el aula**.

Ejemplo: Formación de grupos de forma aleatoria.

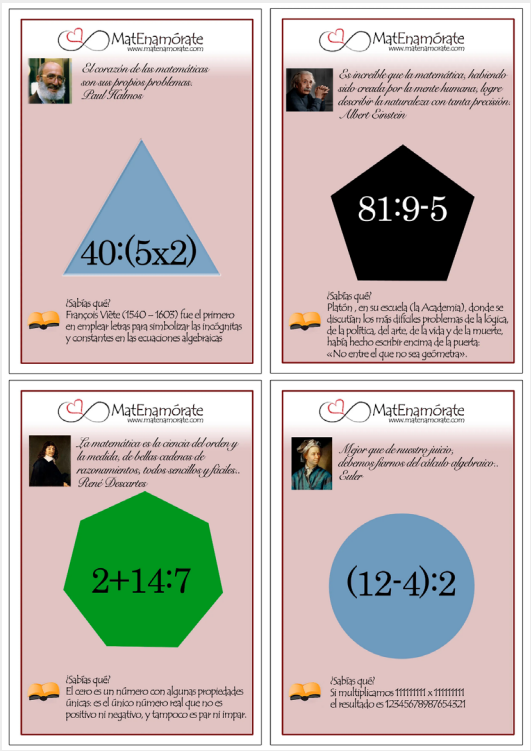
Para trabajar en grupo se alternará la formación de grupos de manera planificada como se realiza al poner en práctica el aprendizaje cooperativo, con la formación aleatoria que se describe a continuación. La intención es que el alumnado no asuma un rol dentro del grupo que le pueda perjudicar. Ejemplo: el alumno que tiene dificultades para las matemáticas y espera que su compañero le preste la ayuda necesaria sin esforzarse. Si estuviera en un grupo aleatorio, asumir estos roles sería más difícil.

En el siguiente ejemplo se dispone de unas tarjetas en las que podemos encontrar:

1. Una cita célebre sobre las Matemáticas, mediante la cual se contribuye a la adquisición de determinadas Competencias Clave (lingüística, cultural,etc).
2. También aparece una figura geométrica con distintas características que nos permiten formar los grupos: color, número de lados y una operación.
3. Y por último, una curiosidad matemática, desarrollada en el apartado ¿Sabías qué?

Una vez descrita la composición de las tarjetas, procederemos a explicar cómo formar grupos con ellas.

1. En primer lugar, se repartirán las tarjetas a los alumnos. Posteriormente, elegiremos qué característica de la figura geométrica va a regir la formación de los grupos: número de lados, color o resultado de la operación contenida en la figura.
2. Con este método conseguimos que con la misma disposición de las tarjetas, podamos agrupar a los alumnos de tres formas diferentes, aumentando de esta manera, el número de combinaciones posibles.



Fuente https://www.matenamorate.com/formar-grupos-aleatorios-trabajar-aula

- El tratamiento de los errores en matemáticas..

Lejos de ser un simple fallo a corregir, **el error debe enfocarse como una oportunidad para la mejora** y un paso natural dentro del proceso de resolución de problemas y experimentación matemática. Existe un potente cuerpo de investigación que apunta hacia la idea de que cometer errores es completamente natural y puede incluso ayudar a la comprensión futura. La gestión adecuada del error es lo que permite y abre nuevas oportunidades de aprendizaje, mejorando los razonamientos, técnicas y estrategias.

Para lograr esto, es crucial **normalizar el error** como parte del día a día en el aula de matemáticas, trabajando con él con naturalidad y sin prejuicios. Esto implica promover la visibilización de los errores de forma constructiva, lo que a su vez requiere generar una **cultura de confianza** (Morales y Fernández, 2022), en clase. En un entorno donde el alumnado se siente seguro, no temerán cometer errores ante los demás, lo cual es especialmente importante dado que la ansiedad puede aumentar al tener que resolver tareas rápidamente o frente al resto. Es fundamental asegurarse de que el alumnado no intimide a sus compañeros cuando cometen errores. Un clima escolar positivo, basado en relaciones sanas, respetuosas y cooperativas, fomenta el aprendizaje y el bienestar.

Además de normalizar el error, es crucial que el profesorado modele activamente una **actitud positiva y curiosa frente a sus propias equivocaciones** o ante los errores inesperados que surjan

en clase. Cuando un docente admite abiertamente un error, lo analiza con naturalidad e incluso muestra entusiasmo por la oportunidad de corregir y aprender, envía un mensaje poderoso al alumnado. Esta modelización contribuye a desmitificar la figura del experto infalible y humaniza el proceso de aprendizaje de las matemáticas, haciéndolo más accesible y menos intimidante. Ver al profesorado enfrentarse a sus propios errores con una mentalidad de crecimiento puede inspirar a los estudiantes a adoptar una postura similar frente a sus propias dificultades.

El análisis detallado de los errores también ofrece una ventana privilegiada a las concepciones alternativas o incompletas que pueda tener el alumnado. En lugar de simplemente señalar la incorrección, el docente puede utilizar el error como **punto de partida para una discusión más amplia sobre un concepto matemático**. Por ejemplo, un error común en operaciones con fracciones puede revelar una incomprensión fundamental del significado de la fracción o de la operación en sí. Abordar estas ideas subyacentes, en lugar de limitarse a corregir el resultado, promueve una comprensión más robusta y duradera, previniendo la repetición del mismo tipo de error en el futuro.

En este proceso de transformar el error en una palanca para el aprendizaje, el ***feedback*** juega un papel absolutamente determinante. Como bien señala Neus Sanmartí, *una retroalimentación eficaz no se limita a señalar el error, sino que debe ayudar al estudiante a comprender por qué se equivocó* y, fundamentalmente, qué puede hacer para mejorar. Un *feedback* centrado únicamente en la calificación o en la corrección superficial no promueve la autorregulación del aprendizaje. Por el contrario, aquel que ofrece pistas, que plantea preguntas reflexivas y que orienta al alumnado hacia los indicadores de logro o éxito, se convierte en una herramienta poderosa para que los estudiantes asuman un rol activo en su propio proceso de aprendizaje, construyendo significado a partir de sus errores y avanzando en su comprensión matemática.

La investigación de Hattie (2020), subraya de manera contundente el impacto significativo del *feedback* en el rendimiento del alumnado, situándolo entre las influencias más poderosas en el aprendizaje. No obstante, Hattie también matiza que no todo *feedback* es igualmente efectivo. **El** ***feedback*** **más potente es aquel que se dirige no solo a la tarea** (corregir el resultado), sino también **al proceso** (cómo el estudiante abordó el problema y las estrategias utilizadas).

Ejemplos. El feedback en una clase de Primaria y el tratamiento del error.

Tarea: El alumnado de 3º de Primaria está resolviendo problemas de sumas llevando. Se les presenta la siguiente actividad: *"En el autobús escolar iban 28 niños. En la siguiente parada, subieron 15 niños más. ¿Cuántos niños hay ahora en el autobús?"*

Error del alumno *(llamémosle Leo)*: Leo ha escrito la operación correctamente en vertical (28 + 15), pero al sumar las unidades (8 + 5 = 13), ha puesto el 3 en el lugar de las unidades del resultado y se ha olvidado de "llevarse" la decena, sumando luego las decenas como 2 + 1 = 3. Su resultado final es 33.

Tratamiento del error: En primer lugar, es necesario **hacer reflexionar al alumnado sobre la solución, si la misma cumple con las estimaciones realizadas** al plantear la resolución. Está claro que la estimación va a estar lejos de la solución en el ejemplo. Por tanto, *Leo* comenzará a pensar que algo ha realizado mal.

Se le invita a **revisar el proceso para encontrar el error**. Se le puede ir **orientando con preguntas:** ¿ la operación elegida es la adecuada?, ¿ los datos utilizados durante el proceso son los correctos?, ¿ has revisado las operaciones?,... Leo irá resolviendo paulatinamente las diferentes preguntas.

Por el tipo de error cometido, probablemente no sea capaz de encontrar el error. Es un error debido a que no tiene claro el proceso de la suma y cómo debe de actuar cuando el resultado de sumar las unidades es mayor que la decena. De nuevo le orientaremos con preguntas: ¿ las cifras 8 y 5 que son , unidades o decenas?, ¿cuál es el resultado de sumarlas?, ¿puedes descomponer el resultado en unidades y decenas?, ¿qué cifra has escrito en el resultado de la operación?, ¿qué ha pasado con la cifra de las decenas?, ¿ no crees que debes incorporarla a la operación? Si has omitido una cifra de la operación , ¿ no crees que puede ser lo que provoque el error?

Por último, **una vez reconocido el error, se le volvería a orientar sobre cómo solucionar el error para que no vuelva a cometerlo**. Se haría con preguntas como: Has comentado que 13 está formado por 1 decena y 3 unidades. Has escrito el 3 en las unidades del resultado. ¿No crees que 1 decena debe de estar con las decenas para poder sumarlas todas ? ¿qué harías en la operación para ponerla con las decenas? ¿cuántas decenas has obtenido en total? ¿ cuál es el resultado obtenido? ¿cuál es la solución?

Para terminar, ¿coincide con la estimación realizada?, ¿ puedes comprobar la solución?.

Conclusión: Hacia un futuro equitativo

Este apartado de la guía es valioso porque sitúa la reducción de la brecha de género como un concepto central en la competencia matemática, reconociendo que estas diferencias se deben a **factores contextuales y socioemocionales modificables**.

Al enfocarse en los procesos **socioafectivos**, proporciona pautas concretas para trabajar la equidad desde la práctica de aula. Esto incluye estrategias como la **normalización del error** como oportunidad de análisis y mejora; Pablo Beltrán Pellicer resume esta idea diciendo que *"Como profesor lo que tienes que evaluar son los procesos, no los resultados de una hoja de fracciones. Eso lo tendría que echar para atrás un inspector. Si quiero evaluar hacer operaciones con fracciones, ordénalas de menor a mayor dificultad y argumenta por qué, sin hacerlas".*

Cobra relevancia el fomento de **destrezas sociales** mediante la colaboración en actividades no competitivas, y herramientas para **gestionar emociones como la ansiedad.** Igualmente, al abordar la mejora del **autoconcepto** y la **autoeficacia**, cruciales para superar bloqueos y mejorar el rendimiento, se promueve el desarrollo integral del alumnado.

En definitiva, el profesorado debe tener recursos para ofrecer estrategias pedagógicas que construyan un clima de aula de **confianza y respeto**, permitiendo que cada estudiante desarrolle plenamente su potencial matemático y contribuyendo a hacer de la equidad una realidad cotidiana.

4.8. ATENCIÓN PERSONALIZADA DEL ALUMNADO.

4.8.1. Marco legislativo.

Nuestro actual marco normativo contempla la atención a la diversidad y a las diferencias individuales para todas las etapas educativas, más concretamente el Decreto 100/2023 para Educación Infantil, el Decreto 101/2023 para Educación Primaria y el Decreto 102/2023 para Educación Secundaria. En ellos se recoge lo siguiente:

"Se entiende por atención a la diversidad y a las diferencias individuales el conjunto de actuaciones y medidas educativas que garantizan la mejor respuesta a las necesidades y diferencias de todo el alumnado en un entorno inclusivo, ofreciendo oportunidades reales de aprendizaje en contextos educativos ordinarios. Las medidas de atención a la diversidad y a las diferencias individuales podrán aplicarse a cualquier alumno o alumna que lo necesite, en cualquier momento de su escolaridad".

A partir de lo contemplado en los diferentes Decretos, **las distintas Órdenes de 30 de mayo de 2023 desarrollan las medidas generales y específicas de atención a la diversidad y a las diferencias individuales**. En ellas se define como medidas de atención a la diversidad y diferencias individuales diferenciando entre:

Medidas generales: las diferentes actuaciones de carácter ordinario que, definidas por el centro en su Proyecto Educativo, se orientan a lograr el desarrollo integral, a la promoción del aprendizaje y del éxito escolar de todo el alumnado a través de la utilización de recursos tanto personales como materiales con un enfoque global e inclusivo.

Las medidas generales que se establecen para la etapa de Educación Infantil son:

- Apoyo en grupos ordinarios mediante un segundo profesor o profesora.
- Acción tutorial como estrategia de seguimiento individualizado.
- Metodologías didácticas basadas en el trabajo colaborativo en grupos heterogéneos.

- Actuaciones de coordinación en el proceso de tránsito.
- Actuaciones de prevención y control del absentismo.

En este sentido, para las etapas de Educación Primaria y Educación Secundaria se añaden las siguientes medidas generales:

a) Agrupación de áreas en ámbitos.

c) Desdoblamientos de grupos.

d) Agrupamientos flexibles.

Medidas específicas: todas aquellas propuestas y modificaciones en los elementos organizativos, curriculares y metodológicos, así como aquellas actuaciones dirigidas a dar respuesta a las necesidades educativas del alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo que no hayan obtenido una respuesta eficaz a través de las medidas generales de carácter ordinario.

Las medidas específicas que se contemplan tanto para Educación Infantil como para Educación Primaria y Educación Secundaria son:

a) El apoyo dentro del aula por profesorado especialista de Pedagogía Terapéutica o Audición y Lenguaje, personal complementario u otro personal. Excepcionalmente, se podrá realizar el apoyo fuera del aula en sesiones de intervención especializada, siempre que dicha intervención no pueda realizarse en ella y esté convenientemente justificada.

b) Las adaptaciones de acceso al currículo para el alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo.

c) Las adaptaciones curriculares significativas de los elementos del currículo dirigidas al alumnado con necesidades educativas especiales. La evaluación tomará como referencia los elementos fijados en ellas.

d) Programas específicos para el tratamiento personalizado del alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo.

e) Las adaptaciones curriculares dirigidas al alumnado con altas capacidades intelectuales.

f) La atención educativa al alumnado por situaciones personales de hospitalización o de convalecencia domiciliaria. Para Educación Secundaria, en este apartado, se añade situaciones personales objeto de medidas judiciales.

Por último, y para las tres etapas, no podemos olvidar los **programas de atención a la diversidad y a las diferencias individuales**, diferenciando entre:

- **Programas de refuerzo,** que tendrán como objetivo asegurar los aprendizajes y desarrollo de las competencias específicas de las materias.

- **Programas de profundización,** que tendrán como objetivo ofrecer experiencias de aprendizaje que permitan dar respuesta a las necesidades que presenta el alumnado altamente motivado para el aprendizaje, así como para el que presenta altas capacidades intelectuales.

Esta estructura normativa es consecuente con las Instrucciones de 18 de junio de 2024 de la Viceconsejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional, sobre las **medidas para el fomento del razonamiento matemático** a través del planteamiento y la resolución de retos y problemas en Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria, recogiendo en su introducción lo siguiente:

"Asimismo, en las Órdenes de 30 de mayo de 2023, por las que se desarrolla el currículo correspondiente a las etapas de Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y a las diferencias individuales, se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado y se determina el proceso de tránsito entre las diferentes etapas educativas, ***se contemplan medidas de atención a la diversidad encaminadas a la detección y potenciación de capacidades en diferentes áreas de conocimiento del alumnado: creativa, lógica, matemática o espacial, contribuyendo no solo al éxito en su ámbito académico, sino también a una orientación personalizada que se ajuste a las capacidades y destrezas de cada uno de ellos.*** *"*

4.8.2. Concepto de inclusión

De acuerdo con lo expuesto por la UNESCO (2009):

*"****La educación inclusiva se entiende como un proceso que permite identificar y dar respuesta a la diversidad de necesidades del alumnado a través de una mayor participación en el aprendizaje, en actividades culturales y comunitarias, y reduciendo la exclusión educativa****. Implica cambios y modificaciones tanto de contenidos, enfoques, estructuras y estrategias, con el objetivo de dar respuesta a las necesidades de aprendizaje de todo el alumnado. Además,* ***persigue el propósito de que maestros y estudiantes perciban la diversidad como una oportunidad de enseñar y aprender****"* (UNESCO, 2009).

Encontramos a autores como **Parra Dussan, Carlos (2010),** quien define en primer lugar el concepto de educación como *"la construcción del conocimiento individual a partir de la incorporación de pautas culturales, que incluye compartir conocimientos y se constituye en la base para el aprendizaje"*, y por otro lado **define la inclusión desde una perspectiva educativa como *"hacer efectivo para todos y todas el derecho a la educación, contemplando la igualdad de oportunidades, la eliminación de barreras para el aprendizaje y la participación en el contexto físico y social".***

Cabe destacar que **la educación inclusiva se caracteriza por apoyar el derecho a la educación de todo el alumnado, así como, su participación, destacando la igualdad entre todos y todas, y dotando de gran importancia la educación en la diversidad, al mismo tiempo que suprime barreras y rechaza la exclusión.** La educación inclusiva se basa en la solidaridad y justicia social; en el derecho que todo ser humano tiene a una educación que le permita preservar su dignidad, en contextos sociales de referencia, sin exclusiones, ni discriminaciones.

4.8.3. Diseño Universal para el Aprendizaje

En el actual sistema educativo, el profesorado debe entender que la variabilidad del alumnado es la regla y no la excepción. Es por ello que, tenemos que **diseñar contextos flexibles y disponibles para todo el alumnado, para no perder al alumnado que se encuentra en los márgenes, que presentan dificultades de aprendizaje.**

"El Diseño Universal para el Aprendizaje es un modelo que parte de la diversidad desde el comienzo de la planificación didáctica y ***trata de lograr que todo el alumnado tenga oportunidades para aprender****"* (Alba, 2012).

En este sentido, en 1984 se crea el Centro de Tecnología Especial Aplicada (CAST) que plantea el **Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA)**, que es una nueva forma de pensar sobre la educación, que tiene el potencial para reformar el currículo y hacer que las experiencias de aprendizaje sean más accesibles y significativas para todos los estudiantes (Hartmann, 2011), y lo define como:

"El Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) es un conjunto de principios para desarrollar el currículum que proporciona a todos los estudiantes igualdad de oportunidades para aprender" (CAST, 2011).

Dicho de otra manera, el Diseño Universal para el Aprendizaje es un enfoque que aborda una de las principales características y, a la vez, obstáculo de los currículos, y que es su diseño como una "talla única para todos". **Estos currículos inflexibles son los que generan barreras no intencionadas para acceder al aprendizaje. Se busca eliminar las barreras para el aprendizaje, pero no el reto que este supone.** Es decir, el aprendizaje supone un desafío específico en el área concreta en el que va a producir y para esto debemos eliminar barreras innecesarias sin eliminar estos desafíos. El currículum que se crea siguiendo **el enfoque DUA es diseñado desde el principio para atender a todo el alumnado sin discriminación alguna.**

A modo de ejemplo, imaginemos que vamos a diseñar un edificio, debemos pensar en todas las formas posibles que los usuarios de ese edificio necesitarán para acceder al mismo, rampas, ascensores, mobiliario adaptado… Esto se debe contemplar desde el diseño, y no una vez construido. El Diseño Universal para el Aprendizaje es un acercamiento didáctico a este planteamiento arquitectónico de eliminación de barreras de acceso.A medida que vamos conociendo este diseño, y una vez

que lo ponemos en práctica, podemos observar la importancia que existe a la hora de diseñar el currículo en función de las necesidades de todo el alumnado.

El DUA se enfrenta a las barreras de la inflexibilidad del currículo tradicional al cual el alumnado debe adaptarse y **propone un currículo diseñado previamente que tenga en cuenta las diferentes características del alumnado, ofreciendo diferentes posibilidades de aprendizaje en función de las necesidades y/o intereses, respetando así, la diversidad del aula y optando por una educación inclusiva.** La diversidad de sujetos dentro del aula además de ser algo común, es beneficioso, ya que se puede aprovechar la riqueza que aporta el conjunto de estudiantes.

Por tanto, cuando estamos hablando de DUA nos estamos refiriendo a un marco teórico/práctico con fundamentación científica, como es, por ejemplo, la neurociencia, la psicología cognitiva de Vigostky, psicología de Brunner y/o la pedagogía, que nos sirve para guiar la práctica educativa y que se basa en tres principios que nos proporcionan flexibilidad en las formas en que la información es presentada, en los modos en los que los estudiantes responden o demuestran sus conocimientos y las habilidades y maneras en que los estudiantes son motivados y se comprometen con su propio aprendizaje. Esto es posible al reducir las barreras en la enseñanza, al proporcionar adaptaciones, apoyos y desafíos apropiados, y manteniendo altas expectativas de logro para todo el alumnado, incluyendo aquellos con discapacidades y a los que se encuentran limitados por su competencia lingüística en el idioma de enseñanza.

4.8.4. Principios y pautas DUA.

Las últimas investigaciones en neurociencia han proporcionado diferente información acerca de cómo se comporta el cerebro humano durante el proceso de aprendizaje, lo que ha llevado a concluir que **existe tanta diversidad cerebral como diversidad en el aprendizaje, por tanto, la enseñanza debe adaptarse a estas necesidades.**

La diversidad de sujetos en el aprendizaje está derivada en función de las diferencias en el cerebro humano, pues nadie tiene un cerebro igual a otro. En **nuestro cerebro intervienen tres redes cerebrales dentro del proceso de aprendizaje las cuales están especializadas en tareas específicas del procesamiento y ejecución de la información. El funcionamiento de cada una de estas redes es distinto en el alumnado y determina claramente el aprendizaje.**

La identificación de estas tres redes cerebrales, a saber, redes afectivas, redes de reconocimiento y redes estratégicas, sirvió de base para la construcción del marco del DUA. Teniendo en cuenta estas redes, se definió un principio para cada una de ellas. **Estos tres principios, principio de compromiso, principio de representación y principio de acción y expresión, tienen el objetivo de que el currículo sea accesible para todo el alumnado y puedan conseguir las competencias establecidas a través del aprendizaje.**

Los principios DUA responden básicamente a tres preguntas, ¿por qué?, ¿qué? y ¿cómo? se aprende. Analizando brevemente estos principios nos encontramos:

A) **Principio I: Proporcionar múltiples formas de compromiso.** Este principio se relaciona con las **redes afectivas** del aprendizaje, están especializadas en asignar significados emocionales a las tareas, se sitúan en el sistema límbico, en donde se encuentran localizadas las emociones. Sería el porqué de la enseñanza.

El afecto representa un elemento crucial para el aprendizaje y el alumnado difiere notablemente en los modos en que ellos pueden estar comprometidos o motivados para aprender. Hay una variedad de fuentes que pueden influir en la variación individual en el afecto, incluyendo la neurología, la cultural, la relevancia personal, la subjetividad y el conocimiento previo, junto con otra variedad de factores.

Algunos alumnos/as se interesan mucho con la espontaneidad y la novedad, mientras que a otros les desinteresan e incluso les asustan estos factores, prefiriendo la estricta rutina. Algunos prefieren trabajar solos, mientras que otros prefieren trabajar con los compañeros. En realidad, **no hay un tipo de compromiso óptimo para todo el alumnado en todos los contextos; por lo que proveer múltiples opciones para comprometerse es esencial.**

B)**Principio II: Proporcionar múltiples formas de representación.** Este principio se relaciona con la **red de reconocimiento**, especializadas en percibir la información y asignar significados, ¿qué se aprende? En este principio también encontramos tres pautas:

Algunos estudiantes difieren en la forma en que perciben y comprenden la información que se les presenta. Otros, simplemente, pueden captar la información más rápido o de forma más eficiente a través de medios visuales o auditivos que con el texto impreso. Además, el aprendizaje y la transferencia del aprendizaje ocurre cuando múltiples representaciones son usadas, ya que eso permite a los estudiantes hacer conexiones interiores, así como entre conceptos.

En resumen, **no hay un medio de representación óptimo para todos los aprendices; por lo que proveer opciones de representación es esencial.**

C)**Principio III: Proporcionar múltiples formas de acción y expresión.** Este principio se relaciona con las **redes estratégicas**, especializadas en planificar, ejecutar y monitorizar las tareas motrices y mentales, ¿cómo de la enseñanza?

El alumnado difiere en la forma en la que pueden navegar por un entorno de aprendizaje y expresar lo que saben. Algunos pueden ser capaces de expresarse bien con el texto escrito, pero no con el habla y viceversa. También hay que reconocer que la acción y la expresión requieren de una gran cantidad de estrategia, práctica y organización y este es otro aspecto, en el que los aprendices pueden diferenciarse.

En realidad, **no hay un medio de acción y expresión óptimo para todos los estudiantes; por lo que proveer opciones para la acción y la expresión es esencial.**

A su vez, **para llevar a cabo cada uno de los principios se establecen tres pautas** y dentro de cada una de ellas unas consideraciones. Pero, ¿qué es una pauta? **Las pautas son un conjunto de estrategias que se pueden utilizar en la práctica docente para lograr que los currículums sean accesibles a todos los estudiantes y para eliminar las barreras que generan la mayoría de ellos.** Las pautas DUA deben ser cuidadosamente seleccionadas y aplicadas al currículum según corresponda.

4.8.5. Respuesta educativa

Como ha quedado demostrado, el **Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA)** favorece la **personalización de la enseñanza** al ofrecer un marco flexible que permite adaptar el proceso educativo a las **características, intereses y necesidades individuales** del alumnado, sin perder de vista los objetivos comunes. De esta forma el aprendizaje se enfoca desde una perspectiva inclusiva y equitativa ya que se diseñan experiencias de aprendizaje que atienden a la **diversidad de estilos cognitivos, niveles de competencia y contextos personales del alumnado.**

El DUA promueve un enfoque en el que **todo el alumnado puede acceder a los conceptos, comprender las relaciones matemáticas y expresar sus ideas de forma significativa**, eliminando barreras que históricamente han limitado la participación de estudiantes con dificultades de aprendizaje, altas capacidades, o estilos de pensamiento no tradicionales. Esta mirada no solo mejora la **comprensión profunda**, sino que también potencia el desarrollo de **habilidades metacognitivas y de pensamiento crítico**, fundamentales para una matemática al servicio de la vida real y del aprendizaje competencial (Navarro-Mateu, D., García-Sánchez, J. N., & González-Gil, F. , 2021).

A. El razonamiento matemático en el principio de compromiso: motivación y perseverancia en la tarea.

El principio de compromiso del DUA se centra en despertar y mantener el interés, la motivación y la persistencia del alumnado en el proceso de aprendizaje.

En el ámbito del razonamiento matemático, este principio permite generar experiencias que conecten con la realidad, intereses y ritmos de cada estudiante, favoreciendo una implicación auténtica en la resolución de problemas. Al ofrecer opciones y fomentar la autorregulación, se eliminan barreras emocionales y motivacionales que afectan especialmente al alumnado con baja autoestima matemática o dificultades de acceso al pensamiento lógico-formal, contribuyendo así a una participación activa y equitativa.

Algunas **estrategias** que nos pueden ayudar a generar el interés, la motivación y el compromiso son:

- **Contextualización significativa:** Proponer situaciones problematizadas reales y realistas, cercanas y abiertas que despierten el interés y la motivación del alumnado.
- **Varias opciones de elección:** Permitir que el alumnado seleccione entre varios y/o diferentes experiencias de aprendizaje o formas de abordarlas para favorecer la autonomía.
- **Visualizar metas visibles y autorregulación:** A partir del uso de instrumentos de evaluación como rúbricas, listas de cotejo, escalas de valoración o/y registros anecdóticos el alumnado puede conocer desde el principio hasta el final de la experiencia de aprendizaje qué se espera de él y su aprendizaje.
- **Gamificación y retos cooperativos:** Introducir desafíos, juegos o retos por equipos para aumentar la motivación intrínseca.
- **Uso de roles colaborativos:** El alumnado asume una responsabilidad durante el desarrollo de tareas y actividades con funciones como, por ejemplo, coordinador, razonador, comprobador y comunicador.

Ejemplos:

A partir de aquí, y para más claridad expositiva, podemos establecer para cada estrategia los siguientes ejemplos de experiencias de aprendizaje:

ESTRATEGIAS	APLICACIÓN EN EL AULA
Contextualización significativa	Problema: ¿Cuál es la opción más económica y saludable para una merienda escolar? Los alumnos comparan precios reales de alimentos y analizan etiquetas nutricionales. Otro ejemplo: Planificamos un viaje de fin de curso. Calcular costes, itinerarios y alojamiento en función de un presupuesto.
Opciones de elección	Propuesta: El docente plantea tres problemas de diferente temática (lógico, geométrico, estadístico). El alumnado escoge cuál resolver según su interés. Alternativa: Ofrecer varias opciones de representación gráfica para resolver el mismo problema (dibujo, tabla, expresión algebraica, simulación digital...).
Metas visibles y autorregulación	Lista de cotejo con ítems como: ¿He entendido el problema?, ¿He planteado al menos dos estrategias?, ¿He revisado el resultado?

ESTRATEGIAS	APLICACIÓN EN EL AULA
Gamificación y retos cooperativos	Escape room matemático: cada equipo debe superar retos de lógica y cálculo para "liberar" una pista final. Puntos extra por razonamientos bien explicados o cooperación efectiva.
Uso de roles colaborativos	Resolver un problema abierto en grupo. Cada alumno/a tiene su rol para la comunicación matemática final: Coordinador: organiza turnos de palabra Razonador: recoge por escrito la estrategia que se ha usado para la resolución de la situación problematizada Comprobador: verifica los resultados Comunicador: expone la estrategia usada y los resultados al grupo clase.

B. El razonamiento matemático en el principio de representación: diversificación de los canales de representación de la información.

El principio de representación se basa en proporcionar múltiples formas de presentar la información y los contenidos matemáticos.

En el contexto del razonamiento, esto implica diversificar los recursos y medios a través de los cuales se exploran conceptos, estructuras y problemas, facilitando su comprensión por parte de todo el alumnado. Atendiendo a la diversidad de estilos cognitivos, experiencias previas y necesidades específicas, este principio permite que cada estudiante acceda al pensamiento matemático mediante apoyos visuales, manipulativos, simbólicos o digitales, derribando barreras cognitivas y de lenguaje.

Para desarrollar este principio en el desarrollo del razonamiento matemático podemos poner en marcha diferentes **estrategias** de accesibilidad, como las que se presentan a continuación:

Uso de representaciones múltiples: Números, dibujos, esquemas, gráficos, materiales manipulativos, tablas, diagramas o modelos físicos son algunas de las formas a partir de las cuales podemos desarrollar distintas tareas y actividades.

- **Lenguaje accesible y adaptado:** Glosarios visuales con pictogramas o ejemplos visuales contextualizados para términos como "proporción", "razonamiento inductivo", "estimación", etc.
- **Apoyos visuales y simbólicos:** Líneas numéricas, bloques base 10, regletas Cuisenaire, ejes cartesianos interactivos.
- **Planificación de la resolución:** Uso de rutinas visuales como, por ejemplo, esquemas o mapas conceptuales para entender el enunciado, plantear hipótesis y planificar la solución.

Ejemplos:

Al igual que hicimos con el principio de compromiso, vamos a ejemplificar cada estrategia con una intervención práctica dentro del aula:

ESTRATEGIAS	APLICACIÓN EN EL AULA
Uso de representaciones múltiples	Resolver una situación problematizada de reparto utilizando: dibujos, una tabla, un esquema y/o material manipulativo. Por ejemplo: "Repartimos 24 caramelos entre 4 niños. ¿Cuántos tocan a cada uno?" y mostrar la solución de al menos dos formas gráficas distintas.
Lenguaje accesible y adaptado	Elaborar un pequeño glosario visual en parejas con términos como "proporción" o "estimación", buscando un ejemplo de su vida cotidiana (ej: "proporción" al preparar zumo en casa: 1 parte de concentrado y 4 de agua).
Apoyos visuales y simbólicos	Usar regletas para representar fracciones equivalentes. Por ejemplo: construir distintas combinaciones de regletas que representen 1/2 y 2/4 y explicar por qué son iguales.
Estructura del problema clara	Resolver un problema siguiendo el método de Polya. Por ejemplo: "Un autobús transporta 45 alumnos. ¿Cuántos autobuses se necesitan para llevar a 180 alumnos?" y completar los apartados: ¿Qué sé?, ¿Qué me preguntan?, ¿Qué estrategia usaré?, ¿La solución tiene sentido?

C. El razonamiento matemático en el principio de acción y expresión: diversificación de los canales de expresión.

El principio de acción y expresión promueve que el alumnado pueda demostrar lo que sabe y cómo razona a través de múltiples formas de expresión, más allá de los formatos tradicionales.

Aplicado al razonamiento matemático, favorece la inclusión al permitir que cada estudiante comunique su pensamiento de forma oral, escrita, visual, manipulativa o digital, según sus fortalezas y preferencias. Esta flexibilidad amplía las oportunidades de éxito, reduce el impacto de dificultades expresivas o comunicativas y visibiliza diversas formas válidas de pensar y resolver problemas, fortaleciendo una matemática más democrática y accesible.

Distintas **estrategias** que podemos implementar en el aula con nuestro alumnado para garantizar el principio de acción y expresión pueden ser:

- **Formatos de respuesta alternativos:** Grabaciones en vídeo explicando el razonamiento, esquemas o dibujos, presentaciones, dramatizaciones, apps digitales tipo GeoGebra.
- **Resolución colaborativa de problemas abiertos:** Debates sobre distintas estrategias y validación de soluciones posibles, visibilizando la diversidad de caminos y potenciando la construcción de conocimiento a partir de la resolución de problemas.
- **Proyectos de investigación matemática:** Por ejemplo, indagar sobre estimaciones tipo Fermi o modelizar problemas reales.
- **Portafolios o diarios matemáticos:** Donde recojan sus avances, estrategias empleadas, errores cometidos y aprendizajes adquiridos.
- **Autoevaluación y coevaluación:** como medio de conocer qué he aprendido y qué me falta por aprender en relación directa con lo socioafectivo.

Ejemplos:

Por último, repetimos la fórmula de ejemplificar con experiencias de aprendizajes concretas para el principio de acción y expresión, al igual que hicimos con los dos principios anteriores:

ESTRATEGIAS	APLICACIÓN EN EL AULA
Formatos de respuesta alternativos	El alumnado elige un problema de proporcionalidad y crea un vídeo corto explicando cómo lo resolvió, utilizando dibujos o animaciones en una app.
Resolución colaborativa de problemas abiertos	Reto: diseñar el plano de un parque. Cada grupo propone una solución distinta, argumenta su proceso y lo presenta al resto de la clase.
Proyectos de investigación matemática	¿Cuántos litros de agua consume cada ciudadano de la localidad por término medio? Los alumnos predicen, estiman, investigan, buscan y recogen datos reales, hacen cálculos y exponen sus resultados con gráficos y propuestas sostenibles.
Portafolios o diarios matemáticos	Crear un diario semanal donde el alumnado escriba cómo resolvió cada problema, qué estrategias utilizó, qué dificultades encontró y qué aprendió de sus errores.

ESTRATEGIAS	APLICACIÓN EN EL AULA
Autoevaluación y coevaluación	Tras resolver una situación problema, los alumnos usan una diana de autoevaluación para valorar su esfuerzo, comprensión y claridad, y comparten su reflexión con un compañero para coevaluarse mutuamente.

4.9. EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO EN ÁREAS NO CIENTÍFICAS.

La actual normativa educativa, concretamente la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, establece que el sistema educativo debe responder a la realidad social actual mediante un enfoque competencial. En este contexto, la formación integral del alumnado se convierte en un objetivo prioritario, garantizando el desarrollo de **competencias** esenciales para el aprendizaje a lo largo de la vida. El aprendizaje debe ser competencial, autónomo, significativo y reflexivo en todas las áreas o materias del currículo.

Según los Reales Decretos 95/2022 para Educación Infantil, 157/2022 para Educación Primaria y 217/2022 para Educación Secundaria, las competencias clave se definen como los **desempeños que se consideran imprescindibles** para que el alumnado pueda progresar con garantías de éxito en su itinerario formativo y afrontar los principales retos y desafíos globales y locales.

Asimismo, la Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación en Andalucía, concede una especial relevancia al **razonamiento matemático** como habilidad esencial para utilizar números, operaciones básicas y símbolos con el fin de resolver problemas de la vida cotidiana. De igual forma, los Decretos 100/2023, 101/2023 y 102/2023 otorgan un énfasis particular al desarrollo del razonamiento matemático en las distintas etapas educativas, promoviendo su aplicación en **contextos diversos y transversales.**

En este marco, el desarrollo del razonamiento matemático es una de las habilidades más importantes que el alumnado debe adquirir a lo largo de su formación. Este tipo de **razonamiento no solo implica el dominio de procedimientos o algoritmos**, sino que fomenta una forma de pensamiento estructurada y crítica que permite resolver problemas, tomar decisiones fundamentadas y aplicar el conocimiento matemático a situaciones cotidianas y académicas.

El enfoque integrador propuesto considera el desarrollo natural del pensamiento matemático del alumnado, respetando sus etapas cognitivas y proporcionando herramientas adecuadas a cada nivel. De esta manera, se busca no solo mejorar el rendimiento académico, sino también **dotar a los estudiantes de habilidades de pensamiento crítico, creatividad y capacidad para abordar problemas en distintos ámbitos.**

Para ello, se plantea un **enfoque progresivo para fomentar el razonamiento matemático** desde la etapa infantil hasta el final de la educación secundaria obligatoria (ESO). En Educación Infantil, el alumnado debe iniciarse en las habilidades lógico-matemáticas. Durante la Educación Primaria, se desarrolla el dominio de competencias matemáticas básicas y se inicia en la resolución de problemas que requieren operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones aplicadas a la vida cotidiana. En Secundaria, se presta especial atención al uso de las matemáticas como herramienta fundamental para el análisis, la modelización y la resolución de problemas complejos.

Las competencias clave establecidas en el currículo reflejan la importancia del razonamiento matemático en **diversos contextos**. Por ejemplo, en la **educación artística**, las proporciones y la simetría son conceptos matemáticos aplicados al diseño y la composición visual. En el ámbito de la **lengua y la literatura**, el análisis estructural de textos puede beneficiarse del pensamiento lógico y de la identificación de patrones lingüísticos. En las **ciencias sociales**, el uso de estadísticas y gráficos es esencial para la interpretación de fenómenos económicos y demográficos. Asimismo, el desarrollo de habilidades matemáticas fortalece la capacidad de argumentación y justificación en debates, lo que resulta crucial en materias como la **filosofía**. La planificación y gestión de recursos requiere una comprensión matemática aplicada a la optimización de procesos y a la toma de decisiones estratégicas.

Por lo tanto, el razonamiento matemático no debe considerarse exclusivo de las áreas y materias científicas, sino como una competencia transversal que contribuye al **desarrollo integral del alumnado**. La interconexión entre distintas áreas del conocimiento refuerza la idea de que el aprendizaje no está compartimentado, sino que debe orientarse hacia una visión global e interdisciplinaria. En este sentido, **fomentar el razonamiento matemático en todas las áreas del currículo es una estrategia clave** para preparar a los estudiantes para los desafíos del mundo actual.

4.9.1. Cómo abordar el razonamiento matemático en cualquier área o materia

La propia estructura de la normativa educativa actual ayuda a la planificación y trabajo de las competencias clave desde varias áreas o materias. En la sección anterior, ya se ha descrito que la finalidad del sistema educativo es la adquisición de las Competencias Claves, siendo estas entendidas como desempeños que se consideran imprescindibles para que el alumnado pueda progresar con garantías de éxito en su itinerario formativo, y afrontar los principales retos y desafíos globales y locales (Decreto 100/2023, 101/2023 y 102/2023, de 9 de mayo). Entre estas competencias clave encontramos la competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM). El elemento que propicia esta conexión entre las áreas y las materias con las competencias clave son los descriptores operativos. En cuanto a la dimensión aplicada de las competencias clave, **se ha definido para cada una de ellas un conjunto de descriptores operativos**, partiendo de los diferentes marcos europeos de referencia existentes. **Los descriptores operativos de las competencias clave constituyen el marco referencial** a partir del cual se concretan las competencias específicas de cada área, ámbito o materia. Es por ello, que en las distintas órdenes de 30 de mayo de 2023 por las que se desarrolla el currículo correspondiente a las distintas etapas educativas, concretamente

en el Anexo I en el caso de la etapa de Educación Infantil, Anexo II en Educación Primaria y el anexo III en el caso de Educación Secundaria Obligatoria, se puede encontrar la relación entre las competencias específicas de las cada área y materia con los descriptores operativos:

Ejemplo:

Lengua Extranjera CE3

"3. Interactuar con otras personas de manera oral y escrita con creciente autonomía, usando estrategias de cooperación y empleando recursos analógicos y digitales, para responder a propósitos comunicativos concretos en intercambios respetuosos con las normas de cortesía.

La interacción implica a dos o más participantes en la construcción de un discurso. La interacción interpersonal se considera el origen del lenguaje y comprende funciones interpersonales, cooperativas y transaccionales. En la interacción entran en juego la cortesía lingüística y la etiqueta digital, los elementos verbales y no verbales de la comunicación, así como la adecuación a los distintos registros y géneros dialógicos, tanto orales como escritos y multimodales, en entornos síncronos o asíncronos. En esta etapa de la educación se espera que las interacciones aborden temas cotidianos, de relevancia personal y de interés público próximos a la experiencia del alumnado.

Esta competencia específica es fundamental en el aprendizaje, pues incluye estrategias de cooperación, de inicio, mantenimiento o conclusión de conversaciones, de cesión y toma de turnos de palabra, así como estrategias para preguntar, con el objetivo de solicitar clarificación o repetición. Además, el aprendizaje y aplicación de las normas y principios que rigen la cortesía lingüística y la etiqueta digital prepara al alumnado para el ejercicio de una ciudadanía democrática, responsable, respetuosa, inclusiva, segura y activa.

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: CCL5, CP1, CP2, STEM1, CPSAA3, CC3."

Una vez identificadas aquellas **competencias específicas** relacionadas con los **descriptores operativos STEM**, es el momento de hacer una lectura pedagógica de las mismas, intentando identificar las acciones de los descriptores operativos en las mismas. Esta información, permitirá diseñar tareas que contribuyan al desarrollo y adquisición de las competencias clave desde las distintas áreas o materias.

Posteriormente, se elige el **criterio de evaluación** más vinculado con el proceso de razonamiento matemático que se desea trabajar. Este criterio, a su vez, debe desglosarse en sus **acciones evaluables**, lo que permitirá determinar de manera precisa los aprendizajes que se quieren desarrollar.

Con toda esta información, se diseña una tarea o actividad competencial que fomente el razonamiento matemático dentro del área o materia correspondiente. Finalmente, se reflexiona sobre la relación

entre la tarea diseñada y el desarrollo del razonamiento matemático, asegurando que la situación de aprendizaje plantee un **problema real** en el que el alumnado deba **encontrar información desconocida mediante el razonamiento**. No es suficiente el simple manejo de datos; es necesario que la actividad implique un proceso de análisis y toma de decisiones basado en la lógica matemática. Para facilitar este proceso, se recomienda problematizar la situación y enriquecerla competencialmente.

4.9.2. Cómo problematizar una situación y enriquecerla competencialmente.

La normativa educativa actual enfatiza la necesidad de integrar el **aprendizaje basado en la resolución de problemas** dentro de las diferentes áreas y materias del currículo. La LOMLOE establece en sus principios pedagógicos que, con el fin de fomentar la integración de las competencias, se dedicará un tiempo del horario lectivo a la realización de proyectos significativos para el alumnado y a la resolución colaborativa de problemas. Además, resalta que capacidades como la resolución de problemas o el pensamiento crítico no son habilidades generales de pensamiento, sino que se desarrollan cuando se asocian a conocimientos organizados y jerarquizados de cada materia.

En la Orden de 30 de mayo de 2023, por la que se desarrolla el currículo de Educación Infantil, se recoge en el área de Descubrimiento y Exploración del Entorno la necesidad de establecer relaciones entre aprendizajes, permitiendo al alumnado **desarrollar progresivamente sus habilidades lógico-matemáticas**. Siempre ligado a sus intereses y en conexión con lo colectivo, el acercamiento a la resolución de problemas lógico-matemáticos se plantea de manera natural a través de situaciones cotidianas.

En la etapa de Educación Primaria, la Orden de 30 de mayo de 2023, por la que desarrolla el currículo de esta etapa, se destaca que la **resolución de problemas es una actividad esencial en la vida diaria** que permite activar otros ejes del área de matemáticas, como el razonamiento y el pensamiento computacional, la representación de objetos matemáticos y la comunicación a través del lenguaje matemático. La resolución de problemas, además de ser un objetivo de aprendizaje en sí mismo, constituye un eje fundamental en la construcción del conocimiento matemático y en otras áreas del currículo mediante proyectos de diseño y aplicación del pensamiento computacional.

En Educación Secundaria, la Orden de 30 de mayo de 2023 incorpora la resolución de problemas en diversas áreas. En Educación Física, por ejemplo, se hace referencia a la “resolución de problemas en situaciones motrices” con un carácter transdisciplinar. En Tecnología y Digitalización, se enfatiza el desarrollo de habilidades para avanzar desde la identificación y formulación de un problema técnico hasta su solución constructiva. En Computación y Robótica, el currículo se centra en un marco de **trabajo basado en la resolución de problemas**, resaltando su vinculación con la vida cotidiana y su aplicabilidad en diversos contextos.

En el **proceso de problematización**, es esencial definir qué se entiende por problema. Según Rafaella Borasi, “un problema es una situación que muestra un determinado objeto y genera en un sujeto la necesidad de modificarlo”. Esta definición implica presentar una situación suficientemente rica y

abierta para motivar al alumnado, despertando en él la necesidad de transformación o acción. El estudiante debe percibir **la situación como un desafío significativo** que requiere su atención y resolución.

Desde la perspectiva de Isabel Echenique, "un problema es toda situación que presenta una dificultad o reto cuya solución no es inmediatamente evidente para quien la enfrenta y requiere poner en juego conocimientos, habilidades y estrategias para ser resuelta". De este modo, un problema debe **plantear un reto intelectual que no pueda resolverse de manera automática** o rutinaria. Además, implica la ausencia de una solución inmediata, ya que la respuesta no es obvia y requiere reflexión, análisis y creatividad. Por último, la resolución de problemas exige la movilización de recursos, como conocimientos previos, habilidades matemáticas y estrategias de resolución, favoreciendo así un aprendizaje más profundo y significativo.

Problematizar **es un proceso cognitivo** basado en la interacción entre preguntas y respuestas, que busca formular problemas significativos. Este enfoque considera las experiencias sociales y culturales del alumnado, permitiendo conectar el aprendizaje matemático con la realidad. (Santos Domite). De este modo, Sánchez Puentes destaca la conveniencia de centrarse en la problematización como proceso que desencadena generación de conocimiento científico.

De todo lo anterior, se pueden extraer las **claves para problematizar**:

1. Identificar una situación de partida.
2. Incluir incertidumbres o restricciones.
3. Relacionar con conocimientos previos.

Además, es aconsejable partir de una situación cotidiana que el alumnado pueda reconocer fácilmente, asegurando un **vínculo con su entorno y contexto real**. Estas situaciones pueden enriquecer el aprendizaje al integrarlas con diferentes áreas o materias. Uno de los aspectos más importantes consiste en transformar gradualmente esta situación en un problema matemático y multidisciplinar. Por ejemplo, en el caso anterior de la receta, se podría problematizar si el alumnado tiene que analizar la cantidad necesaria de cada uno de los ingredientes para elaborar el menú sano y equilibrado, calcular el presupuesto necesario para su elaboración o ajustar las cantidades para un número de comensales distinto al inicial.

4.9.3. Cómo enriquecer problemas competencialmente

El desarrollo competencial en matemáticas no solo implica resolver problemas, sino enriquecerlos para que generen un aprendizaje significativo. Para ello, debemos diseñar situaciones que no solo trabajen contenidos matemáticos, sino que desarrollen competencias clave como la resolución de problemas, el razonamiento lógico y el pensamiento crítico. En esta sección, exploraremos cómo potenciar los problemas diseñados en la sección anterior a través de los descriptores STEM.

Transformando problemas en oportunidades de aprendizaje competencial

En muchos entornos educativos tradicionales, el aprendizaje matemático ha estado ligado a la mecanización y memorización de fórmulas, sin un verdadero entendimiento del porqué. Sin embargo, en un aula basada en la enseñanza competencial, el error se considera una oportunidad de aprendizaje, la participación es clave y la conexión con la realidad se vuelve esencial. Esto es precisamente lo que buscamos al enriquecer problemas: transformar ejercicios rutinarios en retos significativos que fomenten la creatividad, la exploración y el aprendizaje autónomo.

Pautas para enriquecer problemas matemáticos

Para transformar una actividad matemática en una tarea rica desde el punto de vista competencial, podemos aplicar diferentes estrategias:

1. Profundizar en las conexiones
   - Relacionar el problema con otros conceptos matemáticos o de otras áreas del conocimiento.
   - Contextualizar la actividad en situaciones del mundo real.
   - Integrar conocimientos de las disciplinas STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas).
2. Profundizar en la comunicación
   - Modificar la información disponible: ocultar datos clave, agregar información irrelevante o proponer la búsqueda de datos.
   - Fomentar la argumentación y la justificación de los procedimientos utilizados.
   - Incorporar fuentes externas, como textos o recursos digitales, para enriquecer la resolución.
3. Profundizar en el razonamiento
   - Alterar las preguntas para que el alumnado explore diferentes perspectivas del problema.
   - Presentar respuestas y pedir a los alumnos que formulen preguntas que conduzcan a ellas.
   - Plantear variaciones en los datos para analizar cómo influyen en la solución.
4. Profundizar en las representaciones
   - Utilizar diversos niveles de abstracción: manipulativo, gráfico, simbólico.
   - Proponer la representación del problema en distintos formatos (diagramas, tablas, gráficas, modelización matemática).

- Incorporar herramientas digitales para el análisis y representación de los datos.

5. Profundizar en las competencias socioafectivas

- Favorecer el trabajo cooperativo en la resolución de problemas.
- Desarrollar dinámicas de aprendizaje basado en juegos o gamificación.
- Crear espacios de debate y puesta en común donde el alumnado pueda argumentar sus soluciones.

6. Profundizar en el pensamiento computacional

- Diseñar algoritmos que representen los pasos de resolución.
- Incorporar programación o simulaciones para modelar soluciones matemáticas.
- Plantear problemas abiertos que requieran estructuras lógicas para su resolución.

Ejemplo: El enriquecimiento de problemas.

Situación inicial:

"Un grupo de amigos organiza una merienda. Quieren que todos reciban algo para comer y beber, pero tienen ciertas preferencias y restricciones."

Posibilidades de enriquecimiento por niveles educativos:

Educación Infantil (3-6 años)

- Distribuir 12 frutas y 8 galletas entre 4 niños equitativamente.
- Variar la cantidad de alimentos y tipos de comida.
- Introducir cambios en las preferencias de los niños.

Primer Ciclo de Primaria (6-8 años)

- Introducir conceptos de suma repetitiva y multiplicación.
- Añadir restricciones presupuestarias.
- Analizar cómo cambian los resultados al modificar las condiciones iniciales.

Segundo Ciclo de Primaria (8-10 años)

- Incorporar fracciones para el reparto proporcional.
- Incluir variaciones como la llegada de más niños o cambios en las proporciones de alimentos.

- Representar los datos con diagramas y gráficos.

Tercer Ciclo de Primaria (10-12 años)

- Introducir conceptos financieros como presupuestos y porcentajes.
- Modelizar la distribución de recursos con representaciones gráficas.
- Plantear escenarios con restricciones económicas o sostenibles.

Educación Secundaria (12-16 años)

- Aplicar ecuaciones y funciones para modelar relaciones entre costos y cantidades.
- Diseñar estrategias de optimización y minimización de desperdicio.
- Integrar tecnología para la simulación de diferentes escenarios.

Enriquecer problemas matemáticos a partir de los descriptores STEM no solo permite consolidar conocimientos matemáticos, sino que también desarrolla habilidades fundamentales para el siglo XXI. La clave está en ofrecer a los estudiantes retos auténticos, situados en contextos significativos, que fomenten la indagación, el trabajo colaborativo y el pensamiento crítico. Al adoptar este enfoque, transformamos las matemáticas en una herramienta poderosa para comprender y actuar en el mundo.

A continuación, se encuentran algunos ejemplos de cómo se puede trabajar el razonamiento matemático en otras áreas o materias de currículo.

EJEMPLO PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO PARA EL SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN INFANTIL
DESCRIPTOR STEM
STEM1. Se inicia en el planteamiento de pequeños problemas mediante la aplicación de procesos básicos manipulativos y creativos que impliquen la utilización gradual de símbolos y códigos matemáticos para acercarse a la solución de cuestiones o problemas de la vida cotidiana.
COMPETENCIA ESPECÍFICA DE ÁREA
Descubrimiento y exploración del entorno 1. Identificar las características de los materiales, objetos y colecciones, estableciendo relaciones entre ellos, mediante la exploración, la manipulación sensorial y el manejo de herramientas sencillas y el desarrollo de destrezas lógico-matemáticas para descubrir y crear una idea cada vez más compleja del mundo.

¿Qué? Desempeño-Infinitivo	¿Cómo? Procedimiento-gerundio	¿Para qué? Finalidad. Para infinitivo
Identificar las características de los materiales, objetos y colecciones.	Estableciendo relaciones entre ellos, mediante la exploración, la manipulación sensorial y el manejo de herramientas sencillas y el desarrollo de destrezas lógico-matemáticas.	Para descubrir y crear una idea cada vez más compleja del mundo.

CONSIDERACIONES PARA EL TRABAJO DE LA COMPETENCIA ESPECÍFICA

En esta etapa, la curiosidad por descubrir el mundo que les rodea hace que la observación y la exploración a través de la manipulación sensorial sean los instrumentos perfectos para identificar las características de los materiales y objetos de su entorno más cercano, así como para establecer relaciones entre ellos. La finalidad de este juego exploratorio en edades tempranas es acercarlos al hecho de disfrutar de las sensaciones físicas que producen. Sin embargo, a medida que el niño o la niña se desarrollan, la demanda exploratoria se amplía. Al propósito de obtener placer por sentir y tocar, se añade progresivamente el interés por indagar acerca de las diferentes características de los objetos de forma cada vez más autónoma y eficaz. Al movimiento amplio y global se suma la capacidad para ejercer acciones más específicas y minuciosas sobre ellos. Este conjunto de aspectos proporcionará cada vez más información acerca de sus atributos, cualidades, utilidad, funciones, así como de las relaciones lógicas entre ellos, con idea de generar contextos que invitan a descubrir las posibilidades múltiples de experimentación y gusto por el aprendizaje experiencial, estableciendo relaciones físicas de causa-efecto y acercando al niño y a la niña de forma gradual a las nociones y conceptos básicos del medio físico que les rodea. De la misma forma, irán estableciendo relaciones entre sus aprendizajes, permitiéndoles potenciar y desarrollar progresivamente sus habilidades lógico matemáticas de medida, relación, clasificación, ordenación y cuantificación; comparando colecciones según diferentes atributos y practicando la serie numérica y su funcionalidad, tanto ascendente como descendente, siempre ligado a intereses que vayan de lo individual a lo colectivo, acercándose poco a poco de forma natural a la resolución de problemas lógico-matemáticos ligados a situaciones de la vida cotidiana.

Pautas y posibles tareas para trabajar la parte del descriptor/es operativo STEM vinculado/s.

- Plantear propuestas que posibiliten la observación y la exploración a través de la manipulación.
- Comparación de diferentes colecciones de objetos teniendo en cuenta los atributos que los asemejan y los diferencia (tamaño, forma, color, peso, etc.).

- Clasificación de los materiales del aula atendiendo a sus características.
- Generar en el aula situaciones de experimentación en el que podamos comprobar cómo nuestra intervención sobre los objetos puede o no provocar cambios en los mismos.
- Asociación de los elementos de una colección con la serie numérica para asociarlos y que el alumnado compruebe progresivamente el uso funcional del número para la resolución de problemas.
- Partir de situaciones problema que conecten con la vida cotidiana.

CRITERIO/S DE EVALUACIÓN

1.1. Establecer distintas relaciones entre los objetos a partir de sus cualidades o atributos, mostrando curiosidad e interés, explorando sus características, comportamiento físico y funcionamiento, constatando el efecto de sus acciones sobre los objetos y anticipándose a las consecuencias que de ellas se derivan.

Acción	Contexto
Infinitivo + objeto de la acción **Conocimiento concreto**	**Gerundio o adverbios** **Modo en que se ha llevado a cabo**
Establecer distintas relaciones entre los objetos a partir de sus cualidades o atributos, mostrando curiosidad e interés.	Explorando sus características, comportamiento físico y funcionamiento, constatando el efecto de sus acciones sobre los objetos y anticipándose a las consecuencias que de ellas se derivan.

ACCIONES EVALUABLES

Establecer distintas relaciones entre los objetos a partir de sus cualidades o atributos.

Mostrar curiosidad e interés por las relaciones de los objetos.

Explorar sus características, comportamiento físico y funcionamiento.

Constatar el efecto de las acciones del alumnado sobre los objetos

Anticipar las consecuencias que se derivan de ellas.

TAREA/ACTIVIDAD COMPETENCIAL

Exploración de Materiales y Creación de un Jardín de Textura.

Para esta actividad, se creará un “Jardín de Texturas” utilizando diferentes materiales que los niños y niñas podrán explorar y manipular. Este jardín ayudará a los pequeños a observar y comparar las características de los materiales, así como a desarrollar sus habilidades matemáticas y de resolución de problemas.

El grupo se reunirá en una asamblea para explicar la actividad. Se presentará una variedad de materiales (arena, piedras, hojas, algodón, esponjas, etc.) y se animará a los niños y niñas a describir sus características: ¿son suaves o ásperos? ¿Son pesados o ligeros? ¿Son grandes o pequeños?

Se distribuirán los materiales en diferentes estaciones alrededor del aula. Los niños y niñas se moverán entre las estaciones, explorando cada material y manipulándolo libremente. Durante este tiempo, se les alentará a hablar sobre lo que sienten y observan.

En grupo, se realizará una actividad de clasificación. Utilizando tarjetas con imágenes de los materiales, los niños y niñas ayudarán a agrupar los materiales según sus características comunes (tamaño, forma, textura, color). Esta parte fomentará la colaboración y el diálogo entre los compañeros.

Los niños y niñas se dividirán en pequeños grupos y tendrán la tarea de crear una sección del Jardín de Texturas utilizando los materiales explorados. Cada grupo se encargará de una "parcela" del jardín, organizando los materiales de una manera que les parezca creativa y lógica. Los adultos pueden proporcionar soporte y guía mientras los niños organizan y diseñan sus parcelas.

Después de crear el Jardín de Texturas, cada grupo presentará su parcela al resto de la clase. Los niños y niñas describirán cómo seleccionaron y organizaron los materiales y qué características observaron. Para documentar el trabajo, se creará un libro de registros donde cada grupo dibujará su parcela y escribirá (con ayuda del docente) una breve descripción.

Se observará cómo los niños y niñas interactúan con los materiales, cómo colaboran y cómo describen y comparan las características de los materiales. Se prestará atención a su curiosidad, interés y capacidad para anticipar los efectos de sus acciones sobre los materiales.

Para finalizar, se realizará una reflexión en grupo. Se preguntará a los niños y niñas qué aprendieron, qué les gustó más y cómo se podría usar el Jardín de Texturas en futuras actividades. Además, el jardín podrá quedar expuesto en el aula para que los niños y niñas continúen explorando y manipulando los materiales durante su tiempo libre.

¿CÓMO SE RELACIONA CON EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO?

Esta actividad se relaciona estrechamente con el desarrollo del razonamiento matemático contenido en el descriptor operativo. A través de la creación del "Jardín de Texturas," los niños y niñas se inician en el planteamiento de pequeños problemas mediante la aplicación de procesos básicos manipulativos y creativos.

En primer lugar, al observar y manipular diferentes materiales, los niños comienzan a desarrollar habilidades de clasificación y comparación, que son fundamentales en el razonamiento matemático. Identifican y describen las características de los materiales (tamaño, forma, textura, color), lo que implica la utilización gradual de símbolos y códigos matemáticos para representar y organizar la información.

Además, la actividad de clasificar materiales según sus atributos fomenta la capacidad de establecer relaciones lógicas entre los objetos. Los niños y niñas agrupan los materiales según características comunes, lo que les ayuda a entender conceptos de agrupación, comparación y ordenación. Este proceso de clasificación es esencial para el desarrollo de habilidades matemáticas como la cuantificación y la serie numérica.

La creación del Jardín de Texturas también implica la resolución de pequeños problemas de manera creativa y manipulativa. Los niños y niñas deben decidir cómo organizar los materiales en su parcela, lo que requiere pensar en soluciones lógicas y eficaces. Esta toma de decisiones y planificación fomenta el pensamiento crítico y la capacidad para resolver problemas de la vida cotidiana de manera autónoma.

Al documentar y presentar su trabajo, los niños utilizan símbolos y códigos matemáticos (dibujos, descripciones, etiquetas) para comunicar sus observaciones y conclusiones. Este proceso de comunicación refuerza su comprensión y utilización de conceptos matemáticos, además de desarrollar habilidades lingüísticas.

En resumen, esta actividad proporciona un contexto rico y significativo para que los niños y niñas desarrollen el razonamiento matemático a través de la observación, la manipulación, la clasificación y la resolución creativa de problemas, todo ello en un entorno lúdico y participativo.

EJEMPLO PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO DESDE EL ÁREA DE INGLÉS (PRIMARIA)
DESCRIPTOR STEM 1
STEM 1. Utiliza, de manera guiada, algunos **métodos inductivos y deductivos propios del razonamiento matemático** en situaciones **conocidas**, y selecciona y emplea algunas estrategias **para resolver problemas reflexionando sobre las soluciones obtenidas.**
COMPETENCIA ESPECÍFICA DE MI ÁREA O MATERIA
ING3.Interactuar con otras personas usando expresiones cotidianas, recurriendo a estrategias de cooperación y empleando recursos analógicos y digitales, para responder a necesidades inmediatas de su interés en intercambios comunicativos respetuosos con las normas de cortesía.

¿Qué? Desempeño-Infinitivo	¿Cómo? Procedimiento-gerundio	¿Para qué? Finalidad. Para infinitivo
Interactuar con otras personas. Usar expresiones cotidianas.	Recurriendo a estrategias de cooperación. Empleando recursos analógicos y digitales.	Para responder a necesidades inmediatas de su interés en intercambios comunicativos respetuosos con las normas de cortesía

CONSIDERACIONES PARA EL TRABAJO DE LA COMPETENCIA ESPECÍFICA

La interacción implica a dos o más participantes en la construcción de un discurso. Se considera el origen de la comunicación, y comprende funciones interpersonales, cooperativas y transaccionales. En la interacción entran en juego la cortesía lingüística y la etiqueta digital, los elementos verbales y no verbales de la comunicación, así como la adecuación a los distintos géneros dialógicos más frecuentes, tanto orales como escritos y multimodales, en contextos analógicos y virtuales. En esta etapa se espera que los intercambios de información sean breves y sencillos, siendo capaces de abordar temas cotidianos, predecibles y de relevancia personal para el alumnado.

Esta competencia específica es fundamental en el aprendizaje, pues incluye estrategias de inicio, mantenimiento o conclusión de conversaciones básicas, así como estrategias elementales para indicar que no se ha entendido el mensaje, solicitando una repetición. Además, la adquisición de las normas y principios que rigen la cortesía lingüística y la etiqueta digital prepara para el ejercicio de una ciudadanía democrática, responsable, respetuosa, inclusiva, segura y activa.

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: CCL5, CP1, CP2, STEM1, CPSAA3, CC3, CE1, CE3.

CRITERIO/S DE EVALUACIÓN

ING3.1 Planificar y participar en situaciones interactivas breves y sencillas sobre temas cotidianos, de relevancia personal y próximos a su experiencia, a través de diversos soportes, apoyándose en recursos tales como la repetición, el ritmo pausado o el lenguaje no verbal, y mostrando empatía y respeto por la cortesía lingüística y la etiqueta digital, así como por las diferentes necesidades, ideas y motivaciones de los interlocutores e interlocutoras.

Acción	Contexto
Infinitivo + objeto de la acción- Conocimiento concreto	Gerundio o adverbios - Modo en que se ha llevado a cabo

Planificar y participar en situaciones interactivas breves y sencillas sobre temas cotidianos, de relevancia personal y próximos a su experiencia	A través de diversos soportes, apoyándose en recursos tales como la repetición, el ritmo pausado o el lenguaje no verbal, y mostrando empatía y respeto por la cortesía lingüística y la etiqueta digital, así como por las diferentes necesidades, ideas y motivaciones de los interlocutores e interlocutoras.

ACCIONES EVALUABLES

Planificar situaciones interactivas breves y sencillas sobre temas cotidianos apoyándose en recursos tales como la repetición o el ritmo pausado.

Planificar situaciones interactivas breves y sencillas sobre temas cotidianos apoyándose en recursos tales como el lenguaje no verbal.

Planificar situaciones interactivas breves y sencillas de relevancia personal mostrando empatía y respeto por la cortesía lingüística.

Planificar situaciones interactivas breves y sencillas próximas a su experiencia mostrando empatía por las diferentes necesidades, ideas y motivaciones de los interlocutores e interlocutoras.

TAREA/ACTIVIDAD COMPETENCIAL

Los estudiantes trabajarán en equipos para resolver una serie de problemas cotidianos que requieren el uso del razonamiento matemático. Además, se les pedirá que presenten sus soluciones de manera interactiva, utilizando diversos recursos comunicativos y mostrando empatía y respeto.

Resolución de Problemas Matemáticos

Formación de Equipos: Dividir a la clase en grupos de cuatro estudiantes, organizados en dos parejas dentro de cada grupo. Cada pareja trabaja en una parte del problema y luego comparan y consolidan sus respuestas.

Presentación de Problemas: Proporcionar a cada grupo una lista de problemas cotidianos que impliquen razonamiento matemático. Cada equipo selecciona un problema para resolver. Algunos ejemplos incluyen:

Lista de compras para la fiesta de Navidad: Se proporciona un presupuesto y una lista de precios de productos en diferentes establecimientos. Se deben tomar decisiones sobre qué comprar y dónde hacerlo, justificando su elección en función de precios, ofertas y calidad. Preguntas orientadoras:

Si queremos incluir una donación solidaria, ¿qué productos podríamos sustituir para ajustarnos al presupuesto?

¿Qué oferta nos beneficia más entre dos establecimientos?

Determinación del recorrido más corto para una excursión: Se proporciona un mapa con distintas rutas y datos sobre distancias y tiempos estimados. Los estudiantes deben calcular el trayecto más eficiente y justificar su elección. Preguntas orientadoras:

Si cambiamos el medio de transporte, ¿cambia también la ruta más eficiente?

¿Cómo representaría esta información en un gráfico o tabla para facilitar su comprensión?

Planificación de un horario de actividades: Se proporciona una agenda con eventos fijos y espacios libres. Los estudiantes deben distribuir el tiempo de manera óptima para incluir actividades opcionales sin afectar el equilibrio entre estudio, descanso y ocio. Preguntas orientadoras:

Si agregamos una nueva actividad, ¿cuál debería reducirse o eliminarse?

¿Cómo representar visualmente la distribución del tiempo para hacerla más comprensible?

Profundización en el razonamiento matemático:

- Emitir conjeturas sobre posibles soluciones y comprobarlas.
- Evaluar diferentes enfoques para la resolución y justificar cuál es más eficiente.
- Representar la información mediante gráficos, tablas o diagramas que faciliten la interpretación y argumentación de la solución.

Actividad 2: Presentación Interactiva

Preparación de la Presentación: Cada grupo preparará una exposición breve donde expliquen el problema, el proceso de resolución y la solución elegida. Se alienta a que usen recursos visuales como diapositivas, carteles o esquemas.

Uso de Recursos Comunicativos: Para mejorar la claridad y efectividad de la presentación, se deben considerar los siguientes aspectos:

- Uso de lenguaje matemático preciso y explicaciones claras.
- Empatía y cortesía en la interacción con los compañeros.

- Ritmo pausado, uso de ejemplos y reformulación de ideas clave para asegurar la comprensión.
- Evaluación y Retroalimentación:
- Los demás equipos pueden hacer preguntas y comentar las soluciones propuestas.
- Reflexionar sobre qué estrategias fueron más efectivas y cómo podrían mejorarse en futuras ocasiones.

Estas mejoras garantizan que los estudiantes no solo resuelvan problemas matemáticos, sino que también desarrollen habilidades de argumentación, comunicación efectiva y trabajo en equipo.

¿CÓMO SE RELACIONA CON EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO?

Esta actividad promueve que el alumnado tenga varias posibles soluciones ante una situación cotidiana y tenga que hacer uso del razonamiento matemático para encontrar la mejor opción. Además, deberá comunicar las razones que les han llevado a la toma de ciertas decisiones.

EJEMPLO PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO DESDE BIOLOGÍA Y GEOLOGÍA (SECUNDARIA)

DESCRIPTOR STEM

STEM1. Utiliza métodos inductivos y deductivos propios de la actividad matemática en situaciones habituales de la realidad y aplica procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, reflexionando y comprobando las soluciones obtenidas.

COMPETENCIA ESPECÍFICA DE MATERIA

COMPETENCIA ESPECÍFICA 4. Utilizar el razonamiento y el pensamiento computacional, analizando críticamente la respuestas y soluciones y reformulando el procedimiento, si fuera necesario, para resolver problemas o dar explicación a procesos de la vida cotidiana relacionados con la biología y la geología.

¿Qué? Desempeño-Infinitivo	¿Cómo? Procedimiento-gerundio	¿Para qué? Finalidad. Para infinitivo
Utilizar el razonamiento y el pensamiento computacional	Analizando críticamente la respuestas y soluciones y reformulando el procedimiento, si fuera necesario	Para resolver problemas o dar explicación a procesos de la vida cotidiana relacionados con la biología y la geología

CONSIDERACIONES PARA EL TRABAJO DE LA COMPETENCIA ESPECÍFICA
Las ciencias biológicas y geológicas son disciplinas empíricas, pero con frecuencia recurren **al razonamiento lógico y a la metodología matemática para crear modelos, resolver cuestiones y problemas y validar los resultados o soluciones obtenidas.** Tanto el planteamiento de hipótesis como la interpretación de datos y resultados o el diseño experimental requieren aplicar el pensamiento lógico-formal. Asimismo, es frecuente que en determinadas ciencias empíricas como la Biología molecular, la evolución o la tectónica se obtengan evidencias indirectas de la realidad, que deben interpretarse según la lógica para establecer modelos de un proceso biológico o geológico. Además, determinados saberes básicos de la materia de Biología y Geología, como los recogidos en los bloques “Genética y evolución” y “Geología”, tienen en la resolución de problemas una estrategia didáctica preferente. **El pensamiento computacional es un proceso de resolución de problemas** que incluye, entre otras capacidades, la de formular problemas de forma que permitan el uso de herramientas digitales para ayudar a resolverlos, organizar y analizar lógicamente la información, representar la información a través de abstracciones como los modelos y las simulaciones, así como identificar, analizar e implementar posibles soluciones con el objetivo de lograr la combinación más efectiva y eficiente de pasos y recursos, y generalizar y transferir este proceso de resolución para ser capaz de resolver una gran variedad de temas. Cabe destacar, por tanto, que potenciar esta competencia específica supone desarrollar en el alumnado destrezas aplicables a diferentes situaciones de la vida. Por ejemplo, la actitud crítica se basa en gran parte en el **razonamiento a partir de datos** o información conocidos y constituye un mecanismo de protección contra las pseudociencias o los saberes populares infundados
CRITERIO/S DE EVALUACIÓN
1.4.1 Analizar y resolver problemas o dar explicación a procesos biológicos o geológicos sencillos, utilizando conocimientos, datos e información aportados por el docente, el razonamiento lógico, el pensamiento computacional o recursos digitales.

Acción	Contexto
Infinitivo + objeto de la acción- Conocimiento concreto	**Gerundio o adverbios - Modo en que se ha llevado a cabo**
Analizar y resolver problemas o dar explicación a procesos biológicos o geológicos sencillos	Utilizando conocimientos, datos e información aportados por el docente, el razonamiento lógico, el pensamiento computacional o recursos digitales

ACCIONES EVALUABLES
Analiza procesos biológicos/geológicos sencillos utilizando información aportada por el docente. Analiza problemas relacionados con procesos biológicos/geológicos utilizando el razonamiento lógico. Utiliza recursos digitales para analizar problemas biológicos/geológicos. Realiza predicciones sobre la variación de la temperatura con respecto a cambios en la concentración de CO2 utilizando datos reales. Utiliza el pensamiento computacional en la resolución de problemas.
TAREA/ACTIVIDAD COMPETENCIAL
La tarea presentada se centra en el estudio del cambio climático y la contaminación atmosférica, tratando varios aspectos relacionados con la vida en la Tierra y la importancia de la atmósfera. Los saberes básicos asociados a esta tarea son BYG 1B.6; BYG1.E5; BYG1 A1; BYG1 A.2; BYG1 E3; BYG1 E6. Las evidencias a pedir al alumnado serán las **respuestas a las preguntas** planteadas en el documento, como **producto** será la realización de una infografía ,utilizando herramientas digitales, donde establezcan las medidas para mitigar el cambio climático justificando cada medida y como **desempeño** podría ser la exposición oral de sus propuestas La tarea se estructura de manera que fomenta el aprendizaje colaborativo y el pensamiento crítico sobre el cambio climático y la contaminación atmosférica. Agrupamiento: Trabajo en Grupo Materiales: Documento de referencia, tablas y gráficos. Espacios: Aula ordinaria y aula de informática Recursos: Recursos Digitales como acceso a internet y material audiovisual como presentaciones en PowerPoint, Metodología Constructivista ya que el alumnado construye su conocimiento a través de la investigación y metodología activa que promueve la participación y el pensamiento crítico Esta tarea pretende que el alumnado comprenda las características que hacen a la Tierra un planeta habitable y cómo la contaminación atmosférica, especialmente el aumento de gases como el dióxido de carbono (CO_2), afecta a la vida del planeta. Las actividades que se proponen son: **- Formulación de hipótesis:** El alumnado trabaja en grupos para formular hipótesis sobre la relación entre la atmósfera y la temperatura de la Tierra, basándose en sus conocimientos previos.

- Búsqueda de Información: Se les pide que investiguen las características del planeta Tierra que lo hacen único en el Sistema Solar y que organicen esta información en una tabla que resuma dichas características y su importancia para la vida.

- Análisis de Gráficos: El alumnado debe observar y analizar gráficos que muestran la relación entre la concentración de CO_2 y la variación de temperatura a lo largo del tiempo, respondiendo a preguntas específicas sobre las tendencias observadas,además de realizar predicciones sobre la variación de la temperatura con respecto a cambios en la concentración de CO2 utilizando datos reales.

- Se plantean preguntas que fomentan en el alumnado la reflexión sobre la relación entre la contaminación, el efecto invernadero y el cambio climático. Esto incluye preguntas sobre las actividades humanas que contribuyen a la liberación de CO_2 y las consecuencias del aumento de la temperatura en el planeta.

- Al final de la tarea, se le pide al alumnado que recapaciten sobre lo aprendido, completando una tabla que sintetice la información clave sobre el cambio climático y la contaminación atmosférica.

- Como conclusión el alumnado establece acciones que puedan contribuir a mitigar el cambio climático, fomentando así la reflexión sobre acciones individuales y colectivas. Exposición oral utilizando herramientas digitales

¿CÓMO SE RELACIONA CON EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO?

¿Cómo se relaciona esta tarea/tarea competencial con el descriptor STEM?

Esta tarea se relaciona con el descriptor STEM 1 al incorporar métodos inductivos y deductivos, así como procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas en el contexto de la ciencia y el medio ambiente.

¿Dónde se encuentra el trabajo de la competencia matemática?

El trabajo de la competencia matemática de esta tarea se encuentra en:

-La organización de Información a través de la elaboración de tablas

-**El razonamiento tanto inductivo formulando hipótesis**, como en el razonamiento deductivo haciendo predicciones y en el análisis de posibles causas- consecuencias.

-En la **verificación de su hipótesis tras el análisis** de los datos recabados en su investigación

- En el análisis e interpretación de gráficos

- En la **aplicación del razonamiento matemático para comprender la relación entre las causas y efectos** de situaciones reales como el cambio climático.

¿Qué aspectos de las instrucciones para el razonamiento matemático se plasman con claridad en tu propuesta?

Uso de Métodos Inductivos y Deductivos.

Resolución de problemas mediante la formulación de hipótesis ,búsqueda de información, análisis e interpretación de información/datos, obtención de conclusión y comprobación de su hipótesis ajustando sus conclusiones y desarrollando una actitud crítica.

5. EJEMPLOS DE SITUACIONES DE APRENDIZAJE.

En el ámbito educativo, una “buena práctica” o “actuación de éxito” se concibe como una intervención pedagógica que parte de una necesidad o propuesta de mejora, buscando resolver un problema identificado en la situación de partida. Estas prácticas deben estar formuladas a través de **objetivos SMART** (Específicos, Medibles, Alcanzables, Relevantes y Temporalizados), garantizando así su claridad y la posibilidad de evaluar su impacto. Además, es fundamental que la metodología empleada atienda a la diversidad del alumnado, fomente la inclusión y considere la perspectiva de género, promoviendo un entorno educativo equitativo.

La eficacia de estas actuaciones se sustenta en evidencias y una adecuada documentación de los procesos. Para que una práctica sea considerada exitosa, debe ser **sostenible en el tiempo**, demostrando su capacidad para mantenerse y generar un impacto duradero. Asimismo, se valora que estas intervenciones fomenten la innovación y **la experimentación**, permitiendo el ensayo y prototipado, así como la conciliación del error como parte del proceso de aprendizaje y mejora. La eficacia colectiva y la **integración en el currículo o proyecto educativo** son también aspectos clave que aseguran su relevancia y coherencia con los objetivos institucionales.

Desde la perspectiva de la didáctica y la educación matemática española, autores de renombre como José Carrillo Yáñez (2020) han enfatizado la importancia de estas prácticas para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje. Este autor, por ejemplo, ha destacado la **relevancia de un enfoque basado en la resolución de problemas y la investigación en el aula**, elementos que se alinean con la idea de una “buena práctica” que parte de una situación problemática y busca soluciones innovadoras. Su trabajo subraya la necesidad de que las actuaciones pedagógicas estén **bien fundamentadas** y permitan una reflexión continua sobre la práctica docente.

Una actuación de éxito implica una **evaluación constante** a través de la autoevaluación y la retroalimentación, utilizando indicadores de rendimiento, percepción y proceso. La capacidad de adaptación y replicación de la práctica en diferentes contextos también es un indicador de su robustez y potencial impacto positivo. En definitiva, una buena práctica en educación es aquella que no solo logra los efectos deseados de manera efectiva y eficiente, optimizando los recursos disponibles, sino que también **genera conocimiento y aprendizaje para toda la comunidad educativa**.

En síntesis, una buena práctica en matemática es una intervención pedagógica que surge de una necesidad o problema y busca mejorar la comprensión conceptual o fomentar el pensamiento crítico.

Tiene como foco principal, y medio, la resolución de problemas, basándose en la investigación. Para ello documenta sus procesos con evidencias, es sostenible a largo plazo, promueve la innovación y considera el error como aprendizaje. En este sentido, la competencia socioafectiva cobra especial importancia. Por lo tanto, tiene el currículo como referencia permanente y se somete a autoevaluación continua. Esta práctica demuestra capacidad de adaptación y replicación, generando resultados efectivos, eficientes y un valioso conocimiento para la comunidad educativa matemática.

5.1. EJEMPLO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

En los apartados anteriores se han detallado las particularidades inherentes a una situación de aprendizaje matemática, proporcionando directrices generales para su concepción. En el presente caso, se expone una secuencia didáctica que se ajusta a dichas indicaciones, con un objetivo fundamental: el desarrollo de los saberes básicos a través de las competencias específicas. La situación de aprendizaje, titulada "La plaza del pueblo, un lugar con encanto matemático", está programada para el nivel de 1º de ESO.

<table>
<tr><th colspan="3">1.IDENTIFICACIÓN</th></tr>
<tr><td>1º ESO</td><td>TÍTULO</td><td>La plaza del pueblo, un lugar con encanto matemático</td></tr>
<tr><th colspan="3">3. DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO FINAL</th></tr>
<tr><td colspan="3">El reto final consistirá en realizar una maqueta con scratch, modelizando digitalmente la plaza del pueblo de la localidad.</td></tr>
<tr><th colspan="3">4. CONCRECIÓN CURRICULAR</th></tr>
<tr><td>Matemáticas</td><td colspan="2">COMPETENCIA ESPECÍFICA, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y SABERES BÁSICOS</td></tr>
<tr><td>COMPETENCIA ESPECÍFICA</td><td>CRITERIOS DE EVALUACIÓN</td><td>SABERES BÁSICOS</td></tr>
<tr><td>1. Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas,
aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones.</td><td>1.1. Iniciarse en la interpretación de problemas matemáticos sencillos, reconociendo los datos dados, estableciendo, de manera básica, las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.</td><td>MAT.1.A.2.1. Números grandes y pequeños: la notación exponencial y científica y el uso de la calculadora. MAT.1.A.2.3. Números enteros, fraccionarios, decimales y raíces en la expresión de cantidades en contextos de la vida cotidiana. MAT.1.E.1.2.Análisis e interpretación de tablas y gráficos estadísticos de variables cualitativas, cuantitativas discretas y cuantitativas continuas en contextos reales.</td></tr>
</table>

	1.2. Aplicar, en problemas de contextos cercanos de la vida cotidiana, herramientas y estrategias apropiadas, como pueden ser la descomposición en problemas más sencillos, el tanteo, el ensayo y error o la búsqueda de patrones, que contribuyan a la resolución de problemas de su entorno más cercano.	MAT.1.A.3.1. Estrategias de cálculo mental con números naturales, enteros, fracciones y decimales. MAT.1.B.1.2.Estrategias de elección de las unidades y operaciones adecuadas en problemas que impliquen medida.
	1.3. Obtener las soluciones matemáticas en problemas de contextos cercanos de la vida cotidiana, activando los conocimientos necesarios, aceptando el error como parte del proceso.	MAT.1.A.2.2. Realización de estimaciones con la precisión requerida. MAT.1.A.3.4. Efecto de las operaciones aritméticas con números enteros, fracciones y expresiones decimales. MAT.1.F.1.3.Estrategias de fomento de la flexibilidad cognitiva: apertura a cambios de estrategia y transformación del error en oportunidad de aprendizaje.
4. Utilizar los principios del pensamiento computacional organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, interpretando, modificando y creando algoritmos para modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz.	4.1. Reconocer patrones en la resolución de problemas sencillos, organizar datos y descomponer un problema en partes más simples, facilitando su interpretación computacional y relacionando los aspectos básicos de la informática con las necesidades del alumnado.	MAT.1.A.1.1.Estrategias variadas de recuento sistemático en situaciones de la vida cotidiana.
	4.2. Modelizar situaciones del entorno cercano y resolver problemas sencillos de forma eficaz, interpretando y modificando algoritmos, creando modelos de situaciones cotidianas.	MAT.1.D.1.Patrones, pautas y regularidades: observación y determinación de la regla de formación en casos sencillos. MAT. 1.D.2.Modelo matemático. Modelización de situaciones de la vida cotidiana usando representaciones matemáticas y el lenguaje algebraico.

5. Reconocer y utilizar conexiones entre los diferentes elementos matemáticos interconectando conceptos y procedimientos para desarrollar una visión de las matemáticas como un todo integrado	5.1. Reconocer y usar las relaciones entre los conocimientos y experiencias matemáticas de los bloques de saberes formando un todo coherente, reconociendo y utilizando las conexiones entre ideas matemáticas en la resolución de problemas sencillos del entorno cercano.	MAT.1.A.3.2.Operaciones con números enteros, fraccionarios o decimales en situaciones contextualizadas.
	5.2. Realizar conexiones entre diferentes procesos matemáticos sencillos, aplicando conocimientos y experiencias previas y enlazando con las nuevas ideas.	MAT.1.A.2.5. Interpretación del significado de las variaciones porcentuales.Porcentajes mayores que 100 y menores que 1. MAT.1.A.4.1.Factores, múltiplos y divisores. Factorización en números primos para resolver problemas: estrategias y herramientas.
6. Identificar las matemáticas implicadas en otras materias, en situaciones reales y en el entorno, susceptibles de ser abordadas en términos matemáticos, interrelacionando conceptos y procedimientos, para aplicarlos en situaciones diversas	6.1. Reconocer situaciones en el entorno más cercano susceptibles de ser formuladas y resueltas mediante herramientas y estrategias matemáticas, estableciendo conexiones entre el mundo real y las matemáticas y usando los procesos inherentes a la investigación científica y matemática: inferir, medir, comunicar, clasificar y predecir, aplicando procedimientos sencillos en la resolución de problemas.	MAT.1.A.1.2.Adaptación del conteo al tamaño de los números en problemas de la vida cotidiana. MAT.1.A.5.1.Razones y proporciones: comprensión y representación de relaciones cuantitativas. MAT.1.A.5.2.Porcentajes:comprensión y resolución de problemas.
	6.2. Analizar conexiones coherentes entre ideas y conceptos matemáticos con otras materias y con la vida real y aplicarlas mediante el uso de procedimientos sencillos en la resolución de problemas en situaciones del entorno cercano.	MAT.1.D.4.1.Relaciones lineales y cuadráticas en situaciones de la vida cotidiana o matemáticamente relevantes: expresión mediante álgebra simbólica.

	6.3. Reconocer en diferentes contextos del entorno más cercano, la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad y su contribución a la superación de los retos que demanda la sociedad actual, identificando algunas aportaciones hechas desde nuestra comunidad.	MAT.1.E.2.3.Estrategias de deducción de conclusiones a partir de una muestra con el fin de emitir juicios y tomar decisiones adecuadas. MAT.1.F.3.2.La contribución de las matemáticas al desarrollo de los distintos ámbitos del conocimiento humano desde una perspectiva de género. MAT.1.F.3.3.Reconocimiento de la contribución de la cultura andaluza, en los diferentes periodos históricos y en particular del andalusí, al desarrollo de las matemáticas.
10. Desarrollar destrezas sociales, reconociendo y respetando las emociones y experiencias de los demás, participando activa y reflexivamente en proyectos en equipos heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, para fomentar el bienestar personal y grupal y para crear relaciones saludables.	10.1. Colaborar activamente y construir relaciones saludables en el trabajo de las matemáticas en equipos heterogéneos, respetando diferentes opiniones, iniciándose en el desarrollo de destrezas: de comunicación efectiva, de planificación, de indagación, de motivación y confianza en sus propias posibilidades y de pensamiento crítico y creativo, tomando decisiones y realizando juicios informados.	MAT.1.F.2.1.Técnicas cooperativas para optimizar el trabajo en equipo y compartir y construir conocimiento matemático. MAT.1.F.2.2.Conductas empáticas y estrategias de la gestión de conflictos.
	10.2. Participar en el reparto de tareas que deban desarrollarse en equipo, aportando valor, asumiendo las normas de convivencia, y aplicándolas de manera constructiva, dialogante e inclusiva, reconociendo los estereotipos e ideas preconcebidas sobre las matemáticas asociadas a cuestiones individuales y responsabilizándose de la propia contribución al equipo.	MAT.1.F.2.1.Técnicas cooperativas para optimizar el trabajo en equipo y compartir y construir conocimiento matemático. MAT.1.F.3.1.Actitudes inclusivas y aceptación de la diversidad presente en el aula y en la sociedad.

5. SECUENCIACIÓN DIDÁCTICA		
	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES Y TAREAS *(Estrategias metodológicas, espacios, recursos, temporalización de la actividad etc)*	**CRITERIOS DE EVALUACIÓN**
MOVILIZA (1 sesiones)	-Visualización de fotografías de la plaza del pueblo para reflexionar sobre formas, medidas y otros elementos geométricos. - Responder a las preguntas aplicando la estrategia de cooperativo: "Todos respondemos". - Puesta en común sobre el producto final o reto solicitado y la rúbrica que lo evaluará, con la rutina de pensamiento "Veo, pienso, me pregunto" y la aplicación padlet. Una vez subsanadas las dudas, deberán completar los indicadores de logro sobre el proceso a seguir.	10.1
ACTIVA (6 sesiones)	-Resolver el siguiente problema para introducir los órdenes de unidades hasta la millonésima: Las ppm son una medida comúnmente utilizada para indicar la concentración de contaminantes en el aire. En la normativa vigente, se establecen los niveles de concentración de CO2 en el interior de los edificios para evaluar la calidad del aire. Un nivel elevado de CO2 en el aire interior puede provocar fatiga, dolor de cabeza y dificultad para concentrarse, entre otros efectos negativos. En términos generales, cuando la concentración de CO2 supera las 1200 ppm, se considera que el aire es de mala calidad. ¿Podrías expresar dicha medida como un número decimal? - Realizar las actividades propuestas en "Reformas en casa con decimales", "Excursión por Extremadura", "Retos cotidianos" y "siguiendo la estructura de cooperativo 1-2-4". Con la realización de las actividades se pretende recordar lo aprendido en primaria. Realizarán las actividades a nivel individual y después por parejas, anotando lo que han recordado y por último en grupo recopilarán y ordenarán lo recordado para exponerlo al resto del alumnado.	1.1 1.2 1.3 4.2 5.1 10.1

EXPLORA (6 sesiones)	- Visionado en casa de videotutoriales sobre decimales, medida y proporcionalidad , respondiendo a las preguntas planteadas y anotando las dudas que le surjan para resolverlas en clase con la estrategia cooperativa “Lanza la pregunta”. -Trabajar de manera colaborativa los saberes básicos sobre decimales, medida y proporcionalidad aplicándolos a la resolución de las actividades recogidas en el libro. Practicar la coevaluación. - Practicar medidas de patios, clases, pasillos, siguiendo distintos modelos: con instrumentos de medida, con elementos referenciales como baldosas, con pasos... Modelizar el proceso seguido y debatir sobre las soluciones obtenidas. - Trabajar la escala con fotografías de la plaza. - Aplicar la rutina de pensamiento “Tengo claro, aún tengo dudas o no he entendido” para reflexionar sobre lo aprendido y autoevaluarse.	1.1 1.2 1.3 4.1 4.2 5.1 10.1
ESTRUCTURA (4 sesiones)	- Seleccionar los aspectos principales más importantes de los diferentes saberes básicos sobre decimales, medida y proporcionalidad, para realizar una presentación con la estrategia de cooperativo “El rompecabezas”. La presentación individual se subirá al portfolio digital, mientras que la presentación final del grupo se subirá a classroom. Una vez que reciba feedback y se mejore, todo el alumnado la subirá a su portfolio digital. Las mejores se publicarán en el sites de la asignatura.	1.1 1.2 1.3 4.1 4.2 5.1 5.2 10.1 10.2
APLICA Y COMPRUEBA (6 sesiones)	- Se programará una salida a la plaza del pueblo para proceder a recabar información y datos matemáticos relevantes para realizar una maqueta de la plaza y presentarla con SCRATCH o TINKERCARD. Dicha presentación contendrá como mínimo la siguiente información matemática: Dimensiones lineales, figuras planas asociadas y superficie de la plaza, obtenidas utilizando distintos modelos.	1.1 1.2 1.3 4.1

APLICA Y COMPRUEBA (6 sesiones)	Maqueta a escala de la misma y los elementos más significativos. Presupuesto necesario en baldosas para cambiar el pavimento de la misma. Información o vivencias sobre la misma y los aspectos que más les gustan o modificarían de la misma. - Toda la clase coevaluará con un formulario todos los trabajos realizados y se elegirán los mejores, para publicarlo en el sitio web de la clase. - Se producirá intercambio de exposiciones entre clases.	4.2 5.1 5.2 10.1 10.2
CONCLUYE (1 sesión)	- Reflexionar sobre lo aprendido en esta situación de aprendizaje, realizando un mapa mental de lo trabajado. Se debe de subir a su portfolio digital. - Reflexionar sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, recogiendo en un formulario las respuestas.	

Tras el análisis curricular de la situación desarrollada, se identifica el trabajo de saberes relativos al sentido numérico y la medida. Adicionalmente al **abordaje de los saberes** de números decimales, proporcionalidad y medida, **se ha promovido el establecimiento de conexiones** entre los diferentes saberes y su aplicación a la realidad. Resulta fundamental destacar la **representación de las situaciones y la comunicación** como herramientas para la resolución de problemas cotidianos, en este caso, vinculados al entorno de la plaza. La **argumentación** necesaria complementa el proceso.

La secuencia didáctica seguida comienza con la **movilización** del alumnado para que comprenda el reto y se motive con la fotografía que le recordará vivencias, poniendo de manifiesto las emociones. La siguiente fase es la **activación** de los conocimientos previos, para ello se propone un problema para resolverlo con preguntas generadoras. Ello provocará que el alumnado haga emerger saberes de otros cursos o sea capaz de crear nuevo conocimiento. También se le propone la resolución de actividades de portales educativos. En la fase de **exploración** el alumnado pondrá en práctica modelos para realizar medidas de espacios de su entorno. De esa manera irán adquiriendo habilidades para la salida a la plaza. Llegada la fase de **estructuración** será el momento de interiorizar todo el conocimiento y comunicarlo en el portfolio digital. Se hará una prueba escrita de los criterios mencionados que se valorará con las rúbricas pertinentes. Una vez adquirido el conocimiento es el momento de la fase de **aplicación y comprobación**, con la salida a la plaza del pueblo en la que completarán una bitácora. Con la información recogida realizarán la maqueta con Scratch o Tinkercad Lo llevado a cabo en esta fase se evaluará con las rúbricas de los restantes criterios de evaluación . Por último se reflexionará en la **fase de conclusión** sobre lo aprendido y cómo lo han aprendido mediante la metacognición.

5.2.EJEMPLO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Un segundo ejemplo corresponde a la situación de aprendizaje *"Viviendo el camino de Santiago".*

<table>
<tr><th colspan="4">IDENTIFICACIÓN</th></tr>
<tr><td>6º EDUCACIÓN PRIMARIA</td><td colspan="2">TÍTULO</td><td>" Viviendo el camino de Santiago"</td></tr>
<tr><td colspan="4">DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO FINAL</td></tr>
<tr><td colspan="4">El reto final será la celebración de la excursión al camino mozárabe que pasa por las proximidades de Jaén completando una bitácora para reflexionar sobre la aplicación de lo aprendido en el área de matemáticas y posteriormente reflexionar en el aula.</td></tr>
<tr><td colspan="4">CONCRECIÓN CURRICULAR</td></tr>
<tr><td>ÁREA</td><td>Matemáticas</td><td colspan="2">COMPETENCIA ESPECÍFICA, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y SABERES BÁSICOS</td></tr>
<tr><td colspan="2">COMPETENCIA ESPECÍFICA</td><td>CRITERIOS DE EVALUACIÓN</td><td>SABERES BÁSICOS</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">1.Interpretar situaciones de la vida cotidiana, proporcionando una representación matemática de las mismas mediante conceptos, herramientas y estrategias, para analizar la información más relevante.</td><td>1.1.b. Reconocer, interpretar y comprender problemas de la vida cotidiana a través de la reformulación de la pregunta, de forma verbal y gráfica, comprendiendo y reformulando mensajes verbales, escritos o visuales.</td><td>MAT.3.A.2.1. Estrategias y técnicas de interpretación y manipulación del orden de magnitud de los números. MAT.3.A.3.1. Estrategias de cálculo mental con números naturales, fracciones y decimales en contextos de resolución de problemas.</td></tr>
<tr><td>1.2.b. Elaborar y mostrar representaciones matemáticas que ayuden en la búsqueda y elección de estrategias y herramientas, incluidas las tecnológicas, para la resolución de una situación problematizada medioambiental o social, individualmente y cooperando entre iguales, desarrollando una actitud de implicación.</td><td>MAT.3.A.3.4. Estrategias de resolución de operaciones aritméticas (con números naturales, decimales y fracciones) con flexibilidad y sentido: mentalmente, de manera escrita o con calculadora; utilidad en situaciones contextualizadas y propiedades, mediante materiales y recursos lúdicos y motivadores, tales como trucos sencillos de magia educativa, juegos de mesa y materiales manipulativos.</td></tr>
</table>

5. Reconocer y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas, así como identificar las matemáticas implicadas en otras áreas o en la vida cotidiana, interrelacionando conceptos y procedimientos, para interpretar situaciones y contextos diversos.	5.1.b. Utilizar conexiones entre diferentes elementos matemáticos, movilizando conocimientos y experiencias propias, gestionando y experimentando las matemáticas en contextos cotidianos vivenciados en otras áreas.	MAT.3.B.3.1. Estrategias de comparación y ordenación de medidas de la misma magnitud, aplicando las equivalencias entre unidades (sistema métrico decimal) en problemas de la vida cotidiana. MAT.3.B.3.2. Relación entre el sistema métrico decimal y el sistema de numeración decimal. MAT.3.C.1.1. Figuras geométricas en objetos de la vida cotidiana: identificación y clasificación atendiendo a sus elementos y a las relaciones entre ellos.
	5.2.b. Utilizar las conexiones entre las matemáticas, otras áreas y la vida cotidiana para resolver problemas en contextos no matemáticos, interpretando la información gráfica de diferentes medios, comprendiendo y valorando las problemáticas medioambientales y sociales del entorno y de la Comunidad andaluza.	MAT.3.C.3.1. Transformaciones mediante giros, traslaciones y simetrías en situaciones de la vida cotidiana: identificación de figuras transformadas, generación a partir de patrones iniciales y predicción del resultado. MAT.3.C.3.2. Semejanza en situaciones de la vida cotidiana: identificación de figuras semejantes, generación a partir de patrones iniciales y predicción del resultado.
8. Desarrollar destrezas sociales, reconociendo y respetando las emociones, las experiencias de los demás y el valor de la diversidad y participando activamente en equipos de trabajo heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y crear relaciones saludables.	8.1.b. Participar, colaborar y ayudar respetuosa y responsablemente en el trabajo individual o colectivo implicándose y mostrando iniciativa en retos matemáticos propuestos, comunicándose de forma efectiva, valorando la diversidad, mostrando empatía y estableciendo relaciones saludables basadas en el respeto, la igualdad y la resolución pacífica de conflictos, demostrando autocontrol, promoviendo y creando situaciones de convivencia coeducativa y siendo crítico con la desigualdad.	MAT.3.F.2.1. Respeto por las emociones y experiencias de los demás ante las matemáticas. Valoración del esfuerzo del resto de miembros del grupo. MAT.3.F.2.3. Valoración de la contribución de las matemáticas a los distintos ámbitos del conocimiento humano.

	8.2.b. Colaborar en el reparto y la ejecución de tareas, interactuando en equipos heterogéneos con roles, asumiendo y respetando las responsabilidades individuales asignadas y empleando estrategias de trabajo en equipo y construyendo una identidad positiva como estudiante de matemáticas y sabiendo comunicar de forma efectiva y asertiva.	MAT.3.F.2.4. Planteamientos cooperativos para la resolución de problemas. Asignación a cada miembro del equipo una función en el desarrollo de la resolución mediante estructuras cooperativas adaptadas a la tarea.

4. SECUENCIACIÓN DIDÁCTICA		
	DESCRIPCIÓN DE TAREAS Y ACTIVIDADES	**CRITERIOS DE EVALUACIÓN**
MOVILIZA (2 sesiones)	Visualización del vídeo “El camino de Santiago “. Se introducirá el centro de interés con la visualización y se pondrá en práctica la estrategia cooperativa del folio giratorio para compartir los conocimientos sobre el mismo. Puesta en común sobre el producto final o reto solicitado y la rúbrica que lo evaluará, con la rutina de pensamiento “Veo, pienso, me pregunto” y la aplicación padlet. Una vez subsanadas las dudas, deberán completar una base de orientación sobre el proceso a seguir.	
ACTIVA (4 sesiones)	Introducción del camino de Santiago en Andalucía y propuesta de actividades productivas para que el alumnado busque patrones y formule conjeturas sobre el mismo. Se utilizará la estrategia cooperativa “Parada de tres minutos” para informarles y posterior aplicación guiada en gran grupo sobre las mismas. Visionado en casa de videotutoriales sobre medida, perímetros, áreas respondiendo a las preguntas planteadas y anotando las dudas que le surjan para resolverlas en clase con la estrategia cooperativa “Lanza la pregunta”.	1.1.b 1.2.b 5.1.b 5.2.b

EXPLORA (6 sesiones)	-Trabajar de manera colaborativa actividades sobre el camino mozárabe de Santiago a su paso por Jaén: • Relacionadas con el sentido estocástico. • Resolución de problemas lógicos a través del uso de diferentes estrategias. • Actividades de pensamiento computacional Bebras para una de las pruebas o varias pruebas. • Actividades con QR para acceder a actividades digitales.  - Aplicar la rutina de pensamiento “Tengo claro, aún tengo dudas o no he entendido” para reflexionar sobre lo aprendido y autoevaluarse.	1.1.b 1.2.b 5.1.b 5.2.b
ESTRUCTURA (4 sesiones)	-Trabajar de manera colaborativa las actividades propuestas en el documento “El camino olvidado”. -Seleccionar los saberes básicos trabajados poniendo en práctica la estrategia cooperativa “asamblea”. - Creación de los indicadores de logro sobre lo trabajado con la estrategia cooperativa “1-2-4”. - Conocer la bitácora que se utilizará durante la excursión.	1.1.b 1.2.b 5.1.b 5.2.b

APLICA Y COMPRUEBA (4 sesiones)	-Se llevará a cabo la excursión planificada desplazándose al camino en autobús. -El alumnado irá completando la bitácora y reflexionando sobre la aplicación de lo aprendido en clase al contexto real. -Se completarán las presentaciones sobre saberes básicos con el trabajo realizado durante la excursión. -Toda la clase coevaluará con un formulario todos los trabajos realizados y se elegirán los mejores, para publicarlo en el sites de la clase.	1.1.b 1.2.b 5.1.b 5.2.b 8.1.b 8.2.b
CONCLUYE (1 sesión)	- Reflexionar sobre lo aprendido en esta situación de aprendizaje, realizando un mapa mental de lo trabajado. Se debería subir al portfolio digital del alumnado. - Reflexionar sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, recogiendo en un formulario las respuestas.	

Tras el análisis curricular de esta segunda situación, se identifica el trabajo de saberes relativos al sentido numérico, de la medida, estocástico y geométrico. Adicionalmente al **abordaje de los saberes, se ha promovido el establecimiento de conexiones** entre los diferentes saberes y su aplicación a la realidad. Igualmente se puede apreciar la **resolución de problemas** basados en dichos saberes, el **razonamiento y los argumentos** para resolverlos, la representación de las situaciones para facilitar el planteamiento y la comunicación de procesos y soluciones.

La secuencia didáctica comienza con la **movilización** del alumnado para que comprenda el reto y se motive con un vídeo sobre el camino de Santiago. La siguiente fase es la **activación** de los conocimientos previos, para ello se proponen actividades productivas relacionadas con el camino de Santiago en Andalucía. Ello provocará que el alumnado evoque saberes de otros cursos a la vez que se activan los procesos de razonamiento , conexiones , representación y comunicación. En la fase de **exploración** al alumnado se le propone continuar trabajando saberes a través de la resolución de problemas y el pensamiento computacional. Todo ello contextualizado en el camino mozárabe de Santiago a su paso por Jaén . Llegada la fase de **estructuración** será el momento de interiorizar todo el conocimiento y comunicarlo en el portfolio digital. Se hará una prueba escrita de los criterios mencionados que se valorará con las rúbricas pertinentes. Una vez adquirido el conocimiento es el momento de la fase de **aplicación y comprobación**, desplazándose en autobús para realizar la ruta planificada en la que completarán una bitácora que se trabajará en clase. Lo llevado a cabo en esta fase se evaluará con las rúbricas de los restantes criterios de evaluación . Por último se reflexionará en la **fase de conclusión** sobre lo aprendido y cómo lo han aprendido mediante la metacognición.

5.3. EJEMPLO EN EDUCACIÓN INFANTIL

Un tercer ejemplo corresponde a la situación de aprendizaje “Descubriendo el entorno con ojos matemáticos”.

<table>
<tr><th colspan="4">1. IDENTIFICACIÓN</th></tr>
<tr><td colspan="2">2º CICLO DE EDUCACIÓN INFANTIL (5 años)</td><td>TÍTULO</td><td>“El parque de las matemáticas”</td></tr>
<tr><td colspan="4">2. DESCRIPCIÓN DEL PRODUCTO FINAL</td></tr>
<tr><td colspan="4">El reto final será confeccionar un mural grupal o por equipos sobre las matemáticas en nuestro entorno con el material recopilado durante la salida al parque cercano al centro.</td></tr>
<tr><td colspan="4">3. CONCRECIÓN CURRICULAR</td></tr>
<tr><td>ÁREA</td><td>Crecimiento en Armonía</td><td colspan="2">COMPETENCIA ESPECÍFICA, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y SABERES BÁSICOS</td></tr>
<tr><td colspan="2">COMPETENCIA ESPECÍFICA</td><td>CRITERIOS DE EVALUACIÓN</td><td>SABERES BÁSICOS</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">4. Establecer interacciones sociales en condiciones de igualdad, valorando la importancia de la amistad, la mediación, el respeto y la empatía, para construir su propia identidad basada en valores democráticos y de respeto a los derechos humanos.</td><td>4.3. Participar activamente en situaciones de la vida cotidiana que impliquen una reflexión y asimilación de las normas sociales que regulan la convivencia y promueven valores como el respeto a la diversidad, la igualdad de género y la integración de la realidad pluricultural.</td><td>CA.02.D.02. Habilidades socioafectivas y de convivencia: comunicación de sentimientos y emociones y normas básicas de convivencia, que incluyan el respeto a la igualdad de género y el rechazo a cualquier tipo de discriminación.
CA.02.D.06. Fórmulas de cortesía e interacción social positiva. Actitud de ayuda, respeto a las diferencias y colaboración. La respuesta empática a la diversidad debida a distintas formas de discapacidad y a sus implicaciones en la vida cotidiana.</td></tr>
<tr><td>4.5. Mostrar interés en conocer la realidad pluricultural presente en su entorno, con actitud de respeto y valoración.</td><td>CA.02.D.10. Interés y aprecio hacia el arte, la cultura, la gastronomía, la historia y las tradiciones, así como a sus representantes más emblemáticos, como rasgos propios del patrimonio material e inmaterial de Andalucía.</td></tr>
</table>

ÁREA	Descubrimiento y Exploración del Entorno.	COMPETENCIA ESPECÍFICA, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y SABERES BÁSICOS	
COMPETENCIA ESPECÍFICA		**CRITERIOS DE EVALUACIÓN**	**SABERES BÁSICOS**
1. Identificar las características de los materiales, objetos y colecciones, estableciendo relaciones entre ellos, mediante la exploración, la manipulación sensorial y el manejo de herramientas sencillas y el desarrollo de destrezas lógico-matemáticas para descubrir y crear una idea cada vez más compleja del mundo.		1.1. Establecer distintas relaciones entre los objetos a partir de sus cualidades o atributos, mostrando curiosidad e interés, explorando sus características, comportamiento físico y funcionamiento, constatando el efecto de sus acciones sobre los objetos y anticipándose a las consecuencias que de ellas se derivan.	DEE.02.B.01. Pautas para la indagación en el entorno: interés, curiosidad, asombro, cuestionamiento y deseos de conocimiento, relativizando el error. DEE.02.B.02. Estrategias de construcción de nuevos conocimientos: relaciones y conexiones entre lo conocido y lo novedoso, y entre experiencias previas y nuevas; andamiaje e interacciones de calidad con las personas adultas, con iguales y con el entorno.
		1.4. Identificar las situaciones cotidianas en las que es preciso medir, utilizando el cuerpo u otros elementos para efectuar las comparaciones y medidas.	DEE.02.A.05. Situaciones en que se hace necesario medir con diferentes instrumentos, incluyendo el propio cuerpo, y recogiendo posteriormente los datos. DEE.02.A.06. Nociones espaciales básicas en relación con el propio cuerpo, el de los demás, los objetos y las acciones, tanto en reposo como en movimiento.
ÁREA	**Comunicación y Representación de la Realidad.**	**COMPETENCIA ESPECÍFICA, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y SABERES BÁSICOS**	
COMPETENCIA ESPECÍFICA		**CRITERIOS DE EVALUACIÓN**	**SABERES BÁSICOS**
3. Producir mensajes de manera eficaz, personal y creativa, utilizando diferentes lenguajes, descubriendo los códigos de cada uno de ellos y explorando sus posibilidades expresivas para responder a diferentes necesidades comunicativas.		3.3. Evocar y expresar espontáneamente ideas a través del relato oral en un contexto de respeto hacia las diferencias individuales.	CRR.02.C.01. El lenguaje oral en situaciones cotidianas: conversaciones, juegos de interacción social y expresión de vivencias. CRR.02.C.04. Verbalización de la secuencia de acciones en una acción planificada.

	4. DESCRIPCIÓN DE TAREAS Y ACTIVIDADES	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
MOVILIZA (2 sesiones)	- Visualización de fotografías del parque que van a visitar para que expresen sus vivencias y emociones. - Entre todos se decide el material necesario para documentar el trabajo durante la salida: cinta métrica, cámara, libreta. - Asamblea para decidir la secuencia de tareas y actividades que van a realizar para conseguir el producto final (mural). - Rutina de pensamiento: "Veo, pienso, me pregunto".	
ACTIVA (4 sesiones)	- Lluvia de ideas para recoger sus conocimientos previos y experiencias (buenas preguntas). - Se trabajarán las características de las figuras geométricas básicas: cuadrado, rectángulo, círculo y su reconocimiento en su entorno (material manipulativo). - Se utilizará el propio cuerpo para interiorizar las figuras planas (psicomotricidad). - Se trabajará el concepto de seriación como secuencia que se repite. - Identificarán series, de dos o más elementos, y de dos o más criterios de su entorno y de fotografías. - Reconocer la simetría en el propio cuerpo. - Señalar simetrías sobre fotografías de edificios. - Tomar objetos de la clase e inventarse una serie. - Buscar series en fotografías.	4.3 1.1 3.3
EXPLORA (6 sesiones)	- Juego libre con figuras geométricas. - Interpretación de seriaciones. - Realización de seriaciones con diversos objetos y/o con números. - Construir con material manipulativo figuras geométricas (depresores, plastilina, etc.). - Realizar series con material manipulativo.	4.3 1.1 3.3

EXPLORA (6 sesiones)	- Construir series con material fotocopiado recortado de elementos del parque. - Realizar mediciones con elementos cercanos y no convencionales (palmos, pies, pasos, lápices, cuerda, etc.) para hacer comparaciones de distintas medidas y mediciones. - Asamblea para recordar las normas y rutinas a seguir en la salida al parque.	
ESTRUCTURA (4 sesiones)	- Asamblea para trabajar y reconocer en el aula y en el centro (patio) elementos matemáticos. - Preparar mural (títulos, apartados, decoración) a falta de incluir lo recabado en la salida al parque.	4.3 1.1 3.3
APLICA Y COMPRUEBA (4 sesiones)	- Se producirá la salida al parque teniendo en cuenta que el rol del profesorado es plantear retos y preguntas, más que dar explicaciones (preguntas para generar conocimiento). Siguiendo las indicaciones del alumnado el docente fotografiará aquellos elementos matemáticos que reconozcan. - Se confeccionará el mural, previa impresión de las fotografías, y con el material recogido durante la salida (hojas, palitos, piedras, etc.).	4.3 4.5 1.1 1.4 3.3
CONCLUYE (1 sesión)	- Rutina de pensamiento " yo sabía, ahora sé". -Diana de autoevaluación.	

Por las características propias de esta etapa el trabajar los saberes a través de los procesos matemáticos es fácil. En la situación desarrollada los saberes sobre exploración creativa de objetos, materiales y espacios, así como la experimentación en el entorno, se utilizan para desarrollar los procesos de identificación, establecimiento de relaciones y desarrollo de destrezas lógico-matemáticas. No hay que olvidar el trabajo de la comunicación y los aspectos socioafectivos.

5.4.EJEMPLOS EN ÁREAS/MATERIAS NO CIENTÍFICAS

A continuación se presentan una serie de actividades de "buenas prácticas" diseñadas para impulsar el desarrollo de la competencia matemática del alumnado, fomentando la curiosidad, la exploración y la resolución de problemas de manera colaborativa y contextualizada. Estas propuestas integran experiencias manipulativas y simbólicas que facilitan la comprensión de conceptos numéricos y geométricos, promueven la comunicación de ideas mediante diferentes lenguajes (oral, gráfico y simbólico) y refuerzan la capacidad de aplicar estrategias adaptadas a situaciones reales de la vida cotidiana. Cada actividad está concebida para respetar los ritmos de aprendizaje del grupo,

incentivar la participación activa y ofrecer oportunidades de autoevaluación y coevaluación, contribuyendo así a consolidar una visión positiva y autónoma de las matemáticas como herramienta de interpretación y construcción del entorno.

EJEMPLO PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO PARA EL SEGUNDO CICLO DE EDUCACIÓN INFANTIL
DESCRIPTOR STEM
STEM1. Se inicia en el planteamiento de pequeños problemas mediante la aplicación de procesos básicos manipulativos y creativos que impliquen la utilización gradual de símbolos y códigos matemáticos para acercarse a la solución de cuestiones o problemas de la vida cotidiana.
COMPETENCIA ESPECÍFICA DE MI ÁREA O MATERIA
Crecimiento en Armonía: 1. Progresar en el conocimiento y control de su cuerpo y en la adquisición de distintas estrategias, adecuando sus acciones a la realidad del entorno de una manera participada y autónoma, para construir una autoimagen ajustada y positiva.
CRITERIO/S DE EVALUACIÓN
1.4. Participar en contextos de juego dirigido y espontáneo, ajustándose a sus posibilidades personales.
TAREA/ACTIVIDAD COMPETENCIAL
A lo largo de la sesión, el alumnado se adentrará en el “Bosque de las Figuras” con el objetivo de interpretar símbolos geométricos y resolver un pequeño problema motriz colaborativo. Para ello, se dispondrá sobre el suelo de cinco alfombrillas o cojines lisos y se delimitarán rutas mediante cintas de vinilo de los tres colores primarios. Cada equipo recibirá tarjetas en las que aparecen representadas figuras geométricas (círculo, cuadrado, triángulo) en combinación con un color (azul, rojo, amarillo) y un tamaño (grande, mediano, pequeño). Asimismo, se facilitarán pegatinas que reproducen estos mismos atributos y cartulinas en formato A4 acompañadas de rotuladores. La sesión comenzará con un breve calentamiento musical en el que el alumnado imitará desplazamientos de distintos animales del bosque (como la mariposa o el ciervo) y ejecutará ejercicios articulatorios al ritmo de la canción “¡Corre como un zorro!”, de modo que movilice todas las partes del cuerpo y prepare sus capacidades motrices. A continuación, se presentará el reto que orientará la actividad: atravesar el bosque respetando una secuencia de símbolos que combinan forma, color y tamaño, y realizar sobre cada cojín la acción asociada (por ejemplo, caminar, saltar o avanzar lateralmente).

Formado el alumnado en equipos de dos o tres componentes, cada grupo adoptará un nombre de exploradores y recibirá una cartulina de inicio en la que figurará una secuencia de cuatro tarjetas. Con las cintas de vinilo, marcarán en el suelo la ruta que les corresponde, alternando los tramos de "caminar", "saltar" y "paso lateral" según el código de color. Durante el recorrido, identificarán la alfombrilla que coincide con cada símbolo, se desplazarán hasta ella y ejecutarán la acción correspondiente, ajustando su desplazamiento a sus propias posibilidades motrices y colaborando estrechamente.

Al concluir el trayecto, el alumnado recogerá las pegatinas que representan cada uno de los símbolos atravesados y las ordenará en la cartulina, completando además el registro gráfico con flechas o numeración que indique el sentido y orden de la ruta seguida. Seguidamente, se intercambiarán las cartulinas con otro equipo, de manera que unos interpreten el dibujo realizado por otros para reproducir la misma ruta y acciones en su espacio de juego. El equipo que originalmente diseñó la secuencia validará el resultado, ofreciendo retroalimentación precisa si detecta discrepancias en la interpretación de tamaños, colores o tipos de desplazamiento, mientras que el equipo que ejecuta el reto también podrá señalar con cortesía posibles ajustes en el plano que guió la actividad.

Para finalizar, durante la puesta en común, se promoverá una reflexión en la que el alumnado comparta qué símbolos fueron más fáciles o difíciles de reconocer y cuáles estrategias de colaboración resultaron más efectivas. De este modo, se evidenciará la participación activa en un contexto de juego dirigido, la capacidad para interpretar gradualmente símbolos y códigos matemáticos, y el ajuste de sus actuaciones motrices a las posibilidades personales de cada integrante, satisfaciendo así los objetivos del descriptor STEM1 y los criterios de evaluación establecidos.

EJEMPLO PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO DESDE EL ÁREA EDUCACIÓN FÍSICA (EDUCACIÓN PRIMARIA)

DESCRIPTOR STEM 1

STEM 1. Utiliza, de manera guiada, algunos métodos inductivos y deductivos propios del razonamiento matemático en situaciones conocidas, y selecciona y emplea algunas estrategias para resolver problemas reflexionando sobre las soluciones obtenidas.

COMPETENCIA ESPECÍFICA DE MI ÁREA O MATERIA

2. Adaptar los elementos propios del esquema corporal, las capacidades físicas, perceptivo-motrices y coordinativas, así como las habilidades y destrezas motrices, aplicando procesos de percepción, decisión y ejecución adecuados a la lógica interna y a los objetivos de diferentes situaciones, para dar respuesta a las demandas de proyectos motores y de prácticas motrices con distintas finalidades en contextos de la vida diaria.

CRITERIO/S DE EVALUACIÓN
2.1.a. Participar en proyectos motores de carácter individual, cooperativo o colaborativo, definiendo metas, secuenciando acciones, observando los cambios durante el proceso y generando producciones motrices de calidad, analizando el grado de ajuste al proceso seguido y al resultado obtenido.
TAREA/ACTIVIDAD COMPETENCIAL
Durante la situación de aprendizaje, el alumnado profundizará en los aspectos técnico-tácticos del baloncesto (bote, pase, tiro a portería y desmarque) mediante la aplicación de los modelos pedagógicos comprensivo e integrado técnico-táctico. En la fase inicial, se proyectará un vídeo motivador sobre la evolución del 3x3, desde el juego callejero hasta su inclusión olímpica, con fragmentos de partidos del equipo español femenino medallista. Esta presentación servirá para ilustrar la relevancia del scouting y de los datos estadísticos en el alto rendimiento, al tiempo que estimula la curiosidad y contextualiza la sesión. A continuación, el docente organizará al alumnado en cinco equipos representativos de diferentes continentes, cada uno con cinco integrantes, y explicará el sistema de rotación de roles cooperativos. En una ficha de trabajo digitalizada aparecerán las funciones de preparador físico, entrenador, capitán, árbitro y analista-scouting, así como la selección de un país, un escudo, una camiseta, una canción de salida y un grito de guerra para el torneo. Esta fase de activación fomentará la toma de decisiones conjunta y la personalización de la experiencia deportiva antes de iniciar las tareas prácticas. Durante las seis sesiones de exploración, cada equipo ejecutará calentamientos diseñados por el alumnado con el “role” de preparadores físicos y ejercicios tácticos propuestos por el alumnado que adopta el papel de entrenadores, mientras el grupo de analistas analistas registran datos de bote, tiro y pase en hojas de control. A media sesión, el docente dirigirá una actividad colectiva que enfatiza el aspecto técnico-táctico de la unidad, y finalmente se celebrarán partidos amistosos de 3x3 en los que alternarán los roles de juego y arbitraje. El intercambio de feedback entre compañeros y compañeras y la comparación de los registros cuantitativos y cualitativos permitirán al alumnado valorar sus propios progresos y reforzar competencias motrices y estratégicas. Para consolidar los aprendizajes, se desplegará un torneo amistoso “preolímpico” en dos sesiones. En la primera, los encuentros de 2 períodos de cinco minutos servirán como simulacro de la fase final y como fuente de datos para el informe individual. Tras cada partido, el alumnado intercambiará los papeles de jugador y analista, recibiendo retroalimentación numérica y descriptiva apoyada en grabaciones con tablet. En la segunda sesión, cada equipo diseñará tareas de mejora basadas en los resultados obtenidos, reforzando la metacognición y la capacidad de planificar entrenamientos.

La fase de aplicación consistirá en el torneo olímpico oficial, donde los equipos entrarán al campo al ritmo de su canción y grito de guerra, y en el que se evaluará el nivel técnico-táctico consolidado mediante la recogida de datos en tiempo real y la grabación audiovisual de los partidos. Por último, cada miembro del alumnado elaborará un informe gráfico sobre el desempeño de un compañero o compañera, incluyendo gráficos de líneas con porcentajes y valores absolutos de aciertos y errores en cada habilidad, así como el cálculo de medias y rangos para valorar la progresión durante todo el proceso. Este documento, apoyado en imágenes seleccionadas, proporcionará una visión integral del desarrollo individual.

La valoración de la situación de aprendizaje se sustentará en rúbricas y listas de control que medirán tanto el cumplimiento de los objetivos técnico-tácticos como la competencia en trabajo cooperativo y juego limpio. De este modo, se garantizará una evaluación holística que reconozca el esfuerzo, la interacción y el progreso motor y cognitivo del alumnado a lo largo de toda la experiencia formativa.

EJEMPLO PARA EL DESARROLLO DEL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO DESDE EL ÁREA/MATERIA LENGUA Y LITERATURA
DESCRIPTOR STEM 1
STEM1. Utiliza métodos inductivos y deductivos propios del razonamiento matemático en situaciones conocidas y selecciona y emplea diferentes estrategias para resolver problemas analizando críticamente las soluciones y reformulando el procedimiento, si fuera necesario.
COMPETENCIA ESPECÍFICA
5. Producir textos escritos y multimodales coherentes y cohesionados, adecuados y correctos atendiendo a las convenciones propias del género discursivo elegido, para construir conocimiento y dar respuesta de manera informada, eficaz y creativa a demandas comunicativas concretas.
CRITERIO DE EVALUACIÓN
5.1. Planificar la redacción de textos escritos y multimodales de cierta extensión atendiendo a la situación comunicativa, destinatario, propósito y canal enfatizando los usos de la escritura para la toma de apuntes, esquemas, mapas conceptuales o resúmenes, y en la elaboración de textos de carácter académico; redactar borradores y revisarlos con ayuda del diálogo entre iguales e instrumentos de consulta, y presentar un texto final coherente, cohesionado y con el registro adecuado.

TAREA/ACTIVIDAD COMPETENCIAL

La tarea propuesta para trabajar la competencia , a través del descriptor STEM1 va a consistir en realizar una argumentación guiada. En este caso,se va a utilizar la IA que va a servir de guía y para proporcionar el feedback necesario. En este caso se integra dentro de una SdA de 3º de ESO en la que se va a trabajar los textos periodísticos “Crónicas del Instituto” y se hará hincapié en las convenciones de los textos argumentativos.

Esta tarea se puede realizar en cualquier espacio del centro, siempre que haya disponible un dispositivo digital para el alumnado. En este centro disponemos de carritos con portátiles, por lo tanto, se podría llevar a cabo en el aula ordinaria.

La idea es utilizar una metodología basada en el aprendizaje cooperativo, pero en este caso serán grupos muy pequeños facilitando la tarea de proporcionar feedback entre los miembros del grupo, siendo este aspecto fundamental para la tarea.

La clase se dividirá en grupos de tres alumnos/as, la idea es que hagan una pequeña investigación sobre los tipos de textos argumentativos y le den forma mediante un mapa conceptual en la web “Mindomo”, se le pedirá al alumnado que hagan hincapié en las distintas clases de argumentos que pueden encontrar y en dar ejemplos de cada tipo. Además, para afianzar ese análisis teórico se le proporcionará un texto sobre distintas acciones relacionadas con el cambio climático y se le propondrá una pequeña situación problematizada preguntándoles, por ejemplo; ¿Cuánto habría que reducir la huella de carbono anualmente para llegar a 0%?

Una vez conseguida la base teórica, el alumnado, de forma individual, incluirá a la Inteligencia Artificial el siguiente PROMPT:

“Me gustaría que te comportaras como un profesor de lengua y literatura y me trates como a un alumno, te voy a ir dando distintos argumentos para demostrarte que el cambio climático es muy evidente y me gustaría que me fueras dando sugerencias para mejorar mis argumentos, no quiero que me hagas el texto, solo sugerencias”.

Donde aparece el cambio climático se puede incluir cualquier otro tema, adaptándolo a los intereses del alumnado o incluso a su contexto más cercano. Lo único que se les pedirá, en esta fase, es que realicen la tarea de forma individual pero que todos los miembros del equipo elijan el mismo tema para sus argumentos.

A medida que el alumnado vaya avanzando con sus argumentaciones irá creando un texto argumentativo con una base muy sólida que le permitirá defender la idea propuesta de manera vehemente. Cuando el alumnado haya obtenido la versión definitiva, volverá a agruparse para revisar las tareas del resto de miembros de su grupo, para proporcionarles un nuevo feedback. En este momento, el alumnado podrá compartir información sobre alguno de los argumentos seleccionados por el resto del grupo, infiriendo información de esas otras ideas e incluso emitir posibles juicios de valor señalando las causas más importantes para el citado cambio climático. Además, puesto que ya han observado cómo la IA los ha ido corrigiendo y tendrán que adoptar ese papel con los textos de sus compañeros.

Respecto a la relación con los criterios de esta materia se hace muy evidente porque como se puede observar el criterio 5.1., hace referencia a la planificación de textos escritos y borradores y a revisarlos “con ayuda del diálogo entre iguales e instrumentos de consulta”. Por lo tanto,la evaluación de este criterio se va a hacer de una manera muy sencilla ya que se proporcionará una rúbrica con los aspectos que se van a tener en cuenta y tanto el profesor como los compañeros de equipo valorarán mediante esa rúbrica la versión definitiva del texto.

5.5. Utilización de las estrategias de resolución de problemas como buena práctica.

Uno de los ejes de la enseñanza de la resolución de problemas es la utilización de estrategias que nos orienten sobre la ejecución del proceso. A continuación, se expone modelos de aplicación de estrategias en las diferentes etapas:

5.5.1. Estrategia de los casos sencillos

1.- ESTRATEGIA DE LOS CASOS SENCILLOS

A.- ¿En qué consiste la estrategia?

La **estrategia de los casos sencillos** es una técnica de resolución de problemas en matemáticas que consiste en simplificar un problema complejo descomponiéndolo en versiones más simples o más manejables. Al analizar y resolver estos casos más sencillos, se pueden identificar patrones, generalizar ideas o adquirir una mejor comprensión del problema original.

B.- ¿Cómo funciona esta estrategia?

1. **Identificar el problema principal:** Entender claramente el problema completo que se desea resolver.

2. **Simplificar el problema:** Reducir el problema original a situaciones más pequeñas, básicas o con menos variables.

3. **Resolver los casos sencillos:** Resolver los problemas simplificados y analizar los resultados.

4. **Buscar patrones o principios generales:** Observar si las soluciones de los casos sencillos revelan una tendencia o relación general.

5. **Generalizar o aplicar al caso completo:** Usar los patrones o principios descubiertos para abordar el problema original.

C.- ¿Cuándo utilizarla?

A veces te encuentras con un problema que resulta difícil por su tamaño, por tener demasiados elementos que lo hacen enrevesado y oscuro. En este caso se puede empezar construyendo un problema semejante más sencillo, tratar de resolverlo y luego proceder a complicarlo hasta llegar al propuesto inicialmente.

Otras veces el problema visto en su conjunto resulta inabordable, entonces para empezar se puede abordar una parte de él que parezca más simple.

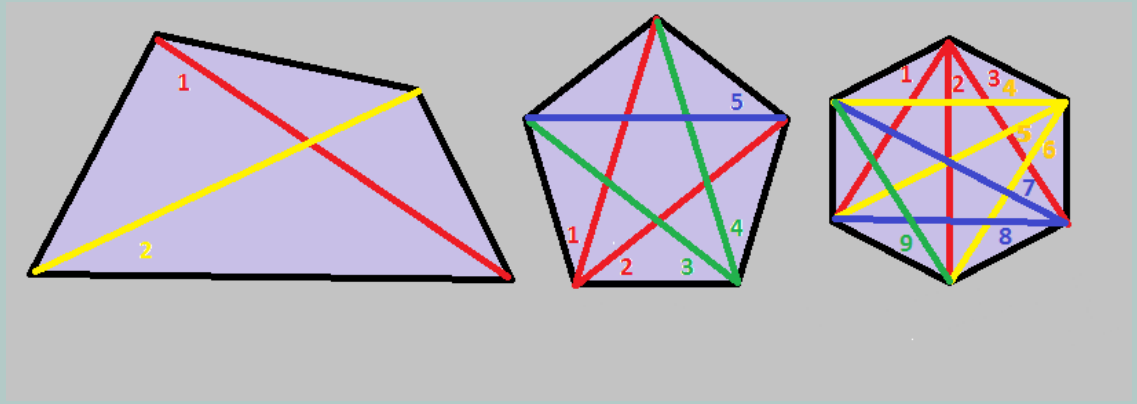
Es una de las mejores estrategias para los principiantes, pues sirve para adquirir confianza y en otros casos proporciona ayuda en los atascos y bloqueos y nos permite manipulando los datos, entrar en materia.

Acude a ésta estrategia cuando no poseas ninguna idea que te haga prosperar, ya que en múltiples ocasiones te permitirá lograr un avance.

Puede ir relacionada con otras estrategias como : Generalización, descomponer el problema en otros más simples y experimentación.

1.- ESTRATEGIA DE LOS CASOS SENCILLOS
GEOMETRÍA (PRIMARIA)

¿Cuántas diagonales tiene un polígono de 12 lados?



Por el número de lados del polígono, resulta difícil conocer el número de diagonales que se pueden trazar. Por tanto, vamos a aplicar la estrategia de los casos sencillos para poder sacar pautas y regularidades.

El caso más sencillo es el formado por el triángulo, que no tiene diagonales. Le siguen los cuadriláteros que tienen dos diagonales. Siguiendo el mismo razonamiento vamos a completar la siguiente tabla:

NÚMERO DE LADOS	NÚMERO DE DIAGONALES
3	0
4	0+(4-2)=0 + 2 = 2
5	2+(5-2)=2 +3 = 5
6	5+(6-2)= 5 +4 = 9
7	9+(6-2)= 9 +5= 14
8	14 + (8-2) = 14 + 6= 20
9	20 + (9-2)= 20 +7 = 27
10	27 + (10-2) =27 + 8 = 35
11	35 + (11-2) =35 + 9 = 44
12	44 + (12 -2)=44 + 10= 54

Siguiendo el razonamiento establecido para los casos sencillos podemos concluir que un polígono de 12 lados tiene 54 diagonales. ¿Puedes dibujarlo y comprobarlo?

1.- ESTRATEGIA DE LOS CASOS SENCILLOS
Generalización mediante expresiones algebraicas (ESO)

El profesor de Educación Física ha propuesto celebrar un campeonato de tenis con los 20 alumnos y alumnas de la clase. Para ello participan en un sorteo para emparejarse entre sí en la primera ronda. ¿De cuántas maneras se pueden hacer los emparejamientos?

Está claro que por la cantidad de alumnado, resulta difícil establecer el número de emparejamientos. Por tanto, vamos a aplicar la estrategia de los casos sencillos para poder sacar pautas y regularidades.

El caso más sencillo es el formado por 2 alumnos o alumnas→ 1 emparejamiento

Siguiendo el mismo razonamiento vamos a completar la siguiente tabla:

ALUMNADO	EMPAREJAMIENTOS
1	0
2	1
3	2+1 = 3
4	3+2+1 = 6
5	4+3+2+1= 10
6	5+4+3+2+1 = 15
….	….
11	10+9+8+7+6+5+4+3+2+1= 55
….	…..
n	(n-1)+(n-2)+(n-3)+….+ 3+2+1 = (n-1) · n2

A partir de la generalización que hemos realizado, podemos calcular el número de emparejamiento de los 20 alumnos y alumnas:

(n-1) · n2 = 19 · 202 = 3802= 190 emparejamientos posibles.

5.5.2. Estrategia de descomponer un problema en otros más sencillos.

2.- ESTRATEGIA DESCOMPONER UN PROBLEMA EN OTROS MÁS SENCILLOS

A.- ¿En qué consiste la estrategia?

La **estrategia de descomponer un problema en partes más sencillas** es un enfoque utilizado en matemáticas y otras disciplinas para resolver problemas complejos de manera más manejable. Consiste en dividir el problema original en varios subproblemas más simples que sean más fáciles de analizar y resolver. Una vez resueltos estos subproblemas, sus soluciones se combinan para abordar el problema completo.

B.- ¿Cómo funciona esta estrategia?

- **Entender el problema original:**

  Analiza el problema completo para identificar sus componentes y los aspectos más complicados.

- **Dividir en subproblemas:**

  Encuentra formas de dividir el problema en partes más pequeñas y manejables. Cada subproblema debe ser lo suficientemente sencillo como para resolverse de forma individual.

- **Resolver los subproblemas:**

  Aborda cada subproblema por separado. Estos pueden ser cálculos específicos, pasos intermedios o casos especiales.

- **Integrar las soluciones:**

  Combina las soluciones de los subproblemas para resolver el problema original. Esto podría implicar sumar, multiplicar, usar patrones o analizar las relaciones entre las partes.

- **Verificar la solución:**

  Asegúrate de que la solución final sea coherente y cubra todos los aspectos del problema original.

C.- ¿Cuándo se utiliza?

La utilización de esta estrategia es bastante común y se realiza de manera consciente al enfrentarte a una situación.

Se puede representar por la analogía: "quizás es imposible romper un manojo de lápices por la mitad, sin embargo si rompemos cada lápiz por separado, el objetivo resulta fácil de alcanzar".

2.- ESTRATEGIA DESCOMPONER UN PROBLEMA EN OTROS MÁS SENCILLOS

Organizamos la excursión (Infantil)

0. Contextualización

Durante el desarrollo de la SdA que se esté trabajando, se va a realizar una salida. En el alumnado surge la necesidad de organizar el lugar en el que se van a sentar en el autobús.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1. Entender el problema original

A partir de preguntas indirectas como: ¿dónde estará sentado el conductor? ¿Dónde están las escaleras? ¿Cuál es la parte delantera y trasera? ¿Cuántas filas de asientos hay? ¿Dónde están las ventanillas y el pasillo?... Se plantea una situación donde el alumnado va a ir interpretando todas las referencias que pueden tomar para ubicarse en el autobús.

Pedimos al alumnado que de manera individual o por parejas, coloquen su foto en el lugar donde quieran ubicarse. Se cuestionan asuntos como con quién se quieren sentar, si prefieren ventanilla o pasillo, en la parte delantera o trasera, cerca o lejos del conductor…

Una vez ubicados en la maqueta, se trabaja de manera individual la toma de conciencia del lugar exacto para trasladar esta información a la vida real. Para ello, en un plano mudo del vehículo, tendrán que localizar el asiento elegido anteriormente y colorear.

En esta fase del problema se plantean diferente variables:

- Ubicarse en el plano mudo con el modelo al lado en la mesa.

- Ubicarse en el plano mudo con el modelo lejos del control visual.

Se realiza una simulación en el aula de psicomotricidad en el que se colocan tantas sillas como asientos hay en el autobús. El alumnado, partiendo de su plano, se tiene que sentar en el lugar señalado en el mismo. El final del proceso se validará con el plano inicial.

El día de la salida, podemos trabajar partiendo de dos variables:

- El alumnado se sienta teniendo como referencia su mapa mudo.

- El alumnado se sienta teniendo en cuenta el mapa general con las fotografías de todo el alumnado.

2. Dividir en subproblemas:

- SUBPROBLEMA 1: Colocar su foto en el plano del autobús que vamos a utilizar en la próxima salida.

- SUBPROBLEMA 2: Teniendo en cuenta una distribución dada de asientos en el autobús, el alumnado se ubica en un plano mudo .

- SUBPROBLEMA 3: El alumnado se sienta en un autobús simulado en clase, teniendo en cuenta el plano general dado .

- SUBPROBLEMA 4: El alumnado se sienta en un autobús simulado en clase, teniendo en cuenta el plano individual.

- SUBPROBLEMA 5: En la salida, se ubican en el autobús real con el plano general, plano individual o ambos.

3. Resolver los subproblemas:

-SUBPROBLEMA 1: mediante diálogo, acuerdo entre compañeros y referencias espaciales se ubican en el plano.

-SUBPROBLEMA 2: a través de relaciones espaciales y comparaciones, coloca su foto en plano mudo.

- SUBPROBLEMA 3: se ubican en el autobús simulado con estrategias tales como: conteo, relaciones espaciales, observación, números ordinales, comparaciones…

-SUBPROBLEMA 4: se ubican en el autobús simulado teniendo en cuenta, conceptos espaciales como delante, detrás, cerca, al lado de…

-SUBPROBLEMA 5: con uno de los planos ocupan el asiento que han elegido en el proceso, transfiriendo lo trabajado en el aula a la vida real.

4. Integrar soluciones:

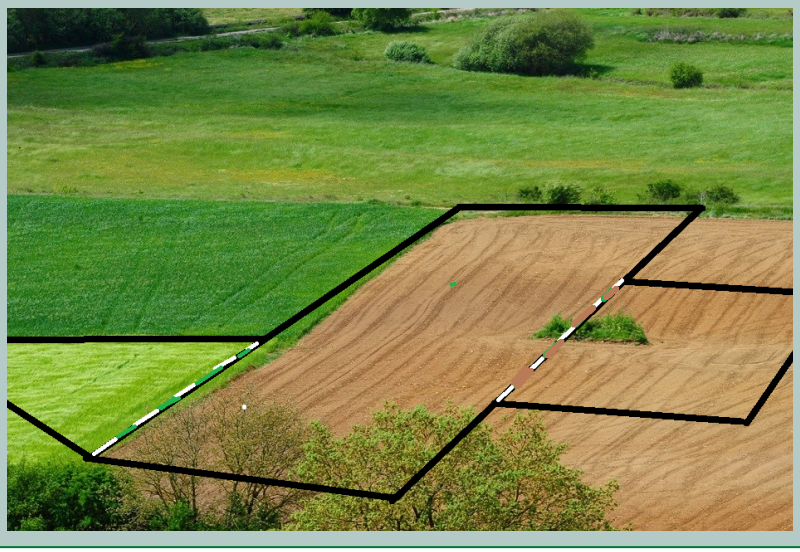
A través de la resolución del problema, el alumnado ha integrado estrategias aplicables a otras situaciones : uso del conteo, hacer marcar, tomar referentes espaciales, comparaciones, anotaciones.

5. Verificar la solución:

En todos los subproblemas el alumnado puede validar la solución dada al problema, ya que un error de representación o lectura, puede afectar a la solución tanto común como individual. Si esto sucede, el alumnado debe revisar su representación para llegar a la ubicación exacta de su asiento. Validar esta solución supone tomar conciencia de que la estrategia utilizada no ha sido suficiente o correcta, planteando la necesidad de integrar otras que le ayuden a la solución del problema.

2.- ESTRATEGIA DESCOMPONER UN PROBLEMA EN OTROS MÁS SENCILLOS
Geometría (Primaria)

Juan quiere construirse una casa en la parcela señalada en negro sobre la fotografía. Sabiendo que cada centímetro de la foto se corresponde con un metro en la realidad. ¿Podrías calcular la superficie que va a tener la planta de la casa?



Calcular el área de la figura globalmente sería difícil. Por ello vamos a utilizar la estrategia de descomponer un problema en otros más simples.

PROCESO	CÁLCULOS
En primer lugar, dividimos la parcela en figuras que podamos calcular sus áreas de manera fácil.	Podemos reconocer tres figuras planas: un triángulo, un cuadrado y un rectángulo. Procedemos a tomar las medidas que correspondan sobre la fotografía.
En segundo lugar, calculamos el área del cuadrado.	En la fotografía el lado del cuadrado mide 4,5 cm, por tanto en la realidad mide 4,5 m. El área del cuadrado será A=l2 = (4,5)2 = 20,25 m2
En tercer lugar, calculamos el área del rectángulo.	En la fotografía la base mide 5 cm y la altura 7,5 cm. En la realidad 5 m y 7,5 m. El área del rectángulo será A= b·a= 5 · 7,5 = 37,5 m2
En cuarto lugar, calculamos el área del triángulo.	En la fotografía la base mide 3,5 cm y la altura 4,5 cm, por tanto, en la realidad miden 3,5 m y 4,5 m . El área del triángulo será A= b·a2 = 3,5·4,52 = 15,752 = 7,875 m2
Por último, procedemos a reunir todas las figuras planas para calcular la superficie de la planta de la casa.	La superficie de la planta de la casa será 20,25 m2 + 37,5 m2 + 7,875 m2 = 65,625 m2

Se puede apreciar cómo la situación inicial se ha descompuesto en cinco situaciones problemáticas más simples.

2.- ESTRATEGIA DESCOMPONER UN PROBLEMA EN OTROS MÁS SENCILLOS
Geometría (ESO)

Calcular el área de la zona circular comprendida entre la construcción de asientos que existe en la plaza.



Foto internet

Se trata de calcular la zona circular comprendida entre la construcción de los asientos, limitada por la cuerda que uniría los dos extremos de la construcción. Una manera de actuar sería descomponer el problema en otros más sencillos:

PROCESO	CÁLCULOS
Calcular el área del círculo completo.	El alumnado mediría en la plaza el radio del círculo señalado en rojo y podría calcular el área del círculo completo
Halla el área del sector circular cuyo arco está limitado por la cuerda:	Hallaría el área del sector circular mediante una regla de tres. $\frac{\text{ÁNGULO CENTRAL}}{360^o}$ $\quad$ $\frac{\text{ÁREA}}{\pi\, r^2}$ Medida ángulo central $\quad$ x
Hallar el área del triángulo central cuya base es la cuerda.	El alumnado conociendo la longitud de la cuerda y el radio del círculo, puede calcular por el teorema de Pitágoras la distancia de la cuerda al centro, que sería la altura del triángulo (sin tener que medirla). Ya tendrían los datos para calcular el área del triángulo.
Calcular la diferencia entre las áreas del sector circular y el triángulo central.	Se obtiene el área del segmento circular.
Calcular el área de la zona circular limitada por la cuerda que une los extremos de la construcción.	Se obtendrá por diferencia de las áreas del círculo y el segmento circular.

Se puede apreciar cómo la situación inicial se ha descompuesto en varias situaciones problemáticas más simples, para que el alumnado de los primeros cursos de ESO pueda poner en práctica los saberes básicos adquiridos del sentido espacial.

5.5.3.- Estrategias para facilitar la interpretación

3.- ESTRATEGIAS PARA FACILITAR LA INTERPRETACIÓN

Un aspecto básico de la resolución de problemas es la comprensión e interpretación de la situación problemática planteada. Para ello es importante fomentar una serie de estrategias que lo faciliten. Una primera estrategia es:

¿QUÉ DATOS SON NECESARIOS PARA RESPONDER A UNA PREGUNTA DADA?

A.- ¿En qué consiste la estrategia?

Consiste en analizar la pregunta de la situación problemática para determinar qué información es relevante y necesaria, qué datos ya conocemos y si necesitamos información adicional para llegar a la solución.

B.- ¿Cómo funciona esta estrategia?

Los pasos para aplicar la estrategia son :

1.- Comprender la pregunta o problema:

Lee atentamente la pregunta y asegúrate de entender qué te están pidiendo. Identifica cuál es el objetivo o la incógnita que debes resolver.

2.- Identificar los datos disponibles:

Reconoce los datos que se dan en la situación problemática y anótalos. Esta información puede estar en números, gráficos, tablas, dibujos o palabras.

3.- Determinar los datos necesarios:

Pregúntate qué información es esencial para resolver el problema y si hay datos que faltan o no son relevantes. Por ejemplo:

- ¿Qué datos numéricos necesito?
- ¿Qué fórmulas o conceptos matemáticos debo aplicar?
- ¿Hay información adicional que debo inferir?

4.- Eliminar datos innecesarios:

A veces, las situaciones problemáticas contienen información que no es necesaria para la solución. Identificar y descartar estos datos ayuda a simplificar el problema.

5.- Planificar cómo usar los datos:

Una vez que tengas los datos esenciales, organiza tu plan para resolver el problema. Decide los pasos a seguir y las operaciones necesarias.

6.- Resolver el problema y verificar la respuesta:

Aplica los datos identificados y realiza las operaciones correspondientes. Finalmente, verifique que la solución responda a la pregunta planteada.

C.- ¿Cuándo utilizarla?

Esta estrategia es importante utilizarla con frecuencia ya que:

Facilita la comprensión: Ayuda a los estudiantes a centrarse en lo que realmente importa y evita confusiones.

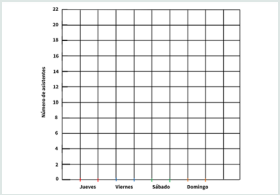
Desarrolla habilidades de pensamiento crítico: Los estudiantes aprenden a analizar la información y decidir qué es útil o no.

Permite resolver problemas complejos: Al identificar los datos esenciales, se pueden abordar problemas más grandes o difíciles paso a paso.

3.- ESTRATEGIAS PARA FACILITAR LA INTERPRETACIÓN (PRIMARIA)

¿Qué datos son necesarios para responder a una pregunta dada?

Reflexiona sobre los datos necesarios para responder a cada pregunta, búscalos en la imagen de la página siguiente y resuelve la pregunta:

NÚMERO	PREGUNTAS PARA BUSCAR LOS DATOS NECESARIOS
1	Ordena los metros recorridos de mayor a menor
2	¿Cuántos metros totales han recorrido en toda la semana?
3	¿Cuál fue la hora de inicio y finalización de la excursión del sábado?
4	Si la excursión del domingo duró 275 minutos, ¿cuántas horas y cuántos minutos duró la excursión?
5	Representa en un gráfico de barras el número de los días. 


EXCURSIONES EN PATINETE
Un grupo de amigos y amigas realizan excursiones en patinete en su tiempo libre
La semana pasada realizaron 4 excursiones como muestra esta tabla
Tabla de excursiones
Día de la semana | Metros recorridos | Asistentes
Jueves | 9.040 | 8
Viernes | 9.405 | 14
Sábado | 9.143 | 20
Domingo | 9.099 | 17
La excursión del sábado por la mañana la iniciaron a las 10 y finalizó a las 12 y cuarto
Algunos asistentes llevaban camisetas con formas geométricas
Marta
Samuel
Luis
Emma

3.- ESTRATEGIAS PARA FACILITAR LA INTERPRETACIÓN (ESO)

¿Qué datos son necesarios para responder a una pregunta dada?

Reflexiona sobre los datos necesarios para responder a cada pregunta, búscalos en la imagen de la página siguiente y resuelve la pregunta:

NÚMERO	PREGUNTAS PARA BUSCAR LOS DATOS NECESARIOS
1	Teniendo en cuenta la media de pasajeros que salen cada mañana desde Málaga y la parada realizada en Córdoba. ¿Cuántos pasajeros llegan a Sevilla en tren?
2	¿Cuántos trenes salen al día de cada ciudad?
3	¿Con qué frecuencia salen los trenes desde ambas ciudades?
4	De acuerdo con los precios de los billetes y las ofertas, si queremos comprar 10 billetes de ida, ¿qué nos saldría más barato?
5	Teniendo en cuenta el trayecto que recorre cada tren entre Sevilla y Málaga, si suponemos que viaja a una velocidad constante de 78 km/h. ¿Cuánto tiempo tarda el tren en llegar a Málaga?



2.- ¿QUÉ PREGUNTAS SE PUEDEN RESPONDER A PARTIR DE UNOS DATOS DADOS?

A.- ¿En qué consiste la estrategia?

Consiste en analizar un conjunto de datos disponibles para identificar qué preguntas pueden ser resueltas con ellos. En lugar de partir de una pregunta específica, el punto de inicio es la información dada, y a partir de ahí, se generan preguntas que pueden ser respondidas con los datos.

B.- ¿Cómo funciona esta estrategia?

Los pasos para aplicar la estrategia son :

1.- Identificar los datos disponibles:

Leer y analizar cuidadosamente los datos que se tienen. Los datos pueden estar presentados en forma de números, gráficos, tablas, enunciados, etc.

2.- Pensar en posibles preguntas:

Reflexionar sobre qué tipo de preguntas se pueden resolver con esa información.

- ¿Qué operaciones matemáticas puedo aplicar? (suma, resta, multiplicación, división, etc.)
- ¿Qué conceptos matemáticos puedo explorar? (promedio, mediana, perímetro, área, porcentajes, etc.)
- ¿Qué relaciones puedo identificar entre los datos?

3.- Formular preguntas concretas:

Cree preguntas específicas que puedan responder con los datos disponibles. Por ejemplo:

- ¿Cuál es el total?
- ¿Cuál es la diferencia entre los valores?
- ¿Qué promedio o porcentaje se puede calcular?
- ¿Qué figura o patrón se puede construir?

4.- Resolver las preguntas:

Aplicar operaciones matemáticas y conceptos para responder cada pregunta formulada.

5.- Verificar y reflexionar:

Asegurarse de que las respuestas tienen sentido con respecto a los datos y reflexionar sobre el proceso.

C.- ¿Cuándo utilizarla?

- Esta estrategia es importante utilizarla con frecuencia ya que:
- Fomenta el pensamiento crítico: El alumnado aprende a explorar los datos y formular preguntas posibles.
- Trabaja con datos desde diferentes perspectivas: Ayuda a ver cómo la misma información puede resolver distintos problemas.
- Fortalece la comprensión de conceptos matemáticos: Al formular preguntas, el alumnado aplica operaciones matemáticas diversas y comprende mejor cómo funcionan.

3.- ESTRATEGIAS PARA FACILITAR LA INTERPRETACIÓN (PRIMARIA)

¿Qué preguntas se pueden resolver a partir de unos datos dados?

A partir de los datos recogidos en la imagen de la página siguiente, reflexiona sobre las preguntas que se pueden resolver y respóndelas:

NÚMERO	DATOS Y EJEMPLO DE PREGUNTA A RESOLVER
1	DATOS: TABLA DE EXCURSIONES ¿Cuántos metros le faltan a la excursión del sábado para realizar el mismo recorrido que la excursión del viernes?
2	DATOS:TABLA DE EXCURSIONES ¿Cuántos asistentes más participaron en las excursiones del sábado y domingo que en las excursiones del jueves y viernes?
3	DATOS:TABLA DE EXCURSIONES ¿Cuántos metros en total recorrieron los 20 asistentes de la excursión del sábado?
4	DATOS SOBRE LA DURACIÓN DE LA EXCURSIÓN Si durante la excursión estuvieron parados, descansando, durante 25 minutos. ¿Cuánto tiempo estuvieron andando?
5	DATOS SOBRE CAMISETAS CON FORMAS GEOMÉTRICAS Agrupa a los asistentes según tengan en su camiseta un polígono equilátero o no.

3.- ESTRATEGIAS PARA FACILITAR LA INTERPRETACIÓN (ESO)

¿Qué preguntas se pueden resolver a partir de unos datos dados?

A partir de los datos recogidos en la imagen de la página siguiente, reflexiona sobre las preguntas que se pueden resolver y respóndelas:

NÚMERO	DATOS Y EJEMPLO DE PREGUNTA A RESOLVER
1	DATOS: PRECIOS DE LOS BILLETES ¿Cuánto cuestan 4 billetes desde Sevilla a Málaga, ida y vuelta,comprados el último día?
2	DATOS DE LA DISTANCIA Y SALIDAS DE LOS TRENES ¿Cuántos kilómetros hacen diariamente todos los trenes del trayecto Sevilla-Málaga o viceversa?
3	DATOS DE PASAJEROS ¿Cuántos pasajeros viajan de media al año?
4	DATOS SOBRE HORARIOS DE SALIDA DE AMBAS ESTACIONES ¿Cuántos trenes salen de ambas estaciones entre las 9 y 14 horas?
5	DATOS SOBRE PRECIOS Y OFERTAS Con una semana de antelación voy a comprar 14 billetes, aplicando la oferta A. ¿Cuánto debe pagar?

6. REFERENCIAS NORMATIVAS

Ley Orgánica 2/2006, de Educación modificada por la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre (LOMLOE), por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de Educación.

Real Decreto 95/2022, de 1 de febrero, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Infntil.

Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria.

Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria.

Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato.

Decreto 327/2010, de 13 de julio, por el que se aprueba el Reglamento Orgánico de los Institutos de Educación Secundaria.

Decreto 328/2010, de 13 de julio, por el que se aprueba el Reglamento Orgánico de las escuelas infantiles de segundo grado, de los colegios de educación primaria, de los colegios de educación infantil y primaria, y de los centros públicos específicos de educación especial.

Decreto 100/2023, de 9 de mayo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la etapa de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de Andalucía.

Decreto 101/2023, de 9 de mayo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la etapa de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía.

Decreto 102/2023, de 9 de mayo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la etapa de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía.

Decreto 103/2023, de 9 de mayo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la etapa de Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía.

Orden de 20 de agosto de 2010, por la que se regula la organización y el funcionamiento de las escuelas infantiles de segundo ciclo, de los colegios de educación primaria, de los colegios de educación infantil y primaria y de los centros públicos específicos de educación especial, así como el horario de los centros, del alumnado y del profesorado.

Orden de 20 de agosto de 2010, por la que se regula la organización y el funcionamiento de los institutos de educación secundaria, así como el horario de los centros, del alumnado y del profesorado.

Orden de 30 de mayo de 2023, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y a las diferencias individuales, se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado y se determinan los procesos de tránsito entre ciclos y con Educación Primaria.

Orden de 30 de mayo de 2023, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y a las diferencias individuales, se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado y se determina el proceso de tránsito entre las diferentes etapas educativas.

Orden de 30 de mayo de 2023, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y a las diferencias individuales, se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado y se determina el proceso de tránsito entre las diferentes etapas educativas.

Orden de 30 de mayo de 2023, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Bachillerato en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y a las diferencias individuales y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado.

Instrucciones de 21 de junio de 2023, de la Viceconsejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional, sobre el tratamiento de la lectura para el despliegue de la competencia en comunicación lingüística en Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria

Instrucciones de 18 de junio de 2024, de la Viceconsejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional, sobre las medidas para el fomento del razonamiento matemático a través del planteamiento y la resolución de retos y problemas en Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria.

Guías de asesoramiento de la Inspección educativa.

https://www.juntadeandalucia.es/educacion/portals/web/inspeccion-educativa/guias-de-asesoramiento

7. BIBLIOGRAFÍA .

Alba Pastor, C. (2012). Diseño Universal para el Aprendizaje: una red para la mejora de la educación inclusiva. *Revista de Educación Inclusiva, 5*(2), 95–112.

Alcántara, M. D., Rodríguez, J. et. al (2022). *Diseño de situaciones de aprendizaje en Andalucía*. Aula Virtual de Formación del Profesorado. Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional.

Alcántara, M. D., y Rodríguez, J. (2024). *Evaluación competencial en LOMLOE y su aplicación en Séneca*. Aula Virtual de Formación del Profesorado. Consejería de Desarrollo Educativo y Formación Profesional.

Aguilar, B., Ciudad, A., Láinez, M. C. y Tobaruela, A. (2010). *Construir, jugar y compartir. Un enfoque constructivista de las matemáticas en Educación Infantil.* Enfoques Educativos S.L.

Albarracín, L. (2017). Los problemas de Fermi como actividades para introducir la modelización. *Modelling in Science Education and Learning, 10*(2), 127-140. https://doi.org/10.4995/msel.2017.7707

Albarracín, L., Badillo, E., Giménez, J., Vanegas, Y. y Vilella, X. (2018). *Aprender a enseñar matemáticas en Educación Primaria.* Síntesis.

Alsina, À. (2004). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos para niños y niñas de 6 a 12 años.* Narcea Ediciones.

Alsina, À. (2011). *Educación matemática en contexto: de 3 a 6 años.* Horsori Editorial.

Alsina, À. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 80*, 7-24.

Alsina, À. (2014). Innovación metodológica basada en el aprendizaje realista. Un estudio exploratorio con profesorado universitario. *Profesorado: Revista de Currículum y Formación del Profesorado, 18*(1), 275-291.

Alsina, À. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas de 6 a 12 años*. Graó.

Alsina, Á. (2021b). El desarrollo del sentido estocástico en Educación Infantil y Primaria: Procesos matemáticos clave. *Épsilon: Revista de Educación Matemática, 107*, 45-63.

Alsina, À. (2023). Material manipulable para enseñar matemáticas en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 12*(1), 73-97.

https://revistas.uva.es/index.php/edmain/article/view/5853/4372

Alsina, A. y Antón, M. (2023). Redescubriendo el entorno con ojos matemáticos: Aprendizaje realista de la geometría en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 12*(1), 47-72. https://revistas.uva.es/index.php/edmain/article/view/5856

Alsina, Á., Callís, J. y Figueras, E. (2014). Matemáticas para vivir y conocer. Enfoque y propuestas para primaria. *Aula de Innovación Educativa, 63.*

Alsina, Á. y García, J. J. (2014). Prácticas matemáticas competenciales en Educación Infantil. *SUMA, 77*, 9-18.

Alsina, Á., Jiménez, I. M., Melo, J., Moreno, J., Pastelero, O. M., Sánchez, A. y Silva, E. (2012). Cómo enseñar matemáticas en las primeras edades a partir de contextos de vida cotidiana. *UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 12*(59), 9-16.

Alsina, À. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva: Propuestas para una educación matemática accesible.* Narcea.

Álvarez Esteven, J., Alonso Berenguer, I., y Gorina Sánchez, A. (2019). Enseñanza-aprendizaje del razonamiento inductivo-deductivo en la resolución de problemas matemáticos de demostración. *Conrado, 15*(68), 249–258.

Arteaga, B. y Macías, J. (2016). *Didáctica de las matemáticas en Educación Infantil.* UNIR.

Ausubel, D. P. (2012). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. Trillas. (Obra original publicada en 1968).

Baroody, A. J., y Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K–8 mathematics instruction*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Baroody, A. J., y Dowker, A. (Eds.). (2003). *The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Barreal Rodríguez, A. A. (2021). *Reducir la brecha de género en disciplinas STEM. Propuesta de actuación en Matemáticas* [Trabajo de Fin de Máster, Universitat de les Illes Balears]. Repositorio Institucional UIB.

Bélair, L. (2000). *La evaluación en la acción. El dossier progresivo de los alumnos.* Diada Editora.

Beltrán Pellicer, P. (2023). Matemáticas en la piscina: de la proporcionalidad a la aritmética modular sexagesimal. *Epsilon, 113*, 49-55.

Beltrán Pellicer, P. y Martínez-Juste, S. (2021). Enseñar a través de la resolución de problemas. *Suma, 98*, 11-21.

Beltrán-Pellicer, P., Martínez Juste, S. y Alsina, Á. (2023). Organizadores curriculares y finalidades de la educación: oportunidades para la mejora docente. *Márgenes, Revista de Educación de la Universidad de Málaga*, 4(2), 7-30. https://doi.org/10.24310/mgnmar.v4i2.17177

Bishop, A. J. (2001). What is the purpose of teaching mathematics? En B. Atweh, H. Forgasz, & B. Nebres (Eds.), *Sociocultural research on mathematics education: An international perspective* (pp. 19-33). Lawrence Erlbaum Associates.

Blanco, L. J. (Ed.). (2022). *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática*. Universidad de Granada.

Blanco, L. J., Caballero, A., & Cárdenas, J. A. (2015). *Resolución de problemas de matemáticas: propuestas didácticas.* Universidad de Extremadura, Servicio de Publicaciones.

Blázquez, D. (2017). *Cómo evaluar bien en Educación Física: El enfoque de la evaluación formativa.* INDE.

Boaler, J. (2020). *Mentalidades Matemáticas.* Sirio S.A.

Brea Garrido, L. (2020). *Autoestima y autoconcepto en el aula de Matemáticas: una propuesta de intervención para la mejora del dominio afectivo* [Trabajo de Fin de Máster, Universidad de Valladolid]. Repositorio Documental UVa.

Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting Mathematical Communication in the Classroom: Two Preservice Teachers' Conceptions and Practices. *Journal of Mathematics Teacher Education, 3,* 125–153. https://doi.org/10.1023/A:1009947032694

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.* Libros del Zorzal.

Bruner, J. S. (1978). The role of dialogue in language acquisition. En A. Sinclair, R. J. Jarvella, y W. J. M. Levelt (Eds.), *The child's conception of language* (pp. 241–256). Springer.

Bruner, J. S. (1980). *Los Procesos de la Educación.* Pedagogía Educativa. (Obra original publicada en 1960)

Calvo, C., Carrillo de Albornoz, A., Fuente, A., León, M., González, M. J., Gordaliza, A., Guevara, I., Lázaro, C., Monzó, O., Moreno, A., Rodríguez, L. J., Rodríguez, J. y Serradó, A. (2021). *Bases para la elaboración de un currículo de Matemáticas en Educación no Universitaria.* CEMAT.

Carrión Miranda, V. H. (2007). El error: Un medio para el aprendizaje en el aula de matemática. *Integra Educativa, 1*(1), 107-122.

Castro, E., Cañadas, M. C., y Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *Uno, 54*, 55-67. http://hdl.handle.net/10481/26079

Castro, E., Olmo M. A. y Castro, E. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático en Infantil.* Universidad de Granada.

Chamorro, M. C., Belmonte, J. M., Ruiz, M. L., y Vecino, F. (2005). *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil.* Pearson-Prentice Hall.

Cobb, P., Wood, T., Yackel, E., Nicholls, J., Wheatley, G., Trigatti, B., y Perlwitz, M. (1991). Assessment of a problem-centered second-grade mathematics project. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(1), 3–29. https://doi.org/10.2307/749551

Cobb, P., Yackel, E., y Wood, T. (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education, 23*(1), 2–33. https://doi.org/10.2307/749161

Coll, C., Martín, E., Mauri, T., y Onrubia, J. (2008). El trabajo por proyectos y la enseñanza de las competencias. ICE-Horsori.

Collazos, C. A., & Mendoza, J. (2006). Cómo aprovechar e"..aprendizaje colaborati".. en el aula. *Educación y Educadores, 9*(2), 61-76.

Cook, L., y Friend, M. (1995). Co-Teaching: Guidelines for creating effective practices. *Focus on Exceptional Children, 28*(3), 1-16.

Da Ponte, J. P., Brocardo, J., y Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula.* Autêntica Editora.

Darnaculleta, A. y Planas, N. (2010). Matemáticas en el contexto real. *Cuadernos de Pedagogía, 399.*

De Castro, C., & Hernández, J. (2014). La resolución de problemas aritméticos en Educación Infantil. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, H. Salgado, & A. R. Jiménez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 235-242). SEIEM.

De Corte, E., Greer, B., y Verschaffel, L. (1996). Mathematics teaching and learning. En D. C. Berliner y R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 491–549). Macmillan Library Reference Usa; Prentice Hall International.

De Gamboa, G., y Figueiras, L. (2014). ¿Es posible una modelización que conecte las dimensiones de la competencia matemática en la formación de maestros? En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 269-278). SEIEM.

Dubinsky, E., Mathews, D. y Reynolds, B. E. (Eds.). (1997). *Readings in cooperative learning for undergraduate mathematics.* The Mathematical Association of America.

Echenique Urdiain, I. (2006). *Matemáticas resolución de problemas*. Gobierno de Navarra.

EduGAINS. (2011). *Asking Effective Questions.* Ontario Ministry of Education.

Edwards, D., y Mercer, N. (1987). *Common knowledge: The development of understanding in the classroom*. Routledge.

Edwards, D., y Mercer, N. (1988). *El conocimiento compartido: El desarrollo de la comprensión en el aula.* Centro de Publicaciones del M.E.C.

Escudero-Ávila, D. I., y Carrillo Yáñez, J. (2020). El Conocimiento Didáctico del Contenido: Bases teóricas y metodológicas para su caracterización como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Educación Matemática, 32(2), 8-38. https://doi.org/10.24844/em3202.01

Esteve, O., Melief, K., y Alsina, À. (2009). *El aprendizaje realista en la formación inicial del profesorado.* Octaedro.

Esteve, P., Melief, B., & Alsina, Á. (2009). El aprendizaje realista: una propuesta didáctica fundamentada en la Educación Matemática Realista. *Revista de Educación Matemática.*

Fauzan, A., Plomp, T., & Slettenhaar, D. (2002). *Traditional mathematics education vs. realistic mathematics education: Hoping for Changes.* En Proceedings of the 3rd International Mathematics Education and Society Conference (pp. 1-4). Centre for Research in Learning Mathematics.

Fernández Bravo, J. A. (2007). *Números en color: Acción y reacción en la enseñanza-aprendizaje de la matemática.* CCS.

Fernández Bravo, J. A. (2010). *El número de dos cifras: Investigación didáctica e innovación educativa.* CCS.

Fernández Bravo, J. A. (2014). *Modelos para resolver problemas matemáticos. Metacognición y creatividad.* Edelvives.

Fernández Bravo, J. A. (2015). *Enséñame a contar y… a no contar*. Grupo Mayéutica.

Fernández Bravo, J. A. (2019). *Resolución de problemas matemáticos. Creatividad y razonamiento en la mente de los niños. Didáctica de la Matemática en Educación Infantil.* Grupo Mayéutica.

Fernández, J. y Morales, M. (2022). *La Evaluación Formativa. Estrategias Eficaces para Regular el Aprendizaje*. SM.

Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas.* Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Flores, P. y Rico, L. (2015). *Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria.* Pirámide.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures.* Reidel.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education.* Kluwer Academic Publishers.

Friend, M., y Cook, L. (2004). *Interactions: Collaboration skills for school professionals* (4ª ed.). Pearson.

Friend, M., Cook, L., Hurley-Chamberlain, D., y Shamberger, C. (2010). Co-teaching: An illustration of the complexity of collaboration in special education. *Journal of Educational and Psychological Consultation*, 20(1), 9-27.

Friend, M., Embury, D., y Clarke, L. (2015). Co-teaching versus apprentice teaching: An analysis of similarities and differences. *Teacher Education and Special Education, 38*(2), 79–87. https://doi.org/10.1177/0888406415573355

García, I., Organista, J., Molina, A., & Sánchez, G. (2016). Autoevaluación y coevaluación de competencias en docentes de educación básica. *Revista Electrónica de Investigación Educativa, 18*(3), 174-188.

Gardner, M. (1989). *¡Ajá! Paradojas. Paradojas que hacen pensar.* Labor S.A.

Gick, M. L., y Holyoak, K. J. (1980). Analogical problem solving. *Cognitive Psychology, 12*(3), 306-355.

Gick, M. L., y Holyoak, K. J. (1983). Schema induction and analogical transfer. *Cognitive Psychology, 15*(1), 1-38.

Ginsburg-Block, M. D., Rohrbeck, C. A., & Fantuzzo, J. W. (2006). A meta-analytic review of social, self-concept, and behavioral outcomes of peer-assisted learning. *Journal of Educational Psychology, 98*(4), 732–749. https://doi.org/10.1037/0022-0663.98.4.732

Godino, J. D. (2003). *Didáctica de la Matemática para Maestros.* Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada. https://www.ugr.es/~didmat

Goldenberg, E. P. (1999). Quatro funções da investigação na aula de matemática. En P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, & L. Brunheira (Eds.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 35-49). APM e Projecto MPT.

Gómez Chacón, I. M. (2000). *Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático.* Narcea.

Graziano, K. J., y Navarrete, L. A. (2012). Co-teaching in a teacher education classroom: Collaboration, compromise, and creativity. *Issues in Teacher Education, 21*(1), 109–126.

Greeno, J. G. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(3), 170-218.

Gregorio Guirles, J. R. (2007). Las redes numéricas en el tercer ciclo de Primaria: fracciones, decimales y porcentajes. *SIGMA, 30.*

Hartmann, E. (2011). *Universal Design for Learning.* National Consortium on Deaf-Blindness.

Hattie, J., y Clarke, S. (2020). *Aprendizaje visible: Feedback.* Ediciones Paraninfo.

Huguet, T., y Lázaro, L. (2018). Iniciar y mantener prácticas de docencia compartida en las aulas. *Aula de Innovación Educativa*, 275, 39–44.

Kamii, C. (1994). *El Niño reinventa la aritmética: implicaciones de la teoría de Piaget.* A. Machado Libros S. A.

Ke, F., y Grabowski, B. (2007). Gameplaying for math learning: Cooperative or not?. *British Journal of Educational Technology, 38*(2), 249–259. https://doi.org/10.1111/j.1467-8535.2006.00593.x

Kieran, C. (2004). The core of Algebra: Reflections on its main activities. En K. Stacey, H. Chick y M. Kendal, (Eds.), *The Future of the Teaching and Learning of Algebra. The 12th ICMI Study* **(pp. 21-33). Kluwer academic.**

Kieran, C. (2013). The learning and teaching of school algebra. En M. A. Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Third international handbook of mathematics education* (pp. 101-149). Springer.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics.* National Research Council.

Liljedahl, P. (2020). *Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12: 14 teaching practices for enhancing learning.* Corwin Press.

Llinares, S. (2001). El sentido numérico y la representación de los números naturales. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 151-175). Síntesis.

Llinares, S. (2003). Representación, resolución de problemas y pensamiento estratégico en matemáticas. En J. Giménez, S. Llinares, & V. Sánchez (Eds.), *El proceso de llegar a ser un profesor de matemáticas* (pp. 141-162). Editorial Comares.

López Pastor, V. M. (Coord.). (2009). *Evaluación formativa y compartida en educación superior: propuestas, técnicas, instrumentos y experiencias.* Narcea.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* Lawrence Erlbaum Associates.

Mallart, J. (1999). *Didáctica: Conceptos, procesos y estrategias.* Ediciones Octaedro.

Malloy, C. E. (1999). Perimeter and area through the Van Hiele model. *Mathematics Teaching in the Middle School, 5*(2), 87-90.

Mason, J. (1996). El futuro de la aritmética y del álgebra: utilizar el sentido de la generalidad. *UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 9*, 14-22.

Mayer, R. E. (2002). Rote versus meaningful learning. *Theory into Practice, 41*(4), 226-232.

Mayer, R. E., y Wittrock, M. C. (1996). Problem-solving transfer. En D. C. Berliner y R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 47-62). Macmillan.

Mason, J., Burton, L., y Stacey, K. (1985). *Thinking Mathematically.* Adisson-Wesley.

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 575–596). Macmillan Publishing Company.

Mercer, N., y Littleton, K. (2007). *Dialogue and the development of children's thinking: A sociocultural approach.* Routledge.

https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.infimg.2015.2.a06

Meirieu, P. (1992). *Aprender, sí. Pero ¿cómo?* Octaedro.

Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deportes. (2023). *PISA 2022. Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes Informe español.* Instituto Nacional de Evaluación Educativa.

Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deportes. (2024). *TIMSS 2023. Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias.* Instituto Nacional de Evaluación Educativa.

Morales, M., y Uribe, I. (2015). Hacer visible el pensamiento: Alternativa para una evaluación para el aprendizaje. *Infancias Imágenes, 14*(2), 89–100.

Morales, P., y Restrepo, I. C. (2015). La visibilización del pensamiento matemático a través de la argumentación en el aula. *Revista Científica, 2*(23), 93-101.

Moreno, A. y Rodriguez-Taboada, J. (2023). *Guía para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Sentidos, procesos y evaluación.* Ministerio de Educación y Formación Profesional.

Morera, L., Chico, J., Badillo, E. y Planas, N. (s.f.). Problemas ricos en argumentación para secundaria: reflexiones sobre el pensamiento del alumnado y la gestión del profesor. *SUMA, 100*, 87-98.

Moses, B., Bjork, E., y Goldenberg, E. P. (1990). Beyond problem solving: Problem posing. En T. J. Cooney & C. R. Hirsch (Eds.), *Teaching and learning mathematics in the 1990s* (pp. 82–91). National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Muñoz, J. M., y Mato, M. D. (2008). Análisis de las actitudes respecto a las matemáticas en alumnos de ESO. *Revista de Investigación Educativa, 26*(1), 209-226.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics.* NCTM. (Traducción de SAEM Thales).

Navarro-Mateu, D., García-Sánchez, J. N., & González-Gil, F. (2021). Universal Design for Learning and mathematical reasoning in inclusive classrooms. *International Journal of Educational Research Open***,** 2.

Niss, M. (1995). Aims and goals of mathematics teaching. En A. J. Bishop et al. (Eds.), **International** *Handbook of Mathematics Education* (pp. 1-24). Kluwer Academic Publishers.

Niss, M. (2003). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish KOM project*. Educational Studies in Mathematics.

Niss, M., & Tomas, H. (Eds.). (2011). *Competencies and Mathematical Learning. Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark.* IMFUFA, tekst nr. 485/2011. Roskilde University.

Obando-Castillo, G. (2016). Aproximación al principio de colaboración como clave para la práctica de la codocencia. *Educationis Momentum, 2*(1), 93–107.

OCDE (2019). *Marco teórico PISA: evaluación de la competencia matemática.* Informe PISA 2018. (Disponible en la web de la OCDE en español).

Parra Dussan, C. (2010). Educación inclusiva: Un modelo de educación para todos. ISEES: Inclusión Social y Equidad en la Educación Superior, 8, 73-84.

Perelman, Y. (1987). *Matemáticas recreativas.* Ediciones Martínez Roca.

Pérez Gómez, Á. I. (2012). *Educarse en la era digital.* Morata.

Perkins, D. N. (1998). *Smart schools: Better thinking and learning for every child*. Free Press.

Perrenoud, P. (2001). *La evaluación de los alumnos: De la producción de la excelencia a la regulación de los aprendizajes: Entre dos lógicas.* Colihue.ç

Perrenoud, P. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar.* Graó.

Philipp, R. A. (2001, abril). *Speech presented for the National Council of Teachers of Mathematics Research Pre-session.* Orlando, FL, Estados Unidos.

Piaget, J. (1978). La iniciación matemática. Las Matemáticas modernas y la psicología del niño. En J. Hernandez (Ed.), *La enseñanza de las matemáticas modernas* (pp. 182-187). Alianza Universidad.

Piaget, J. (1984). *La representación del mundo en el niño.* Morata. (Obra original publicada en 1926)

Pinczes, E. J. (1993). *A Remainder of One.* Houghton Mifflin.

Planas, N. y Morera, L. (2011). Educación matemática e interacción en el aula de secundaria. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 58,* 77-83.

Planas, N., y Ngoepe, M. (2019). Social justice and mathematics teacher education. En N. Planas y M. Ngoepe (Eds.), *Social justice and mathematics teacher education: A journey across boundaries* (pp. 1-11). Springer.

Pollak, H. O. (1997). Solving Problems in the Real World. En L. A. Steen (Ed.), *Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America* (pp. 91-105). The College Board.

Pòlya, G. (1945). *How to Solve It.* Princeton University Press.

Pòlya, G. (1962). *Mathematical Discovery. On Understanding, Learning, and Teaching Problem Solving.* John Wiley y Sons.

Pólya, G. (1966). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving* (Vol. 1). John Wiley & Sons.

Ponte, J. P. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. En J. Giménez, L. Santos, y J. P. Ponte, *La actividad matemática en el aula* (pp. 25-34). Graó.

Proyecto Comenius (2003–2005). *Learning and teaching mathematics through a realistic approach.* European Commission, Socrates Programme.

Proyecto Zero. (s.f.). *Project Zero***. Harvard Graduate School of Education.** (Nota: Se refiere a la organización y sus principios generales, fundado en 1967).

Puig Adam, P. (1955). Decálogo de la didáctica matemática media. *Gaceta Matemática, 1ª serie, Tomo VI*(5-6).

Puigdellívol, I., y Petreñas, C. (2019). Evolución y sentido del apoyo educativo: la función del apoyo en la escuela inclusiva. En I. Puigdellívol, C. Petreñas, B. Siles, y A. Jardí (Eds.), *Estrategias de apoyo en la escuela inclusiva. Una visión interactiva y comunitaria* (pp. 19–64). Graó.

Pulido, G., y Romero, Y. (2015). *Incidencia de las rutinas de pensamiento en el fortalecimiento de habilidades científicas: Observar y preguntar en los estudiantes del grado cuarto, ciclo II del Colegio Rural José Celestino Mutis IED* [Trabajo de grado, Universidad de La Sabana]. Repositorio Institucional Universidad de La Sabana.

Ramis, M., Payeras, M. M., & Carrasco, L. (2018). Rúbricas para la autoevaluación y coevaluación en la resolución de problemas de matemáticas en titulaciones de ingeniería. En A*ctas del IV Congreso Nacional de Innovación Educativa y Docencia en Red (IN-RED 2018).* Editorial Universitat Politècnica de València.

Richardson, F. C., & Suinn, R. M. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology, 19*(6), 551–554. https://doi.org/10.1037/h0033456

Rico, L., Cañadas, M. C., Gutiérrez, J., Molina, M., & Segovia, I. (2015). *Desarrollo del pensamiento numérico y algebraico.* Síntesis.

Rico, L., y Moreno, A. (2016). *Elementos de Didáctica de la Matemática para el profesor de Secundaria.* Ediciones Pirámide.

Rico, L. y Ruiz-Hidalgo, J. F. (2018). Ideas to work for the curriculum change in School Mathematics. En Y. Shimizu y R. Vithal (Eds.), *School Mathematics curriculum reforms: Challenges, Changes and opportunities. Proceedings ICMI Study 24* (pp. 301-308). ICMI.

Rico Romero, L., Díez Lozano, Á., Castro Martínez, E., & Lupiañez Gómez, J. L. (2011). Currículo de matemáticas para la educación obligatoria en España durante el periodo 1945-2010. *Educatio Siglo XXI, 29*(2), 139–172. https://revistas.um.es/educatio/article/view/133011

Ritchhart, R. (2014). *Haciendo visible el pensamiento. Cómo promover la comprensión en el aula.* Paidós.

Ritchhart, R. (2015). *Creating cultures of thinking: The 8 forces we must master to truly transform our schools.* Jossey-Bass.

Ritchhart, R., Church, M., y Morrison, K. (2011). *Making thinking visible: How to promote engagement, understanding, and independence for all learners.* Jossey-Bass.

Robson, D. (2019, 28 de junio). ¿Por qué dan pánico las matemáticas? *BBC Mundo.*

https://www.bbc.com/mundo/noticias/2015/06/150628_vert_fut_ansiedad_matematicas_np

Rodríguez, F. (2014). La co-enseñanza, una estrategia para el mejoramiento educativo y la inclusión. *Revista Latinoamericana de Educación Inclusiva, 8*(2), 219–233.

Rubel, L. H. (2006). Equity in mathematics education: A focus on the urban school. *The Urban Review, 38*(1), 1-26.

Ruiz, H. (2020). *¿Cómo aprendemos? Una aproximación científica al aprendizaje y la enseñanza.* Graó.

Ruiz-Hidalgo, J. F. (2016). Sentido y modos de uso de un concepto. En L. Rico y A. Moreno (Coords.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria* (pp. 139-151). Ediciones Pirámide.

Sánchez Puentes, R. (1993). Didáctica de la problematización en el campo científico de la educación. *Perfiles Educativos, 61,* 64-78.

Sandoval Mena, M. (Dir.). (2024). *Docencia compartida: estrategias y experiencias desde y para las aulas* (1ª ed.). Dykinson. https://doi.org/10.14679/3272

Sanmartí, N. (2010). *10 ideas clave. Evaluar para aprender.* Graó.

Sanmartí, N. (2020). *Evaluar y aprender: un único proceso.* Octaedro.

Santos Trigo, M. (2010). *Pensamiento matemático avanzado en la educación básica.* OEI.

Schön, D. A. (1983). *The Reflective Practitioner: How Professionals Think In Action.* Basic Books.

Schoenfeld, A. H. (1985). Making sense of "out loud" problem-solving protocols. *The Journal of Mathematical Behavior, 4*(2), 171–191.

Schoenfeld, A. H. (1988). *The Teaching and Assessment of Mathematical Problem Solving.* Lawrence Erlbaum y NCTM.

Sfard, A. (2003). Balancing the unbalancable: The NCTM standards in light of theories of learning mathematics. En J. Kilpatrick, W. G. Martin, and D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 353-392). National Council of Teachers of Mathematics.

Sociedad Andaluza de Educación Matemátic"...Thal"... Publicaciones periódicas y propuestas didácticas aplicadas al currículo andaluz.

Staples, M. (2007). Supporting whole-class collaborative inquiry in a secondary mathematics classroom. *Cognition and Instruction, 25*(2-3), 161–217.

https://doi.org/10.1080/07370000701301125

Sweller, J., Ayres, P., y Kalyuga, S. (2011). *Cognitive load theory.* Springer.

Szücs, D., & Mammarella, I. C. (2020). *Ansiedad hacia las matemáticas.* UNESCO: Series Prácticas Educativas, 31.

Tishman, S., y Palmer, P. (2005). Visible Thinking. *Leadership Compass, 2*(4), 1-3.

Toboso, M. y otros (coord.) (2022). Currículo LOMLOE por competencias clave: teoría y práctica para programar. Ed. Graó.

Trujillo Sáez, F. (2018). *Competencias clave: El marco pedagógico de la LOMLOE.* Narcea Ediciones.

UNESCO. (1996). *La educación encierra un tesoro* (Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI, presidida por Jacques Delors).

UNESCO. (2022). *Replantear nuestros futuros juntos: Un nuevo contrato social para la educación.* Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2005). The role of contexts in assessment problems in mathematics. *For the Learning of Mathematics, 25*(2), 2-23.

Viar Pérez, R. (2015). *Estrategias en la resolución de problemas I y II.* http://ttm.unizar.es/2007-08/ESTRATEGIASI.pdf

Vila, A., y Callejo, M. L. (2009). *Matemáticas para aprender a pensar: El papel de las creencias en la resolución de problemas.* Narcea.

Vilella Miró, X. (2019). El contenido como vehículo para el desarrollo competencial: no sólo es la didáctica. *UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas, 83.*

Villaescusa, M. A. (2019). Mirar el mundo con los ojos del otro. El mapa de empatía. *Revista Aula de Secundaria, 34.*

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes.* Harvard University Press. https://doi.org/10.2307/j.ctvjf9vz4 (Obra original publicada en 1930-1934)

Wiggins, G. (1998). *Educative assessment: Designing assessments to inform and improve student performance.* Jossey-Bass. Santillana/UNESCO.

Wiliam, D., y Leahy, S. (2024). *Integrar la evaluación formativa en la enseñanza: Técnicas para usar a lo largo de toda la trayectoria escolar.* Grao.

Willingham, D. T. (2009). *Why don't students like school? A cognitive scientist answers questions about how the mind works and what it means for the classroom.* Jossey-Bass.

Zabala, A. y Arnau, L. (2007). 11 ideas clave. Cómo aprender y enseñar competencias. Graó.

Zubillaga, A. y Hernández, A. (2022). Evaluar competencias en el aula: rúbricas y situaciones de aprendizaje. Narcea.

8. RECURSOS DIGITALES Y MATERIALES DE APOYO.

GeoGebra y Desmos: Plataformas tecnológicas para la visualización y modelización matemática.

Ministerio de Educación y Formación Profesional: Repositorio de recursos digitales y situaciones de aprendizaje (https://recursoseducacion.educacion.es**).**

NRICH (Universidad de Cambridge): Recursos interactivos y tareas para el desarrollo del pensamiento matemático (https://nrich.maths.org/**).**

Proyectos de innovación educativa (PISA, TIMSS, ESTALMAT, Proyecto Gauss): informes internacionales de competencias matemáticas.

Dirección General de Ordenación y Evaluación Educativa

https://www.juntadeandalucia.es/educacion/portals/web/evaluacion-educativa

https://www.juntadeandalucia.es/educacion/portales/web/plan-de-impulso-al-razonamiento-matematico/

Esta guía se terminó de

imprimir en Málaga

en septiembre de 2025