

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.

MATEMÁTICAS B DE 4ºESO.

UNIDAD 3. ECUACIONES. SISTEMAS. INECUACIONES.



ACTIVIDADES

1. Ecuaciones biquadradas.

1. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } x^4 - 5x^2 + 4 = 0 & \text{b) } x^4 + 2x^2 - 3 = 0 & \text{c) } 9x^4 - 3x^2 + 4 = 0 & \text{d) } 4x^4 = 17x^2 - 4 \\ \text{e) } 8x^2 + 9 = x^4 & \text{f) } -x^4 + 10x^2 = 9 & \text{g) } x^4 - 6x^2 = 27 & \text{h) } x^4 - 16 = 0 & \text{i) } x^4 - 4x^2 = 0 \end{array}$$

2. Ecuaciones por descomposición factorial.

2. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0 & \text{b) } x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 = 0 & \text{c) } x^3 - x^2 - x + 1 = 0 \\ \text{d) } x^3 + 3x^2 - 4 = 0 & \text{e) } x^2(x - 3) = -4 & \text{f) } x^4 - x^2 = 3x - 3x^3 \\ \text{g) } x^4 + x^3 = x(x + 1) & \text{h) } x(x^2 + 1) = -2x^2 & \text{i) } x^3 - 2x^2 + x = 0 \\ \text{j) } x^2(3x + 1) = 8x - 4 & \text{k) } 2x^3 - 2 = x^2 + 5x & \text{l) } x^2(5x + 7) = x + 3 \\ \text{m) } 4x(x^3 + 1) + 3 = x^2(4x + 7) & \text{n) } 6x^4 + 13x^2 + 4(x - 1) = 19x^3 & \text{o) } x^2(6x^2 + 7) - 4 = 17x^3 - 8x \\ \text{o) } 2x^4 + x^3 = 7x^2 + 4x + 4 & \text{p) } x^2(x^2 + x + 3) = x + 4 & \text{q) } 2x^4 + 2x^3 = 7x^2 + 8x + 4 \end{array}$$

3. Ecuaciones racionales.

3. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{x - 2(1+x)}{x^3} = 0 & \text{b) } \frac{-3}{2x - 1} = 0 & \text{c) } \frac{-2x}{x^2 + 1} = 0 & \text{d) } \frac{x^2 - 1}{x} = 0 \\ \text{e) } \frac{x^2 + 1}{x} = 0 & \text{f) } \frac{3x^4 - 3}{x^2} = 0 & \text{g) } \frac{x - 3}{3} - \frac{1}{x - 1} = 3x & \text{h) } x - \frac{2}{x} + \frac{1}{2x} = 5x + 5 \\ \text{i) } \frac{x - 1}{x + 1} - \frac{3 + x}{x} = 2 & \text{j) } \frac{x - 1}{x + 1} - \frac{3 + x}{x - 1} = 2 & \text{k) } x + \frac{1}{x - 2} = 4 & \text{l) } x + \frac{2}{x} = 3 \\ \text{m) } \frac{2x - 10}{3x - 20} = \frac{7}{8} & \text{n) } \frac{x - 7}{x + 3} = \frac{10}{x + 3} - 3 & \text{o) } \frac{3}{x + 1} = \frac{x}{x - 1} - 1 & \text{o) } \frac{10}{x + 5} + \frac{3 + 4x}{x + 5} = 3 \\ \text{p) } x + \frac{1}{x} = \frac{6}{3x} & \text{q) } \frac{15}{x + 10} - \frac{5}{x + 2} = 0 & \text{r) } x - 2 = \frac{2x - 3}{x} & \text{s) } \frac{x}{3} + \frac{2}{x} = \frac{3x + 10}{3x} \end{array}$$

4. Ecuaciones irracionales.

4. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{x^2 + 3x + 7} = 5$

b) $3 - \sqrt{x} = x + 1$

c) $\sqrt{x-1} = x - 1$

d) $2\sqrt{5-4x} + 4x = 5$

e) $\sqrt{x+2} + 3 = x - 1$

f) $x + \sqrt{5x+10} = 8$

g) $2\sqrt{x+4} = \sqrt{5x+4}$

h) $\sqrt{3x-2} - 4 = 0$

i) $5\sqrt{x} + 3 = 2x$

j) $3\sqrt{6x+1} - 5 = 2x$

k) $\sqrt{5x+4} = -2x + 5$

l) $x + \sqrt{x} = 30$

m) $\sqrt{2x+5} + 6 = 3x + 3$

n) $3x - 2\sqrt{x^2 - 5} = 5$

ñ) $\sqrt{2x^2 + 7} = \sqrt{5-4x}$

o) $x - \sqrt{169-x^2} = -17$

p) $x - \sqrt{x} = 2$

q) $x - \sqrt{25-x^2} = 1$

5. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2$

b) $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-5} = 2$

c) $\sqrt{x+4} = 5 - \sqrt{x-1}$

d) $\sqrt{x-3} + 2 = \sqrt{2x+2}$

e) $\sqrt{x+4} + \sqrt{x+1} = 3$

f) $\sqrt{x+5} + \sqrt{x} = 1$

g) $\sqrt{x} + \sqrt{x+7} = 7$

h) $\sqrt{5x+1} = 2 + \sqrt{x+1}$

i) $\sqrt{3x+1} = 3 - \sqrt{x}$

5. Ecuaciones logarítmicas.

6. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $1 + \log x = 0$

b) $(x^2 - 1) \cdot \log x = 0$

c) $2x \log x + x = 0$

d) $1 - 2 \log x = 0$

e) $\log\left(\frac{x}{x+1}\right) = 0$

f) $\log\left(\frac{2x}{x+1}\right) = 0$

7. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\log x = \log 5 - \log 2$

b) $3 \log(x-1) = \log 8$

c) $1 + 2 \log x = 3$

d) $3 \log_3 x = -9$

e) $\log x + \log 30 = 1$

f) $\log 2x = \log 32 - \log x$

g) $\log_2(32^2) = x$

h) $\log \sqrt{x} = -\log 10$

i) $2 \log(x-1) = 2 \log 2$

j) $4 \log_3(2x-5) = \log_3 81$

k) $\log_2(x^2+x+2) = 2$

l) $\log x - \log 10 = 2$

m) $-\log(x+1) = -\log 3$

n) $\log_3(2+x) - \log_3(2-x) = 1$

ñ) $\log x = 2 \log 3$

o) $\log(3x+25) = 0$

8. Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\log x + \log(x+2) = \log(4x-1)$

b) $\log 2 + \log(11-x^2) = 2 \log(5-x)$

c) $\log(3x-1) - \log(x+1) = 0$

d) $\log_2(3x^2+5) - \log_2(2x-1) = 3$

e) $\log 3 + \log(x-1) = \log(2x)$

f) $\log x - \log 100 = \log 10^4 - \log x$

g) $\log \sqrt{x+4} - \log(3x) = -2 \log 3$

h) $\log x + \log(2x) + \log(5x) = 4$

i) $\log(x-2) - \log(x^2) = -\log(3x)$

j) $2 \log x - \log(2x) = \log(x-1)$

k) $\log(x+1) - \log x + \log 2 = \log(x+3)$

l) $\log(x+1) - \log \sqrt{x-1} = \log(x-2)$

6. Ecuaciones exponenciales.

9. Resolver las siguientes ecuaciones. Redondear el resultado a dos cifras decimales.

$$\begin{array}{llll} \text{a)} (1,05)^x = 125000 & \text{b)} (1,1)^x = 20000 & \text{c)} 7^{x-3} = 8 & \text{d)} 2^{4-5x^2} = 3 \\ \text{e)} 9^{5x-3} = 4 & \text{f)} e^{x^2+1} = 7 & \text{g)} e^{1-2x} = 2 & \text{h)} e^{x^2-1} = 10 \end{array}$$

10. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{lllll} \text{a)} 2^{2x+1} = 8^{x-1} & \text{b)} 32^x = 2 & \text{c)} (0,5)^x = 8 & \text{d)} (0,5)^x = 0,125 & \text{e)} 2^{x^2} = 16 \\ \text{f)} 5^{3x-2} = 625 & \text{g)} 32^x = \sqrt[3]{2^2} & \text{h)} 1000^{x+2} = 1 & \text{i)} 3^{2x+5} = 27^{x+2} & \text{j)} 3^{x-1} = \sqrt[3]{3} \\ \text{k)} 5^{2x-3} = \sqrt[3]{5} & \text{l)} 25^x = \sqrt{5} & \text{m)} 4^x = 32 & \text{n)} 3 \cdot 3^x = 27 & \text{o)} 5 \cdot 3^x = 405 \end{array}$$

11. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{lllll} \text{a)} \frac{2^x}{4} = 4 & \text{b)} 2^x = \frac{1}{16} & \text{c)} 3^{x+1} \cdot 3^x = \frac{1}{27} & \text{d)} 2^{x^2-3} = \frac{1}{4} & \text{e)} \frac{2^{3x+1}}{2^{x^2}} = \frac{4^x}{2^5} \\ \text{f)} 4^{2x+1} = \frac{1}{4} & \text{g)} \left(\frac{1}{10}\right)^x = 100 & \text{h)} 5^{x-1} \cdot 5^{2x-3} = 3125 & \text{i)} 25^x = \frac{1}{5} & \text{j)} 10^x = 0,001 \end{array}$$

12. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} 3^{x-1} + \frac{1}{3} = 2 \cdot 3^{2x-1} & \text{b)} 4^x + 2^{x-1} = \frac{1}{2} & \text{c)} 2^x + 2^{-x} = \frac{65}{8} & \\ \text{d)} 3^{2x+1} - 9^{x+2} = -702 & \text{e)} 3^{2x-1} - 3^{2x} = -54 & \text{f)} 4^x - 2^{3-x} = 63 & \\ \text{g)} 3^x + 3^{x-1} - 3^{x-2} = 11 & \text{h)} 3^{1-2x} - 12 \cdot 3^x = -9 & \text{i)} 3^{x+1} - 3^x - 2 \cdot 3^{x-1} = 12 & \end{array}$$

7. Sistemas de ecuaciones.

13. Para cada uno de los siguientes sistemas, averiguar si es compatible determinado (S.C.D.), compatible indeterminado (S.C.I.) o incompatible (S.I.):

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \begin{cases} x + y = 5 \\ 3x + y = 11 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} 3x + y = 6 \\ x - y = -2 \end{cases} \\ \text{e)} \begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ -2x + 3y = 12 \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} 2x - y = -10 \\ x - y = -7 \end{cases} & \text{g)} \begin{cases} 3x + y = 6 \\ 4x - y = 8 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases} \end{array}$$

14. Resolver los siguientes sistemas lineales:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \begin{cases} 2(x - 3) = 2y \\ 2x - y = 5 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 5(x + 2) = y \\ 2x + y = 3 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2(x + 1) = 2y \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} 2x + y = -5 \\ 3(x - 2y) = 15 \end{cases} \\ \text{e)} \begin{cases} 3x = 3(y - 1) \\ 2 = 2(2x - y) \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} 2(3x - 2) = -5y \\ 3(2x + 3y) = 12 \end{cases} & \text{g)} \begin{cases} x = 2(4 - y) \\ y - 3 = x - 5 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} x + 3y = x - 6 \\ x - 1 = 2(y + x) \end{cases} \end{array}$$

15. Resolver los siguientes sistemas lineales:

$$a) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 0 \\ \frac{2x}{3} + \frac{3y}{4} = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x + 2y = 0 \\ \frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x - 6y = 0 \\ \frac{x}{2} - \frac{3y}{2} = -1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x - y = 1 \\ \frac{2x}{3} - \frac{y}{5} = 1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \frac{x-y}{2} + \frac{x+y}{3} = 1 \\ 2x - \frac{3y}{4} = 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} \frac{3x}{6} + \frac{y}{4} = 1 \\ \frac{2x}{10} - \frac{y}{6} = \frac{14}{15} \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} x + y = 8 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} x + 2y = 9 \\ 3x - \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$$

16. Resolver los siguientes sistemas lineales:

$$a) \begin{cases} \frac{y+x}{2} + \frac{y-x}{3} = 3 \\ \frac{2y+x}{3} + \frac{2y-x}{4} = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x+1}{3} + \frac{y-1}{2} = 0 \\ \frac{x+2y}{3} - \frac{x+y+2}{4} = 0 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} \frac{x-3}{4} - \frac{x-y}{3} = 0 \\ 2x + \frac{5y}{3} = \frac{2y}{3} \end{cases}$$

17. Resolver graficamente los siguientes sistemas lineales:

$$a) \begin{cases} x + y = 5 \\ 3x + y = 11 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 3x + y = 6 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ -2x + 3y = 12 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 2x - y = -10 \\ x - y = -7 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} 3x + y = 6 \\ 4x - y = 8 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases}$$

18. Resolver los siguientes sistemas no lineales:

$$a) \begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 19 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x \cdot y = 100 \\ x - y = 15 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 - y^2 = 80 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x \cdot y = 45 \\ x + y = 14 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} y = \sqrt{x+1} \\ y = 5 - x \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} x \cdot y = 3 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} y - x = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} xy + 2y = 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 21 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} xy - y^2 = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} 2x^2 + y^2 = 9 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

$$n) \begin{cases} x^2 + xy = 0 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

$$\tilde{n}) \begin{cases} x^2 + xy + 2 = 5 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$$

$$o) \begin{cases} x^2 + xy = 35 \\ y^2 + xy = 14 \end{cases}$$

8. Sistemas logarítmicos.

19. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$a) \begin{cases} \log x - \log y = 1 \\ 3 \log x + \log y = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \log x - \log y = -1 \\ \log x + \log 4y = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y = 110 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$$

d) $\begin{cases} 2\log_2 x - \log_2 y = 2 \\ \log_2 x + 3\log_2 y = 1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \log x + \log y = \log 8 \\ 10^{x-y} = 100 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x - 5y = 50 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$

g) $\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - 5y = 5 \end{cases}$

h) $\begin{cases} \log_2(x-y) = 2 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$

i) $\begin{cases} \log_3 x - \log_3 y = 1 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ \log_3 y - \log_3 x = 1 \end{cases}$

k) $\begin{cases} -3x + y = 70 \\ \log y - \log x^2 = 0 \end{cases}$

l) $\begin{cases} 2\log_2 x - \log_3 y = 2 \\ \log_2 x + \log_3 y = 4 \end{cases}$

9. Sistemas exponenciales.

20. Resolver los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 2^x \cdot 2^y = 64 \\ \frac{2^y}{2^x} = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3^x \cdot 3^y = 81 \\ \frac{3^y}{3^x} = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3^x \cdot 3^y = 2187 \\ \frac{3^x}{3^y} = 27 \end{cases}$

d) $\begin{cases} (\sqrt{2})^x \cdot 8^y = 2 \\ \frac{2^x}{2^y} = 4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{2^x}{2^y} = 4 \\ 2^{3x} \cdot 2^y = 4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3^{x-2} \cdot 3^{1-y} = 81 \\ 3^x \cdot 3^{1+y} = 1 \end{cases}$

21. Resolver los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 6 \\ \frac{2^y}{2^x} = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3^x + 3^y = 6 \\ 3^y \cdot 3^x = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3^x + 3^y = 36 \\ \frac{3^y}{3^x} = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 6 \\ 2^x \cdot 2^y = 8 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3^x + 3^y = 36 \\ 3^x \cdot 3^y = 243 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3^x + 2^y = 7 \\ 3^x + 2^{2y} = 19 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2^x + 3^y = 7 \\ 2^{2x+1} - 3^{2y} = 23 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 2^x + 3^{2y} = 11 \\ 2^{x+1} - 3^y = 1 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 2 \cdot 3^x - 3^{y-2} = 5 \\ 3^x \cdot 3^y = 27 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 3^x - 2^{y+1} = 235 \\ 3^{x-1} - 2^{y-1} = 79 \end{cases}$

k) $\begin{cases} 2^{2x-1} - 3^y = 7 \\ 2^{x+1} + 3^y = 9 \end{cases}$

l) $\begin{cases} 3 \cdot 2^{x+y} = 12 \\ 2 \cdot 2^x - 2^y = 7 \end{cases}$

10. Inecuaciones de primer grado.

22. En cada uno de los apartados, averiguar si el número es solución de la inecuación:

a) $x = 5 \quad 4 + 8x \leq x^3 + 1$

b) $x = -1 \quad x^2 + x < 3x - 2$

c) $x = 0 \quad x + 1 \geq x^4 - x^3 + 1$

23. Resolver las siguientes inecuaciones. Dar la solución en forma gráfica y en forma de intervalo.

a) $3+x \leq 4+5x$

b) $-3x+8 < 4+3x$

c) $2x-1 \leq x+5$

d) $2x-3 < 5$

e) $2-x \geq 1$

f) $-2x+8 < x-1$

g) $2(3x-5)-x \leq 10+3(4x-6)$

h) $3x-5x+8 \leq 3(2x+6)$

i) $8x+13+12x \leq 72x-2+3x$

24. Resolver las siguientes inecuaciones. Dar la solución en forma gráfica y en forma de intervalo.

a) $5x + \frac{1}{3} \leq 2x + 1$

b) $12 \geq \frac{8x}{9} - \frac{5x}{6}$

c) $\frac{5-2x}{4} - x \leq -2 - \frac{6x-8}{2}$

d) $\frac{x-1}{5} + \frac{x+2}{2} < -\frac{3x+12}{10}$

e) $\frac{x+2}{4} - \frac{3-x}{2} - \frac{1}{3} < \frac{2(x-1)}{3}$

f) $\frac{4(x+1)}{5} < x - \frac{x-1}{3} + \frac{1}{5}$

g) $\frac{x-1}{4} + 1 \leq \frac{x+3}{2}$

h) $1 - \frac{x+1}{6} \leq \frac{x}{2} + \frac{x-1}{6}$

i) $\frac{x-1}{3} \geq x + 5$

j) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} \geq 3 - \frac{x}{6}$

k) $\frac{2(x-1)}{3} + \frac{x}{3} < 2x - \frac{8}{3}$

l) $\frac{x}{3} + \frac{x+2}{5} > x - 1$

11. Inecuaciones de segundo grado.

25. Resolver las siguientes inecuaciones. Dar la solución graficamente y en forma de intervalo.

a) $x^2 + x \geq 0$

b) $x^2 + x \leq 0$

c) $x^2 \leq 1$

d) $x^2 < 2x$

e) $2x^2 + 2x \geq 4$

f) $2x^2 + 4x > 6$

g) $6x + 9 \leq 3x^2$

h) $x^2 + x \leq 2$

i) $2x(x+1) > 4$

j) $x^2 - x > 6$

k) $x^2 + 8 > 6x$

l) $x^2 + 2x - 8 \geq 0$

m) $x^2 > 3x$

n) $(x-1)(x+1) \geq 0$

ñ) $x^2 - 9x + 18 < 0$

o) $x^2 - 7x + 12 < 0$

p) $2x^2 - 10x - 12 \leq 0$

q) $x(x+1) < 6$

26. Resolver las siguientes inecuaciones. Dar la solución graficamente y en forma de intervalo.

a) $x(x+1) + 3x > 5x + 6$

b) $-x(x+1) + 2 > 0$

c) $x(x-1) + 2 > x + 5$

d) $x(x-1) + 5 < 2x + 5$

e) $6x - 4 < x(x+1) + 2$

f) $x(x-5) < 0$

g) $-x + 3 \geq (x + \sqrt{3}) \cdot (x - \sqrt{3})$ h) $-x(1+x) + 1 > -4 - x^2$ i) $(x-1)^2 - (x+3)^2 + x^2 < -9x - 8$

27. Resolver las siguientes inecuaciones. Dar la solución graficamente y en forma de intervalo.

a) $x^2 + 1 \geq 0$

b) $x^2 + 1 < 0$

c) $x^2 + 2 < 0$

d) $-x^2 - 1 < 0$

e) $3x^2 - 6x + 3 \leq 0$

f) $2x^2 + 4x + 2 \leq 0$

g) $2x(x+2) + 6 > 0$

h) $x^2 + 2x + 2 < 0$

i) $x^2 + 6x + 24 > 0$

j) $x^2 - x + 5 < 0$

12. Inecuaciones racionales.

28. Resolver las siguientes inecuaciones racionales, dando la solución en forma de intervalo:

$$a) \frac{3-x}{x-2} \geq 0$$

$$b) \frac{x}{2-x} \geq 0$$

$$c) \frac{3x}{x-1} < 0$$

$$d) \frac{2x-3}{3x+2} > 0$$

$$e) \frac{20x-6}{3x+4} < 0$$

$$f) \frac{x^2-4}{x^2-1} > 0$$

$$g) \frac{2x-4}{x-1} > 0$$

$$h) \frac{x}{x+2} \geq 0$$

$$i) \frac{1-x}{x^2} < 0$$

$$j) \frac{8}{x^2-1} \leq 1$$

$$k) \frac{2}{x} < -1$$

$$l) 1 - \frac{x}{x+3} \leq 4$$

$$m) 1 \geq \frac{1}{x-1}$$

$$n) \frac{x+1}{x-2} \geq 2$$

$$ñ) 1 > \frac{6}{x+3}$$

$$o) 1 \geq \frac{4}{x+1}$$

SOLUCIONES

1. a) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = -1, x_4 = -2$; b) $x_1 = 1, x_2 = -1$; c) No tiene solución;
d) $x_1 = 2, x_2 = -2, x_3 = 1/2, x_4 = -1/2$; e) $x_1 = -3, x_2 = 3$; f) $x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = -3, x_4 = 3$;
g) $x_1 = 3, x_2 = -3$; h) $x_1 = 2, x_2 = -2$; i) $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -2$
2. a) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3$; b) $x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = -2, x_4 = 3$; c) $x_1 = -1, x_2 = 1$ (doble);
d) $x_1 = -2$ (doble), $x_2 = 1$; e) $x_1 = -1, x_2 = 2$ (doble); f) $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -1, x_4 = -3$;
g) $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -1$ (doble); h) $x_1 = 0, x_2 = -1$ (doble); i) $x_1 = 0, x_2 = 1$ (doble);
j) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 2/3$; k) $x_1 = -1, x_2 = 2, x_3 = -1/2$; l) $x_1 = -1$ (doble), $x_2 = 3/5$;
m) $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 3/2, x_4 = -1/2$; n) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 2/3, x_4 = -1/2$;
ñ) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = -2/3, x_4 = 1/2$; o) $x_1 = -2, x_2 = 2$; p) $x_1 = -1, x_2 = 1$; q) $x_1 = -2, x_2 = 2$
3. a) $x = -2$; b) No tiene solución; c) $x = 0$; d) $x_1 = 1, x_2 = -1$; e) No tiene solución;
f) $x_1 = 1, x_2 = -1$; g) $x_1 = 5/8, x_2 = 0$; h) $x_1 = -3/4, x_2 = -1/2$; i) $x_1 = -3, x_2 = -1/2$; j) $x_1 = -3, x_2 = 0$;
k) $x = 3$; l) $x_1 = 1, x_2 = 2$; m) $x = 12$; n) $x = 2$; ñ) $x = 2$; o) $x = 2$; p) $x_1 = 1, x_2 = -1$; q) $x = 2$;
r) $x_1 = 3, x_2 = 1$; s) $x_1 = -1, x_2 = 4$
4. a) $x_1 = 3, x_2 = -6$; b) $x = 1$; c) $x_1 = 1, x_2 = 2$; d) $x_1 = 5/4, x_2 = 1/4$; e) $x = 7$; f) $x = 3$; g) $x = 12$;
h) $x = 6$; i) $x = 9$; j) $x_1 = 8, x_2 = 1/2$; k) $x = 1$; l) $x = 25$; m) $x = 2$; n) $x = 3$; ñ) $x = -1$;
o) $x_1 = -12, x_2 = -5$; p) $x = 4$; q) $x = 4$
5. a) $x = 5$; b) $x_1 = 6, x_2 = 14$; c) $x = 5$; d) $x = 7$; e) $x = 0$; f) Sin solución; g) $x = 9$; h) $x = 3$; i) $x = 1$
6. a) $x = 1/10$; b) $x = 1$; c) $x = 1/\sqrt{10}$; d) $x = \sqrt{10}$; e) No tiene solución; f) $x = 1$
7. a) $x = 5/2$; b) $x = 3$; c) $x = 10$; d) $x = 1/27$; e) $x = 1/3$; f) $x = 4$; g) $x = 10$; h) $x = 1/100$;
i) $x = 3$; j) $x = 4$; k) $x_1 = 1, x_2 = -2$; l) $x = 1000$; m) $x = 2$; n) $x = 1$; ñ) $x = 9$; o) $x = -8$
8. a) $x = 1$; b) $x_1 = 3, x_2 = 1/3$; c) $x = 1$; d) $x_1 = 1, x_2 = 13/3$; e) $x = 3$; f) $x = 1\,000$; g) $x = 12$; h) $x = 10$;
i) $x = 3$; j) $x = 2$; k) $x = 1$; l) $x = 5$
9. a) $x \approx 240,54$; b) $x \approx 103,91$; c) $x \approx 4,07$; d) $x \approx \pm 0,69$; e) $x \approx 0,73$; f) $x \approx \pm 0,97$; g) $x \approx 0,15$;
h) $x \approx \pm 1,82$
10. a) $x = 4$; b) $x = 1/5$; c) $x = -3$; d) $x = 3$; e) $x_1 = 2, x_2 = -2$; f) $x = 2$; g) $x = 2/15$; h) $x = -2$; i) $x = -1$;
j) $x = 4/3$; k) $x = 5/3$; l) $x = 1/4$; m) $x = 5/2$; n) $x = 2$; ñ) $x = 4$
11. a) $x = 4$; b) $x = -4$; c) $x = -2$; d) $x_1 = 1, x_2 = -1$; e) $x_1 = 3, x_2 = -2$; f) $x = -1$; g) $x = -2$; h) $x = 3$;
i) $x = -1/2$; j) $x = -3$
12. a) $x = 0$; b) $x = -1$; c) $x_1 = -3, x_2 = 3$; d) $x = 1$; e) $x = 2$; f) $x = 3$; g) $x = 2$; h) $x = 0$; i) $x = 2$
13. a) S.C.D.; b) S.I.; c) S.C.I.; d) S.C.D.; e) S.I.; f) S.C.D.; g) S.C.D.; h) S.C.I.
14. a) $\{x = 2, y = -1\}$; b) $\{x = -1, y = 5\}$; c) $\{x = 1, y = 2\}$; d) $\{x = -1, y = -3\}$; e) $\{x = 2, y = 3\}$;
f) $\{x = -1, y = 2\}$; g) $\{x = 4, y = 2\}$; h) $\{x = 3, y = -2\}$
15. a) $\{x = 6, y = -4\}$; b) $\{x = 2, y = -3\}$; c) $\{x = 4, y = 2\}$; d) $\{x = 3, y = 5\}$; e) $\{x = 2, y = 4\}$;
f) $\{x = 3, y = -2\}$; g) $\{x = 2, y = 6\}$; h) $\{x = 1, y = 4\}$
16. a) $\{x = 8, y = 2\}$; b) $\{x = -13/7, y = 11/7\}$; c) $\{x = -1, y = 2\}$
17. a) $\{x = 3, y = 2\}$; b) No tiene solución; c) Infinitas soluciones; d) $\{x = 1, y = 3\}$;
e) No tiene solución; f) $\{x = -3, y = 4\}$; g) $\{x = 2, y = 0\}$; h) Infinitas soluciones.

18. a) $\{x = 3, y = 2\}$; b) $\{x = -3, y = -5\}, \{x = 5, y = 3\}$; c) $\{x = -5, y = -20\}, \{x = 20, y = 5\}$;
d) $\{x = 12, y = -8\}$; e) $\{x = 5, y = 9\}, \{x = 9, y = 5\}$; f) $\{x = 3, y = 2\}$;
g) $\{x = 3, y = 1\}, \{x = 1, y = 3\}, \{x = -3, y = -1\}, \{x = -1, y = -3\}$;
h) $\{x = -2, y = -1\}, \{x = 1, y = 2\}$; i) $\{x = -1, y = 2\}, \{x = 0, y = 1\}$;
j) $\{x = -4, y = 5\}, \{x = 5, y = -4\}$; k) $\{x = 1, y = 1\}, \{x = 7/5, y = 1/5\}$;
l) $\{x = 1, y = 1\}, \{x = 3/2, y = 0\}$; m) $\{x = 0, y = -3\}, \{x = 18/11, y = 21/11\}$;
n) $\{x = 0, y = -2\}, \{x = 2/3, y = -2/3\}$; ñ) $\{x = 1, y = 2\}$; o) $\{x = -5, y = -2\}, \{x = 5, y = 2\}$;

19. a) $\{x = 10, y = 1\}$; b) $\{x = 1/2, y = 5\}$; c) $\{x_1 = 100, y_1 = 10\}, \{x_2 = 10, y_2 = 100\}$;
d) $\{x = 2, y = 1\}$; e) $\{x = 4, y = 2\}$; f) $\{x = 100, y = 10\}$; g) $\{x = 25, y = 4\}$; h) $\{x = 8, y = 4\}$;
i) $\{x = 27, y = 9\}$; j) $\{x = 3, y = 9\}$; k) $\{x = 10, y = 100\}$; l) $\{x = 4, y = 9\}$

20. a) $\{x = 2, y = 4\}$; b) $\{x = 1, y = 3\}$; c) $\{x = 5, y = 2\}$; d) $\{x = 2, y = 0\}$; e) $\{x = 1, y = -1\}$;
f) $\{x = 2, y = -3\}$

21. a) $\{x = 1, y = 2\}$; b) $\{x = 1, y = 1\}$; c) $\{x = 2, y = 3\}$; d) $\{x_1 = 2, y_1 = 1\}, \{x_2 = 1, y_2 = 2\}$;
e) $\{x_1 = 2, y_1 = 3\}, \{x_2 = 3, y_2 = 2\}$; f) $\{x = 1, y = 2\}$; g) $\{x = 2, y = 1\}$; h) $\{x = 1, y = 1\}$;
i) $\{x = 1, y = 2\}$; j) $\{x = 5, y = 2\}$; k) $\{x = 2, y = 0\}$; l) $\{x = 2, y = 0\}$

22. a) Sí; b) No; c) Sí.

23. a) $[-1/4, +\infty)$; b) $(2/3, +\infty)$; c) $(-\infty, 6]$; d) $(-\infty, -4)$; e) $(-\infty, 1]$; f) $(3, +\infty)$; g) $[-2/7, +\infty)$; h) $[-5/4, +\infty)$;
i) $[3/11, +\infty)$

24. a) $(-\infty, 2/9]$; b) $(-\infty, 216]$; c) $(-\infty, 1/2]$; d) $(-\infty, -2)$; e) $(-\infty, 8)$; f) $(-\infty, -2)$; g) $[-3, +\infty)$; h) $[6/5, +\infty)$;
i) $(-\infty, -8]$; j) $[3, +\infty)$; k) $(2, +\infty)$; l) $(-\infty, 3)$

25. a) $(-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$; b) $[-1, 0]$; c) $[-1, 1]$; d) $(0, 2)$; e) $(-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$;
f) $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$; g) $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$; h) $[-2, 1]$; i) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$;
j) $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$; k) $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$; l) $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$; m) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$;
n) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$; ñ) $(3, 6)$; o) $(3, 4)$; p) $[-1, 6]$; q) $(-3, 2)$

26. a) $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$; b) $(-2, 1)$; c) $(-\infty, -1) \cup (-3, +\infty)$; d) $(0, 3)$; e) $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$; f) $(0, 5)$;
g) $[-3, 2]$; h) $(-\infty, 5)$; i) $(-1, 0)$

27. a) $(-\infty, +\infty)$; b) \emptyset ; c) \emptyset ; d) $(-\infty, +\infty)$; e) $\{1\}$; f) $\{-1\}$; g) $(-\infty, +\infty)$; h) \emptyset ; i) $(-\infty, +\infty)$; j) \emptyset

28. a) $(2, 3]$; b) $[0, 2)$; c) $(0, 1)$; d) $(-\infty, -2/3) \cup (3/2, +\infty)$; e) $(-4/3, 3/10)$;
f) $(-\infty, -2) \cup (-1, 1) \cup (2, +\infty)$; g) $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$; h) $(-\infty, -2) \cup [0, +\infty)$; i) $(1, +\infty)$;
j) $(-\infty, -3] \cup (-1, 1) \cup [3, +\infty)$; k) $(-2, 0)$; l) $(-\infty, -3) \cup [-9/4, +\infty)$; m) $(-\infty, 1) \cup [2, +\infty)$; n) $(2, 5]$;
ñ) $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$; o) $(-\infty, -1) \cup [3, +\infty)$