DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.

MATEMÁTICAS I DE 1ºBACHILLERATO.

UNIDAD 1. NÚMEROS Y ÁLGEBRA.

IES LA BAHIA

1. Números reales. Números complejos.

Un **número racional** es aquel que se puede expresar en forma de fracción. El conjunto de los números **racionales** se representa por $\mathbb{Q}$. Este conjunto está formado por los números enteros, los números decimales exactos y los números decimales periódicos.

Un **número irracional** es aquel que tiene infinitas cifras decimales no periódicas. No puede expresarse en forma de fracción. El conjunto de los números irracionales se representa por $\mathbb{I}$.

Ejemplos: $\pi = 3{,}14159265\ldots$ $\quad\sqrt{2} = 1{,}41421356\ldots$ $\quad\sqrt[3]{7} = 1{,}9129311827\ldots$

$e = 2{,}718281828459\ldots$ número de Euler

Al conjunto de los números racionales unión con los números irracionales se le llama conjunto de **los números reales** y se representa por $\mathbb{R}$.

$$\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$$

Un **número complejo** es una expresión de la forma $a + bi$, donde a, b $\in \mathbb{R}$, $i = \sqrt{-1}$

A la expresión $i = \sqrt{-1}$ se le llama **unidad imaginaria**.

El conjunto de los números complejos se representa por $\mathbb{C}$.

Los números complejos aparecen por la necesidad de dar solución a ecuaciones polinómicas que carecen de soluciones reales.

Por ejemplo, la ecuación $x^2 + 1 = 0$ no tiene soluciones reales ya que no existe ningún número real cuyo cuadrado sea negativo.

Ejemplo: en la ecuación $x^2 - 6x + 13 = 0$, los coeficientes son a = 1, b = –6, c = 13

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{-16}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16} \cdot \sqrt{-1}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16} \cdot i}{2} = \begin{cases} x_1 = \dfrac{6 + \sqrt{16} \cdot i}{2} = 3 + 2 \cdot i \\ x_2 = \dfrac{6 - \sqrt{16} \cdot i}{2} = 3 - 2 \cdot i \end{cases}$$

Se dice que la ecuación tiene dos soluciones complejas, los números $3 + 2i$ y $3 - 2i$

Relación de inclusión entre los distintos conjuntos de números $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Todo número real es un número complejo con parte imaginaria nula. Es decir, si b = 0, entonces el número "solo tiene parte real". De ahí que el conjunto de los números reales se considere incluido en el de los números complejos, es decir, $\mathbb{R}$ **es un subconjunto de** $\mathbb{C}$.

2. Resolución de ecuaciones.

A) Ecuaciones bicuadradas

Una ecuación bicuadrada es aquella del tipo $ax^4 + bx^2 + c = 0$, donde a, b, c ∈ ℝ, siendo $a \neq 0$

Puede tener **4 soluciones** (dos parejas de valores opuestos), **3 soluciones** (dos valores opuestos y cero), **2 soluciones** (dos valores opuestos), **1 solución** (cero) o **ninguna solución**.

Para resolver una ecuación de este tipo se aplican los siguientes pasos:

Paso 1. Con el cambio de letra $x^2 = z, \quad x^4 = z^2$ se reescribe la ecuación como $az^2 + bz + c = 0$.

Paso 2. Se resuelve la ecuación resultante $az^2 + bz + c = 0$ para la letra **z**.

Paso 3. Aplicando $x^2 = z$ en cada una de las soluciones obtenidas para **z**, se escriben las correspondientes ecuaciones para la letra **x**. Al resolver por separado cada una de estas ecuaciones, se obtienen todas las soluciones de la ecuación inicial.

<u>Ejemplo</u>: para resolver la ecuación $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$, se hace lo siguiente:

Paso 1. Con el cambio $x^2 = z, \quad x^4 = z^2$ la ecuación quedaría $z^2 + 2z - 3 = 0$

Paso 2. Los coeficientes de esta ecuación son a = 1, b = 2, c = −3. Se aplica la fórmula:

$$z = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \left\langle \begin{array}{l} z = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ z = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{array} \right.$$

Paso 3. La ecuación inicial **tiene 2 soluciones** ya que:

– Si $z = 1$, entonces $x^2 = 1$ y por lo tanto, $x_1 = +1$ y $x_2 = -1$

– Si $z = -3$, entonces $x^2 = -3$ y por lo tanto, esta parte no aporta ninguna solución.

B) Ecuaciones por descomposición factorial

Para resolver una ecuación del tipo P(x) = 0, donde P(x) es un polinomio de grado n ≥ 3, se aplican los siguientes pasos:

Paso 1. Se factoriza el polinomio P(x).

Paso 2. Se igualan a cero todos y cada uno de los factores, obteniéndose así tantas ecuaciones como factores haya.

Paso 3. Se resuelven todas y cada una de las ecuaciones por separado. Las soluciones obtenidas son todas las soluciones de la ecuación inicial. Téngase en cuenta que la ecuación inicial debe tener **como máximo n soluciones**.

<u>Ejemplo 1</u>: para resolver la ecuación $2x^3 - 5x^2 - x + 6 = 0$, se factoriza $2x^3 - 5x^2 - x + 6$

Aplicando la regla de Ruffini, se obtiene $2x^3 - 5x^2 - x + 6 = (x+1) \cdot (x-2) \cdot (2x-3)$

$$(x+1) \cdot (x-2) \cdot (2x-3) = 0 \left\langle \begin{array}{l} \Rightarrow \quad x+1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -1 \\ \Rightarrow \quad x-2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 2 \\ \Rightarrow \quad 2x-3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_3 = \frac{3}{2} \end{array} \right.$$

La ecuación **tiene tres soluciones**.

Ejemplo 2: para resolver la ecuación $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$, se factoriza $x^3 - 5x^2 + 6x$

Aplicando la regla de Ruffini, se obtiene $x^3 - 5x^2 + 6x = x \cdot (x-2) \cdot (x-3)$

$$x \cdot (x-2) \cdot (x-3) = 0 \left\langle \begin{array}{l} \Rightarrow \quad x = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 0 \\ \Rightarrow \quad x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_2 = 2 \\ \Rightarrow \quad x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_3 = 3 \end{array} \right.$$

La ecuación **tiene tres soluciones**.

Ejemplo 3: para resolver la ecuación $x^3 + 4x - 5 = 0$, se factoriza $x^3 + 4x - 5$

Aplicando la regla de Ruffini, se obtiene $x^3 + 4x - 5 = (x-1) \cdot (x^2 + x + 5)$

$$(x-1) \cdot (x^2 + x + 5) = 0 \left\langle \begin{array}{l} \Rightarrow \quad x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 1 \\ \Rightarrow \quad x^2 + x + 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{-19}}{2} \end{array} \right.$$

La ecuación **tiene una solución**.

C) Ecuaciones racionales

Una **ecuación racional** es aquella en la que la incógnita se encuentra en algún denominador. Su resolución se basa en la aplicación correcta de las operaciones con fracciones algebraicas.

Hay que revisar todas las soluciones ya que a veces se pueden obtener soluciones falsas.

Ejemplo 1: para resolver la ecuación $\dfrac{3}{x} = \dfrac{4x+5}{x+2}$, se hace lo siguiente:

$$3(x+2) = x(4x+5) \quad \Rightarrow \quad 3x + 6 = 4x^2 + 5x \quad \Rightarrow \quad 0 = 4x^2 + 5x - 3x - 6 \quad \Rightarrow \quad 4x^2 + 2x - 6 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-6)}}{2 \cdot 4} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 96}}{8} = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{8} = \frac{-2 \pm 10}{8} \left\langle \begin{array}{l} x_1 = \dfrac{-2+10}{8} = \dfrac{8}{8} = 1 \\ x_2 = \dfrac{-2-10}{8} = \dfrac{-12}{8} = \dfrac{-3}{2} \end{array} \right.$$

Ejemplo 3: para resolver la ecuación $\dfrac{x-1}{x+1} - \dfrac{3+x}{x-1} = 2$, primero se averigua

m.c.m.(x+1, x–1) = (x+1) · (x–1)

$$\frac{(x-1) \cdot (x-1)}{(x+1) \cdot (x-1)} - \frac{(3+x) \cdot (x+1)}{(x+1) \cdot (x-1)} = \frac{2 \cdot (x+1) \cdot (x-1)}{(x+1) \cdot (x-1)} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad (x-1) \cdot (x-1) - (3+x) \cdot (x+1) = 2 \cdot (x+1) \cdot (x-1) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x^2 - 2x + 1 - (x^2 + 4x + 3) = 2 \cdot (x^2 - 1) \quad \Rightarrow \quad x^2 - 2x + 1 - x^2 - 4x - 3 = 2x^2 - 2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x^2 - 2x + 1 - x^2 - 4x - 3 = 2x^2 - 2 \quad \Rightarrow \quad 0 = 2x^2 - 2 - x^2 + 2x - 1 + x^2 + 4x + 3 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 2x^2 + 6x = 0 \quad \Rightarrow \quad x \cdot (2x + 6) = 0 \left\langle \begin{array}{l} \Rightarrow \quad x = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 0 \\ \Rightarrow \quad 2x + 6 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_2 = -3 \end{array} \right.$$

D) Ecuaciones irracionales

Una **ecuación irracional** es aquella en la que la incógnita se encuentra bajo la influencia de alguna raíz.

Caso 1. Para resolver una ecuación irracional **con una sola raíz cuadrada** se aplican los siguientes pasos:

Paso 1. Se aísla la raíz cuadrada a un lado del signo igual, pasando todo lo que no tenga raíz cuadrada al lado contrario.

Paso 2. Se reducen términos, si fuera necesario, en el lado donde no se encuentra la raíz.

Paso 3. Se eleva al cuadrado a la izquierda y a la derecha del signo igual.

Paso 4. Se resuelve la ecuación resultante. Hay que revisar todas las soluciones ya que en el paso anterior pudieron introducirse soluciones falsas.

<u>Ejemplo</u>: para resolver la ecuación $x-\sqrt{25-x^2}=1$, se hace lo siguiente:

$$x-\sqrt{25-x^2}=1 \quad\Rightarrow\quad -\sqrt{25-x^2}=1-x \quad\Rightarrow\quad (-\sqrt{25-x^2})^2=(1-x)^2 \quad\Rightarrow\quad 25-x^2=1-2x+x^2$$

$$\Rightarrow\quad 0=-25+x^2+1-2x+x^2 \quad\Rightarrow\quad 2x^2-2x-24=0 \quad\Rightarrow\quad x^2-x-12=0 \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad x=\frac{+1\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot 1\cdot(-12)}}{2\cdot 1}=\frac{1\pm\sqrt{1+48}}{2}=\frac{1\pm 7}{2}\left\langle \begin{array}{l} x_1=\dfrac{1+7}{2}=4 \\[2ex] x_2=\dfrac{1-7}{2}=-3 \end{array}\right.$$

Comprobación: $x = 4$ sí es solución ya que $4-\sqrt{25-4^2}=4-\sqrt{9}=4-3=1$

Comprobación: $x = -3$ no es solución ya que $-3-\sqrt{25-(-3)^2}=-3-\sqrt{16}=-3-4=-7\neq 1$

Caso 2. Para resolver una ecuación irracional **con dos raíces cuadradas** se aplican los siguientes pasos:

Paso 1. Se aísla una de las raíces cuadradas a un lado del signo igual pasando el resto de los términos al lado contrario, incluída la otra raíz cuadrada.

Paso 2. Se eleva al cuadrado a izquierda y derecha del signo igual.

Paso 3. Se obtiene una ecuación irracional con una sola raíz cuadrada, que se resuelve siguiendo los pasos del caso 1.

<u>Ejemplo</u>: para resolver la ecuación $\sqrt{x}+\sqrt{3x-2}=2$, se hace lo siguiente:

$$\sqrt{3x-2}=2-\sqrt{x} \quad\Rightarrow\quad (\sqrt{3x-2})^2=(2-\sqrt{x})^2 \quad\Rightarrow\quad 3x-2=4+x-4\sqrt{x} \quad\Rightarrow\quad 2x-6=-4\sqrt{x} \quad\Rightarrow$$

$$(2x-6)^2=(-4\sqrt{x})^2 \quad\Rightarrow\quad 4x^2-24x+36=16x \quad\Rightarrow\quad 4x^2-40x+36=0 \quad\Rightarrow\quad x^2-10x+9=0 \quad\Rightarrow$$

$$x=\frac{+10\pm\sqrt{(-10)^2-4\cdot 1\cdot 9}}{2\cdot 1}=\frac{+10\pm\sqrt{100-36}}{2}=\frac{10\pm 8}{2}\left\langle \begin{array}{l} x_1=\dfrac{10+8}{2}=9 \\[2ex] x_2=\dfrac{10-8}{2}=1 \end{array}\right.$$

Comprobación de las soluciones:

$x_1 = 9$ no es solución ya que $\sqrt{9}+\sqrt{3\cdot 9-2}\neq 2$ $\quad$ $x_2 = 1$ sí es solución ya que $\sqrt{1}+\sqrt{3\cdot 1-2}=2$

3. Ecuaciones logarítmicas.

Dados a, b $\in \mathbb{R}$, a, b > 0, a $\neq$ 1, se llama **logaritmo en base a de b** al número al que hay que elevar **a** para obtener **b**. Se representa por $\log_a b$.

$$\log_a b = x \quad \Leftrightarrow \quad a^x = b$$

Ejemplo 1: $\log_2 8 = 3$ porque $2^3 = 8$

Ejemplo 2: $\log_3 81 = 4$ porque $3^4 = 81$

Ejemplo 3: $\log_4 1 = 0$ porque $4^0 = 1$

Ejemplo 4: $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = 2$ porque $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

Si la **base** del logaritmo **es el número 10**, entonces el logaritmo se llama **decimal**.
Se representa por **log x**. El número 10 no se escribe.

$$\log_{10} x = \log x$$

Si la **base** del logaritmo **es el número e = 2,71828...**, entonces el logaritmo se llama **neperiano**. Se representa por **ln x** ó también por **Lx.**

$$\log_e x = \ln x = Lx$$

Una **ecuación logarítmica** es aquella en la que la incógnita se encuentra bajo la influencia de algún logaritmo.

Para resolverlas, primero hay que aplicar las propiedades de los logaritmos hasta llegar a una situación del tipo $\log_a(E(x)) = N$, donde N es un número entero y E(x) es una expresión algebraica que depende de x. Después se aplica la definición de logaritmo para obtener la ecuación $E(x) = a^N$, una ecuación ya conocida que hay que resolver.

Hay que revisar todas las soluciones ya que solo tienen sentido los logaritmos de números positivos.

Ejemplo 1: para resolver la ecuación $\log x = 3 - \log 50$, se hace lo siguiente:

$$\log x + \log 50 = 3 \quad \Rightarrow \quad \log(x \cdot 50) = 3 \quad \Rightarrow \quad x \cdot 50 = 10^3 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1000}{50} \quad \Rightarrow \quad x = 20$$

Ejemplo 2: para resolver la ecuación $2\log x = 2 + \log 4$, se hace lo siguiente:

$$\log x^2 - \log 4 = 2 \quad \Rightarrow \quad \log\left(\frac{x^2}{4}\right) = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{x^2}{4} = 10^2 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 400 \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{400} \quad \Rightarrow \quad x = +20$$

La solución $x = -20$ se rechaza ya que no existe el logaritmo de un números negativo.

Ejemplo 3: para resolver la ecuación $\log(5x+4) = 2 \cdot (\log x + \log 3)$, se hace lo siguiente:

$$\log(5x+4) = 2 \cdot (\log x + \log 3) \quad \Rightarrow \quad \log(5x+4) - 2 \cdot \log(3x) = 0 \quad \Rightarrow \quad \log(5x+4) - \log(3x)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \log\left(\frac{5x+4}{9x^2}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{5x+4}{9x^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad 9x^2 - 5x - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 1$$

La solución $x = -4/9$ se rechaza ya que los logaritmos de números negativos no existen.

4. Ecuaciones exponenciales.

En una **ecuación exponencial**, la incógnita se encuentra en algún exponente.

Caso 1. Ecuaciones en las que los dos miembros de la igualdad no se pueden expresar como potencias de la misma base.

Para resolverlas, se aplica la definición de logaritmo para despejar la expresión exponencial donde se encuentra la incógnita. Tras esto, se despeja la incógnita y se utiliza la propiedad de cambio de base para calcularla de forma aproximada.

Ejemplo 1: para resolver la ecuación $5^{x+2} = 50$, se hace lo siguiente:

$$5^{x+2} = 50 \quad \Rightarrow \quad x+2 = \log_5 50 \quad \Rightarrow \quad x = \log_5 50 - 2 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\log 50}{\log 5} - 2 \quad \Rightarrow \quad x \cong 0{,}43$$

Ejemplo 2: para resolver la ecuación $3^{1-x^2} = 2$, se hace lo siguiente:

$$3^{1-x^2} = 2 \quad \Rightarrow \quad 1 - x^2 = \log_3 2 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 1 - \log_3 2 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 1 - \frac{\log 2}{\log 3} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{1 - \frac{\log 2}{\log 3}} \quad \Rightarrow \quad x \cong \pm 0{,}37$$

Ejemplo 3: para resolver la ecuación $e^{4x-5} = 12$, se hace lo siguiente:

$$e^{4x-5} = 12 \quad \Rightarrow \quad 4x - 5 = \ln 12 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\ln 12 + 5}{4} \quad \Rightarrow \quad x \cong 1{,}87$$

Caso 2. Ecuaciones en las que los dos miembros de la igualdad se pueden expresar como potencias de la misma base.

Ejemplo 1: para resolver la ecuación $5^{x^2-5x+8} = 25$, se hace lo siguiente:

$$5^{x^2-5x+8} = 5^2 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 5x + 8 = 2 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 5x + 8 - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \left\langle \begin{array}{l} x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \\ x_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2 \end{array} \right.$$

Ejemplo 2: para resolver la ecuación $3^{1-x^2} = \frac{1}{27}$, se hace lo siguiente:

$$3^{1-x^2} = \frac{1}{3^3} \quad \Rightarrow \quad 3^{1-x^2} = 3^{-3} \quad \Rightarrow \quad 1 - x^2 = -3 \quad \Rightarrow \quad 1 + 3 = x^2 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 4 \quad \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x_1 = +2 \\ x_2 = -2 \end{array} \right.$$

Ejemplo 3: para resolver la ecuación $2^{3x-1} = 4^{x+3}$, se hace lo siguiente:

$$2^{3x-1} = (2^2)^{x+3} \quad \Rightarrow \quad 2^{3x-1} = 2^{2x+6} \quad \Rightarrow \quad 3x - 1 = 2x + 6 \quad \Rightarrow \quad 3x - 2x = +6 + 1 \quad \Rightarrow \quad x = 7$$

Caso 3. Ecuaciones en las que hay que aplicar un cambio de variable.

Ejemplo 1: para resolver la ecuación $4^x + 3 \cdot 2^x = 10$, se hace lo siguiente:

$$2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} (2^x)^2 + 3 \cdot 2^x - 10 = 0 \\ 2^x = A \end{cases} \quad \Rightarrow \quad A^2 + 3A - 10 = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} A_1 = 2 \\ A_2 = -5 \end{cases} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} 2^x = 2 \quad \Rightarrow \quad x = 1 \\ 2^x = -5 \quad \text{Sin solución} \end{cases}$$

Ejemplo 2: para resolver la ecuación $2^x - 2^{2-x} = -3$, se hace lo siguiente:

$$2^x - \frac{2^2}{2^x} = -3 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 2^x - \dfrac{4}{2^x} = -3 \\ 2^x = A \end{cases} \quad \Rightarrow \quad A - \frac{4}{A} = -3 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} A_1 = 1 \\ A_2 = -4 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 2^x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \\ 2^x = -4 \quad \text{Sin solución} \end{cases}$$

5. Sistemas de ecuaciones lineales. Método de Gauss.

Un **sistema lineal** puede tener

$$\begin{cases} a_1\, x + b_1\, y = c_1 \\ a_2\, x + b_2\, y = c_2 \end{cases} \qquad \text{ó} \qquad \begin{cases} a_1\, x + b_1\, y + c_1\, z = d_1 \\ a_2\, x + b_2\, y + c_2\, z = d_2 \\ a_3\, x + b_3\, y + c_3\, z = d_3 \end{cases}$$

Dos ecuaciones con **dos** incógnitas — **Tres** ecuaciones con **tres** incógnitas

Las letras **x**, **y**, **z** se llaman **incógnitas** mientras que los números reales que multiplican a las incógnitas se llaman **coeficientes**.

Los números reales que no están ligados a ninguna incógnita, es decir, que no multiplican a ninguna incónita, se llaman **términos independientes**.

Resolver un sistema significa hallar todas las soluciones posibles. Según el número de soluciones del sistema, éste puede ser:

– Compatible determinado, si tiene una sola solución.

– Incompatible, si no tiene solución.

– Compatible, indeterminado si tiene infinitas soluciones.

Para resolver un sistema lineal de **dos** ecuaciones con **dos** incógnitas se suele utilizar alguno de los siguientes métodos ya conocidos: **sustitución**, **igualación** y **reducción** y **gráfico**.

Para resolver un sistema lineal de **tres** ecuaciones con **tres** incógnitas se suele utilizar el **Método de Gauss**, aunque es igualmente válido para los que solo tienen dos.

Con el método de Gauss, se puede clasificar y resolver al mismo tiempo cualquier sistema. Basicamente, consiste en transformar el sistema en otro equivalente con forma **triangular** o **escalonada)** mediante **transformaciones elementales**, que son las dos reglas siguientes:

1. Si se multiplican (dividen) los dos miembros de una ecuación de un sistema por un número real distinto de cero, resulta otro sistema equivalente al dado.

2. Si a una ecuación de un sistema se le suma (resta) otra ecuación del mismo, resulta un sistema equivalente al dado.

Método de Gauss

Paso 1. Eliminar todas las ecuaciones que sea posible.

Paso 2. Triangular la matriz ampliada. ¿Aparece alguna ecuación incompatible?

– Si la respuesta es SÍ, el sistema es incompatible: no tiene solución.

– Si la respuesta es NO, el sistema es compatible y se aplica el paso 3.

Paso 3. Eliminar todas las ecuaciones nulas, si las hay.

¿El sistema resultante cumple que el número de ecuaciones es igual al número de incógnitas?

– Si la respuesta es SÍ, el sistema es compatible determinado: tiene solución única, que hay que determinar.

– Si la respuesta es NO, el sistema es compatible indeterminado: tiene infinitas soluciones. Para expresarlas, se aplica lo siguiente:

[Número de parámetros] = [Número de incógnitas] – [Número de ecuaciones]

Ejemplo 1: para resolver por el método de Gauss el sistema $\begin{cases} 2x + y - z = -3 \\ x - 2y + 2z = 1 \\ 2x + y + z = 5 \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 \leftrightarrow F_1} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 - 2F_1} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -5 & -5 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_1}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -5 & -5 \\ 0 & 5 & -3 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - F_2} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -5 & -5 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 \div 5} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

Una vez triangulada la matriz ampliada, se observa que el número de ecuaciones (3) coincide con el número de incógnitas (3).

Por lo tanto, el sistema es compatible determinado y es equivalente al sistema $\begin{cases} x - 2y + 2z = 1 \\ y - z = -1 \\ 2z = 8 \end{cases}$

$E_3 \equiv 2z = 8 \;\Rightarrow\; z = 4 \qquad E_2 \equiv y - z = -1 \;\Rightarrow\; y = 3 \qquad E_1 \equiv x - 2y + 2z = 1 \;\Rightarrow\; x = -1$

Por lo tanto, la única solución del sistema es { x = –1, y = 3, z = 4 }

Ejemplo 2: para resolver por el método de Gauss el sistema $\begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ -x - 2y - 3z = 0 \\ 2x + 3y + 5z = 1 \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & -3 & 0 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 + F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 + F_2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Una vez triangulada la matriz ampliada, se observa que hay una ecuación incompatible, la ecuación $0 \cdot x + 0 \cdot y + 0 \cdot z = 2$, Por lo tanto, el sistema es incompatible: no tiene solución.

Ejemplo 3: para resolver por el método de Gauss el sistema $\begin{cases} 3x + 4y + z = 3 \\ x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + 2z = 2 \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 \leftrightarrow F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 - 3F_1} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_1}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - F_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Eliminar } F_3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

Una vez triangulada la matriz ampliada y eliminada la fila nula, se observa que el número de ecuaciones (2) no coincide con el número de incógnitas (3).

Por lo tanto, el sistema es compatible indeterminado y equivalente al sistema $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ \quad y + 4z = 0 \end{cases}$

Para expresar las infinitas soluciones del sistema, se hace lo siguiente:

[Número de parámetros] = [Número de incógnitas] – [Número de ecuaciones]

[Número de parámetros] = 3 – 2 = 1   Se elige una letra para nombrar al parámetro: $k \in \mathbb{R}$.

Se elige una incógnita cualquiera, por ejemplo z. Se iguala al parámetro k (z = k). Finalmente, se despejan las otras dos incógnitas en función del parámetro k.

$E_2 \equiv y + 4k = 0 \ \Rightarrow \ y = -4k$ $E_1 \equiv x + y - k = 1 \ \Rightarrow \ x = 1 + 5k$

Por lo tanto, el conjunto formado por las infinitas soluciones del sistema se expresa así:

$$\{ x = 1+5k, \ y = -4k, \ z = k \ / \ k \in \mathbb{R} \}$$

6. Sistemas no lineales.

Un **sistema de ecuaciones es no lineal** si al menos una de las ecuaciones no es de la forma ax + by = c. Dicho de otra forma, alguna de las incógnitas puede estar elevada a una potencia, las incógnitas pueden estar multiplicando o dividiendo entre sí, alguna de las incógnitas puede encontrarse bajo la influencia de una raíz cuadrada, etc

La mayoría de los sistemas no lineales pueden resolver por el método de **sustitución**.

Ejemplo 1: para resolver el sistema $\begin{cases} 3x \cdot y = -6 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$ se procede de la manera siguiente:

1º) Se despeja $x = 4 + 2y$ de la 2ª ecuación

2º) Se sustituye $x = 4 + 2y$ en la 1ª ecuación:

$$3 \cdot (4 + 2y) \cdot y = -6 \ \Rightarrow \ 6y^2 + 12y + 6 = 0 \ \Rightarrow \ y^2 + 2y + 1 = 0 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ y = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{-2 \pm 0}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

3º) Si $y = -1$, entonces $x = 4 + 2 \cdot (-1) = 2$

Por lo tanto, la única solución del sistema es $\{x = 2, \ y = -1\}$

Ejemplo 2: para resolver el sistema $\begin{cases} 3x^2 - 2y = 9 \\ 5x - y = -2 \end{cases}$ se procede de la manera siguiente:

1º) Se despeja $y = 5x + 2$ de la 2ª ecuación

2º) Se sustituye $y = 5x + 2$ en la 1ª ecuación:

$$3x^2 - 2\cdot(5x+2) = 9 \quad\Rightarrow\quad 3x^2 - 10x - 4 = 9 \quad\Rightarrow\quad 3x^2 - 10x - 13 = 0 \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 - 4\cdot 3\cdot(-13)}}{2\cdot 3} = \frac{10 \pm \sqrt{100+156}}{6} = \frac{10 \pm 16}{6} \left\langle \begin{array}{l} x_1 = \dfrac{10+16}{6} = \dfrac{13}{3} \\ \\ x_2 = \dfrac{10-16}{6} = -1 \end{array} \right.$$

3º) – Si $x_1 = \frac{13}{3}$, entonces $y_1 = 5\cdot\frac{13}{3} + 2 = \frac{71}{3}$

– Si $x_2 = -1$, entonces $y_2 = 5\cdot(-1) + 2 = -3$

Por lo tanto, las soluciones del sistema son $\{x_1 = \frac{13}{3},\ y_1 = \frac{71}{3}\}$; $\{x_2 = -1,\ y_2 = -3\}$

7. Sistemas logarítmicos.

Un **sistema logarítmico** es aquel en el que alguna de las ecuaciones tiene alguna incógnita bajo la influencia de algún logaritmo. Al igual que las ecuaciones, su resolución se basa en la correcta aplicación de las propiedades de los logaritmos.

Ejemplo: para resolver el sistema $\begin{cases} 2\log x + \log y = 1 \\ \log x + \log y = 0 \end{cases}$, se hace lo siguiente:

$$\begin{cases} \log x^2 + \log y = 1 \\ \log x + \log y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log(x^2\cdot y) = 1 \\ \log(x\cdot y) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2\cdot y = 10^1 \\ x\cdot y = 10^0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2\cdot y = 10 \\ x\cdot y = 1 \end{cases}$$

De esta forma, el sistema obtenido $\begin{cases} x^2\cdot y = 10 \\ x\cdot y = 1 \end{cases}$ es un sistema no lineal equivalente al sistema inicial. Se puede resolver por sustitución, obteniéndose como solución { $x = 10$, $y = \frac{1}{10}$ }

8. Sistemas exponenciales.

Un **sistema exponencial** es aquel en el que alguna de las incógnitas se encuentra en algún exponente.

Caso 1. Sistemas en cuyas ecuaciones los dos miembros de la igualdad se pueden expresar como potencias de la misma base.

Ejemplo: para resolver el sistema $\left.\begin{array}{r} 5^x\cdot 5^y = 25 \\ \dfrac{3^y}{3^x} = 81 \end{array}\right\}$, se hace $\left.\begin{array}{r} 5^{x+y} = 5^2 \\ 3^{y-x} = 3^4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y = 2 \\ y-x = 4 \end{array}\right\}$

De esta forma, el sistema obtenido $\left.\begin{array}{r} x+y = 2 \\ y-x = 4 \end{array}\right\}$ es un sistema lineal equivalente al sistema inicial, cuya solución es { $x = -1$, $y = 3$ }

Caso 2. Sistemas en cuyas ecuaciones hay que aplicar un cambio de variable.

En general, para resolver un sistema exponencial, se procede de la siguiente forma:

Paso 1. Se hacen los cambios de variable: $a^x = A$, $b^y = B$

Paso 2. Se resuelve el sistema resultante en las incógnitas A y B.

Paso 3. Se despejan las incógnitas **x** e **y** deshaciendo los cambios de variable iniciales. Si fuera necesario, se pueden emplear los respectivos cambios de base:

$$x = \log_a A = \frac{\log A}{\log a} \qquad y = \log_b B = \frac{\log B}{\log b}$$

<u>Ejemplo</u>: para resolver el sistema $\left.\begin{array}{l} 2^{x-1} + 3^{2y} = 11 \\ 2^x - 3^{y+1} = -5 \end{array}\right\}$, se escribe como $\left.\begin{array}{l} \frac{2^x}{2} + (3^y)^2 = 11 \\ 2^x - 3 \cdot 3^y = -5 \end{array}\right\}$

Se hacen los cambios $2^x = A \quad 3^y = B$, obteniéndose el sistema $\left.\begin{array}{l} \frac{A}{2} + B^2 = 11 \\ A - 3 \cdot B = -5 \end{array}\right\}$

cuyas soluciones son { A = 4, B = 3 } y { A = –37/2 , B = –9/2 }

Finalmente se despejan las incógnitas **x** e **y** deshaciendo los cambios de variable:

$\left.\begin{array}{l} 2^x = 4 \quad \Rightarrow \quad x = 2 \\ 3^y = 3 \quad \Rightarrow \quad y = 1 \end{array}\right\rangle \Rightarrow$ La única solución del sistema es { x = 2, y = 1 } porque

$\left.\begin{array}{l} 2^x = -37/2 \\ 3^y = -9/2 \end{array}\right\rangle \Rightarrow$ No aporta solución

<u>9. Resolución de inecuaciones.</u>

A) Inecuaciones de primer grado

Una **inecuación de primer grado con una incógnita** es una desigualdad algebraica en la que interviene una sola **incógnita**, elevada a uno.

Se llama **solución** de la inecuación al conjunto de números que sustituidos cada uno de ellos en el lugar de la incógnita, verifican la desigualdad.

<u>Ejemplo 1</u>: $x = -2$ es solución de la inecuación $3x + 1 < x + 5$ porque $3 \cdot (-2) + 1 < -2 + 5$

<u>Ejemplo 2</u>: $x = 3$ no es solución de la inecuación $3x + 1 < x + 5$ porque $3 \cdot 3 + 1 > 3 + 5$

Resolver una inecuación significa hallar todas las soluciones posibles. Para resolver una inecuación de primer grado con una incógnita, se aplican los mismos pasos que en las ecuaciones de primer grado, llegándose finalmente a una de estas cuatro situaciones:

$ax < b \qquad ax > b \qquad ax \leq b \qquad ax \geq b \qquad$ donde $a, b \in \mathbb{R}$, siendo $a \neq 0$

Es en este momento cuando se aplica el siguiente paso que las distingue de las ecuaciones:

<u>Caso 1</u>: si $a > 0$, se despeja **x** dividiendo **b** entre **a**.

<u>Caso 2</u>: **si a < 0, se cambian de signo a los valores a y b al mismo tiempo que se invierte el sentido de la desigualdad.** Hecho esto, se despeja **x** como en el caso 1.

Si una inecuación de primer grado con una incógnita tiene **solución**, ésta siempre es un **intervalo infinito de números reales (semirrecta)**.

Ejemplo: para resolver la inecuación $\frac{x}{2}-\frac{2(x-3)}{3}+\frac{x}{6}-1>2x+3$, se hace lo siguiente:

Paso 1. $\frac{x}{2}-\frac{2x-6}{3}+\frac{x}{6}-\frac{1}{1}>\frac{2x+3}{1}$

Paso 2. m.c.m.(2, 3, 6) = 6 ; $\frac{3x}{6}-\frac{4x-12}{6}+\frac{x}{6}-\frac{6}{6}>\frac{12x+18}{6}$; $3x-4x+12+x-6>12x+18$

Paso 3. $3x-4x+x-12x>+18-12+6$

Paso 4. $-12x>+12$; $+12x<-12$; $x<\frac{-12}{+12}$; $x<-1$ La **solución** es el intervalo $(-\infty, -1)$

B) Inecuaciones de segundo grado

Una **inecuación de segundo grado con una incógnita** es una desigualdad algebraica en la que interviene una sola **incógnita**, elevada a dos.

Se llama **solución** de la inecuación al conjunto de números que sustituidos cada uno de ellos en el lugar de la incógnita, verifican la desigualdad.

Resolver una inecuación significa hallar todas las soluciones posibles. Para resolver una inecuación de segundo grado con una incógnita, se aplica el siguiente método:

Paso 1. Se aplican los pasos necesarios para llegar finalmente a una de estas 4 situaciones:

$ax^2+bx+c>0$ $\quad$ $ax^2+bx+c\geq 0$ $\quad$ $ax^2+bx+c<0$ $\quad$ $ax^2+bx+c\leq 0$

donde a, b, c $\in \mathbb{R}$, siendo $a \neq 0$

Paso 2. Se averiguan las soluciones de la ecuación $ax^2+bx+c=0$

Paso 3. Se señalan en la recta real las soluciones obtenidas y se analiza el signo del polinomio ax^2+bx+c en cada uno de los intervalos resultantes.

Paso 4. La solución es el intervalo o unión de intervalos donde el polinomio ax^2+bx+c tiene el mismo signo que indica la desigualdad de la inecuación.

El intervalo (o intervalos) de la solución es (o son) cerrado(s) si la desigualdad es $\geq$ ó $\leq$

El intervalo (o intervalos) de la solución es (o son) abierto(s) si la desigualdad es $>$ ó $<$

Ejemplo 1: para resolver la inecuación $x^2+2x-8>0$, se averiguan las soluciones de la ecuación $x^2+2x-8=0$, que son $x_1=-4$, $x_2=+2$

Inecuación	Signo del polinomio x^2+2x-8 en			La solución de la inecuación es
	$(-\infty, -4)$	$(-4, 2)$	$(2, +\infty)$	
$x^2+2x-8>0$	+	−	+	$(-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$

Ejemplo 2: para resolver la inecuación $-x^2+2x+3\geq 0$, se averiguan las soluciones de la ecuación $-x^2+2x+3=0$, que son $x_1=-1$, $x_2=+3$

Inecuación	Signo del polinomio $-x^2+2x+3$ en			La solución de la inecuación es
	$(-\infty, -1)$	$(-1, 3)$	$(3, +\infty)$	
$-x^2+2x+3\geq 0$	−	+	−	$[-1, 3]$

C) Inecuaciones racionales

Una **inecuación racional con una incógnita** es una desigualdad algebraica en la que aparecen fracciones algebraicas, es decir, la incógnita aparece en algún denominador.

Resolver una inecuación significa hallar todas las soluciones posibles. Para resolver una inecuación racional con una incógnita, se aplica el siguiente método:

Paso 1. Se aplican los pasos necesarios para llegar finalmente a una de estas 4 situaciones:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} > 0 \qquad \frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0 \qquad \frac{P(x)}{Q(x)} < 0 \qquad \frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$$

donde P(x) y Q(x) son polinomios.

Paso 2. Se averiguan las soluciones de las ecuaciones P(x) = 0 y Q(x) = 0, respectivamente.

Paso 3. Se señalan en la recta real las soluciones obtenidas y se analiza el signo de la fracción $\frac{P(x)}{Q(x)}$ en cada uno de los intervalos resultantes.

Paso 4. La solución es el intervalo o unión de intervalos donde la fracción $\frac{P(x)}{Q(x)}$ tiene el mismo signo que indica la desigualdad de la inecuación.

El intervalo (o intervalos) de la solución es (o son) cerrado(s) en los valores que anulan al numerador P(x) si la desigualdad es $\geq$ ó $\leq$

El intervalo (o intervalos) de la solución es (o son) abierto(s) en los valores que anulan al numerador P(x) si la desigualdad es > ó <

Por otra parte, independientemente de la desigualdad que aparezca en la inecuación, siempre hay que excluir de la solución aquellos valores que anulan al denominador Q(x).

<u>Ejemplo 1</u>: para resolver la inecuación $\frac{x^2-1}{x+3} \geq 0$, se resuelven las ecuaciones $x^2-1=0$, cuyas soluciones son $x_1 = 1$, $x_2 = -1$ y la ecuación $x+3=0$, cuya solución es $x_3 = -3$

Inecuación	Signo de la fracción $\frac{x^2-1}{x+3}$ en				La solución de la inecuación es
	(–∞, −3)	(−3, −1)	(−1, 1)	(1, +∞)	
$\frac{x^2-1}{x+3} \geq 0$	−	+	−	+	(–3, −1] ∪ [1, +∞)

<u>Ejemplo 2</u>: para resolver la inecuación $\frac{4}{3-x} \leq 1$, se transforma en la expresión $\frac{1+x}{3-x} \leq 0$.

$$\frac{4}{3-x} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{3-x} - 1 \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{4-(3-x)}{3-x} \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1+x}{3-x} \leq 0$$

Tras esto, se resuelven las ecuaciones $1+x=0$, cuya solución es $x_1 = -1$ y la ecuación $3-x=0$, cuya solución es $x_2 = 3$

Inecuación	Signo de la fracción $\frac{1+x}{3-x}$ en			La solución de la inecuación es
	(–∞, −1)	(−1, 3)	(3, +∞)	
$\frac{1+x}{3-x} \leq 0$	−	+	−	(–∞, −1] ∪ (3, +∞)

10. Sistemas de dos inecuaciones con una incógnita.

Para resolver un sistema se resuelve cada inecuación por separado, dando lugar a varios intervalos distintos cuya intersección es la solución del sistema.
En otras palabras, la solución del sistema es el conjunto de números reales que se encuentran a la vez en cada uno de los intervalos resultantes de resolver cada inecuación por separado.

La solución de un sistema puede ser un **intervalo acotado**, una **semirrecta** (intervalo infinito por uno de los extremos), un **único número real** o el **conjunto vacío** (sin solución).

Ejemplo 1: para resolver el sistema $\begin{cases} 2x+4 \geq \dfrac{x-1}{2} \\ -3x+5 > -2+4x \end{cases}$, se hace lo siguiente:

Se resuelve la inecuación $2x+4 \geq \dfrac{x-1}{2}$, cuya solución es el intervalo $[-3, +\infty)$

Se resuelve la inecuación $-3x+5 > -2+4x$, cuya solución es el intervalo $(-\infty, +1)$

Ahora se averigua la parte común a los dos intervalos: $[-3, +\infty) \cap (-\infty, +1) = [-3, +1)$

La **solución** del sistema es el intervalo $[-3, +1)$

Ejemplo 2: para resolver el sistema $\begin{cases} 2x+4 > 0 \\ \dfrac{x+3}{2} \leq x \end{cases}$, se hace lo siguiente:

Se resuelve la inecuación $2x+4 > 0$, cuya solución es el intervalo $(-2, +\infty)$

Se resuelve la inecuación $\dfrac{x+3}{2} \leq x$, cuya solución es el intervalo $[3, +\infty)$

Ahora se averigua la parte común a los dos intervalos: $(-2, +\infty) \cap [3, +\infty) = [3, +\infty)$

La **solución** del sistema es el intervalo $[3, +\infty)$

Ejemplo 3: para resolver el sistema $\begin{cases} 3x+1 \leq 4x-1 \\ \dfrac{14-2x}{5} \geq x \end{cases}$, se hace lo siguiente:

Se resuelve la inecuación $3x+1 \leq 4x-1$, cuya solución es el intervalo $[2, +\infty)$

Se resuelve la inecuación $\dfrac{14-2x}{5} \geq x$, cuya solución es el intervalo $(-\infty, 2]$

Ahora se averigua la parte común a los dos intervalos: $(-\infty, 2] \cap [2, +\infty) = \{ 2 \}$

La **solución** del sistema es un solo número, $x = 2$

Ejemplo 4: para resolver el sistema $\begin{cases} 3x+1 < 4x-1 \\ \dfrac{7-2x}{5} > x \end{cases}$, se hace lo siguiente:

Se resuelve la inecuación $3x+1 < 4x-1$, cuya solución es el intervalo $(2, +\infty)$

Se resuelve la inecuación $\dfrac{7-2x}{5} \geq x$, cuya solución es el intervalo $(-\infty, 1)$

Ahora se averigua la parte común a los dos intervalos: $(-\infty, 1) \cap (2, +\infty) = \varnothing$

El sistema **no tiene solución**.