DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.

MATEMÁTICAS I DE 1ºBACHILLERATO.

UNIDAD 6. GEOMETRÍA ANALÍTICA.

IES LA BAHIA

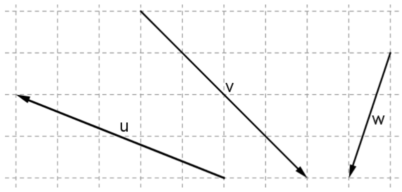
ACTIVIDADES

1. Vector fijo y vector libre. Coordenadas de un vector.

1. Dados los puntos A(–2, 5), B(5, 4), C(1, –3) y D(8, –4):
a) Representar los vectores fijos $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ y calcular las coordenadas de ambos.
b) ¿Representan los vectores fijos $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ al mismo vector libre? Justificar la respuesta.

2. Representar en el plano el vector libre $\vec{u} = (7, -2)$ mediante tres vectores fijos distintos.

3. Deducir las coordenadas de los vectores libres representados en la figura:



4. Dados los puntos A(2, 1), B(6, 3), C(7, 1) y D (3, –1), comprobar que el polígono ABCD es un rectángulo y calcular su perímetro y su área.

5. Los puntos A(–1, –2), B(1, 1) y C(4, 0) son los vértices de un paralelogramo. Averiguar las coordenadas del otro vértice.

6. Averiguar cuáles de los siguientes vectores son unitarios:

a) $\vec{u} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{-\sqrt{2}}{2}\right)$ b) $\vec{u} = (0, -1)$ c) $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$

7. a) Hallar un vector unitario con la misma dirección que $\vec{u} = (5, -12)$.
b) Dado el vector $\vec{u} = (-3, 4)$, hallar otro vector unitario y paralelo al mismo.
c) Determinar un vector paralelo al vector $\vec{u} = (-4, 3)$ y que tenga módulo 10.

8. Hallar un vector unitario con:
a) la misma dirección y el mismo sentido que el vector $\vec{u} = (4, 2)$
b) la misma dirección y sentido contrario que el vector $\vec{u} = (4, -3)$

9. En cada uno de los siguientes apartados, calcular **x** para que el vector $\vec{u}$ sea unitario:

a) $\vec{u} = \left(\frac{1}{3}, x\right)$ b) $\vec{u} = \left(\frac{3}{5}, x\right)$ c) $\vec{u} = \left(x, \frac{1}{2}\right)$

2. Operaciones con vectores.

10. Dados los vectores $\vec{u}=(3,2)$, $\vec{v}=(4,0)$, $\vec{w}=(1,-3)$, hallar: a) $\vec{u}+\vec{v}$ b) $\vec{u}-\vec{v}+\vec{w}$ c) $2\vec{u}-\vec{v}$

11. Dados los vectores $\vec{u}=(2,4)$, $\vec{v}=(3,-3)$, hallar: a) $\frac{1}{2}\vec{u}+\frac{1}{3}\vec{v}$ b) $-2\vec{u}+\vec{v}$ c) $\frac{1}{4}\vec{u}-\frac{1}{6}\vec{v}$

12. Dados los vectores $\vec{u}=(2,1)$, $\vec{v}=(1,-2)$, calcular el módulo del vector $2\vec{u}-3\vec{v}$

13. Averiguar si las siguientes parejas de vectores son linealmente dependientes:

a) $\vec{u}=(15,12)$, $\vec{v}=(10,8)$ b) $\vec{u}=(1,-1)$, $\vec{v}=(1,3)$ c) $\vec{u}=(5,12)$, $\vec{v}=(1,10)$

14. Dados los vectores $\vec{u}=(3,5)$, $\vec{v}=(x,-1)$, averiguar el valor de **x** para que $\vec{v}$ tenga la misma dirección que $\vec{u}+\vec{v}$.

15. Dado el segmento de extremos A(3, 10) y B(5, 2), hallar un punto P de este segmento de manera que la distancia entre P y A sea el triple de la distancia entre P y B.

3. Combinación lineal de vectores. Base de vectores.

16. Averiguar la expresión del vector $\vec{w}=(5,-1)$ como combinación lineal de los vectores $\vec{u}=(2,1)$, $\vec{v}=(-1,3)$. Represéntalo gráficamente.

17. Averiguar la expresión del vector $\vec{w}=(3,2)$ como combinación lineal de los vectores $\vec{u}=(0,1)$, $\vec{v}=(1,-2)$. Represéntalo gráficamente.

18. Averiguar si las siguientes parejas de vectores forman una base de V^2:

a) $\vec{u}=(-3,2)$, $\vec{v}=(1,1)$ b) $\vec{u}=(-3,6)$, $\vec{v}=(2,-4)$ c) $\vec{u}=(2,3)$, $\vec{v}=(4,6)$

4. Producto escalar de vectores.

19. Calcular el ángulo que forman cada una de las siguientes parejas de vectores:

a) $\vec{u}=(-1,0)$, $\vec{v}=(0,1)$ b) $\vec{u}=(\sqrt{2},3\sqrt{3})$, $\vec{v}=(2\sqrt{2},\sqrt{3})$ c) $\vec{u}=(-3,1)$, $\vec{v}=(4,-3)$

d) $\vec{u}=(3,1)$, $\vec{v}=(-3,-1)$ e) $\vec{u}=(3,2)$, $\vec{v}=(2,-3)$ f) $\vec{u}=(1,0)$, $\vec{v}=(1,1)$

20. En los siguientes triángulos cuyos vértices se dan, calcular el ángulo en el vértice que se pide:

a) A(1, 1), B(5, 0), C(–3, 5); ángulo en B. b) A(2, –1), B(2, 5), C(0, 4); ángulo en A.

21. Averiguar si las siguientes parejas de vectores forman una base ortogonal o una base ortonormal de V^2:

a) $\vec{u}=\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$, $\vec{v}=\left(\frac{-2}{3},\frac{1}{3}\right)$ b) $\vec{u}=\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\vec{v}=\left(\frac{-\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$

22. Dados los vectores $\vec{u}=(3,-4)$, $\vec{v}=(6,k)$, averiguar el valor de **k** para que sean:

a) paralelos b) ortogonales

23. Calcular el valor de **x** para que las siguientes parejas de vectores sean ortogonales:
a) $\vec{u} = (-1, 2)$, $\vec{v} = (3, x)$ b) $\vec{u} = (3, 2)$, $\vec{v} = (x, -5)$ c) $\vec{u} = (3, -x)$, $\vec{v} = (-4, 2)$

24. Calcular el valor de **x** para que los vectores $\vec{u} = (\sqrt{3}, 1)$, $\vec{v} = (x, 2)$ formen un ángulo de 60º.

25. Dados los vectores $\vec{u} = (2, 1)$, $\vec{v} = (6, 2)$, hallar un vector $\vec{w}$ tal que $\vec{u} \bullet \vec{w} = 1$ y $\vec{v} \perp \vec{w}$.

26. a) Hallar un vector de módulo $\sqrt{20}$ y que sea ortogonal al vector $\vec{u} = (-1, 2)$.
b) Hallar un vector unitario y que sea ortogonal al vector $\vec{u} = (3, 4)$.

27. Hallar un vector ortogonal al vector $\vec{u} = (-3, 1)$ en los siguientes casos:
a) Que su primera coordenada sea 2 b) Que su segunda coordenada sea 4

28. Hallar un vector ortogonal al vector $\vec{u} = (-3, 6)$ en los siguientes casos:
a) Que su primera coordenada sea 2 b) Que sea unitario

29. Hallar el vector cuyo producto escalar con $\vec{u} = (-3, 1)$ vale 9 y con $\vec{v} = (7, 2)$ vale 5.

30. Hallar un vector de módulo 3 que forme un ángulo de 60º con el vector $\vec{u} = (-\sqrt{3}, 1)$

5. Puntos y rectas en el plano.

31. La recta r pasa por los puntos A(2, 5) y B(–1, 3).
a) Averiguar un vector de dirección de la recta r.
b) Obtener otros tres puntos, distintos de A y B, de la recta r.
c) Calcular la pendiente de la recta r.

32. La recta r pasa por el punto A(0, 2) y tiene como vector de dirección $\vec{u} = (-4, 12)$.
a) ¿Es también el vector $\vec{v} = (-1, 3)$ un vector de dirección de la recta r?
b) Obtener otros tres puntos, distintos de A, de la recta r.
c) Calcular la pendiente de la recta r.

33. Se dice que tres puntos están alineados si hay una única recta que pase por los tres. De ahí que para determinar si tres puntos A, B y C están alineados o no, basta con averiguar si los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ tienen la misma dirección.
a) Averiguar si los puntos A(2, –1), B(6, 1), C(8, 2) están alineados.
b) Determinar el valor de **k** para que los puntos A(2, –1), B(1, 4) y C(k, 9) estén alineados.

6. Ecuaciones de una recta en el plano.

34. Averiguar las ecuaciones paramétricas y en forma continua de la recta que pasa por los puntos A(1, –1) y B(3, 2).

35. a) Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por los puntos P(2, 1) y Q(1, –2).
b) Deducir los valores del parámetro para los que se obtienen los puntos P y Q, respectivamente.

36. Averiguar la pendiente de la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{4}$ y también un punto por el que pasa.

37. Hallar la ecuación general y la explícita de la recta que pasa por los puntos P(1, 4) y Q(2, 3).

38. Hallar las ecuaciones paramétricas y la ecuación en forma continua de la recta $r \equiv 2x+3y = 6$.

39. Encontrar la ecuación vectorial, en forma continua y explícita de la recta $r \equiv x+3y+2 = 0$.

40. Hallar la ecuación general y las ecuaciones paramétricas del eje de abscisas y del eje de ordenadas, respectivamente.

41. Averiguar si el punto P(3, 3) pertenece a la recta que pasa por los puntos A(1, –1) y B(2, 1).

42. Averiguar si el punto Q(0, 5) pertenece a la recta que pasa por P(2, 3) y de dirección $\vec{u} = (1, 3)$.

43. Hallar el valor de **k** para que el punto de coordenadas (3, k) pertenezca a la recta $r \equiv y = x+6$.

44. Averiguar cuáles de las siguientes rectas pasan por el punto (1, 3):

$r \equiv x-2y+2 = 0$ $\quad s \equiv 2x+y-5 = 0$ $\quad t \equiv y = 2x-3$

45. Demostrar que las rectas cuyas ecuaciones son de la forma $y = mx-m$ $(m \in \mathbb{R})$, pasan todas por un mismo punto. ¿Cuáles son las coordenadas de ese punto?

46. Dado el haz de rectas secantes en el punto P(2, –1), determinar la ecuación explícita de la recta de dicho haz: a) Que pasa por el punto Q(0, 3) b) Que es paralela a la recta $x+2y = 5$

7. Ángulo formado por dos rectas.

47. Calcular el ángulo que forman las rectas r y s en cada uno de los siguientes casos:

a) $r \equiv (x, y) = (1, 3) + t(1, -3)$ $\quad s \equiv \begin{cases} x = 2 + 7t \\ y = 3t \end{cases}$

b) $r \equiv y = 3x-2$ $\quad s \equiv 2x-5y+3 = 0$

c) $r \equiv 3x-2y+1 = 0$ $\quad s \equiv 2x-5y+3 = 0$

d) $r \equiv 2x+y-3 = 0$ $\quad s \equiv \dfrac{x+1}{7} = \dfrac{y-1}{4}$

e) $r \equiv x = \dfrac{y+3}{2}$ $\quad s \equiv \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+1}{5}$

f) $r \equiv y = 4x-2$ $\quad s \equiv 5x+3y = 0$

g) $r \equiv y = x$ $\quad s \equiv y = -x$

h) Eje X $\quad s \equiv 2x-y+2 = 0$

i) Eje Y $\quad s \equiv 3x+y+4 = 0$

j) $r \equiv y = x-2$ $\quad s \equiv y = -x+3$

48. Hallar la ecuación general de la recta que pasa por el punto P(2, –1) y que es paralela a la recta que pasa por los puntos A(2, 0) y B(1, 3).

49. Dada la recta $r \equiv kx-3y+k-4 = 0$, calcular el valor de **k** para que dicha recta:

a) Pase por el punto P(1, –2)

b) Sea paralela a la recta $s \equiv \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{2}$

50. Hallar los valores de **a** y **b** para que la recta $r \equiv 3x+ay = 0$ pase por P(1, 3) y sea paralela a la recta $s \equiv bx+y-2 = 0$.

51. Hallar el valor de **k** para que $r \equiv \dfrac{x-2}{k} = \dfrac{y+1}{2}$, $s \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = 1+t \end{cases}$ sean paralelas.

52. Hallar el valor de **k** para que las rectas siguientes sean paralelas:

a) $r \equiv kx+y = 1$, $s \equiv 2x-y = k$

b) $r \equiv (k+2)x-2y = 1$, $s \equiv 3kx+(k-3)y = k$

53. Calcular la ecuación general de la recta perpendicular a la recta r y que pasa por el punto P en cada uno de los siguientes casos:

a) $r \equiv \begin{cases} x = 2-3t \\ y = 1+t \end{cases}$ P(3, 1)

b) $r \equiv \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3}$ P(0, 5)

c) $r \equiv y = 2x-1$ P(1, 2)

d) $r \equiv 2x-3y+2 = 0$ P(0, 0)

54. Calcular el valor de **a** y **b** para que las rectas $r \equiv ax-3y+5 = 0$, $s \equiv bx+2y-1 = 0$ sean perpendiculares y además la segunda pase por el punto P(–1, 2).

55. a) Demostrar que dos rectas son perpendiculares si y solo si el producto de sus pendientes es igual a –1.
b) Comprobar el resultado anterior con las rectas $r \equiv 3x-5y+1 = 0$, $s \equiv 5x+3y-7 = 0$

56. Dadas las rectas $r \equiv 3x+y = 3$, $s \equiv -2x+ky = 8$, determinar el valor de **k** para que formen un ángulo de 45º.

57. Dadas las rectas $r \equiv x+5y-6 = 0$, $s \equiv kx-3y-6 = 0$, determinar el valor de **k** para que formen un ángulo de 45º.

58. Hallar la ecuación general de la recta que pasa por P(2, 1) y forma con la recta $r \equiv y = 2x-1$ un ángulo de 45º.

59. Hallar la ecuación general de la recta que pasa por P(1, 3) y forma 30º con el eje X.

60. Hallar la ecuación general de la recta que pasa por el punto P(2, 1) y forma con la recta $r \equiv \sqrt{3}x - y - 2 = 0$ un ángulo de 60º.

61. Hallar la ecuación general de la recta que pasa por el punto P(0, 2) y forma un ángulo de 45º con la recta $s \equiv 3x+y = 2$.

8. Posición relativa de dos rectas.

62. Analizar la posición relativa de los siguientes pares de rectas:

a) $r \equiv \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$ $s \equiv \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \end{cases}$

b) $r \equiv x + y + 1 = 0 \quad s \equiv 2x - y + 2 = 0$

c) $r \equiv 3x - y + 1 = 0 \quad s \equiv 3x - y = 0$

d) $r \equiv x + y = 3 \quad s \equiv x - y = 2$

e) $r \equiv x - 2y + 3 = 0$ $s \equiv \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \end{cases}$

f) $r \equiv \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ $s \equiv \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \end{cases}$

63. Si una recta corta a la recta y = 2x, ¿corta a la recta 4x–2y+5 = 0? Razonar la respuesta.

64. ¿Para qué valores de **k** son secantes las rectas kx+2y–3 = 0, 2x+y+1 = 0?

65. Hallar los valores de **a** y **b** para que $r \equiv ax + 2y - 8 = 0$, $s \equiv 2x + by = 3$ se corten en P(2, 1).

66. Hallar los puntos de corte de la recta $r \equiv x + 2 = y - 2$ con los ejes de coordenadas.

67. Calcular la ecuación general de la recta que pasa por P(2, 1) y por el punto de corte entre las rectas $r \equiv y = 2x+2$, $s \equiv x - 1 = y - 3$.

68. Dados el punto P(2, 2) y las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \end{cases}$, $s \equiv \frac{x+1}{3} = y - 1$, determinar:

a) La ecuación general de la recta que pasa por P y es paralela a la recta y = x–3

b) La ecuación general de la recta que pasa por P y es perpendicular a la recta 2x+y+5 = 0

69. Hallar el valor de **k** para que las tres rectas x–3y+1 = 0, x+y–3 = 0, kx–y–3 = 0 pasen por un mismo punto.

70. Escribir la ecuación del haz de rectas paralelas a la recta x+y–1 = 0 y averiguar la recta de dicho haz que pasa por el punto (3, 0).

71. Escribir la ecuación del haz de rectas paralelas a la dirección $\vec{u} = (2, 1)$ y averiguar la recta de dicho haz que pasa por el punto (0, 3).

9. Distancias en el plano.

72. Determinar el valor de **k** para que los puntos P(1, k) y Q(k, –2) disten tres unidades.

73. Averiguar si es isósceles el triángulo de vértices A(3, 1), B(1, 3), C(5, 5).

74. En cada uno de los siguientes apartados, dados los vértices de un triángulo, demostrar que es un triángulo rectángulo y calcular su área:

a) A(1, 4), B(3, 1), C(7, 8) b) A(1, 4), B(3, –2), C(–1, 0)

75. Hallar el área del triángulo limitado por la recta $2x+y = 6$ y los ejes de coordenadas.

76. Calcular el área del triángulo formado por las rectas $3x+y-8 = 0$, $5x-3y+10 = 0$, $x-2y+2 = 0$.

77. Hallar el área de la zona limitada por la recta $3x+2y-6 = 0$, los ejes de coordenadas y la recta vertical $x = 4$.

78. Calcular la distancia del punto $P(1, -1)$ a la recta r en cada una de los siguientes casos:

a) $r \equiv x + 3y + 2 = 0$ b) $r \equiv y = 2x - 1$ c) $r \equiv \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{3}$

d) $r \equiv \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$ e) $r \equiv 4x + 3y = 2$ f) $r \equiv \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} = 1$

79. Dados los vértices del triángulo, hallar su área, en cada uno de los siguientes casos:

a) $A(6, 2)$, $B(-3, 4)$, $C(3, 0)$ b) $A(0, 3)$, $B(3, 1)$, $C(2, 5)$ c) $A(1, 0)$, $B(3, 2)$, $C(-1, 3)$

d) $A(2, -1)$, $B(2, 5)$, $C(0, 4)$ e) $A(-3, 2)$, $B(1, -3)$, $C(1, 4)$ f) $A(1, 5)$, $B(-1, 0)$, $C(7, 2)$

80. Hallar la distancia entre los siguientes pares de rectas:

a) $r \equiv 3x+4y-15 = 0$, $s \equiv 3x+4y = 40$ b) $r \equiv \dfrac{x+1}{5} = \dfrac{y+2}{12}$, $s \equiv 12x-5y+5 = 0$

81. Hallar el valor de **k** para que las rectas $r \equiv 2x+ky+12 = 0$, $s \equiv 3x-y = 5$ sean paralelas y hallar su distancia.

82. a) El punto medio del segmento $\overline{PQ}$ es $M(2, 1)$, siendo $Q(1, 2)$. Hallar el punto P.

b) Hallar la ecuación general de la mediatriz del segmento de extremos $A(1, 2)$ y $B(3, 4)$.

c) Hallar la ecuación general de la mediatriz del segmento que determina la recta $r \equiv 2x+y = 4$ al cortar a los ejes de coordenadas.

83. Hallar las coordenadas de un punto equidistante de los puntos $A(4, 4)$, $B(5, 3)$ y $C(-1, 3)$.

84. Hallar un punto de la recta $r \equiv x+y-2 = 0$ que equidiste de los puntos $A(1, 3)$ y $B(-1, -5)$.

85. Dados los puntos $A(3, 6)$ y $B(1, 0)$ y la recta $r \equiv x-y+1 = 0$, hallar:

a) El simétrico de A respecto de B. b) El simétrico del punto B respecto de la recta r.

86. Hallar las coordenadas del punto simétrico de A respecto de la recta r en los siguientes casos:

a) $A(-1, -1)$ $r \equiv x+3y-6 = 0$ b) $A(1, -2)$ $r \equiv 2x+y-3 = 0$

c) $A(4, 1)$ $r \equiv 3x-y-1 = 0$ d) $A(1, 1)$ $r \equiv x-2y-4 = 0$

87. Calcular el perímetro y el área del cuadrilátero formado por los ejes de coordenadas y las rectas $r \equiv 3x+4y-12 = 0$, $s \equiv 5x+6y-30 = 0$.

88. Hallar un punto de la recta $r \equiv 2x - y - 6 = 0$, que diste 2 unidades de la recta $s \equiv 3x - 4y + 1 = 0$.

89. Determinar el valor de **k** para que la distancia de la recta $r \equiv 2x + ky - 4 = 0$ al origen de coordenadas sea 2 unidades.

90. Hallar la ecuación de una recta paralela a la recta $r \equiv x - y + 2 = 0$ que esté a $\sqrt{2}$ unidades de distancia.

91. Hallar la ecuación general de una recta que pase por $A(2, 3)$ y diste 2 unidades de $P(-2, 1)$.

92. Hallar la ecuación general de la recta que pasa por el punto $P(2, 2)$ y que al cortar a los ejes de coordenadas, determina un triángulo con $9\ u^2$ de área.

10. Puntos y rectas notables de un triángulo.

93. Dados los vértices del triángulo, hallar las ecuaciones de sus medianas, así como las coordenadas del baricentro, en cada uno de los siguientes casos:

a) $A(1, 1)$, $B(1, -3)$, $C(3, 5)$ b) $A(2, 2)$, $B(-2, 0)$, $C(2, 4)$

94. Hallar las ecuaciones de las alturas del triángulo de vértices $A(1, 0)$, $B(-3, 2)$, $C(-1, -2)$, así como las coordenadas del ortocentro.

95. Hallar las longitudes de las alturas del triángulo cuyos vértices son $A(1, 1)$, $B(1, 3)$, $C(3, 2)$.

96. Hallar las ecuaciones de las mediatrices del triángulo de vértices $A(0, 0)$, $B(7, 0)$, $C(2, 6)$ y calcular las coordenadas del circuncentro.

97. Dados los vértices del triángulo, hallar las coordenadas del baricentro, del ortocentro y del circuncentro, en cada uno de los siguientes casos:

a) $A(3, 6)$, $B(5, 2)$, $C(1, -2)$ b) $A(1, 2)$, $B(3, 0)$, $C(5, 1)$ c) $A(1, 1)$, $B(5, 0)$, $C(-3, 5)$

98. El lado desigual de un triángulo isósceles tiene por extremos los vértices $A(3, 1)$ y $B(-2, 3)$. Sabiendo que el vértice C se encuentra en el eje de ordenadas, hallar:

a) Las coordenadas del vértice C.

b) Las ecuaciones de los lados del triángulo.

c) El área del triángulo.

99. El lado desigual de un triángulo isósceles tiene por extremos los vértices $A(-1, 3)$ y $B(3, -3)$. Sabiendo que el vértice C se encuentra en la recta $r \equiv x + 2y - 15 = 0$, hallar:

a) Las coordenadas del vértice C.

b) Las ecuaciones de las alturas del triángulo y el ortocentro.

100. Los puntos $A(6, 2)$ y $B(2, 8)$ son vértices de un triángulo del que se sabe que su baricentro es el punto $G(2, 3)$. Hallar las coordenadas del vértice C y el área del triángulo.

SOLUCIONES

1. a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = (7, -1)$; b) Sí, porque tienen el mismo módulo, dirección y sentido.

2. Por ejemplo, con los vectores fijos determinados por los puntos A(–2, 3) y B(5, 1) o con los puntos C(–4, 6) y D(3, 4).

3. $\vec{u} = (-5, 2)$; $\vec{v} = (4, -4)$; $\vec{w} = (-1, -3)$

4. El perímetro mide $6\sqrt{5}$ u. y el área mide 10 u^2

5. El vértice que falta es D(2, –3)

6. a) Sí; b) Sí; c) No

7. a) $\vec{v} = (5/13, -12/13)$ ó $\vec{v} = (-5/13, 12/13)$; b) $\vec{v} = (-3/5, 4/5)$; c) $\vec{v} = (-8, 6)$ ó $\vec{v} = (8, -6)$

8. a) $(2\sqrt{5}/5\ ,\ \sqrt{5}/5)$; b) (–4/5, 3/5)

9. a) $x = \pm 2\sqrt{2}/3$; b) x = ±4/5; c) $x = \pm\sqrt{3}/2$

10. a) (7, 2); b) (0, –1); c) (2, 4)

11. a) (2, 1); b) (–1, –11); c) (0, 3/2)

12. $\sqrt{65}$ u.

13. a) Sí; b) No; c) No.

14. x = –3/5

15. P(9/2, 4)

16. $\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$

17. $\vec{w} = 8\vec{u} + 3\vec{v}$

18. a) Forman una base; b) No forman base; c) No forman base.

19. a) 90º; b) Aprox. 43º; c) Aprox. 162º; d) 180º; e) 90º; f) 45º

20. a) En el vértice B hay un ángulo de aprox. 18º; b) En el vértice A hay un ángulo de aprox. 22º

21. a) Forman una base ortogonal; b) Forman una base ortonormal.

22. a) k = –8; b) k = 9/2

23. a) x = 3/2; b) x = 10/3; c) x = –6

24. x = 0 ($x = -2\sqrt{3}$ no vale)

25. $\vec{w} = (-1, 3)$

26. a) $\vec{v} = (4, 2)$ ó $\vec{v} = (-4, -2)$; b) $\vec{v} = (-4/5, 3/5)$ ó $\vec{v} = (4/5, -3/5)$

27. a) $\vec{v} = (2, 6)$; b) $\vec{v} = (4/3, 4)$

28. a) $\vec{v} = (2, 1)$; b) $\vec{v} = (2\sqrt{5}/5, \sqrt{5}/5)$

29. $\vec{w} = (-1, 6)$

30. $\vec{v} = (0, 3)$ ó $\vec{v} = (-3\sqrt{3}/2, -3/2)$

31. a) $\vec{u} = (3, 2)$; b) (5, 7), (8, 9), (–4, 1) por ejemplo; c) m = 2/3

32. a) Sí; b) (1, –1), (–2, 8), (–1, 5), por ejemplo; c) m = –3

33. a) Sí; b) k = 0

34. { x = 3+2t; y = 2+3t }; (x–3)/2 = (y–2)/3

35. a) { x = 2+t; y = 1+3t }; b) t = 0; t = –1

36. m = 2; P(1, –2)

37. y = –x+5; x+y–5 = 0

38. { x = 3+3t; y = –2t }; (x–3)/3 = y/–2

39. y = (–1/3)x–2/3; (x–1)/3 = (y+1)/ –1; (x, y) = (1, –1) + t(3, –1)

40. La ecuación general del eje X es y = 0 y las ecuaciones paramétricas son { x = t, y = 0 };
La ecuación general del eje Y es x = 0 y las ecuaciones paramétricas son { x = 0, y = t }.

41. Sí pertenece.

42. No pertenece.

43. El valor es k = 9

44. La recta r no; la recta s sí; la recta t no.

45. Todas pasan por el punto P(1, 0) ya que se trata del haz de rectas y – 0 = m (x – 1)

46. a) y = –2x+3; b) y = (–1/2)x

47. a) 85º; b) $\simeq$ 50º; c) 34º 30´; d) $\simeq$ 87º; e) $\simeq$ 38º; f) 45º; g) 90º; h) $\simeq$ 63º; i) $\simeq$ 18º; j) 90º

48. 3x+y–5 = 0

49. a) k = –1; b) k = 2

50. Los valores son a = –1, b = –3

51. El valor es k = 4

52. a) k = –2; b) k = –6

53. a) 3x–y–8 = 0; b) 2x+3y–15 = 0; c) x+2y–5 = 0; d) 3x+2y = 0

54. Los valores son a = 2, b = 3

55. a) $r \perp s \quad \Leftrightarrow \quad \cos\alpha = 0 \quad \Leftrightarrow \quad u_2 \cdot v_2 = -u_1 \cdot v_1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{u_2}{u_1} \cdot \frac{v_2}{v_1} = -1 \quad \Leftrightarrow \quad m_r \cdot m_s = -1$

b) $\vec{u} = (5, 3)$, $\vec{v} = (-3, 5)$; $m_r \cdot m_s = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{-3} = \frac{-15}{15} = -1$

56. Los valores son k = 1 ó k = –4

57. Los valores son k = 2 ó k = –9/2

58. x–3y+1 = 0 ó 3x+y–7 = 0

59. $\sqrt{3}x - 3y + 9 - \sqrt{3} = 0$ ó $\sqrt{3}x + 3y - 9 - \sqrt{3} = 0$

60. y = 1 ó $\sqrt{3}x + y - 1 - 2\sqrt{3} = 0$

61. 2x–y+2 = 0 ó x+2y–4 = 0

62. a) Paralelas; b) Secantes; c) Paralelas; d) Secantes; e) Paralelas; f) Son la misma recta.

63. Sí, porque son paralelas.

64. Para cualquier valor de $k \neq 4$

65. Los valores son a = 3, b = –1

66. Corta al eje Y en el punto (0, 4) y corta al eje X en el punto (–4, 0)

67. x+2y–4 = 0

68. a) x–y = 0; b) x–2y+2 = 0

69. El valor es k = 2, P(2, 1)

70. x+y+k = 0; x+y–3 = 0

71. x–2y+k = 0; x–2y+6 = 0

72. Los valores son k = –2 ó k = 1

73. Sí, ya que tiene dos lados iguales.

74. a) Área = 13 u^2; b) Área = 10 u^2

75. El área es 9 u^2

76. El área es 7 u^2

77. El área es 6 u^2

78. a) 0; b) $\cong$ 0,89 u.; c) $\cong$ 3,33 u.; d) $\cong$ 0,73 u.; e) 0,2 u.; f) $\cong$ 1,39 u.

79. a) Área = 12 u^2; b) Área = 5 u^2; c) Área = 5 u^2; d) Área = 6 u^2; e) Área = 14 u^2; f) Área = 18 u^2

80. a) 5 u.; b) 3/13 u.

81. k = –2/3; d = 7,27 u.

82. a) P(3, 0); b) x+y–5 = 0; c) x–2y+3 = 0

83. P(2, 1)

84. P(4, –2)

85. a) A´(–1, –6); b) B´(–1, 2)

86. a) A´(1, 5); b) A´(17/5, –4/5); c) A´(–2, 3); d) A´(3, –3)

87. El perímetro mide aprox. 16,8 u. y el área mide 9 u^2

88. P(3, 0) ó Q(7, 8)

89. El valor es $k = 0$

90. $x–y = 0$ ó $x–y+4 = 0$

91. $4x–3y+1 = 0$ ó $y = 3$

92. $2x+y–6 = 0$ ó $x+2y–6 = 0$

93. a) Las medianas son $3x–y–4 = 0$, $y – 1 = 0$, $6x–y–9 = 0$. El baricentro es G(5/3, 1);
b) Las medianas son $3x–4y+6 = 0$; $3x–2y+2 = 0$; $y – 2 = 0$. El baricentro es G(2/3, 2).

94. Las alturas son $2x–y = 0$, $x+y+1 = 0$, $–x+2y+1 = 0$. El ortocentro es H(–1/3, –2/3)

95. Las longitudes de las alturas son 2 u.; $\simeq$1,79 u.; $\simeq$1,79 u.

96. Las mediatrices son $x+3y–10 = 0$; $10x–12y–9 = 0$; $2x – 7 = 0$. El circuncentro es O(7/2, 13/6).

97. a) Baricentro G(3, 2); Ortocentro H(23/3, 4/3); Circuncentro O(2/3, 7/3);
b) Baricentro G(3, 1); Ortocentro H(8/3, –4/3); Circuncentro O(19/6, 13/6);
c) Baricentro G(1, 2); Ortocentro H(–22/3, –37/3); Circuncentro O(31/6, 55/6).

98. a) C(0, 3/4); b) Lado AB: $2x+5y–11 = 0$; lado AC: $x–12y+9 = 0$; lado BC: $9x+8y–6 = 0$; c) 29/8 u^2

99. a) C(7, 4); b) Alturas: $8x+y–21 = 0$, $2x–3y–2 = 0$, $4x+7y–17 = 0$. El ortocentro es H(5/2, 1).

100. El vértice C(–2, –1) y el área es 30 u^2