



XXVI CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2019

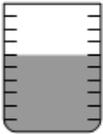
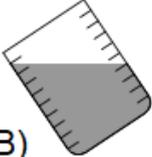
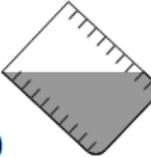


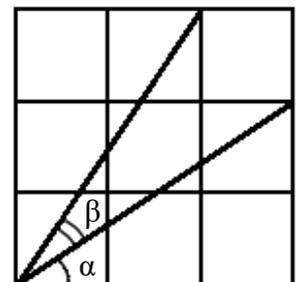
Nivel 5 (1º de Bachillerato)

Día: Jueves, 21 de marzo de 2019. Tiempo: 1 hora y 15 minutos

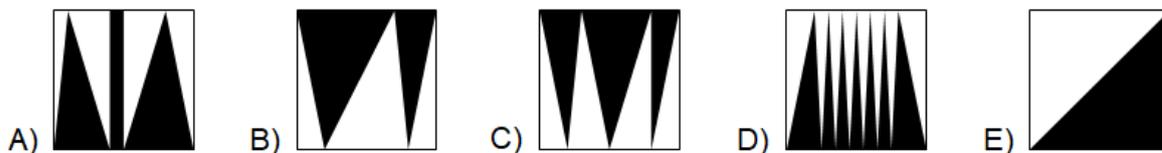
No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una

- 1** $20 \times 19 + 20 + 19 =$
 A) 389 B) 399 C) 409 D) 419 E) 429
- 2** Un tren de juguete tarda exactamente 1 minuto y 11 segundos en completar una vuelta a un circuito. ¿Cuánto tiempo invertirá en seis vueltas?
 A) 6 minutos y 56 segundos B) 7 minutos y 6 segundos C) 7 minutos y 16 segundos
 D) 7 minutos y 26 segundos E) 7 minutos y 36 segundos
- 3** Un peluquero inglés quiere escribir la palabra **SHAVE** en una pizarra de tal manera que un cliente sentado de espaldas a ella la vea correctamente en el espejo que tiene enfrente. ¿Cómo debe escribirla el peluquero en la pizarra?
 A) **SHAVE** B) **SHAVE** C) **EVAFH** D) **EVAHS** E) **2HVAE**
- 4** ¿Cuántas sumas diferentes de puntos puedes obtener tirando tres dados simultáneamente?
 A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18
- 5** En las respuestas aparecen cinco vasos idénticos que contienen agua, teniendo cuatro de ellos la misma cantidad. ¿Cuál contiene una cantidad diferente?
 A)  B)  C)  D)  E) 
- 6** Un parque tiene cinco puertas. Mónica quiere entrar por una puerta y salir por otra distinta. ¿De cuántas maneras puede entrar y salir del parque?
 A) 25 B) 20 C) 16 D) 15 E) 10
- 7** Los pesos de tres canguros son números enteros distintos. En total pesan 97 kg. ¿Cuánto puede pesar como máximo el que menos pesa?
 A) 1 kg B) 30 kg C) 31 kg D) 32 kg E) 33 kg
- 8** ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta para los ángulos de la figura?
 A) $\alpha = \beta$ B) $2\alpha + \beta = 90^\circ$ C) $\alpha + \beta = 60^\circ$
 D) $2\beta + \alpha = 90^\circ$ E) $\alpha + \beta = 45^\circ$

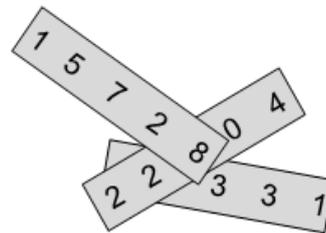


9 Los cinco cuadrados de las respuestas son iguales y en cada uno de ellos se ha sombreado una zona determinada. ¿En qué cuadrado la zona sombreada tiene mayor área?



10 Tenemos tres cartulinas y en cada una se ha escrito un número de cinco cifras. Como se ve en la figura tres de las cifras están tapadas. La suma de los tres números es 57263. ¿Cuáles son las cifras ocultas?

- A) 0, 2 y 2 B) 1, 2 y 9 C) 2, 4 y 9 D) 2, 7 y 8 E) 5, 7 y 8



Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 Se considera el cuadrado de vértices A, B, C, D marcados en el sentido del movimiento de las agujas del reloj. Con otro punto E se construye el triángulo equilátero de vértices A, E, C en el mismo sentido. ¿Cuánto mide el ángulo CBE en grados?

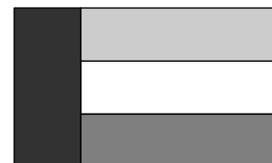
- A) 30 B) 45 C) 135 D) 145 E) 150

12 Los números a, b, c, d son enteros positivos distintos elegidos de 1 a 10. ¿Cuál es el menor valor posible que podría tener $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

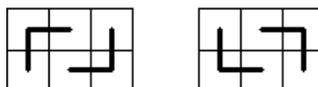
- A) $\frac{2}{10}$ B) $\frac{3}{19}$ C) $\frac{14}{45}$ D) $\frac{29}{90}$ E) $\frac{25}{72}$

13 La bandera de Canguria es un rectángulo con dimensiones en la proporción 3 : 5. La bandera se divide en cuatro rectángulos de igual área, como se muestra. ¿Cuál es la proporción de las longitudes de los lados del rectángulo blanco?

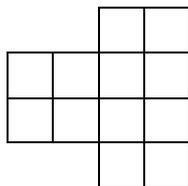
- A) 1 : 3 B) 1 : 4 C) 2 : 7 D) 3 : 10 E) 4 : 15



14 Un rectángulo de dimensiones 3×2 puede ser cubierto exactamente por dos de las piezas en forma de L, de dos maneras diferentes, como se muestra a continuación:



¿De cuántas maneras diferentes puede cubrirse la figura de abajo con las piezas en forma de L?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 48

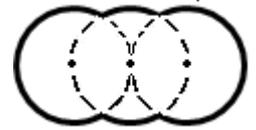
15 El triatlón consiste en nadar, correr y andar en bicicleta. El ciclismo cubre tres cuartos de la distancia total, la carrera supone una quinta parte y la natación 2 km. ¿Cuál es la distancia total de este triatlón, en km?

- A) 10 B) 20 C) 38 D) 40 E) 60

16 Se fabrica un zumo diluido a base de concentrado y agua en una proporción de 1 : 7 en volumen. El concentrado de zumo está en un frasco de 1 litro, y el frasco está lleno hasta la mitad. ¿Qué fracción de este concentrado debe usarse para producir 2 litros de zumo diluido?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) todo el concentrado

17 La figura de la derecha está construida con arcos de tres circunferencias iguales de radio R, que tienen sus centros alineados. La circunferencia del medio pasa por los centros de las otras dos, como se muestra. ¿Cuál es el perímetro de la figura?



- A) $\frac{10\pi R}{3}$ B) $\frac{5\pi R}{3}$ C) $\frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$ D) $2\pi R\sqrt{3}$ E) $4\pi R$

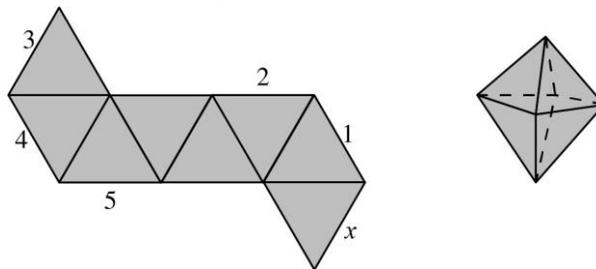
18 La suma de las siete cifras del número $aaabbbb$ es igual al número de dos cifras ab . ¿Cuánto vale la suma $a + b$?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

19 Se empaquetan 60 manzanas y 60 peras en cajas con igual número de manzanas y distinto número de peras en cada caja. ¿Cuál es el mayor número posible de cajas que se pueden empaquetar de esta manera?

- A) 20 B) 15 C) 12 D) 10 E) 6

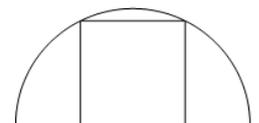
20 La figura muestra el desarrollo de un octaedro. Cuando se pliega para formar el octaedro, ¿cuál de los segmentos numerados coincidirá con el segmento marcado con la x?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 Un cuadrado tiene dos de sus vértices en una semicircunferencia y los otros dos en el diámetro de la misma, como se muestra en la figura. El radio de la circunferencia es de 1 cm. ¿Cuál es el área del cuadrado?



- A) $\frac{4}{5} \text{ cm}^2$ B) $\frac{\pi}{4} \text{ cm}^2$ C) 1 cm^2 D) $\frac{4}{3} \text{ cm}^2$ E) $\frac{2}{\sqrt{3}} \text{ cm}^2$

22 Se marcan dos puntos en un disco que gira alrededor de su centro. Uno de ellos está 3 cm más alejado que el otro del centro del disco, y se mueve a una velocidad constante que es 2,5 veces mayor que la del otro. ¿Cuál es la distancia desde el centro del disco hasta ese punto más alejado?

- A) 10 cm B) 9 cm C) 8 cm D) 6 cm E) 5 cm

23 Los números enteros de 1 a 99 se escriben en orden ascendente sin espacios. La secuencia de cifras se divide entonces en ternas (grupos de tres cifras):

123456789101112. . . 979899 \rightarrow (123) (456) (789) (101) (112) . . . (979) (899)

¿Cuál de los siguientes grupos no es una de las ternas?

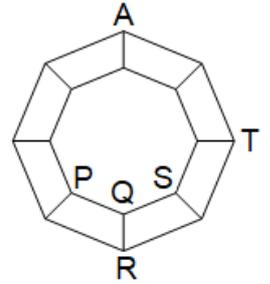
- A) (222) B) (444) C) (464) D) (646) E) (888)

24 ¿Cuántos planos pasan exactamente por tres vértices de un cubo?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 12

25

Un gráfico consta de 16 vértices y algunos segmentos que los conectan, como en la imagen. Ahora hay una hormiga en el vértice A. En cada movimiento, puede caminar desde un vértice a cualquier vértice vecino a lo largo de un segmento de conexión. ¿En cuál de los vértices P, Q, R, S, T puede estar la hormiga después de 2019 movimientos?



- A) sólo P, R o S, no Q y T
 B) sólo P, R, S o T, no Q
 C) sólo Q
 D) sólo T
 E) en cualquiera

26

Los enteros positivos a , b y c tienen cada uno tres cifras, y en cada entero la primera cifra es la misma que la última. También cumplen que $b = 2a + 1$ y $c = 2b + 1$. ¿Cuántos valores distintos hay para el entero a ?

- A) 0
 B) 1
 C) 2
 D) 3
 E) más de 3

27

En cada vértice de un cuadrado, se coloca un entero positivo. Para cualquiera de los dos números unidos por un lado del cuadrado, uno es un múltiplo del otro. Sin embargo, para cualquiera de los dos números diagonalmente opuestos, ninguno es un múltiplo del otro. ¿Cuál es la suma más pequeña posible de los cuatro números?

- A) 12
 B) 24
 C) 30
 D) 35
 E) 60

28

¿Cuál es el menor número de elementos que tenemos que quitar del conjunto:

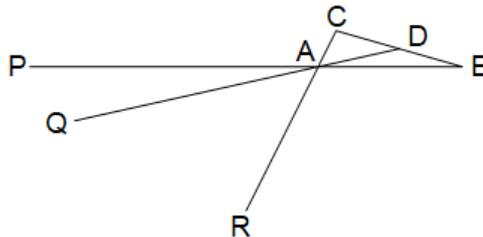
$$\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$$

de modo que el producto de los elementos que quedan en el conjunto es un cuadrado perfecto?

- A) 1
 B) 2
 C) 3
 D) 4
 E) 5

29

Dado el triángulo ABC de área S , sea D el punto medio de BC. Se toman los puntos P, Q, R en las rectas que pasan por AB, AD, AC, respectivamente, como se muestra en la figura, y tal que $AP = 2 \cdot AB$, $AQ = 3 \cdot AD$ y $AR = 4 \cdot AC$. ¿Cuál es el área del triángulo PQR?



- A) S
 B) $2 \cdot S$
 C) $3 \cdot S$
 D) $\frac{1}{2} \cdot S$
 E) 0 (es decir, P, Q, R son colineales)

30

Si se elimina cualquier cifra de un número de 4 cifras dado, el número de 3 cifras resultante es un divisor del número original. ¿Cuántos números de 4 cifras tienen esta propiedad?

- A) 5
 B) 9
 C) 14
 D) 19
 E) 23