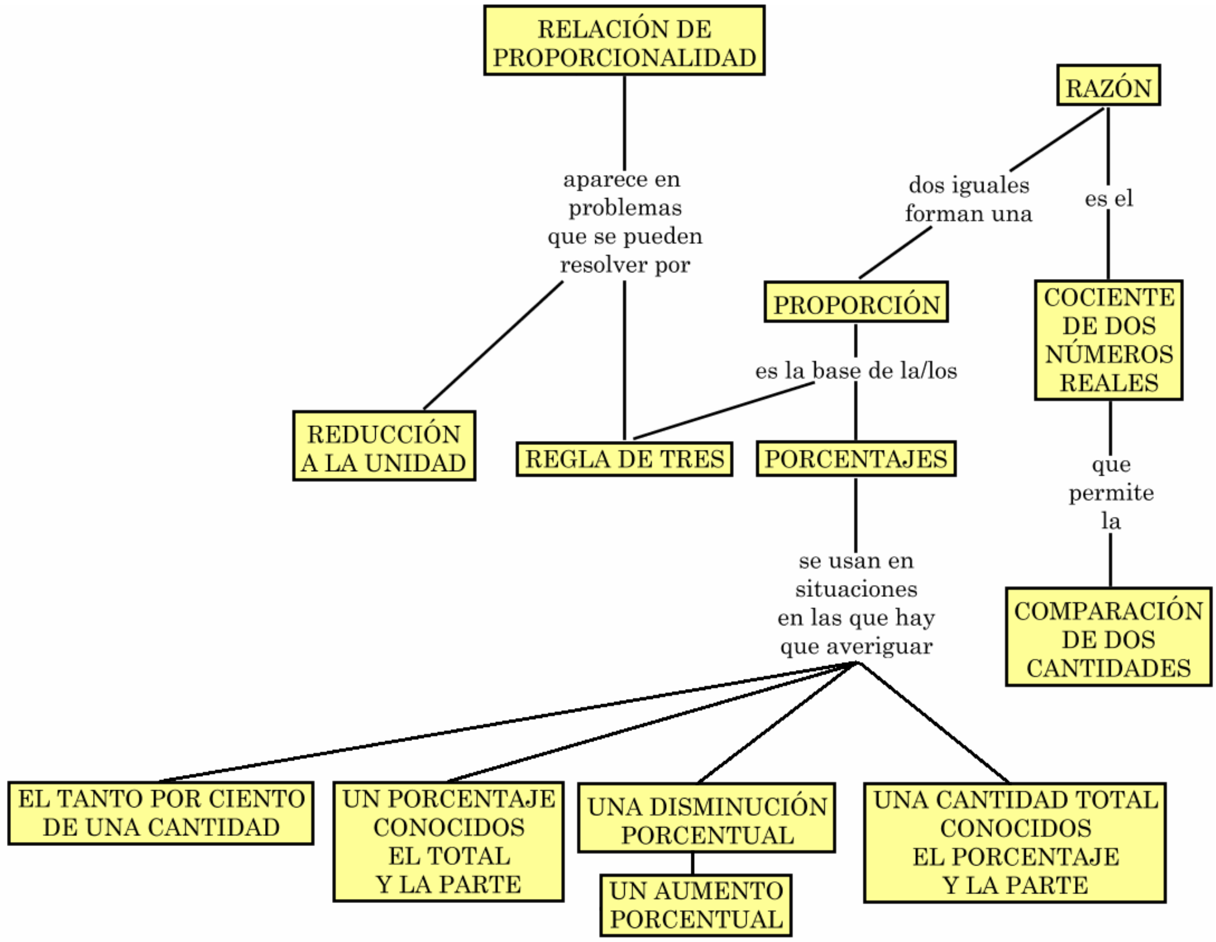
IES LA BAHIA

MAPA CONCEPTUAL DE LA UNIDAD



1. Porcentajes.

Un **porcentaje** es la expresión de un número como una fracción de denominador 100. Se le suele llamar **tanto por ciento**. Si de un todo dividido en **100** partes iguales, de éstas se toman **r** partes, entonces las partes tomadas forman el "**r por ciento**" del todo. Así pues, la expresión r% se lee "**r por ciento**".

De la definición se deduce que un porcentaje del **r%** y la fracción $\frac{r}{100}$ son equivalentes.

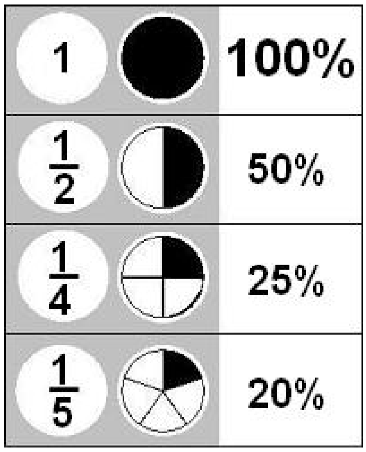
Ejemplos: una razón $\frac{A}{B}$ puede expresarse como porcentaje

a) "Uno de dos" equivale a un $\frac{1}{2}\cdot 100 = \frac{1\cdot 100}{2} = \frac{100}{2} = 50\%$

b) "Uno de cuatro" equivale a un $\frac{1}{4}\cdot 100 = \frac{1\cdot 100}{4} = \frac{100}{4} = 25\%$

c) "Uno de cinco" equivale a un $\frac{1}{5}\cdot 100 = \frac{1\cdot 100}{5} = \frac{100}{5} = 20\%$

d) "Tres de cuatro" equivale a un $\frac{3}{4}\cdot 100 = \frac{3\cdot 100}{4} = \frac{300}{4} = 75\%$



Tanto por ciento de una cantidad

Para calcular el **r% de una cantidad C**, se aplica la fracción $\frac{r}{100}$ como operador a la cantidad **C**, es decir, el **r% de C** es igual a $\frac{r\cdot C}{100}$. En la práctica, para calcular el **r% de C** basta con multiplicar C por el número decimal que resulta de dividir r entre 1000.

Ejemplo: de un grupo de 60 personas, se sabe que el 25% lee todos los días. ¿Cuántas personas son exactamente?

$$25\% \text{ de } 60 = 0{,}25\cdot 60 = 15 \text{ personas}$$

2. Porcentaje conocidos la cantidad total y la parte.

El **porcentaje** que representa una **parte P** sobre una **cantidad total T**, es el resultado de multiplicar por 100 la fracción $\frac{P}{T}$.

Ejemplo: las ofertas de dos mercados A y B sobre un mismo producto son las siguientes:
Mercado A: "pague 2 y llévese 3" Mercado B: "pague 5 y llévese uno más de regalo"
¿Cuál de las dos tiene más ventaja para el cliente?

$\frac{2}{3}\cdot 100 = \frac{2\cdot 100}{3} = \frac{200}{3} = 66{,}6\%$ $\Rightarrow$ En el mercado A se paga un 66,6%

$\frac{5}{6}\cdot 100 = \frac{5\cdot 100}{6} = \frac{500}{6} = 83{,}3\%$ $\Rightarrow$ En el mercado B se paga un 83,3%

La oferta del mercado A es mejor para el cliente.

3. Porcentaje de variación.

El **porcentaje de variación** entre dos cantidades es el resultado de multiplicar por 100 la fracción $\dfrac{|\text{Cantidad Inicial} - \text{Cantidad Final}|}{\text{Cantidad Inicial}}$

Ejemplo 1: en un bazar deciden rebajar el precio de un paquete de folios de 3,50 € a 3,15 €. Calcular el porcentaje de descuento que se ha aplicado.

3,50 – 3,15 = 0,35 € es la parte descontada sobre la cantidad inicial 3,50

$\dfrac{3{,}50 - 3{,}15}{3{,}50} \cdot 100 = \dfrac{0{,}35}{3{,}50} \cdot 100 = 10\% \quad \Rightarrow$ El descuento es un 10%

Ejemplo 2: durante este año, el precio de un café ha pasado de 1,50 € a 1,80 € actualmente. Calcular el porcentaje de subida que ha sufrido el precio.

1,80 – 1,50 = 0,30 € es la parte aumentada sobre la cantidad inicial 1,50

$\dfrac{1{,}80 - 1{,}50}{1{,}50} \cdot 100 = \dfrac{0{,}30}{1{,}50} \cdot 100 = 20\% \quad \Rightarrow$ El aumento es un 20%

4. Disminución porcentual.

Disminuir una cantidad **C** en un **r%** es el resultado de calcular **C – (r% de C)**.
Por esta razón, para averiguar el resultado final de aplicar una **disminución del r%** a una cantidad **C**, basta con multiplicar la cantidad C por el número $1 - \dfrac{r}{100}$

Al número $1 - \dfrac{r}{100}$ se le llama **índice de variación**. Es un valor comprendido entre 0 y 1.

Ejemplo: en un descuento o rebaja del 15%, el índice de variación es $1 - \dfrac{15}{100} = \dfrac{85}{100} = 0{,}85$

Si un teléfono cuesta 200 €, con el descuento su precio final es $200 \cdot 0{,}85 = 170$ €

5. Aumento porcentual.

Aumentar una cantidad **C** en un **r%** es el resultado de calcular **C + (r% de C)**.
Por esta razón, para averiguar el resultado final de aplicar un **aumento del r%** a una cantidad **C**, basta con multiplicar la cantidad C por el número $1 + \dfrac{r}{100}$

Al número $1 + \dfrac{r}{100}$ se le llama **índice de variación**. Es un valor mayor que 1.

Ejemplo: en un aumento del 15%, el índice de variación es $1 + \dfrac{15}{100} = \dfrac{115}{100} = 1{,}15$

Si un teléfono cuesta 200 €, con el aumento su precio final es $200 \cdot 1{,}15 = 230$ €

6. Aumentos y disminuciones porcentuales encadenados.

Si a una cantidad inicial **C** se le aplican sucesivamente varios aumentos o disminuciones porcentuales, se obtiene una nueva cantidad.

Para averiguar esta **cantidad final**, hay que multiplicar sucesivamente la cantidad **C** por los índices de variación correspondientes.

Al resultado de multiplicar todos los índices de variación parciales se le llama **índice de variación global**.

Ejemplo: una camiseta costaba 20 € en el año 2020. Subió de precio un 10% en 2021. Bajó de precio un 10% en 2022. Finalmente, subió un 5% en 2023.

a) ¿Cuál es el precio final de la camiseta en 2023?

b) ¿Cuál es el índice de variación global? ¿En qué porcentaje aumentó o disminuyó el precio entre 2020 y 2023?

Para averiguar el precio final del artículo en 2023, se multiplican $20 \cdot 1{,}10 \cdot 0{,}90 \cdot 1{,}05 = 20{,}79$
El precio final en 2023 es 20,79 €

El índice de variación global en el período 2020-2023 es $1{,}10 \cdot 0{,}90 \cdot 1{,}05 = 1{,}0395$, lo que supone un aumento del 3,95% en dicho periodo.

7. Cantidad inicial conocidos porcentaje y cantidad final.

Si una cantidad inicial experimenta un aumento o disminución porcentual, se obtiene una nueva cantidad. Cuando esta **cantidad final** y el **porcentaje de variación** son datos conocidos y se necesita averiguar la **cantidad inicial** de la que procede, hay que **dividir** la cantidad final por el índice de variación correspondiente.

$$\text{Cantidad Inicial} = \frac{\text{Cantidad Final}}{\text{Índice de variación}}$$

Ejemplo 1: después de disminuir su valor en un 40%, el precio de un artículo es 30 €. ¿Cuál era su precio antes de la rebaja?

Una disminución del 40% implica que el índice de variación es $1 - \frac{40}{100} = 0{,}60$

$$\text{Cantidad inicial} = \frac{\text{Cantidad final}}{\text{Índice de variación}} = \frac{30}{0{,}60} = 50 \quad \Rightarrow \quad \text{Su precio inicial era de 50 €}$$

Ejemplo 2: después de aumentar su valor en un 40%, el precio de un artículo es 56 €. ¿Cuál era su precio antes de la subida?

Un aumento del 40% implica que el índice de variación es $1 + \frac{40}{100} = 1{,}40$

$$\text{Cantidad inicial} = \frac{\text{Cantidad final}}{\text{Índice de variación}} = \frac{56}{1{,}40} = 40 \quad \Rightarrow \quad \text{Su precio inicial era de 40 €}$$

8. Interés compuesto.

Si una entidad bancaria presta un capital a un cliente, al cabo de un tiempo éste tiene que devolver al banco dicho capital más una determinada cantidad de dinero llamada **intereses**.
El capital inicial más los intereses se denomina **capital final**.

El periodo de tiempo que la entidad bancaria deja transcurrir para que un capital produzca intereses se llama **periodo de capitalización**. El número de periodos de capitalización se representa por **n**. Los periodos de capitalización pueden ser:

	número de periodos **n**
Años	**n = 1** periodo por cada año
Semestres	**n = 2** semestres por cada año
Cuatrimestres	**n = 3** cuatrimestres por cada año
Trimestres	**n = 4** trimestres por cada año
Bimestres	**n = 6** bimestres por cada año
Meses	**n = 12** meses por cada año
Días	**n = 365** días por cada año

Se llama **tipo de interés** (o simplemente **interés**) al porcentaje que aplica (o cobra) un banco por prestar un capital. El interés depende de los periodos de capitalización establecidos.
El tipo de interés se representa por **r** y puede ser:

1. Interés anual.
2. Interés semestral. En este caso, hay que dividir el interés anual entre 2.
3. Interés cuatrimestral. En este caso, hay que dividir el interés anual entre 3.
4. Interés trimestral. En este caso, hay que dividir el interés anual entre 4.
5. Interés bimestral. En este caso, hay que dividir el interés anual entre 6.
6. Interés mensual. En este caso, hay que dividir el interés anual entre 12.
7. Interés diario. En este caso, hay que dividir el interés anual entre 365.

Para hallar el **capital final** C_F en el que se tranforma un **capital inicial C** colocado a un **r%** de interés durante **n** periodos de capitalización, se aplica la siguiente fórmula:

$$C_F = C \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

<u>Ejemplo 1</u>: para calcular en qué cantidad de dinero se transformará un capital de 160 000 € colocado al 4,8% de interés anual durante 4 años, se hace lo siguiente:

C = 160 000 r = 4,8 n = 4 $C_F = 160000 \cdot \left(1 + \frac{4,8}{100}\right)^4 = 160000 \cdot (1,048)^4 = 193003,47$ €

Se transformará en 193 003,47 €

<u>Ejemplo 2</u>: para calcular en qué cantidad de dinero se transformará un capital de 160 000 € colocado al 4,8% de interés anual durante 4 años, **con pago de intereses mensual**, antes de aplicar la fórmula hay que establecer los valores de **n** y **r** :

– Como los periodos de capitalización son meses, entonces **n** = 12 · 4 = **48** meses
– Después hay que dividir el interés anual entre 12 para poder abonar los intereses al final de cada mes. Es decir, un 4,8% de interés anual equivale a un 0,4% de interés mensual.

Por lo tanto, **r** = 4,8 : 12 = **0,4**

C = 160 000 r = 0,4 n = 48 $C_F = 160000 \cdot \left(1 + \frac{0,4}{100}\right)^{48} = 160000 \cdot (1,004)^4 = 193793,05$ €

Se transformará en 193 793,05 €