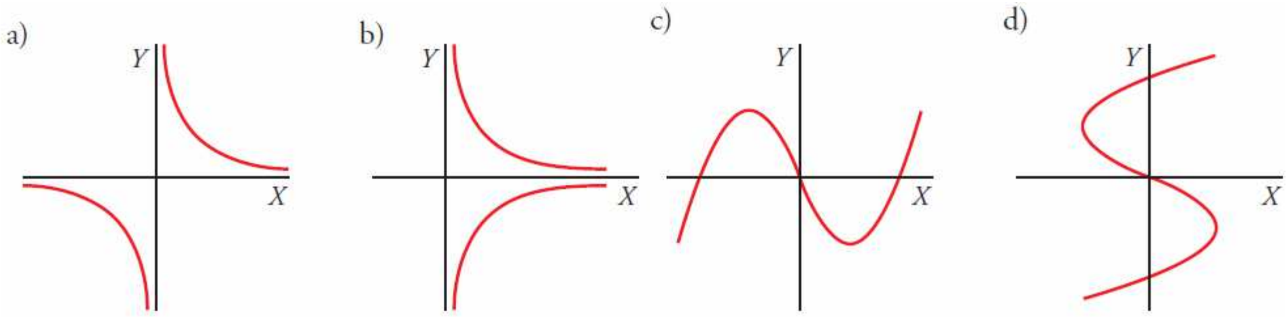
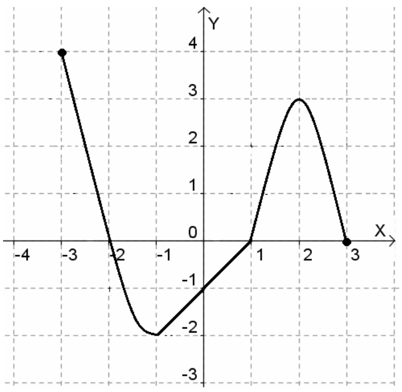
ACTIVIDADES

1. Concepto de función.

1. Responder razonadamente si las siguientes gráficas corresponden a funciones o no:



2. La siguiente gráfica corresponde a una función y = f(x).



a) A partir de la gráfica, rellenar la siguiente tabla de valores:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y							

b) ¿Cuál es el origen de –2?

c) ¿Tiene imagen x = –4? ¿Tiene origen y = –3?

3. Para la función f(x) = –3x+2, calcular:

a) la imagen de cada uno de los siguientes valores: –2, –1, 0, 1, 2

b) el origen de cada uno de los siguientes valores: 8, 5, 2, –1, –4

4. Hallar las imágenes de –3, –2, 0, 1 y 2 para las siguientes funciones:

a) $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ b) $g(x) = \dfrac{3x+6}{x-1}$ c) $h(x) = \dfrac{4}{x}$

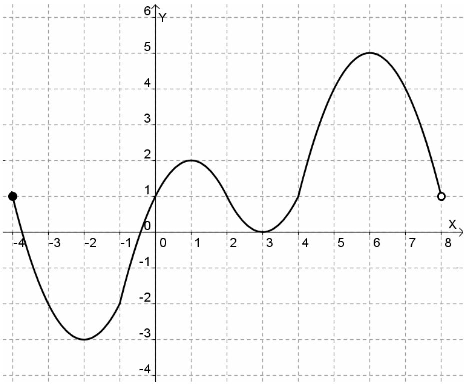
5. Para la función $f(x) = \sqrt{x+3}$, calcular:

a) $f(1)$, $f(0)$, $f\left(\dfrac{-26}{9}\right)$ y $f(-4)$ b) $f^{-1}(3)$, $f^{-1}(5)$ y $f^{-1}\left(\dfrac{2}{3}\right)$

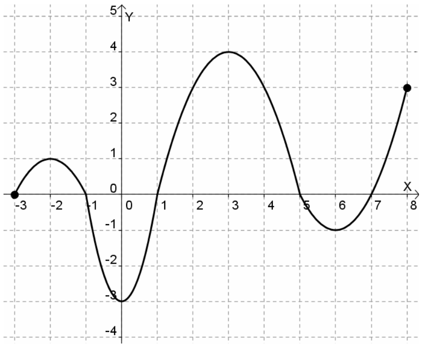
2. Dominio y recorrido de una función.

6. Averiguar el dominio y el recorrido de cada una de las siguientes funciones:

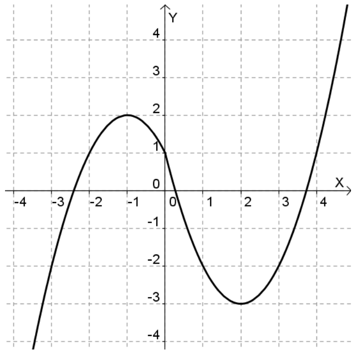
Gráfica 1



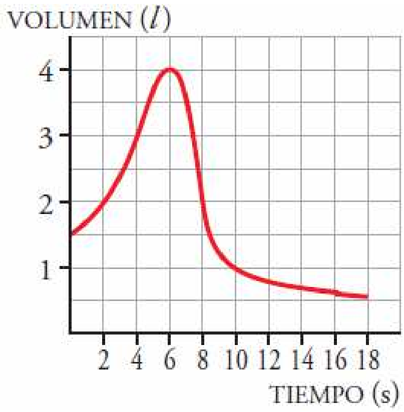
Gráfica 2



Gráfica 3



7. Para medir la capacidad espiratoria de los pulmones, se hace una prueba que consiste en inspirar al máximo y después, espirar tan rápido como se pueda en un aparato llamado espirómetro. Esta gráfica indica el volumen de aire que entra y sale de los pulmones:



a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

b) Indicar el dominio y el recorrido.

c) ¿Cuál es la capacidad máxima de los pulmones de esta persona? ¿En qué instante se alcanzó?

d) ¿Cuál es el volumen de aire a los 10 s de iniciarse la prueba?

e) ¿Cuál es el volumen de aire en el momento inicial?

f) ¿En qué instante el volumen de aire fue de 3 litros?

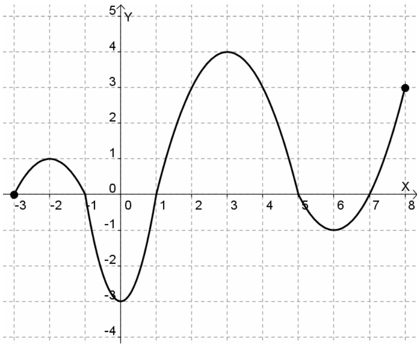
3. Puntos de corte de una gráfica con los ejes.

8. Dadas las siguientes funciones, hallar sus puntos de corte con los ejes de coordenadas:

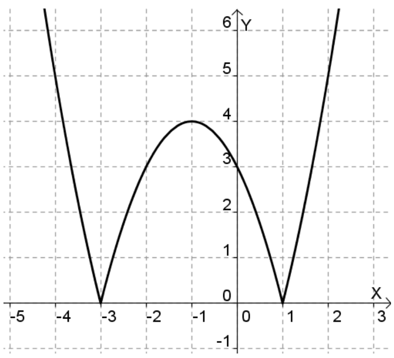
a) $f(x) = x^2 + 2x - 8$ b) $f(x) = 3x - 8$ c) $f(x) = \dfrac{x}{x+3}$

9. Hallar el dominio, el recorrido y las coordenadas de los puntos de corte con los ejes de cada una de las siguientes funciones:

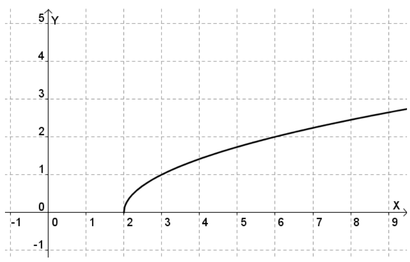
Gráfica 1



Gráfica 2



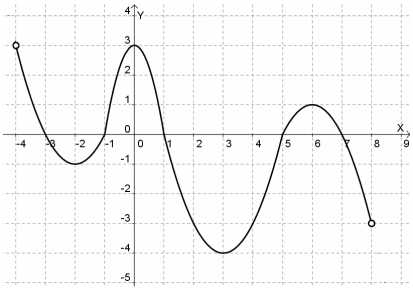
Gráfica 3



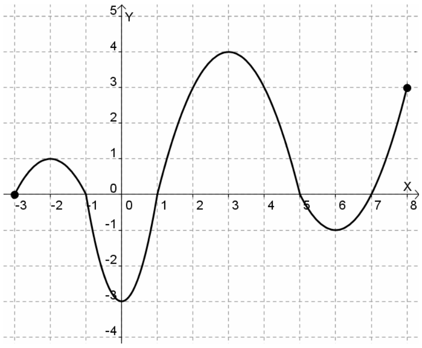
4. Monotonía. Extremos. Acotación.

10. Indicar el dominio, recorrido, monotonía, extremos relativos, extremos absolutos y la acotación de las siguientes funciones:

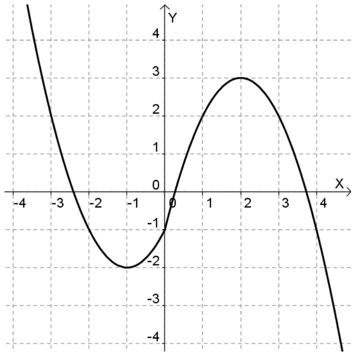
Gráfica 1



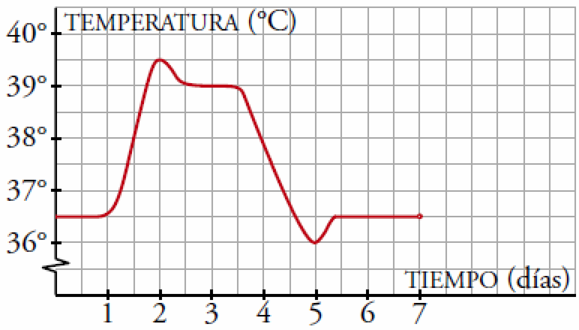
Gráfica 2



Gráfica 3



11. La siguiente gráfica muestra la temperatura de un enfermo a lo largo de una semana.



a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

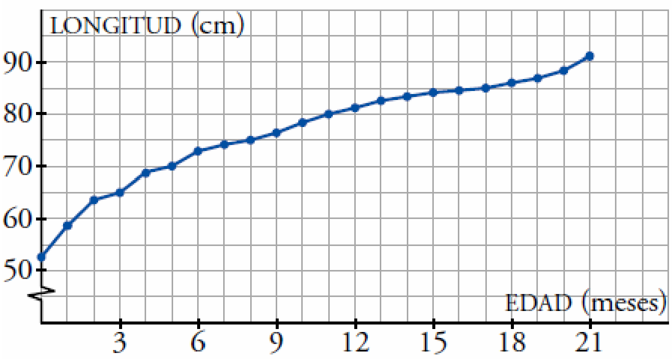
b) Indicar el dominio y el recorrido.

c) ¿Qué puntos son los extremos relativos? Interpretar su significado.

d) Analizar la monotonía de la temperatura en función del tiempo.

e) ¿Cuáles son los puntos de corte con los ejes?

12. La siguiente gráfica muestra la longitud de un bebé desde que nació hasta los 21 meses.



a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

b) Indicar el dominio y el recorrido.

c) ¿Tiene extremos relativos? ¿Cuáles son los extremos absolutos? ¿Está acotada?

d) Analizar la monotonía de la longitud en función de la edad.

e) Calcular cuánto creció el bebé entre el quinto y el octavo mes.

13. La siguiente gráfica representa la velocidad de un coche en función del tiempo cuando está buscando un lugar donde poder aparcar.

a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

b) Indicar el dominio y el recorrido.

c) ¿Cuánto disminuye su velocidad desde que decidió aparcar hasta que parece que encontró un sitio?

d) ¿Cuándo alcanzó el mínimo absoluto? ¿A qué se debió? ¿Logró encontrar sitio para aparcar o se fué?

5. Tasa de variación media.

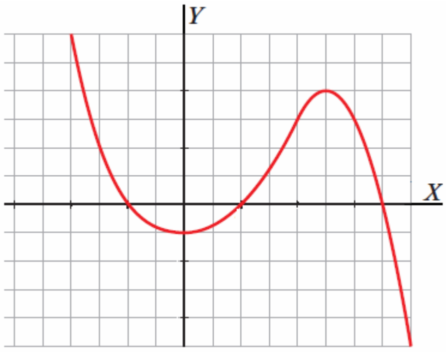
14. Hallar la TVM de la siguiente función:

a) En el intervalo [0, 5]

b) En el intervalo [5, 7]

c) En el intervalo [–4, 0]

d) En el intervalo [–4, –2]

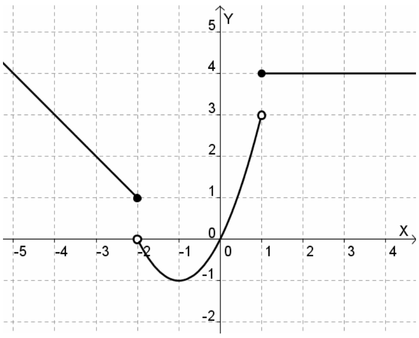


15. La altura **Y** (en m) de un objeto lanzado hacia arriba en función del tiempo **X** (en s) transcurrido viene expresada por la ecuación $y = 16x - 2x^2$. Hallar la velocidad media del objeto entre 0 y 2 segundos y entre 4 y 6 segundos, respectivamente.

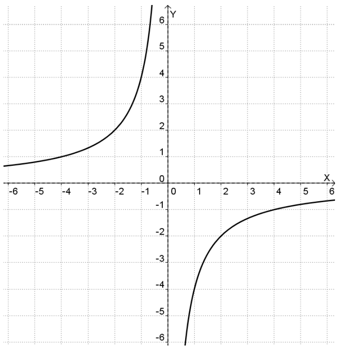
6. Continuidad de una función en un punto.

16. Analizar la continuidad de las siguientes funciones. En los puntos donde no sea continua, indicar el tipo de discontinuidad.

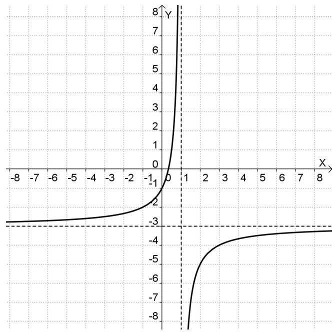
Gráfica 1



Gráfica 2



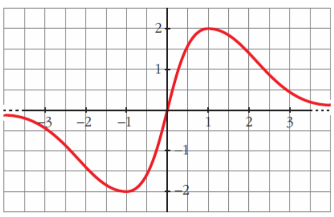
Gráfica 3



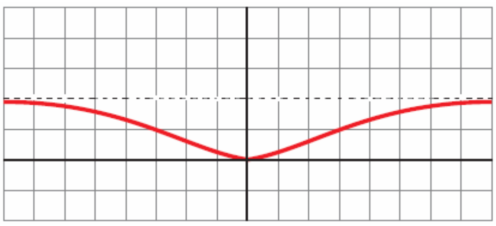
7. Simetría en la gráfica de una función.

17. Indicar cuáles de estas funciones tiene simetría par, impar o ninguna de las dos:

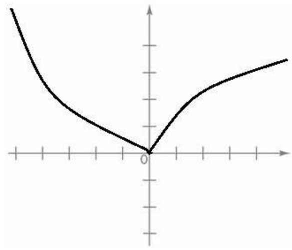
Gráfica 1



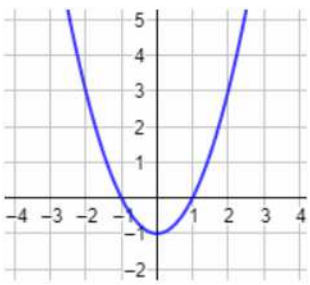
Gráfica 2



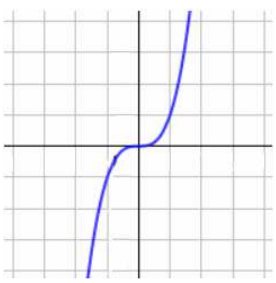
Gráfica 3



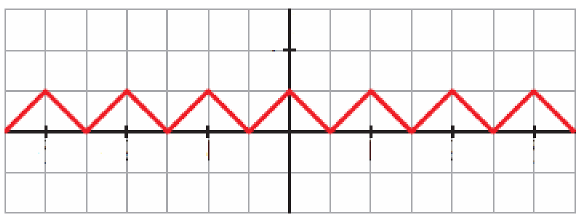
Gráfica 4



Gráfica 5

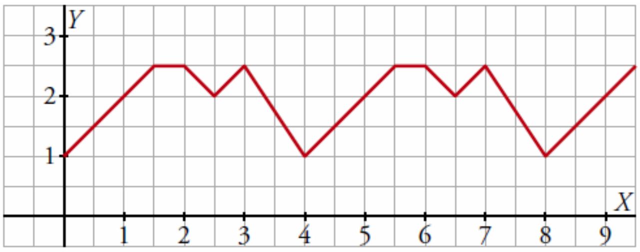


Gráfica 6



8. Funciones periódicas.

18. Observar la siguiente gráfica:



a) ¿Cuál es el periodo de esta función?

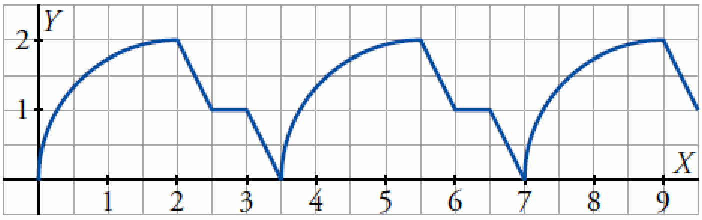
b) Deducir las imágenes de los siguientes valores: x = 1, x = 3, x = 20, x = 23, x = 41

c) ¿En qué intervalos es constante?

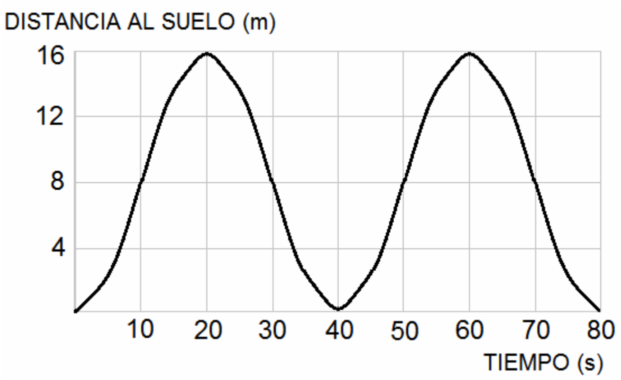
d) ¿Qué puntos son mínimos absolutos?

e) ¿Está acotada? ¿Por qué?

19. Sabiendo que se trata de una función periódica, completar la gráfica hasta x = 14. ¿Cuál es su periodo? Deducir cuál es la imagen de x = 16.



20. La siguiente gráfica representa la distancia al suelo a la que se encuentra uno cualquiera de los asientos de una noria, en función del tiempo transcurrido desde que se pone en marcha.



a) ¿Cuál es el periodo de esta función?

b) ¿A qué altura se encontrará tras 1 minuto y medio? ¿Y tras 1 minuto y 40 segundos?

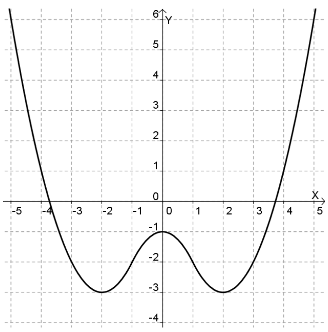
c) ¿En qué instantes se encuentra a 8 metros de altura?

d) Analizar la monotonía de la distancia al suelo en función del tiempo.

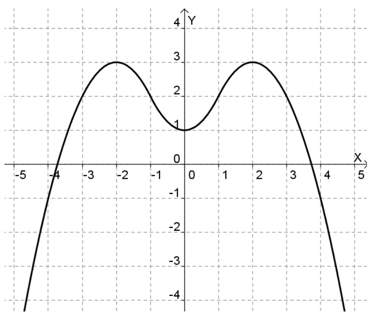
9. Tendencias de una función.

21. Indicar el dominio, recorrido, monotonía, extremos relativos, extremos absolutos, acotación, simetría y ramas parabólicas de las siguientes funciones, expresando la tendencia de cada variable:

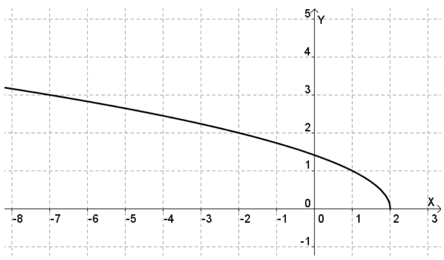
Gráfica 1



Gráfica 2

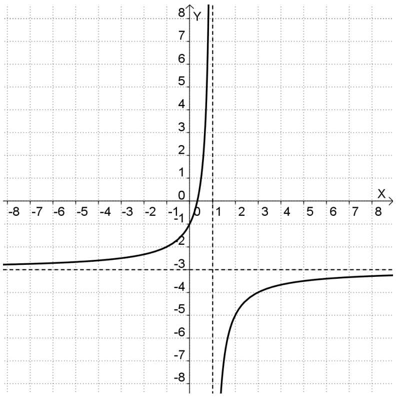


Gráfica 3

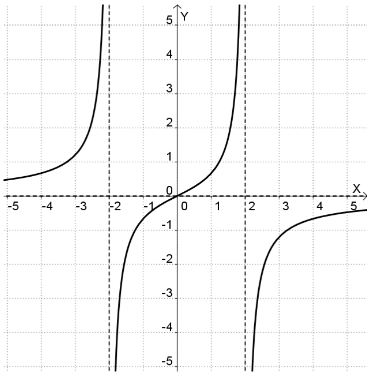


22. Indicar el dominio, recorrido, monotonía, extremos relativos, extremos absolutos, acotación, simetría y asíntotas de las siguientes funciones, expresando la tendencia de cada variable:

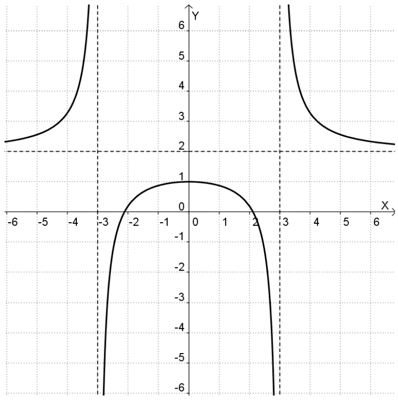
Gráfica 1



Gráfica 2



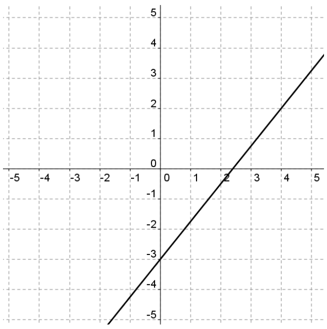
Gráfica 3



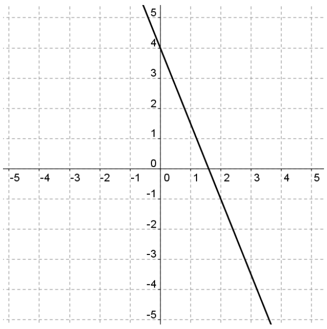
10. Función afín. Función lineal.

23. Averiguar la expresión analítica de las siguientes funciones:

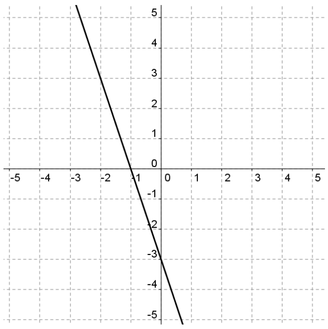
Gráfica 1



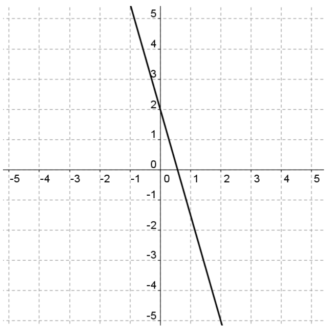
Gráfica 2



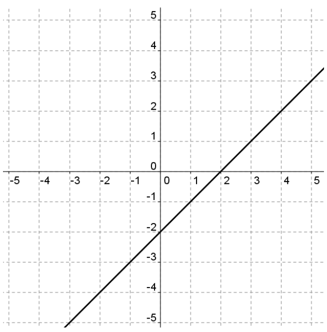
Gráfica 3



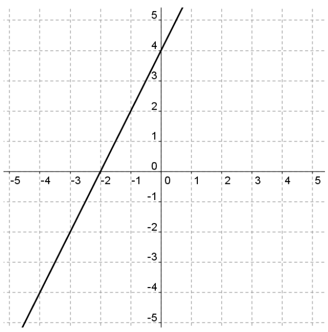
Gráfica 4



Gráfica 5



Gráfica 6



24. ¿De qué tipo son cada una de las siguientes funciones? ¿Qué nombre reciben los números de su expresión analítica? Representar graficamente cada una de ellas e indicar su dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes, monotonía y extremos.

a) $f(x)=3x+1$ b) $f(x)=-2x+3$ c) $f(x)=\frac{5}{3}x+1$

d) $f(x)=\frac{2x+1}{3}$ e) $f(x)=-\frac{1}{2}x+1$ f) $f(x)=\frac{3}{2}x-1$

25. a) Sin representar la gráfica, averiguar si los puntos $P(-1, -1)$ y $Q(2, -5)$ pertenecen a la gráfica de la función $y = -4x+3$

b) Averiguar si la recta de ecuación $y = -2x+3$ pasa por los puntos: $A(1, -6)$ $B(0, 3)$ $C(-1, 4)$

26. A continuación aparecen las expresiones analíticas de cinco rectas:

$r_1)$ $y = x - 3$ $r_2)$ $y = -2x - 3$ $r_3)$ $y = 5x - 1$ $r_4)$ $y = -2x$ $r_5)$ $y = x - 1$

a) Indicar cuáles de esas rectas son paralelas entre sí y por qué.

b) Indicar cuáles de esas rectas pasan por el punto $(0, -1)$ y por qué.

c) Indicar cuáles de esas rectas pasan por el punto $(0, 0)$ y por qué.

27. Encontrar los puntos de corte con los ejes de las siguientes funciones y basarse en los mismos para representar sus gráficas:

a) $y = 2x+6$ b) $y = -x+5$ c) $y = -2x-4$ d) $y = -3x+3$

28. Para poder realizar un trayecto en taxi hay que pagar 3 € fijos sólo por subirse al vehículo más 0,8 € por cada km recorrido.

a) Escribir la expresión analítica de la función que expresa el coste **Y** del trayecto en función del número **X** de kilómetros recorridos. Representar graficamente la función.

b) Averiguar el coste total por un trayecto de 10 km.

c) Si una persona pagó al taxista 19 €, ¿cuántos km tuvo el trayecto?

29. Para poder recibir clases en una academia de Inglés hay que pagar 70 € fijos por la matrícula más 95 € por cada mes de clases recibido.

a) Escribir la expresión analítica de la función que expresa el coste **Y** de las clases en función del número **X** de meses de clases recibidas.

b) Averiguar el coste total por recibir 10 meses de clases.

c) Supongamos que una estudiante ha pagado a la academia 1 780 €. ¿Cuántos meses estuvo recibiendo clases?

30. Hemos pedido presupuesto para excavar un pozo y nos cobran 300 € fijos sólo por empezar más 40 € por cada metro de profundidad excavado.

a) Escribir la expresión analítica de la función que expresa el coste **Y** (en €) dependiendo del número **X** de metros excavados.

b) ¿Cuántos metros podremos excavar si sólo disponemos de 660 €?

c) Supongamos que por fin se encuentra agua a 22 metros de profundidad. ¿Cuánto tendremos que pagar finalmente?

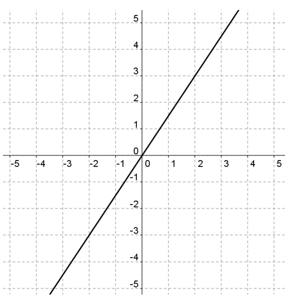
31. Un depósito de agua con capacidad para 50 litros tiene en su interior 6 litros de agua antes de que se abra el grifo. Una vez que se abre éste, empieza a llenarse de forma regular a un ritmo de 4 litros por minuto. El grifo se cierra cuando el depósito se llena hasta su borde.

a) Escribir la expresión analítica de la función que refleja la cantidad de agua **Y** que hay en el depósito dependiendo del tiempo **X** transcurrido. ¿De qué tipo es la función obtenida?

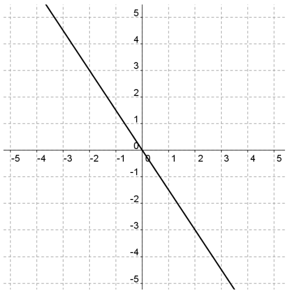
b) Representar graficamente la función. Indicar su dominio y su recorrido.

32. Averiguar la expresión analítica de las siguientes funciones:

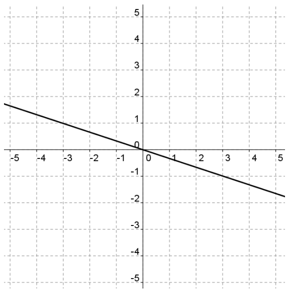
Gráfica 1



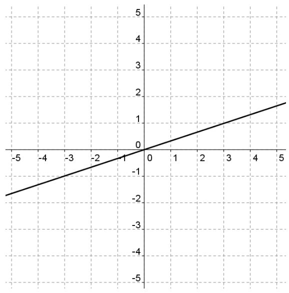
Gráfica 2



Gráfica 3



Gráfica 4



33. ¿De qué tipo son las siguientes funciones? ¿Qué nombre recibe el coeficiente de su expresión analítica?

a) $y = \frac{3}{2}x$ b) $y = -2x$ c) $y = 3x$ d) $y = -\frac{2}{3}x$

Representar graficamente cada una de ellas e indicar su dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes, monotonía y extremos.

34. a) Representar graficamente cada una de las siguientes funciones e indicar su dominio, recorrido, puntos de corte con los ejes y monotonía:

a) $y = 2$ b) $y = 3$ c) $y = -4$ d) $y = 0$

35. Escribir las coordenadas de tres puntos que pertenezcan a la recta de ecuación:

a) $x = -2$ b) $x = -3$ c) $x = 1$ d) $x = 0$

36. Averiguar la ecuación de una recta que pase por el punto (2, 5) y que sea:

a) paralela al eje de abscisas b) paralela al eje de ordenadas

37. Una persona debe contratar una tarifa para su móvil. Duda entre la tarifa A y la tarifa B.

Tarifa A: 5 € fijos al mes más 0,25 € por minuto de consumo

Tarifa B: 10 € fijos al mes más 0,15 € por minuto de consumo

a) Representar la gráfica del coste en función del tiempo de consumo en ambos casos.

b) ¿Hay algún punto en común para las dos gráficas? ¿Qué interpretación tiene?

c) Averiguar a partir de cuántos minutos de consumo una tarifa es más rentable que la otra.

11. Ecuaciones de una recta.

38. a) Hallar la ecuación general de la función afín $y = 2x - 7$

b) Hallar la pendiente y la ordenada en el origen de la recta de ecuación general $2x - 5y + 1 = 0$

c) Hallar la ecuación general de una recta con pendiente 3 y ordenada en el origen –1

39. Hallar la expresión analítica de la recta o función afín que pase por los puntos:

a) P(1, 2) y Q(2, 4) b) P(–2, 3) y Q(4, 1) c) P(4, –2) y Q(2, –6)

d) P(3, –5) y Q(6, –4) e) P(1, 3) y Q(–4, 3) f) P(0, –3) y Q(2, –3)

40. Hallar la ecuación de una función afín que cumpla las siguientes condiciones:

a) con pendiente –2 y que pasa por P(2, –5)

b) con pendiente –3/5 y que pasa por el punto P(–1, –2)

c) pasa por el punto P(–4, 3) y es paralela a otra recta de pendiente 2

d) es paralela a la recta $y = -2x + 1$ y que pasa por P(–2, 3)

e) paralela a la recta $3x - 2y + 1 = 0$ y que pasa por P(2, 2)

f) paralela a la recta $x - 5y + 3 = 0$ y que pasa por P(–4, 0)

12. Función cuadrática o polinómica de segundo grado.

41. Averiguar los puntos de corte con los ejes, el vértice y el eje de simetría de las siguientes parábolas y representarlas graficamente:

a) $y = -x^2 + 4$ b) $y = x^2 - 2x - 3$ c) $y = -x^2 + 6x - 5$ d) $y = x^2 - 4x + 3$

e) $y = -x^2 + 3x$ f) $y = x^2 - 9$ g) $y = 2x^2 - 4x$ h) $y = x^2 - 4x$

42. Averiguar los puntos de corte con los ejes, el vértice y el eje de simetría de las siguientes parábolas y representarlas graficamente:

a) $y = x^2 + 2x + 1$ b) $y = x^2 + 1$ c) $y = 2x^2 - x - 3$ d) $y = -x^2 + 2x - 1$

e) $y = 3x^2 - 2x + 1$ f) $y = -1 + x - x^2$ g) $y = 2x^2 - 5x - 3$ h) $y = x^2 - 2x + 2$

43. El beneficio, en miles de euros, que se obtiene al vender a **x** euros cada unidad de un determinado producto viene dado por la ecuación $B(x) = -x^2 + 10x - 21$

a) Representar gráficamente la función B(x)

b) ¿A qué precio hay que vender el producto para obtener el máximo beneficio? ¿A cuánto asciende dicho beneficio?

44. El valor, en miles de euros, de las existencias de una empresa en función del tiempo **t**, expresado en años, viene dado por la función: $f(t) = -4t^2 + 60t - 15$

a) ¿Cuál será el valor de las existencias para t = 2? ¿Y para t = 4?

b) ¿Cuál será el valor máximo de las existencias? ¿En qué instante se alcanza?

c) ¿En qué momento el valor de las existencias es de 185 000 euros?

45. Para evaluar el rendimiento de un determinado jugador de fútbol durante el primer tiempo de un partido se ha utilizado la función $f(t) = -0{,}16t^2 + 7{,}2t$ donde **t** es el tiempo expresado en minutos.

a) Representar gráficamente la función f(t).

b) Averiguar en qué instante del primer tiempo consigue el máximo rendimiento.

c) Averiguar en qué instantes alcanza rendimiento igual a 32.

SOLUCIONES

1. a) Sí es una función porque a cada valor de X le corresponde como máximo un valor de Y; b) No es función porque existen valores de X a los que corresponde más de un valor de Y; c) Sí es una función porque a cada valor de X le corresponde como máximo un valor de Y; d) No es función porque existen valores de X a los que corresponde más de un valor de Y.

2. a)

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	4	0	–2	–1	0	3	0

b) El origen de –2 es –1; c) x = –4 no tiene imagen; y = –3 no tiene origen.

3. a) La imagen de –2 es f(–2) = 8; la imagen de –1 es f(–1) = 5; la imagen de 0 es f(0) = 2; la imagen de 1 es f(1) = –1; la imagen de 2 es f(2) = –4; b) el origen de 8 es –2; el origen de 5 es –1; el origen de 2 es 0; el origen de –1 es 1; el origen de –4 es 2.

4. a) f(–3) = –22; f(–2) = –13; f(0) = –1; f(1) = 2; f(2) = 3; b) g(–3) = 3/4; g(–2) = 0; g(0) = –6; g(1) no existe; g(2) = 12; c) h(–3) = –4/3; h(–2) = –2; h(0) no existe; h(1) = 4; h(2) = 2

5. a) f(1) = 2; f(0) = $\sqrt{3}$; $f\left(\frac{-26}{9}\right)=\frac{1}{3}$; f(–4) no existe; b) $f^{-1}(3)=6$, $f^{-1}(5)=22$; $f^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)=-\frac{23}{9}$

6. Gráfica 1: Dom(f) = [–4, 8) Rec(f) = [–3, 5]; Gráfica 2: Dom(f) = [–3, 8] Rec(f) = [–3, 4]; Gráfica 3: Dom(f) = (–∞, +∞) = ℝ Rec(f) = (–∞, +∞) = ℝ

7. a) La variable independiente es el tiempo (expresada en segundos) y la variable dependiente es el volumen de aire (expresado en litros); b) Dom(f) = [0, 18] Rec(f) = [0.5, 4]; c) La capacidad máxima es 4 litros, que se alcanza a los 6 segundos; d) A los 10 segundos tiene 1 litro de aire; e) En el momento inicial el volumen de aire es 1.5 litros; f) A los 4 segundos y a los 7 segundos.

8. a) Eje X: (–4, 0) (2, 0) Eje Y: (0, –8); b) Eje X: (8/3, 0) Eje Y: (0, –8); c) Eje X / Eje Y: (0, 0)

9. Gráf 1: Dom(f) = [–3, 8] Rec(f) = [–3, 4]; Eje X: (–3, 0) (–1, 0) (1, 0) (5, 0) (7, 0) Eje Y: (0, –3); Gráfica 2: Dom(f) = (–∞, +∞) Rec(f) = (0, +∞); Eje X: (–3, 0) (1, 0) Eje Y: (0, 3); Gráfica 3: Dom(f) = [2, +∞) Rec(f) = [0, +∞); Eje X: (2, 0) Eje Y: no tiene.

10. Gráfica 1: Dom(f) = (–4, 8) Rec(f) = [–4, 3]; ↗ en (–2, 0) y en (3, 6) ↘ en (–4, –2), en (0, 3) y en (6, 8); mínimo local en los ptos (–2, –1) y (3, –4); máximo local en los ptos (0, 3) y (6, 1); mínimo absoluto en el punto (3, –4); máximo absoluto en el punto (0, 3); acotada inf. y sup.
Gráfica 2: Dom(f) = [–3, 8] Rec(f) = [–3, 4]; ↗ en (–3, –2), en (0, 3) y en (6, 8) ↘ en (–2, 0) y en (3, 6); mínimo local en los ptos (0, –3) y (6, –1); máximo local en los ptos (–2, 1) y (3, 4); mínimo absoluto en el punto (0, –3); máximo absoluto en el punto (3, 4); acotada inf. y sup.
Gráfica 3: Dom(f) = (–∞, +∞) Rec(f) = (–∞, +∞); ↗ en (–1, 2) ↘ en (–∞,–1) y en (2, +∞); mínimo local en el punto (–1, –2); máximo local en el punto (2, 3); mínimo absoluto no tiene; máximo absoluto no tiene; no está acotada ni inferior ni superiormente.

11. a) La variable independiente es el tiempo (expresado en días) y la variable dependiente es la temperatura (expresada en grados centígrados); b) Dom(f) = [0, 7] Rec(f) = [36, 39.5];
c) Máximo local en el punto (2, 39.5). En el segundo día alcanzó una temperatura máxima de 39,5ºC (tuvo un "pico" de fiebre); mínimo local en el punto (5, 36). En el quinto día alcanzó una temperatura mínima de 36ºC y a partir de ese día empezó a mejorar;
d) Constante en (0, 1) y en (5.5, 7) ↗ en (1, 2) y en (5, 5.5) ↘ en (2, 5);
e) Con el eje X no tiene puntos de corte. Con el eje Y corta en el punto (0, 36.5)

12. a) La variable independiente es la edad (expresada en meses) y la variable dependiente es la longitud (expresada en centímetros); b) Dom(f) = [0, 21] Rec(f) = [52, 90]; c) No tiene extremos relativos. Alcanza el mínimo absoluto en el punto (0, 52) y el máximo absoluto en el punto (21, 90). Está acotada superior e inferiormente; d) La longitud es creciente en todo su dominio, el intervalo (0, 21); e) Creció 5 cm.

13. a) La variable independiente es el tiempo (expresado en minutos) y la variable dependiente es la velocidad (expresada en km/h); b) Dom(f) = [0, 8.25] Rec(f) = [10, 120]; c) Pasó de 120 a 20 km/h, disminuyó 100 km/h; d) Alcanzó el mínimo absoluto (10 km/h) a los 6 minutos debido a que encontró un sitio, pero no consiguió aparcar, se fué.

14. a) TVM [0, 5] = 1; b) TVM [5, 7] = –2; c) TVM [–4, 0] = –7/4; d) TVM [–4, –2] = –3

15. Entre 0 y 2 segundos es 12 m/s; entre 4 y 6 segundos es 4 m/s.

16. Gráfica 1: discontinuidad de salto finito en x = –2 y en x = 1; Gráfica 2: discontinuidad de salto infinito en x = 0; Gráfica 3: discontinuidad de salto infinito en x = 1

17. Gráfica 1: simetría impar; Gráfica 2: simetría par; Gráfica 3: ninguna de las dos;
Gráfica 4: simetría par; Gráfica 5: simetría impar; Gráfica 6: simetría par.

18. a) El periodo es 4; b) f(1) = 2; f(3) = 2,5; f(20) = 1; f(23) = 2,5; f(41) = 2; c) Es constante en los intervalos (1.5, 2) (5.5, 6) (9.5, 10) …; d) Los puntos (0, 1) (4, 1) (9, 1) …; e) Está acotada superior e inferiormente.

19. Su periodo es 3.5; la imagen de 16 es f(16) = 2.

20. a) El periodo es 40 segundos; b) Tras 1 minuto y medio se encuentra a 8 m y tras 1 minuto y 40 segundos a 16 m del suelo; c) A los 10, 30, 50, 70 segundos …; d) La distancia es creciente en los intervalos (0, 20) (40, 60) … y decreciente en los intervalos (20, 40) (60, 80) ….

21. Gráfica 1: Dom(f) = $(-\infty, +\infty)$ Rec(f) = $[-3, +\infty)$; $\nearrow$ en (–2, 0) y en $(2, +\infty)$ $\searrow$ en $(-\infty, -2)$ y en (0, 2); mínimo local y absoluto en los puntos (–2, –3) y (2, –3); máximo local en el pto (0, –1); máximo absoluto no tiene; está acotada inferiormente pero no superiormente; tiene simetría par; tiene dos ramas parabólicas: $[\, x \to +\infty,\ y \to +\infty \,]$ $[\, x \to -\infty,\ y \to +\infty \,]$

Gráfica 2: Dom(f) = $(-\infty, +\infty)$ Rec(f) = $(-\infty, 3]$; $\nearrow$ en $(-\infty, -2)$ y en (0, 2) $\searrow$ en (–2, 0) y en $(2, +\infty)$; máximo local y absoluto en los puntos (–2, 3) y (2, 3); mínimo local en el pto (0, 1); mínimo absoluto no tiene; está acotada superiormente pero no inferiormente; tiene simetría par; tiene dos ramas parabólicas: $[\, x \to +\infty,\ y \to -\infty \,]$ $[\, x \to -\infty,\ y \to -\infty \,]$

Gráfica 3: Dom(f) = $(-\infty, 2]$ Rec(f) = $[0, +\infty)$; $\searrow$ en $(-\infty, 2]$; extremos locales no tiene; máximo absoluto no tiene; mínimo absoluto en el punto (2, 0); está acotada inferiormente pero no superiormente; no tiene simetría par o impar; tiene una rama parabólicas: $[\, x \to -\infty,\ y \to +\infty \,]$

22. Gráfica 1: Dom(f) = $\mathbb{R} - \{ 1 \}$ Rec(f) = $\mathbb{R} - \{ -3 \}$; $\nearrow$ en todo su dominio; no tiene extremos locales ni absolutos; no está acotada ni inferiormente ni superiormente; no tiene simetría par o impar; tiene una asíntota vertical en x = 1 $[x \to 1^-,\ y \to +\infty \,]$ $[\, x \to 1^+,\ y \to -\infty \,]$; tiene una asíntota horizontal en y = –3 $[\, x \to +\infty,\ y \to -3 \,]$ $[x \to -\infty,\ y \to -3 \,]$

Gráfica 2: Dom(f) = $\mathbb{R} - \{ -2, 2 \}$ Rec(f) = $\mathbb{R} - \{ 0 \}$; $\nearrow$ en todo su dominio; no tiene extremos locales ni absolutos; no está acotada ni inferiormente ni superiormente; tiene simetría impar; tiene una asíntota vertical en x = –2 $[\, x \to -2^-,\ y \to +\infty \,]$ $[\, x \to -2^+,\ y \to -\infty \,]$; tiene una asíntota vertical en x = 2 $[\, x \to 2^-,\ y \to +\infty \,]$ $[\, x \to 2^+,\ y \to -\infty \,]$; tiene una asíntota horizontal en y = 0 $[\, x \to +\infty,\ y \to 0 \,]$ $[x \to -\infty,\ y \to 0 \,]$

Gráfica 3: $Dom(f) = \mathbb{R} - \{ -3, 3 \}$ $Rec(f) = (-\infty, 1] \cup (2, +\infty)$; $\nearrow$ en $(-\infty, -3)$ y en $(-3, 0)$

$\searrow$ en $(0, 3)$ y en $(3, +\infty)$; tiene un máximo local en el punto $(0, 1)$; no tiene mínimos locales; no tiene extremos absolutos; no está acotada ni inferiormente ni superiormente; tiene simetría par; tiene una asíntota vertical en $x = -3$ $[\ x \to -3^-,\ y \to +\infty\ ]$ $[\ x \to -3^+,\ y \to -\infty\ ]$; tiene una asíntota vertical en $x = 3$ $[\ x \to 3^-,\ y \to -\infty\ ]$ $[\ x \to 3^+,\ y \to +\infty\ ]$; tiene una asíntota horizontal en $y = 2$ $[\ x \to +\infty,\ y \to 2\ ]$ $[x \to -\infty,\ y \to 2\ ]$

23. Gráfica 1: $y = \frac{5}{4}x - 3$; Gráfica 2: $y = -\frac{5}{2}x + 4$; Gráfica 3: $y = -3x - 3$;

Gráfica 4: $y = -\frac{7}{2}x + 2$; Gráfica 5: $y = x - 2$; Gráfica 6: $y = 2x + 4$

24. Cada una de ellas es una función afín; el coeficiente de x se llama pendiente y el término independiente se llama ordenada en el origen; tanto el dominio como el recorrido de cada una de ellas es $(-\infty, +\infty)$; ninguna tiene extremos locales. a) c) d) f) Crecientes en todo su dominio; b) e) Decrecientes en todo su dominio.
a) Ptos de corte: $(-1/3, 0)$ $(0, 1)$; b) Ptos de corte: $(3/2, 0)$ $(0, 3)$; c) Ptos de corte: $(-3/5, 0)$ $(0, 1)$
d) Ptos de corte: $(-1/2, 0)$ $(0, 1/3)$; e) Ptos de corte: $(2, 0)$ $(0, 1)$; f) Ptos de corte: $(2/3, 0)$ $(0, -1)$

25. a) P no; Q sí ; b) No pasa por A; Sí pasa por B; No pasa por C.

26. a) Las rectas r_1 r_5 son paralelas porque ambas tienen pendiente 1; las rectas r_2 r_4 son paralelas porque ambas tienen pendiente –2; b) Las rectas r_3 r_5 pasan por $(0, -1)$ porque su ordenada en el origen es –1; c) r_4 pasa por $(0, 0)$ porque es lineal.

27. a) $(-3, 0)$ $(0, 6)$; b) $(5, 0)$ $(0, 5)$; c) $(-2, 0)$ $(0, -4)$; d) $(1, 0)$ $(0, 3)$

28. a) $y = 0{,}8x+3$; b) 11 €; c) 20 km.

29. a) $y = 95x+70$; b) 1 020 €; c) 18 meses.

30. a) $y = 40x+300$; b) 9 metros; c) 1 180 €

31. a) $y = 4x+6$. Función afín; b) $Dom(f) = [0, 11]$ $Rec(f) = [6, 50]$

32. Gráfica 1: $y = \frac{3}{2}x$; Gráfica 2: $y = -\frac{3}{2}x$; Gráfica 3: $y = -\frac{1}{3}x$; Gráfica 4: $y = \frac{1}{3}x$

33. Cada una de ellas es una función lineal; el coeficiente de x se llama pendiente; tanto el dominio como el recorrido de cada una de ellas es $(-\infty, +\infty)$; a) c) Crecientes en todo su dominio; b) d) Decrecientes en todo su dominio; todas cortan a los ejes en el punto $(0, 0)$; ninguna tiene extremos locales.

34. Todas son funciones constantes. No son crecientes ni decrecientes en ningún punto de su dominio, que es $(-\infty, +\infty)$; a) No corta al eje X, corta al eje Y en $(0, 2)$, su recorrido es $\{ 2 \}$;
b) No corta al eje X, corta al eje Y en $(0, 3)$, su recorrido es $\{ 3 \}$; c) No corta al eje X, corta al eje Y en $(0, -4)$, su recorrido es $\{ -4 \}$; d) Toca al eje X en todos sus puntos, toca al eje Y en $(0, 0)$, su recorrido es $\{ 0 \}$

35. a) $(-2, 1)$ $(-2, 2)$ $(-2, 3)$; b) $(-3, 1)$ $(-3, 2)$ $(-3, 3)$; c) $(1, 1)$ $(1, 2)$ $(1, 3)$; d) $(0, 1)$ $(0, 2)$ $(0, 3)$

36. a) $y = 5$; b) $x = 2$

37. a) Tarifa A: $y = 0{,}25x+5$ Tarifa B: $y = 0{,}15x+10$; b) El punto (50, 17.5). A los 50 minutos de consumo, ambas tarifas se igualan en 17,5 €; c) A partir de 50 minutos, la tarifa B es más rentable que la tarifa A.

38. a) $2x - y - 7 = 0$; b) La pendiente es 2/5 y la ordenada en el origen es 1/5; c) $3x - y - 1 = 0$

39. a) $y = 2x$; b) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$; c) $y = 2x - 10$; d) $y = \frac{1}{3}x - 6$; e) $y = 3$; f) $y = -3$

40. a) $y = -2x - 1$; b) $y = -\frac{3}{5}x - \frac{13}{5}$; c) $y = 2x + 11$; d) $y = -2x - 1$; e) $y = \frac{3}{2}x - 1$; f) $y = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$

41.

	Puntos de corte	Vértice	Eje de simetría		Puntos de corte	Vértice	Eje de simetría
a)	(–2, 0) (2, 0) (0, 4)	(0, 4) Máximo	x = 0	e)	(3, 0) (0, 0)	(3/2, 9/4) Máximo	x = 3/2
b)	(–1, 0) (3, 0) (0, –3)	(1, –4) Mínimo	x = 1	f)	(–3, 0) (3, 0) (0, –9)	(0, –9) Mínimo	x = 0
c)	(1, 0) (5, 0) (0, –5)	(3, 4) Máximo	x = 3	g)	(2, 0) (0, 0)	(1, –2) Mínimo	x = 1
d)	(1, 0) (3, 0) (0, 3)	(2, –1) Mínimo	x = 2	h)	(4, 0) (0, 0)	(2, –4) Mínimo	x = 2

42.

	Dominio	Recorrido	Puntos de corte	Monotonía	Extremos	Acotación
a)	(–∞, +∞)	[0, +∞)	(–1, 0) (0, 1)	↘ en (–∞, –1) ↗ en (–1, +∞)	(–1, 0) Mínimo	Sí acot. inf. No acot. sup.
b)	(–∞, +∞)	[1, +∞)	(0, 1)	↘ en (–∞, 0) ↗ en (0, +∞)	(0, 1) Mínimo	Sí acot. inf. No acot. sup.
c)	(–∞, +∞)	[–25/8, +∞)	(–1, 0) (3/2, 0) (0, –3)	↘ en (–∞, 1/4) ↗ en (1/4, +∞)	(1/4, –25/8) Mínimo	Sí acot. inf. No acot. sup.
d)	(–∞, +∞)	(–∞, 0]	(1, 0) (0, –1)	↗ en (–∞, 1) ↘ en (1, +∞)	(1, 0) Máximo	No acot. inf. Sí acot. sup.
e)	(–∞, +∞)	[2/3, +∞)	(0, 1)	↘ en (–∞, 1/3) ↗ en (1/3, +∞)	(1/3, 2/3) Mínimo	Sí acot. inf. No acot. sup.
f)	(–∞, +∞)	(–∞, –3/4]	(0, –1)	↗ en (–∞, 1/2) ↘ en (1/2, +∞)	(1/2, –3/4) Máximo	No acot. inf. Sí acot. sup.
g)	(–∞, +∞)	[–49/8, +∞)	(–1/2, 0) (3, 0) (0, –3)	↘ en (–∞, 5/4) ↗ en (5/4, +∞)	(5/4, –49/8) Mínimo	Sí acot. inf. No acot. sup.
h)	(–∞, +∞)	[1, +∞)	(0, 2)	↘ en (–∞, 1) ↗ en (1, +∞)	(1, 1) Mínimo	Sí acot. inf. No acot. sup.

43. a) Es una parábola con las ramas hacia abajo, que corta al eje X en los puntos (3, 0) y (7, 0) y al eje Y en el punto (0, –21). Tiene el vértice en el punto (5, 4); b) Hay que venderlo a 5 €, con el que se alcanza el máximo beneficio, 4 000 €.

44. a) 89 000 y 161 000 €, respectivamente; b) 210 000 € a los 7 años y 6 meses; c) A los 5 años y a los 10 años.

45. a) Es una parábola con las ramas hacia abajo, que corta al eje X en los ptos (0, 0) y (45, 0) y al eje Y en el punto (0, 0). Tiene el vértice en el punto (22.5, 81); b) A los 22,5 minutos alcanza el máximo rendimiento (81); c) A los 5 y a los 40 minutos alcanza rendimiento igual a 32.