

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.

MATEMÁTICAS DE 3ºESO.

UNIDAD 8. PROBABILIDAD.



ACTIVIDADES

1. Experimento aleatorio. Espacio muestral.

1. Describir el espacio muestral en cada uno de los siguientes experimentos aleatorios:

- Se lanzan dos monedas de forma consecutiva, una después de otra y se anota si sale cara o cruz en cada una de ellas.
- Se lanzan tres monedas de forma consecutiva, una después de otra y se anota si sale cara o cruz en cada una de ellas.
- Se lanzan dos dados y se anotan los números obtenidos en cada uno de ellos.
- De una baraja española (40 cartas) se extrae una carta al azar.
- En un cajón hay tres bolas: una negra, una verde y una blanca. Se extraen dos bolas al azar con reemplazamiento.
- En un cajón hay tres bolas: una negra, una verde y una blanca. Se extraen dos bolas al azar sin reemplazamiento.

2. Una chica escoge al azar una camiseta entre tres colores posibles (blanca, roja o verde) y unos pantalones entre dos colores posibles (azul o rojo). Describir el espacio muestral.

3. Un chico elige al azar un bocadillo entre cuatro posibles (calamares, jamón, mortadela o tortilla) y una bebida entre tres posibles (agua, refresco o zumo). Describir el espacio muestral.

2. Sucesos. Operaciones con sucesos.

4. Se gira una ruleta dividida en doce sectores iguales numerados del 1 al 12 y se anota el número en el que se para.

- Describir el espacio muestral asociado al experimento aleatorio.
- Escribir un suceso seguro, otro imposible y dos sucesos contrarios, respectivamente. Dados los sucesos $A = \text{"parar en múltiplo de 3 ó de 7"}$ y $B = \text{"parar en múltiplo de 4"}$, determinar los sucesos $A \cup B$ y $A \cap B$.
- Comprobar que $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ y que $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

5. Se lanzan tres monedas sucesivamente y se consideran los siguientes sucesos:

$A = \text{"obtener cruz a la primera"}$ $B = \text{"obtener dos caras"}$ $C = \text{"obtener dos cruces"}$

Razonar si los sucesos A, B y C, tomados dos a dos, son compatibles o incompatibles.

6. Se extrae una carta de la baraja española y se consideran los siguientes sucesos:

$A = \text{"sacar un as"}$ $B = \text{"sacar oros"}$ $C = \text{"sacar un caballo"}$ $D = \text{"sacar una figura"}$

Razonar si los sucesos A, B, C y D, tomados dos a dos, son compatibles o incompatibles.

3. Regla de Laplace. Propiedades de la probabilidad.

7. Se lanzan dos dados al aire. Hallar la probabilidad de obtener:

- a) Una suma de ocho puntos.
- b) Una suma de cuatro u once puntos.
- c) Una suma de puntos divisible por tres.
- d) Una suma par de puntos.
- e) Una suma de puntos mayor que diez.
- f) Una suma de puntos que sea múltiplo de 5.

8. Se lanza tres veces una moneda y se observa el resultado. Calcular la probabilidad de los sucesos $A = \text{"obtener al menos una cara"}$ y $B = \text{"obtener cara solo una vez"}$.

9. Se lanzan sucesivamente cuatro monedas al aire y se pide la probabilidad de obtener:

- a) A lo sumo tres cruces.
- b) Dos caras.
- c) Como mínimo dos caras.
- d) Tres cruces.
- e) Dos cruces en los dos últimos lanzamientos.

10. María y Laura idean el siguiente juego. Cada una lanza un dado: si en los dos dados sale el mismo número, gana Laura; si la suma de ambos es 7, gana María; y en cualquier otro caso hay empate. Calcular la probabilidad de que: a) Gane Laura. b) Gane María. c) Haya empate.

11. María y Juan escriben, al azar, una vocal cada uno en papeles distintos.

- a) Determinar el espacio muestral asociado al experimento.
- b) Calcular la probabilidad de que no escriban la misma vocal.

12. Se sortea cada día un premio usando papeletas con tres cifras, numeradas del 000 al 999.

- a) Calcular la probabilidad de que el número premiado termine en 5.
- b) Calcular la probabilidad de que el número premiado termine en 55.

13. El 60% de los habitantes de una ciudad lee el periódico A, el 35% el B y un 15% ambos. Elegido un ciudadano al azar, calcular la probabilidad de que:

- a) Sea lector de algún periódico.
- b) No lea la prensa.
- c) Lea sólo el periódico A.
- d) Lea sólo uno de los dos periódicos.

14. En una provincia, el 48% de sus habitantes son lectores del diario A, el 55% del diario B y el 22% de ambos. Si se escoge un ciudadano al azar, calcular la probabilidad de que:

- a) No lea prensa.
- b) Lea sólo el diario A.
- c) Lea sólo uno de los dos diarios.

15. En un grupo de 1 000 personas hay 400 que saben inglés, 100 que saben alemán y 30 ambos idiomas. Averiguar la probabilidad de:

- a) Saber sólo inglés.
- b) Saber sólo alemán.
- c) No saber inglés ni alemán.

16. A un congreso asisten 80 personas. Todas hablan inglés o francés. De ellas, 70 hablan inglés y 50 francés. Si se elige una persona al azar, calcular la probabilidad de que:

- a) Hable inglés.
- b) Hable francés.
- c) Hable los dos idiomas.
- d) Hable sólo francés.
- e) Hable sólo inglés.

17. Se realiza una encuesta sobre su equipo de fútbol favorito a 24 alumnos. Hay 18 que eligen al Cádiz C.F., 12 al Real Madrid y 8 a los dos equipos. Si se elige una persona al azar, averiguar la probabilidad de que:

- a) Sea seguidor sólo del Cádiz C.F.
- b) Sea seguidor sólo del Real Madrid.
- c) No sea seguidor de ninguno de los dos equipos.

18. En un determinado grupo, la probabilidad de que un alumno apruebe Matemáticas es 0,6, la de que apruebe Lengua es 0,5 y la de que apruebe las dos es 0,2. Se pide:
- La probabilidad de que apruebe al menos una de las dos asignaturas.
 - La probabilidad de que no apruebe ninguna.
 - La probabilidad de que apruebe Matemáticas y no Lengua.
 - La probabilidad de que apruebe Lengua y no Matemáticas.

19. En una residencia hay 212 ancianos de los que 44 tienen afecciones pulmonares. Del total de ancianos, 78 son fumadores, y solo hay 8 que tienen enfermedad de pulmón y no fuman.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un anciano de esa residencia, elegido al azar, no fume y tampoco tenga afección pulmonar ?
 - ¿Qué porcentaje de enfermos de pulmón son fumadores ?

4. Sucesos independientes.

20. Calcular la probabilidad de que al hacer cuatro extracciones sucesivas en una baraja española (40 cartas), devolviendo la carta extraída, salgan un as, un tres, un tres, y un caballo.

21. En una baraja española (40 cartas), calcular la probabilidad de sacar un caballo seguido de un tres, reintegrando la primera carta.

22. Una urna contiene doce bolas blancas y ocho negras. Calcular la probabilidad de sacar dos bolas negras reintegrando la bola extraída.

23. Una urna contiene tres bolas blancas y cinco bolas negras. Otra contiene una blanca y tres negras. Hallar la probabilidad de que, al extraer una bola de cada urna, ambas sean negras.

24. De una baraja española (40 cartas) se extraen dos cartas sucesivamente devolviendo la carta extraída. Calcular la probabilidad de extraer:

- Dos ases.
- La primera as y la segunda un tres.
- Un as y un tres.
- Dos oros.
- Las dos del mismo palo.

25. Una urna contiene dos bolas blancas y tres negras. Otra contiene seis bolas blancas y cuatro negras. Si extraemos una bola de cada urna, calcular la probabilidad de que las dos sean negras.

26. Una urna contiene dos bolas blancas, tres negras y cuatro rojas. Otra urna contiene tres blancas, cinco negras y cuatro rojas. Se toma al azar una bola de cada urna. ¿Qué probabilidad hay de que sean del mismo color?

27. En un cajón hay una bola blanca, una bola roja y una bola azul. Se extraen dos bolas al azar con reemplazamiento. Calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:

- A = "las dos bolas extraídas son blancas"
- B = "al menos una de las dos bolas extraídas es blanca"
- C = "ninguna de las dos bolas extraídas es blanca"
- D = "como máximo una de las dos bolas extraídas es blanca"

28. En un cajón hay cuatro bolas blancas, tres bolas rojas y dos bolas azules. Se extraen dos bolas al azar con reemplazamiento. Calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) $A =$ "las dos bolas extraídas son blancas"
- b) $B =$ "las dos bolas extraídas son del mismo color"
- c) $C =$ "al menos una de las dos bolas extraídas es blanca"

29. La probabilidad de que un jugador A marque un gol de penalti es de $\frac{5}{6}$, mientras que la de otro jugador B es $\frac{4}{5}$. Si cada uno lanza un penalti, calcular la probabilidad de que:

- a) Marque gol uno solo de los dos jugadores.
- b) Al menos uno marque gol.

30. El 3% y el 5%, respectivamente, de las piezas producidas por dos máquinas X, Y son defectuosas. Se elige al azar una pieza de las producidas por X y otra de las producidas por Y.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean defectuosas?
- b) ¿Y de que al menos una lo sea?

31. La probabilidad de que un jugador de baloncesto no acierte un tiro libre es $\frac{1}{3}$. Calcular la probabilidad de que enceste al menos una vez si hace tres lanzamientos seguidos.

32. Si la probabilidad de que se realice un suceso es $\frac{1}{3}$, ¿cuál es la probabilidad de que se realice efectuando 4 intentos?

33. La probabilidad de acertar en una diana de un disparo se estima en 0,2. ¿Cuál es la probabilidad de acertar en dos disparos?

34. Se lanza un dado tres veces. ¿Cuál es la probabilidad de sacar algún uno en los tres lanzamientos?

35. Tres lanzadores de tiro al arco tienen probabilidades respectivas $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ de hacer blanco al lanzar una flecha. Si los tres lanzan a la vez y suponiendo que cada uno acierte o no independientemente de los demás, calcular la probabilidad de que:

- a) Al menos uno de ellos dé en el blanco.
- b) Sólo acierte el segundo.

5. Sucesos dependientes. Probabilidad condicionada.

36. Un lote de diez artículos tiene tres defectuosos. Se toman al azar tres artículos del lote, uno tras otro. Calcular la probabilidad de que ninguno tenga defecto:

- a) Con reemplazamiento.
- b) Sin reemplazamiento.

37. En una caja hay diez bolas blancas y quince negras. Si se hacen tres extracciones seguidas, ¿qué probabilidad habrá de que las tres bolas sean blancas?

- a) Devolviendo cada vez la bola extraída.
- b) No devolviéndola.

38. En una bolsa hay siete bolas blancas y tres negras. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer cuatro bolas sucesivamente sin reemplazamiento todas sean blancas?

39. En una baraja española (40 cartas) se extraen, sucesivamente sin reemplazamiento, tres cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan dos reyes?

50. En un centro de Bachillerato, los alumnos de 1º son el 60% del total, y los de 2º el 40% restante. De todos ellos, el 46% posee móvil y el 18% son de 1º y tienen móvil.
a) Calcular la probabilidad de que un alumno de 1º elegido al azar posea móvil.
b) Elegido un alumno, al azar, resulta que tiene móvil. Hallar la probabilidad de que sea de 2º.

51. En un hospital se han producido 200 nacimientos en un mes. De ellos, 105 son niños y, de éstos, 21 tienen los ojos azules. Asimismo se ha observado que 38 de las niñas nacidas en ese mes tienen los ojos azules. Se elige al azar un recién nacido entre los 200 citados.
a) Calcular la probabilidad de que tenga los ojos azules.
b) Si el recién nacido elegido tiene los ojos azules, ¿cuál es la probabilidad de que sea niño?

52. En una biblioteca sólo hay libros de física y de matemáticas, que están escritos en inglés o en español. Se sabe que el 70% de los libros son de física, el 80% de los libros están escritos en español y el 10% son libros de matemáticas escritos en inglés.
a) Calcular qué tanto por ciento de los libros son de física y escritos en español.
b) Si se coge un libro de física al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esté en español?

53. En un instituto, de los 200 alumnos matriculados en 1º Bachillerato, se sabe que 140 estudian inglés y que 70 juegan a baloncesto, de los cuales 60 estudian inglés. Elegido un alumno al azar, calcular la probabilidad de que:
a) Estudie inglés y juegue al baloncesto. b) Estudie inglés o juegue al baloncesto.

54. En un grupo formado por 30 jóvenes hay 17 chicas y 13 chicos. Se sabe que hay 3 chicas zurdas y 4 chicos zurdos. Elegido un joven al azar, calcular la probabilidad de que:
a) Sea chico sabiendo que es persona zurda. b) Sea chica sabiendo que es persona zurda.
c) Sea persona zurda sabiendo que es chico. d) Sea persona zurda sabiendo que es chica.

SOLUCIONES

1. a) $E = \{ CC, CX, XC, XX \}$; b) $E = \{ CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC, XXX \}$;
c) ; d) ; e) $E = \{ NN, NV, NB, VV, VN, VB, BB, BN, BV \}$; f) $E = \{ NV, NB, VN, VB, BN, BV \}$
2. $E = \{ BA, RA, VA, BR, RR, VR \}$
3. $E = \{ CA, JA, MA, TA, CR, JR, MR, TR, CZ, JZ, MZ, TZ \}$
4. a) $E = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 \}$; b) Suceso seguro = "parar en un número natural comprendido entre 1 y 12"; suceso imposible = "parar en un número entero negativo";
dos sucesos contrarios son "parar en número par" y "parar en número impar";
c) $A \cup B = \{ 3, 4, 6, 7, 8, 9, 12 \}$ $A \cap B = \{ 12 \}$;
- d) $A = \{ 3, 6, 7, 9, 12 \}$ $B = \{ 4, 8, 12 \}$ $\bar{A} = \{ 1, 2, 4, 5, 8, 10, 11 \}$ $\bar{B} = \{ 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11 \}$
 $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} = \{ 1, 2, 5, 10, 11 \}$ $A \cap B = \{ 12 \}$ $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \}$
5. A y B son compatibles; A y C son compatibles; B y C son incompatibles.
6. A y B son compatibles; A y C son incompatibles; A y D son incompatibles;
B y C son compatibles; B y D son compatibles; C y D son compatibles.
7. a) $5/36$; b) $5/36$; c) $1/3$; d) $1/2$; e) $1/12$; f) $7/36$
8. $P(A) = 7/8$; $P(B) = 3/8$
9. a) $15/16$; b) $3/8$; c) $11/16$; d) $1/4$; e) $1/4$
10. a) $1/6$; b) $1/6$; c) $2/3$
11. a) $E = \{ AA, AE, AI, AO, AU, EA, EE, EI, EO, EU, IA, IE, II, IO, IU, OA, OE, OI, OO, OU, UA, UE, UI, UO, UU \}$; b) 0,8
12. a) 0,1; b) 0,01
13. a) 0,8; b) 0,2; c) 0,45; d) 0,65
14. a) 0,19; b) 0,26; c) 0,59
15. a) 0,37; b) 0,07; c) 0,53
16. a) $7/8$; b) $5/8$; c) $1/2$; d) $1/8$; e) $3/8$
17. a) $5/12$; b) $1/6$; c) $1/12$
18. a) 0,9; b) 0,1; c) 0,4; d) 0,3
19. a) Aprox. 0,59; b) Aprox. 82%
20. La probabilidad es 0,0001
21. La probabilidad es 0,01
22. La probabilidad es $4/25$
23. La probabilidad es $15/32$
24. a) $1/100$; b) $1/100$; c) $1/50$; d) $1/16$; e) $1/4$
25. La probabilidad es $6/25$

26. La probabilidad es $37/108$
27. a) $1/9$; b) $5/9$; c) $4/9$; d) $8/9$
28. a) $16/81$; b) $29/81$; c) $56/81$
29. a) $3/10$; b) $29/30$
30. a) $0,0015$; b) $0,0785$
31. La probabilidad es $26/27$
32. La probabilidad es $65/81$
33. La probabilidad es $0,36$
34. La probabilidad es $91/216$
35. a) $71/72$; b) $1/24$
36. a) $0,343$; b) $7/24$
37. a) $8/125$; b) $6/115$
38. La probabilidad es $1/6$
39. La probabilidad es $27/1235$
40. a) $357/494$; b) $137/494$; c) $3/247$; d) $435/988$; e) $12/247$; f) $25/1482$
41. a) $1/100$; b) $7/790$
42. a) $1/130$; b) $4/195$; c) $2/195$; d) $3/52$; e) $3/13$
43. a) $1/22$; b) $21/22$; c) $1/66$
44. a) $15/68$; b) $55/204$; c) $27/136$
45. a) $1/21$; b) $10/21$; c) $10/21$
46. a) $1/3$; b) $2/15$; c) $8/15$
47. a) $10/91$; b) $36/91$; c) $45/182$; d) $45/91$
48. a) $177/316$; b) $297/316$
49. a) $1/9$; b) $1/3$
50. a) $3/10$; b) $14/23$
51. a) $0,295$; b) $21/59$
52. a) 60% ; b) $6/7$
53. a) $3/10$; b) $3/4$
54. a) $4/7$; b) $3/7$; c) $4/13$; d) $3/17$