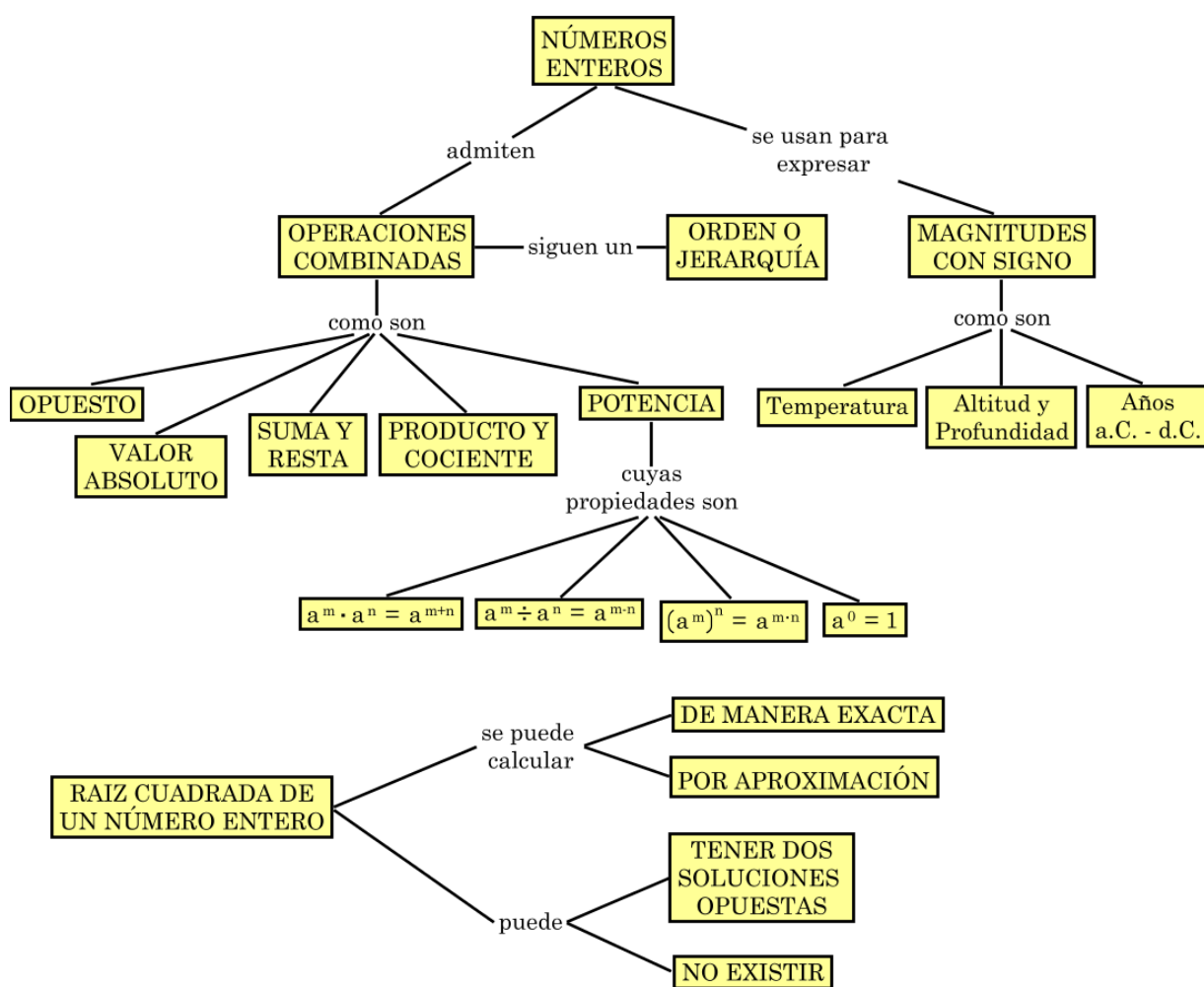




MAPA CONCEPTUAL DE LA UNIDAD



1. El conjunto de los números enteros.

Existen magnitudes que tienen dos sentidos, por lo cual no basta con número y unidad para representarlas. Por ejemplo, contextos en los que aparecen magnitudes **con dos sentidos** son:

- Un lugar geográfico puede encontrarse por encima o por debajo del nivel del mar.
- El saldo de una cuenta bancaria puede tener superávit o déficit.
- La temperatura en una zona puede estar por encima o por debajo de cero grados.
- El año en que ocurrió un hecho histórico pudo ser antes o después de Cristo.

Para representar los valores que toman este tipo de magnitudes, se usan números a los que se les antepone un signo + ó –, dependiendo del sentido de la magnitud. Si tienen signo + se les llama números **enteros positivos** y si tienen signo – se les llama **enteros negativos**.

El conjunto de los números **enteros** es $\mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$

Obsérvese que el conjunto de los números **naturales**, $\mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, \dots \}$, está incluido en el conjunto de los números enteros: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Nota: salvo que estén formando parte de operaciones combinadas, no es necesario escribir el signo + delante de los números positivos. Es decir, $+3 = 3$; $+11 = 11$; $+19 = 19 \dots$

Signo de una fracción

a) Si el numerador y el denominador tienen distinto signo, entonces la **fracción** es **negativa**.

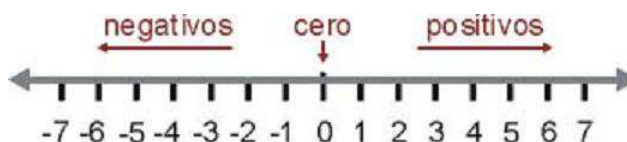
$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} \quad \text{Ejemplos:} \quad \frac{-4}{7} = -\frac{4}{7} \quad \frac{4}{-7} = -\frac{4}{7}$$

b) Si el numerador y el denominador tienen el mismo signo, entonces la **fracción** es **positiva**.

$$\frac{-a}{-b} = \frac{+a}{+b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b} \quad \text{Ejemplos:} \quad \frac{-4}{-7} = \frac{4}{7} \quad \frac{+4}{+7} = \frac{4}{7}$$

Representación y orden en $\mathbb{Z}$

Para representar números enteros, se traza una línea recta y se marca en el centro de la recta el número 0. A continuación, se marca el número 1 a la derecha del cero, quedando así establecida la distancia equivalente a una unidad. Los enteros **positivos** se marcan a la **derecha** del cero y los **negativos** a la **izquierda** del cero, repitiendo la unidad anterior tantas veces como sea necesario.



Orden en $\mathbb{Z}$: las relaciones de orden entre $a, b \in \mathbb{Z}$, se expresan de las siguientes formas:

- | | |
|---|--|
| (1) $a < b$ se lee " a es menor que b " | (2) $a \leq b$ se lee " a es menor o igual que b " |
| (3) $a > b$ se lee " a es mayor que b " | (4) $a \geq b$ se lee " a es mayor o igual que b " |

Obsérvese que entre dos números negativos, el menor de los dos es el que se encuentra más lejos del cero.

Ejemplos: $-5 < -3$ $-3 < 2$ $-4 > -8$ $3 > -6$ $-5 < 0$ $5 > 0$

2. Opuesto y valor absoluto de un número entero.

Dado un número entero **n**, se dice que el **opuesto de n** es **-n**. Por lo tanto, dos números son **opuestos** si se diferencian solo en el signo.

Por ejemplo, los números 3 y -3 son opuestos; los números 5 y -5 son opuestos; los números 7 y -7 son opuestos, ...

Dado un número entero **n**, se dice que el **valor absoluto de n** es la distancia entre **n** y el 0. Por lo tanto, el valor absoluto de un número es el valor que resulta al prescindir de su signo. Se representa por $|n|$.

Ejemplos: $|+3| = 3$ $|-3| = 3$ $|+5| = 5$ $|-5| = 5$

Obsérvese que dos números opuestos tienen el mismo valor absoluto ya que ambos están situados a la misma distancia del cero.

3. Suma y resta de números enteros.

Para **sumar o restar** números enteros, se procede de la siguiente forma:

Paso 1. Se resuelven los paréntesis teniendo en cuenta que el signo negativo delante de un paréntesis cambia de signo a todos los números que están dentro del paréntesis.

Paso 2. Se agrupan y se suman los números positivos por un lado.

Paso 3. Se agrupan y se suman los números negativos por otro lado, escribiendo con signo negativo el resultado final.

Paso 4. Se restan los resultados anteriores y se pone delante el signo del mayor de ellos.

Ejemplo 1: $10 - (-2) + (-5) - (+12) - (-4) + 3 - (+7) = 10 + 2 - 5 - 12 + 4 + 3 - 7 =$
 $= 10 + 2 + 4 + 3 - 5 - 12 - 7 = +19 - 24 = -5$

Ejemplo 2: $1 - (+6) - (-4) - (-2) - (+3) + (-2) + 1 = 1 - 6 + 4 + 2 - 3 - 2 + 1 =$
 $= 1 + 4 + 2 + 1 - 6 - 3 - 2 = +8 - 11 = -3$

4. Multiplicación y división de números enteros.

Para **multiplicar o dividir** números enteros, se procede de la siguiente forma:

Paso 1. Se multiplican o se dividen de forma natural.

Paso 2. Delante del resultado se pone:

el signo **+** si ambos son del mismo signo o,

el signo **-** si ambos son de signo contrario.

Ejemplos: $(-6) \cdot 6 = -36$ $(-6) \cdot (-4) = +24$
 $(-8) : (-4) = +2$ $(-8) : 2 = -4$

$\begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array} : \begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array} : \begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array} : \begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array} : \begin{array}{ c } \hline + \\ \hline \end{array} = \begin{array}{ c } \hline - \\ \hline \end{array}$

Nota: si a los signos de la suma, resta, producto o cociente le sigue un número negativo, éste se debe escribir entre paréntesis.

Mal escrito: $7 + -3$ Bien escrito: $7 + (-3)$ Mal escrito: $7 - -3$ Bien escrito: $7 - (-3)$

Mal escrito: $7 \cdot -3$ Bien escrito: $7 \cdot (-3)$ Mal escrito: $7 : -3$ Bien escrito: $7 : (-3)$

5. Potencia de base entera y exponente natural.

Dados los números $a \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$, se llama **potencia** de **base a** y **exponente n** al producto del número a por sí mismo n veces. Se representa por a^n .

Ejemplo 1: $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$ 3^5 es una potencia de base 3 y exponente 5

Ejemplo 2: $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$ $(-2)^3$ es una potencia de base -2 y exponente 3

Ejemplo 3: $(-1)^3 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$ $(-1)^3$ es una potencia de base -1 y exponente 3

Ejemplo 4: $(-1)^4 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1$ $(-1)^4$ es una potencia de base -1 y exponente 4

Signo de una potencia de base entera y exponente natural

a) Si la **base** tiene signo **positivo**, el resultado siempre tiene signo **positivo**. Da lo mismo que el exponente sea par o impar.

Ejemplos: $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

b) Si la **base** tiene signo **negativo** y el **exponente** es **par**, el resultado tiene signo **positivo**.

Ejemplo: $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16 = 2^4$

c) Si la **base** tiene signo **negativo** y el **exponente** es **impar**, el resultado tiene signo **negativo**.

Ejemplo: $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8 = -2^3$

Propiedades de las potencias

P1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Ejemplo: $(-3)^2 \cdot (-3)^5 = (-3)^7$ Dem: $(-3)^2 \cdot (-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^7$

P2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Ejemplo: $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^3$ Dem: $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = \frac{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)}{(-3) \cdot (-3)} = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^3$

P3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Ejemplo: $((-5)^2)^3 = (-5)^6$ Dem: $((-5)^2)^3 = (-5)^2 \cdot (-5)^2 \cdot (-5)^2 = (-5)^6$

P4. $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ Ejemplo: $5^3 \cdot 2^3 = (5 \cdot 2)^3 = (10)^3 = 1000$

P5. $a^m : b^m = (a : b)^m$ Ejemplo: $10^2 : 5^2 = (10 : 5)^2 = 2^2 = 4$

P6. $a^0 = 1$ porque $a^0 = a^{n-n} = \frac{a^n}{a^n} = 1$

Ejemplos: $7^0 = 1$ $(-3)^0 = 1$

6. Raíz cuadrada de un número entero.

Dado $n \in \mathbb{Z}$, se llama **raíz cuadrada de n** a un número cuyo cuadrado es igual a n . La raíz cuadrada de n se representa por $\sqrt{n}$.

$$\sqrt{n} = r \Leftrightarrow r^2 = n$$

De la definición se deduce lo siguiente:

a) Un número entero positivo tiene dos raíces cuadradas opuestas.

Ejemplo: $\sqrt{9} = \pm 3$ porque $3^2 = 9$ y $(-3)^2 = 9$

b) Un número entero negativo no tiene raíz cuadrada.

Ejemplo: $\sqrt{-9}$ no existe porque no hay ningún número cuyo cuadrado sea -9 .

Para expresar que $\sqrt{-9}$ no existe, se escribe $\nexists \sqrt{-9}$

7. Jerarquía de las operaciones.

El orden de ejecución de las operaciones combinadas con paréntesis, potencias o/y raíces, multiplicaciones o/y divisiones, sumas o/y restas, es el siguiente:

Paso 1. Se resuelven las operaciones que hay dentro de los **paréntesis**. Si hay paréntesis encajados, se resuelven de dentro hacia fuera.

Paso 2. Se resuelven las **potencias o/y raíces**.

Paso 3. Se se resuelven las **multiplicaciones o/y divisiones**. Si éstas se encuentran seguidas, tiene prioridad la que se encuentre más a la izquierda.

Paso 4. Se se resuelven las **sumas o/y restas**. Si éstas se encuentran seguidas, tiene prioridad la que se encuentre más a la izquierda.

Ejemplo 1: $3 \cdot 5^2 - \sqrt{16} \cdot 5^2 = 3 \cdot 25 - 4 \cdot 25 = 75 - 100 = -25$

Ejemplo 2: $2 \cdot (13 - (7 + 3)) = 2 \cdot (13 - 10) = 2 \cdot 3 = 6$

Ejemplo 3: $(7 - 5) \cdot (-3) + 4 \cdot (-1 - 2) = 2 \cdot (-3) + 4 \cdot (-3) = -6 - 12 = -18$

Ejemplo 4: $7 - 5 \cdot (-3) + 4 \cdot (-5) - 8 = 7 + 15 - 20 - 8 = 22 - 28 = -6$

Ejemplo 5: $9 - ((4 \cdot 3^2) - (1 + 4 \cdot 7)) = 9 - ((4 \cdot 9) - (1 + 28)) = 9 - (36 - 29) = 9 - 7 = 2$

Ejemplo 6: $- [(-4 \cdot 2^3) - (1 + 7 \cdot (-6))] = - [(-4 \cdot 8) - (1 - 42)] = - (-32 + 41) = +32 - 41 = -9$