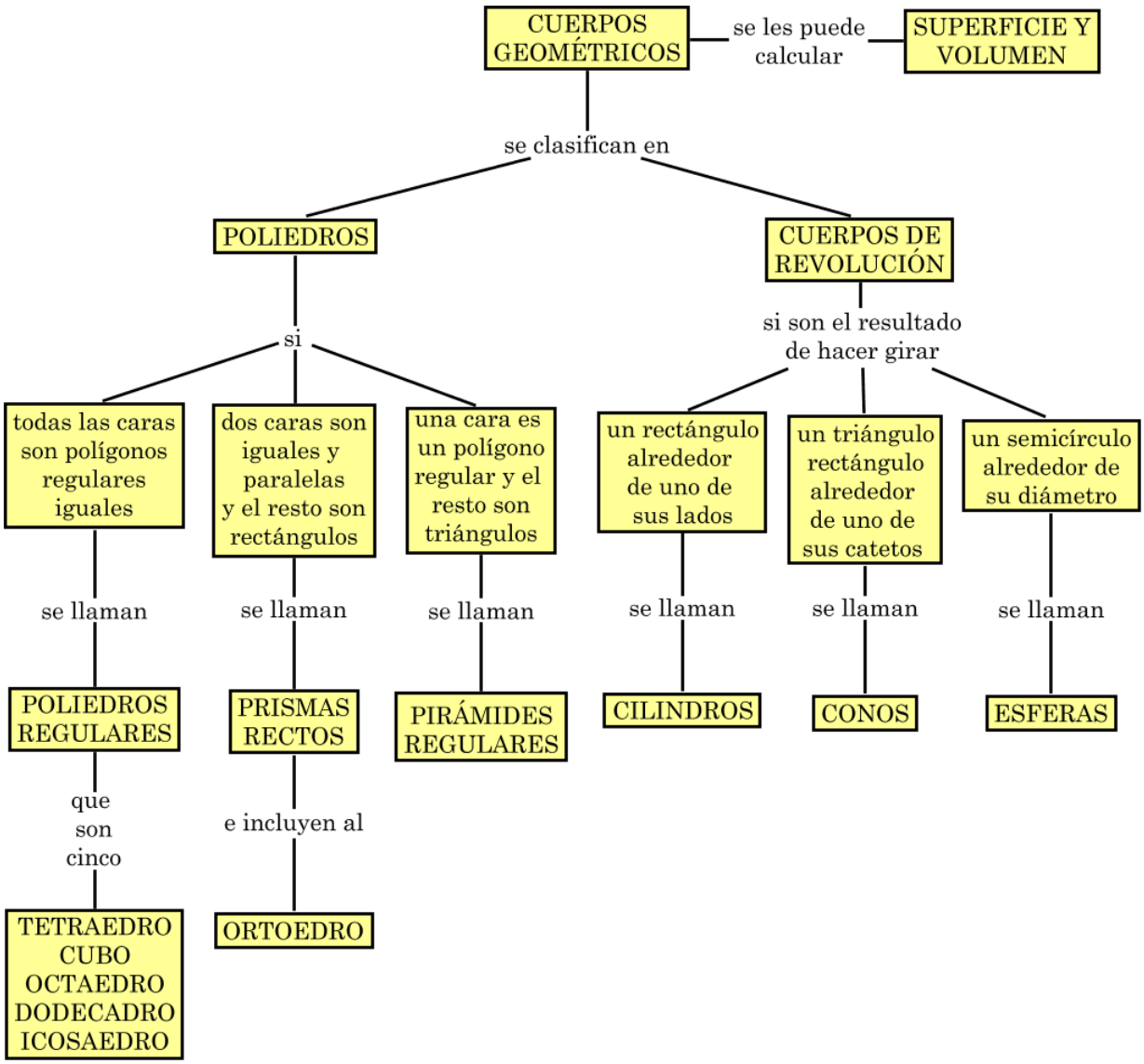
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.

MATEMÁTICAS DE 2ºESO.

UNIDAD 10. CUERPOS GEOMÉTRICOS.

IES LA BAHIA

MAPA CONCEPTUAL DE LA UNIDAD



1. Poliedros.

Un **poliedro** es una región cerrada del espacio limitada por polígonos. En un poliedro se pueden distinguir **caras**, **aristas** y **vértices**:

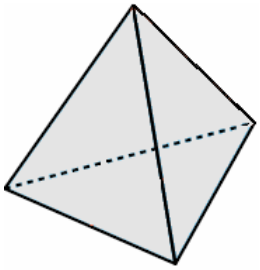
– Las **caras** del poliedro son los polígonos que lo forman.
– Las **aristas** del poliedro son los lados de las caras.
– Los **vértices** del poliedro son los puntos donde concurren sus aristas.

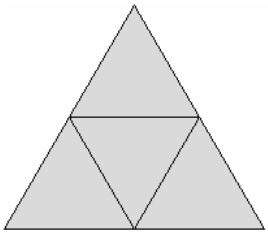
Entre los grupos más importantes de poliedros se encuentran los **poliedros regulares**, los **prismas** y las **pirámides**.

A) Poliedros regulares

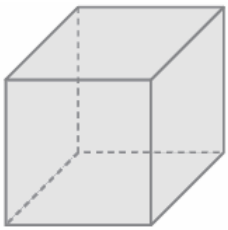
Poliedro regular es aquel cuyas caras son todas polígonos regulares iguales y en el que concurren un mismo número de caras en cada vértice. Hay exactamente 5 poliedros regulares: el tetraedro, el cubo (hexaedro), el octaedro, el dodecaedro y el icosaedro.

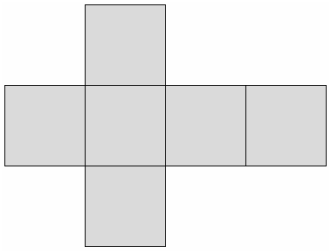
Tetraedro: consta de 4 triángulos equiláteros.



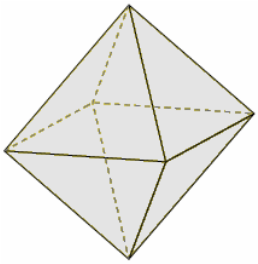


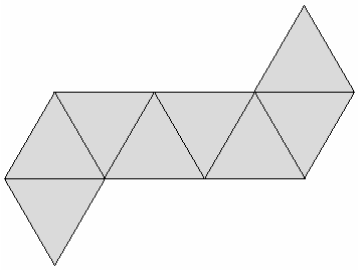
Hexaedro o cubo: consta de 6 cuadrados.



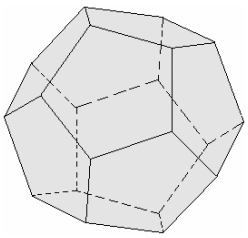


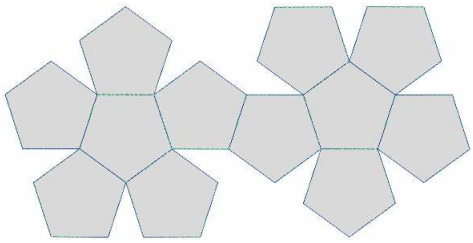
Octaedro: está formado por 8 triángulos equiláteros.



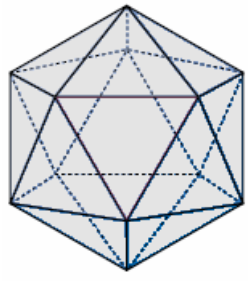


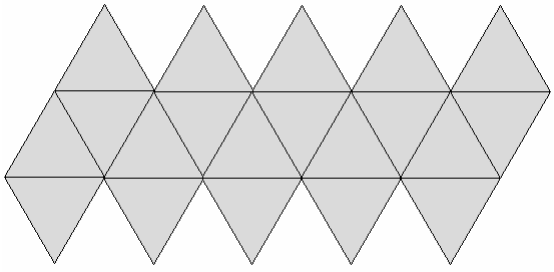
Dodecaedro: está formado por 12 pentágonos regulares.





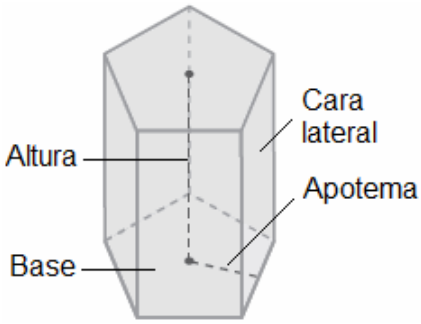
Icosaedro: está formado por 20 triángulos equiláteros.





B) Prismas

Un **prisma** es un poliedro limitado por dos caras iguales y paralelas (**bases**) y por el resto de caras todas ellas paralelogramos (**caras laterales**).



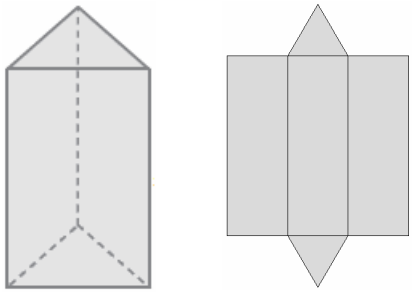
Se llama **altura** del prisma a la distancia entre las bases.

Prisma recto es aquel cuyas caras laterales son rectángulos, y por tanto, perpendiculares a las bases.

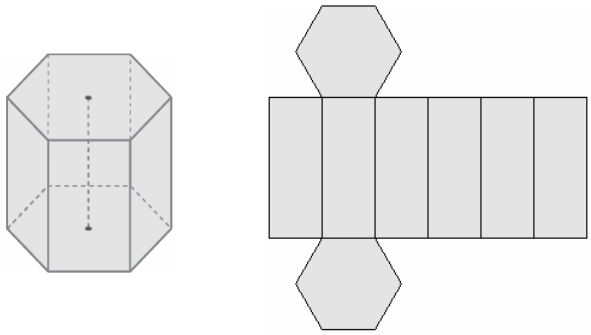
Superficie y volumen de un prisma	
Superficie = Área lateral + 2 · (Área de la base)	Volumen = (Área de la base) · (Altura)

Según la forma de sus bases, un prisma recto puede ser: triangular, rectangular, pentagonal,...

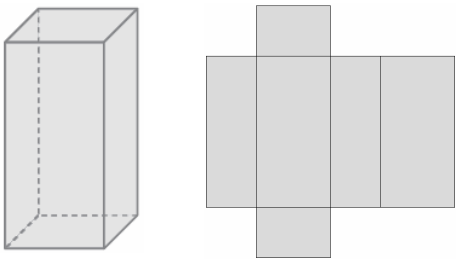
Prisma triangular



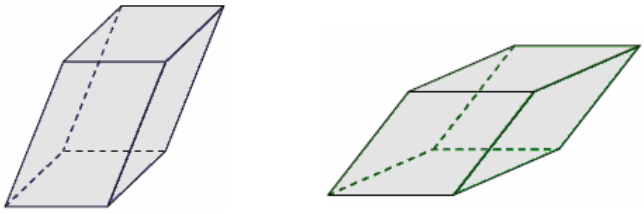
Prisma hexagonal



Prisma rectangular (Ortoedro)



Nota: un **paralelepípedo** es un prisma con 6 caras, todas y cada una de ellas paralelogramos, iguales y paralelas dos a dos. Tiene 12 aristas y 8 vértices.

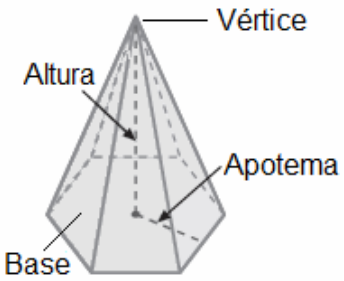


– Si todas las caras son rectángulos, entonces el paralelepípedo es un ortoedro. Así pues, el ortoedro es un caso particular de paralelepípedo.

– Si todas las caras son cuadrados, entonces el paralelepípedo es un cubo. Así pues, el cubo también es un caso particular de paralelepípedo.

C) Pirámides

Una **pirámide** es un poliedro en el que una de sus caras es un polígono cualquiera (**base**) y el resto de caras (**caras laterales**) son triángulos con un **vértice** en común.



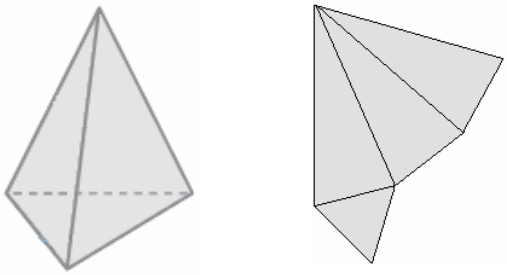
Se llama **altura** de la pirámide a la distancia del vértice al centro de la base.

Pirámide regular es la que tiene por base un polígono regular y su altura es perpendicular a la base. Las caras laterales de una pirámide regular son triángulos isósceles iguales.

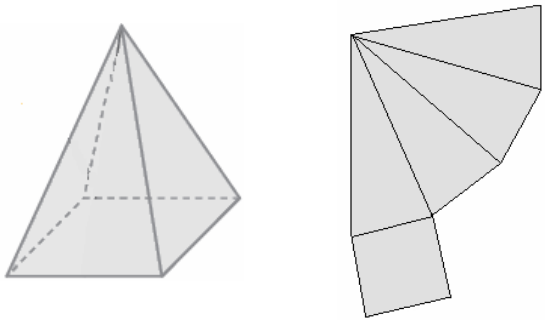
Superficie y volumen de una pirámide	
Superficie = Área lateral + Área de la base	Volumen = $\frac{(\text{Área de la base}) \cdot (\text{Altura})}{3}$

Según la forma de su base, una pirámide puede ser: triangular, cuadrangular, pentagonal...

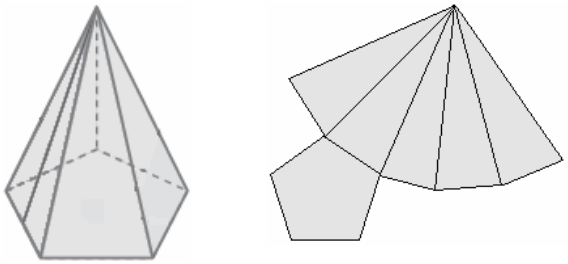
Pirámide triangular



Pirámide cuadrangular



Pirámide pentagonal



Fórmula de Euler

Uno de los resultados más importantes en el estudio de los poliedros se debe al matemático Leonhard Euler. La fórmula de Euler para poliedros afirma lo siguiente:
"En todo poliedro convexo con un número C de caras, un número A de aristas y un número V de vértices se cumple C + V − A = 2".

Poliedro convexo es aquel en el que dados dos puntos cualesquiera que se encuentran dentro del poliedro, el segmento que los une se encuentra también dentro del mismo.

	Tetraedro	Cubo	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
Caras (C)	4	6	8	12	20
Vértices (V)	4	8	6	20	12
Aristas (A)	6	12	12	30	30
C+V–A	2	2	2	2	2

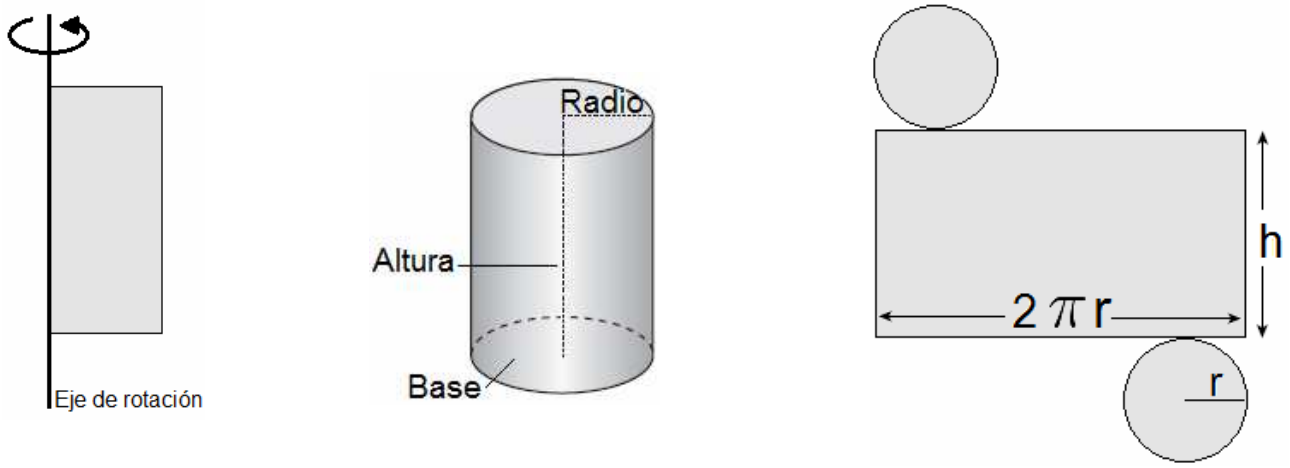
2. Cuerpos de revolución.

Un **cuerpo de revolución** es un sólido que se obtiene al girar una figura plana alrededor de un eje. Los cuerpos de revolución más importantes son tres: **cilindro**, **cono** y **esfera**.

A) Cilindro

Un **cilindro** es el cuerpo que se obtiene al girar un **rectángulo** alrededor de uno de sus lados.

Las **bases** de un cilindro son círculos. La **altura** del cilindro es la distancia entre las bases.



Superficie y volumen de un cilindro	
Superficie $= 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2$	Volumen $= \pi r^2 \cdot h$

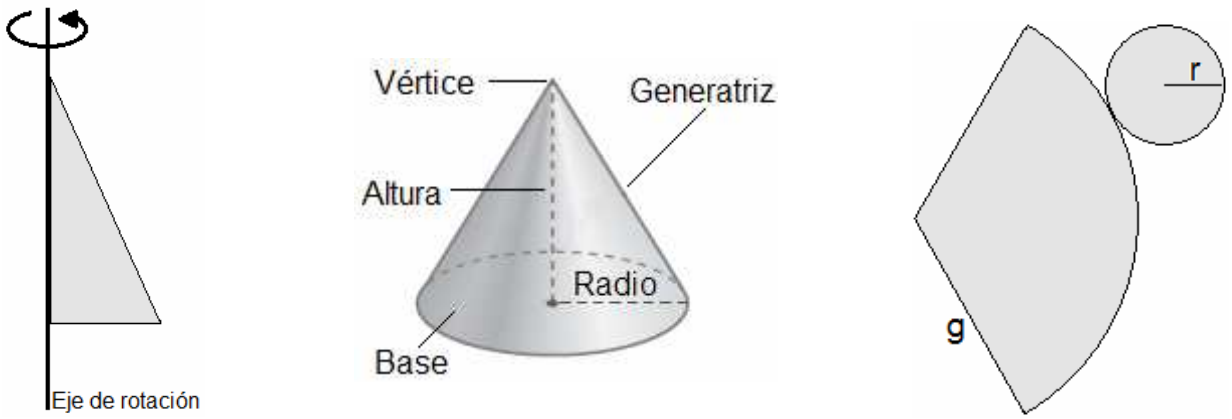
B) Cono

Un **cono** es el cuerpo que se obtiene al girar un **triángulo rectángulo** alrededor de uno de sus catetos. La **base** de un cono es un círculo.

La **generatriz** es la distancia del vértice a un punto cualquiera de la circunferencia de base.

La **altura** del cono es la distancia del vértice a la base.

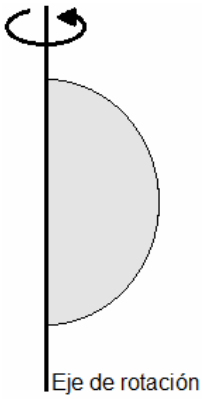
Radio (r), altura (h) y generatriz (g) están ligados por el teorema de Pitágoras: $g^2 = r^2 + h^2$

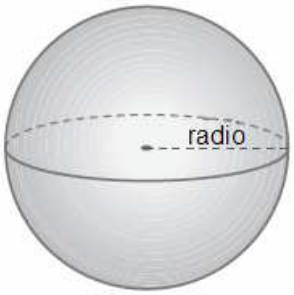


Superficie y volumen de un cono	
Superficie $= \pi r^2 + \pi rg$	Volumen $= \dfrac{\pi r^2 \cdot h}{3}$

C) Esfera

Una **esfera** es el cuerpo que se obtiene al girar un **semicírculo** alrededor de su diámetro.





Superficie y volumen de una esfera	
Superficie = $4\pi r^2$	Volumen = $\frac{4\pi r^3}{3}$

3. Coordenadas geográficas.

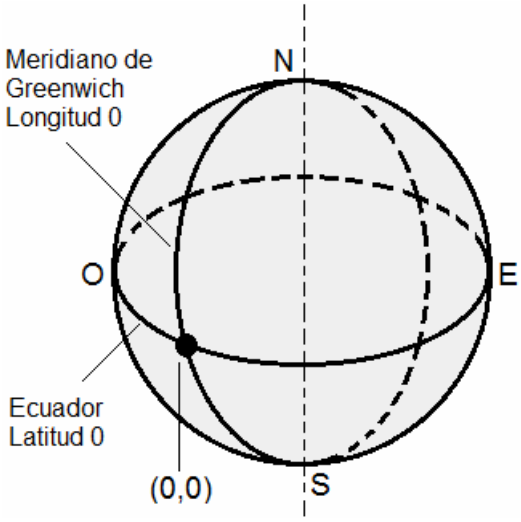
La Tierra tiene aproximadamente forma esférica, con un radio medio de 6 371 km. La Tierra gira alrededor de una recta imaginaria que se denomina **eje terrestre**.

Los **polos**, **Norte** y **Sur**, son los puntos de intersección del eje terrestre con la superficie de la Tierra.

Para determinar la posición de un punto sobre la superficie terrestre, se utiliza un sistema de referencia formado por líneas imaginarias llamadas **paralelos** y **meridianos**:

– Los **paralelos** son circunferencias contenidas en planos perpendiculares al eje terrestre.
El paralelo de referencia se llama **Ecuador**.

– Los **meridianos** son semicircunferencias cuyos extremos coinciden con los polos Norte y Sur, es decir, trazadas de polo a polo.
El meridiano de referencia es el **meridiano de Greenwich**.



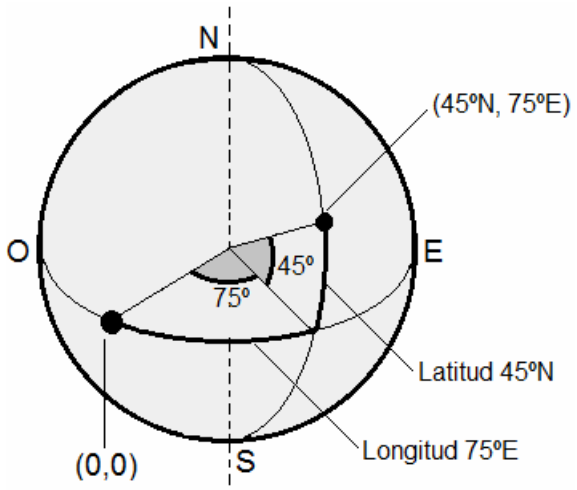
Cualquier punto P de la superficie terrestre queda determinado por dos valores alfanuméricos, llamados coordenadas geográficas: **latitud** y **longitud**. Tanto la latitud como la longitud son medidas angulares que se expresan en **grados sexagesimales**.

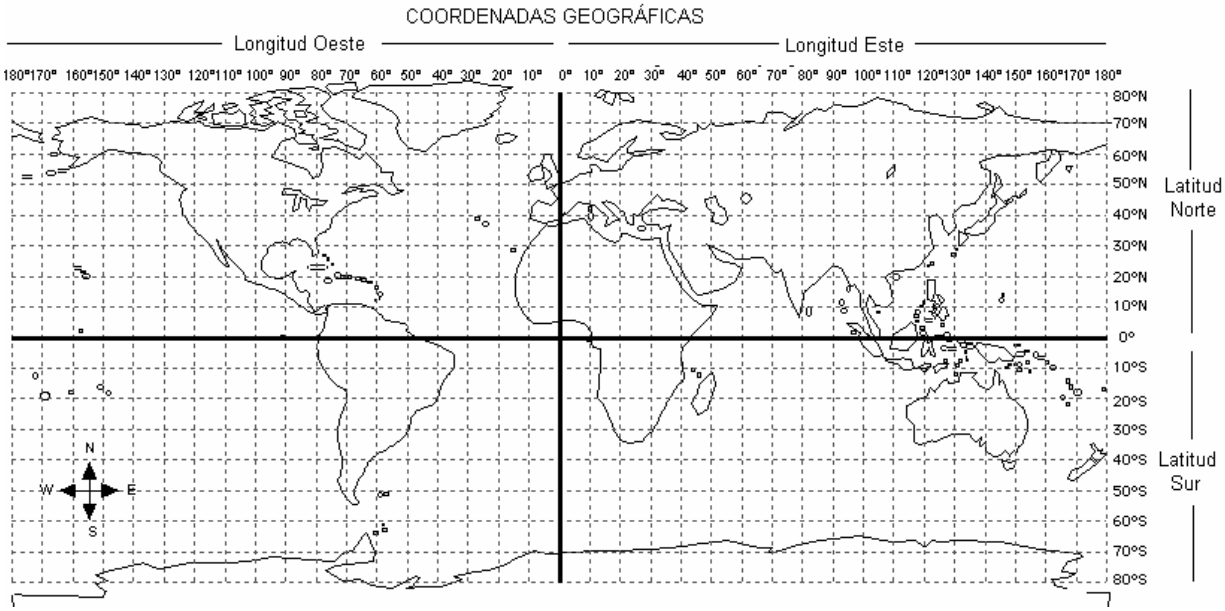
– La **latitud de P** es la medida del ángulo determinado por P y el Ecuador, medido sobre el meridiano que pasa por dicho punto. Su valor se halla comprendido entre 0º y 90º, bien sea en dirección Norte (N) o en dirección Sur (S).
Por lo tanto, todos los puntos ubicados sobre el mismo paralelo tienen la misma latitud.

Por ser el paralelo de referencia, al Ecuador le corresponde latitud 0º. En el extremo opuesto, al polo Norte corresponde latitud 90º N y al polo Sur corresponde latitud 90º S.

– La **longitud de P** es la medida del ángulo determinado por P y el meridiano de Greenwich, medido a lo largo del Ecuador. Su valor se halla comprendido entre 0º y 180º, bien sea en dirección Este (E) o en dirección Oeste (O).
Por lo tanto, todos los puntos ubicados sobre el mismo meridiano tienen la misma longitud.

Por ser el meridiano de referencia, al meridiano de Greenwich le corresponde longitud 0º.
Los polos Norte y Sur no tienen longitud.



Combinando estas dos medidas, se puede expresar la posición de cualquier punto de la superficie terrestre. Éstos son algunos ejemplos:

Lugar	Latitud	Longitud
San Fernando	36º 28´ 00´´ N	06º 12´ 00´´ O
Cádiz	36º 32´ 01´´ N	06º 17´ 58´´ O
Nueva York	40º 42´ 51´´ N	74º 00´ 21´´ O
Tokio	35º 41´ 22´´ N	139º 41´ 30´´ E
Sidney	33º 52´ 10´´ S	151º 12´ 30´´ E
Buenos Aires	34º 36´ 14´´ S	58º 22´ 54´´ O