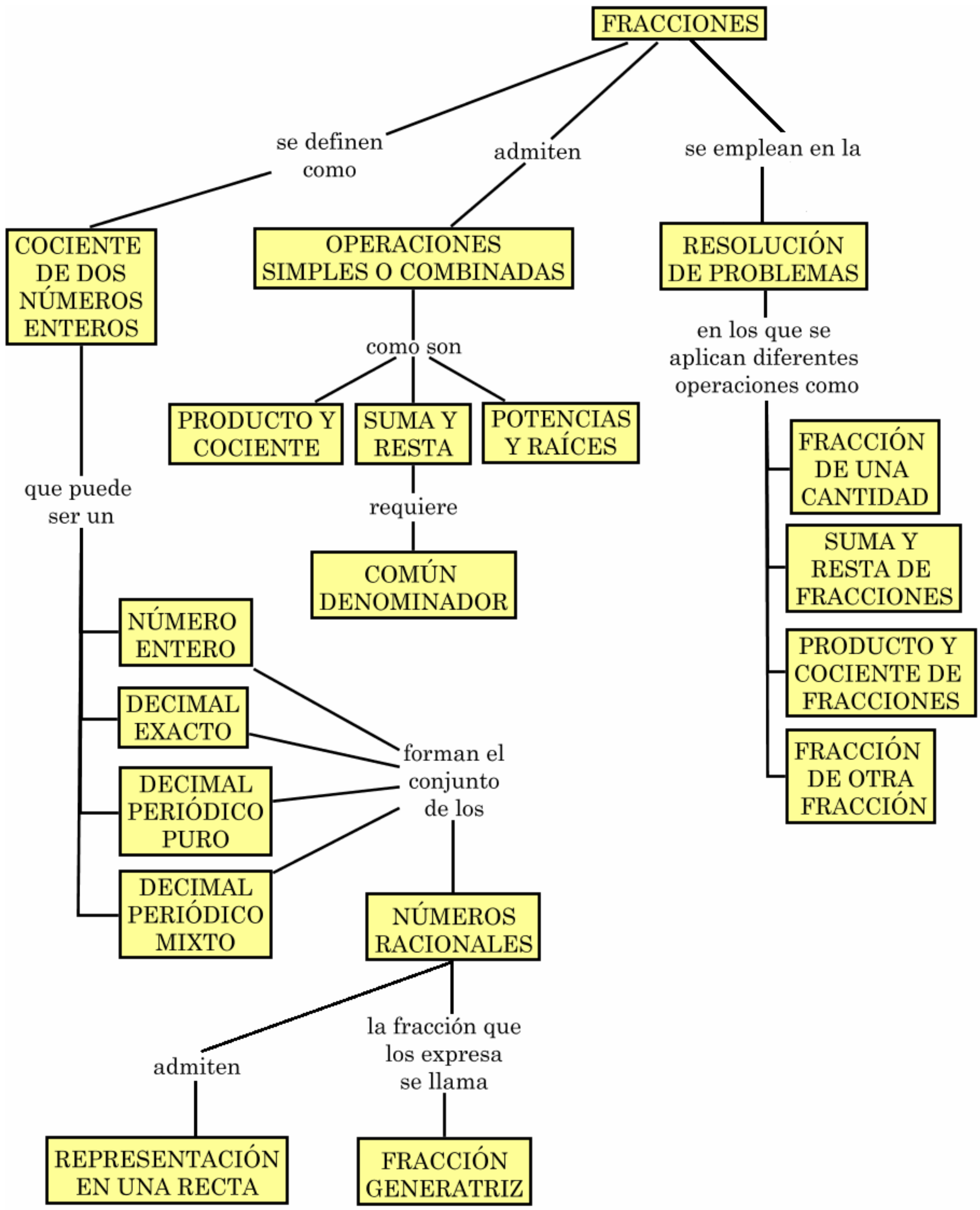
MAPA CONCEPTUAL DE LA UNIDAD



1. Fracciones.

Una **fracción** $\frac{m}{n}$ es el cociente indicado de dos números **m**, **n** $\in \mathbb{Z}$, siendo $n \neq 0$.

El número representado por **n** se llama **denominador** e indica el número de partes iguales en que se divide la unidad o todo.

El número representado por **m** se llama **numerador** e indica el número de esas partes que se toman.

Nota: se llama **inversa** de la fracción $\frac{m}{n}$ a la fracción $\frac{n}{m}$.

Por ejemplo, la fracción inversa de $\frac{3}{5}$ es la fracción $\frac{5}{3}$.

La fracción como operador sobre una cantidad

Para aplicar una fracción sobre una cantidad, se **multiplica** la cantidad **por el numerador** de la fracción y el resultado se **divide por el denominador**.

$$\frac{a}{b} \text{ de } C = \frac{a \cdot C}{b}$$

Ejemplo 1: una persona tiene ahorrados 10 000 € en su cuenta bancaria. Decide sacar tres cuartas partes de los mismos. ¿Cuánto dinero supone esta extracción(reintegro)?

$$\frac{3}{4} \text{ de } 10\,000 = \frac{3}{4} \cdot 10\,000 = \frac{3 \cdot 10\,000}{4} = \frac{30\,000}{4} = 7\,500 \text{ €}$$

Ejemplo 2: se ha vendido por 12 000 € una parcela que ocupa las tres séptimas partes de un terreno. Averiguar cuál es el precio del terreno en su totalidad.

$\frac{3}{7}$ del total del terreno cuestan 12 000 € $\Rightarrow$ $\frac{1}{7}$ del total cuesta 12 000 : 3 = 4 000 €

Luego el total es $\frac{7}{7} = 7 \cdot \frac{1}{7} =$ 7 · 4 000 = 28 000 $\Rightarrow$ el total del terreno cuesta 28 000 €

Signo de una fracción

a) Si el numerador y el denominador tienen distinto signo, entonces la **fracción** es **negativa**.

b) Si el numerador y el denominador tienen el mismo signo, entonces la **fracción** es **positiva**.

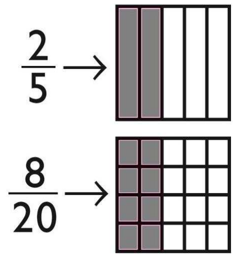
$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} \qquad \frac{-a}{-b} = \frac{+a}{+b} = +\frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

Fracciones equivalentes. Fracción irreducible

Dos fracciones son **equivalentes** si expresan la misma cantidad.

Si las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes, se escribe: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Ejemplo: $\frac{2}{5}$ y $\frac{8}{20}$ son equivalentes porque $\frac{2}{5} = 0{,}4$ y $\frac{8}{20} = 0{,}4$



a) **Para averiguar si dos fracciones son equivalentes** $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow a\cdot d = b\cdot c$

Ejemplo 1: $\frac{7}{5}=\frac{21}{15}$ ya que $7\cdot 15 = 5\cdot 21$ Ejemplo 2: $\frac{3}{4}\neq\frac{5}{6}$ ya que $3\cdot 6 \neq 4\cdot 5$

b) **Para obtener una fracción equivalente** a otra dada, basta con multiplicar (o dividir) el numerador y el denominador de la fracción dada por un mismo número distinto de cero.

$$\frac{a}{b}=\frac{k\cdot a}{k\cdot b} \quad \text{si } k\neq 0$$

Ejemplo 1: una fracción equivalente a la fracción $\frac{2}{3}$ es la fracción $\frac{2\cdot 5}{3\cdot 5}=\frac{10}{15}$

Ejemplo 2: una fracción equivalente a la fracción $\frac{16}{20}$ es la fracción $\frac{16:4}{20:4}=\frac{4}{5}$

c) **Simplificar una fracción** consiste en averiguar la **fracción equivalente irreducible**.

Para simplificar una fracción, se dividen sucesivamente numerador y denominador por un mismo número hasta obtener una fracción irreducible.

Ejemplo 1: para simplificar $\frac{8}{40}$, se hace $\frac{8:2}{40:2}=\frac{4}{20}=\frac{4:2}{20:2}=\frac{2}{10}=\frac{2:2}{10:2}=\frac{1}{5} \Rightarrow \frac{8}{40}=\frac{1}{5}$

Ejemplo 2: para simplificar $\frac{42}{6}$, se hace $\frac{42:2}{6:2}=\frac{21}{3}=\frac{21:3}{3:3}=\frac{7}{1}=7 \Rightarrow \frac{42}{6}=7$

Orden en las fracciones

Las fracciones se pueden ordenar utilizando sus expresiones decimales.

Ejemplo: ordenar de menor a mayor las fracciones $\frac{8}{5} \quad \frac{2}{3} \quad -\frac{9}{5} \quad \frac{1}{6} \quad -\frac{3}{4}$

$\frac{8}{5}=1{,}6 \quad \frac{2}{3}=0{,}666... \quad -\frac{9}{5}=-1{,}8 \quad \frac{1}{6}=0{,}1666... \quad -\frac{3}{4}=-0{,}75 \Rightarrow -\frac{9}{5}<-\frac{3}{4}<\frac{1}{6}<\frac{2}{3}<\frac{8}{5}$

2. Los números racionales.

Un **número racional** es aquel que se puede expresar en forma de fracción. Los términos "**número fraccionario**", "**número racional**" y "**fracción**" son similares.

El conjunto de los números **racionales** se representa por $\mathbb{Q}$. Este conjunto está formado por:

– Los números enteros
– Los números decimales exactos
– Los números decimales periódicos puros y periódicos mixtos

ya que estos números y sólo ellos se pueden expresar en forma de fracción (los enteros pueden expresarse en forma de fracción de denominador igual a uno).

Un caso aparte lo forman los números irracionales. Un **número irracional** es aquel que tiene un número infinito de cifras decimales no periódicas. Los números irracionales no se pueden expresar en forma de fracción.

Ejemplos: $\pi = 3{,}14159265...$ $\sqrt{2}=1{,}41421356...$ $\sqrt[3]{7}=1{,}9129311827...$

Relación de inclusión entre los números naturales, enteros y racionales

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

El símbolo $\subset$ se lee "está incluido en"

Naturales $\mathbb{N}$

Enteros negativos

Enteros $\mathbb{Z}$

Decimales exactos

Decimales periódicos

Racionales $\mathbb{Q}$

Ejemplo: indicar cuáles de los siguientes números son naturales, cuáles son enteros y cuáles son racionales: $8 \quad -2 \quad 3{,}26 \quad -1{,}666\ldots \quad \dfrac{15}{5} \quad \dfrac{-14}{5} \quad \pi$

$\mathbb{N} \quad 8 \quad \dfrac{15}{5}$

$\mathbb{Z} \quad 8 \quad \dfrac{15}{5} \quad -2$

$\mathbb{Q} \quad 8 \quad \dfrac{15}{5} \quad -2 \quad 3{,}26 \quad -1{,}666\ldots \quad \dfrac{-14}{5}$

8 es **natural**, **entero** y **racional**

15/5 es **natural**, **entero** y **racional** porque 15/5 = 3

–2 es **entero** y **racional** (no es natural)

3,26 es **racional** (no es entero ni natural) porque es **decimal exacto**.

–1,666… es **racional** (no es entero ni natural) porque es **decimal periódico puro**.

–14/5 es **racional** (no es entero ni natural) porque –14/5 = –2,8 que es **decimal exacto**.

¿Qué relación existe entre los números racionales y los números decimales?

Al dividir el numerador entre el denominador de una fracción, el resultado puede ser un número **entero**, un número decimal **exacto** o un número decimal **periódico** (**puro** o **mixto**).

A) Paso de fracción a decimal

1. Si no hay parte decimal, entonces la fracción es un número **entero**.

Ejemplos: $\dfrac{10}{5} = 2 \qquad \dfrac{-10}{5} = -2 \qquad \dfrac{-16}{4} = -4 \qquad \dfrac{3}{1} = 3$

2. Si la parte decimal tiene fin, entonces la fracción es un número decimal **exacto**.

Ejemplos: $\dfrac{3}{5} = 0{,}6 \qquad \dfrac{-19}{4} = -4{,}75 \qquad \dfrac{-5}{2} = -2{,}5$

0,8 –1,34 23,675 –14,6921 son números decimales exactos.

3. Si la parte decimal es un bloque de cifras (llamado **periodo**) que se repiten indefinidamente empezando **inmediatamente** después de la coma, entonces la fracción es un número decimal **periódico puro**.

Ejemplos: $\frac{4}{3}=1,333...=1,\widehat{3}$ $\qquad \frac{16}{9}=1,777...=1,\widehat{7}$ $\qquad -\frac{78}{33}=-2,363636...$

0,6666… –11,585858… 1,743743743… son números decimales periódicos puros porque el periodo comienza inmediatamente después de la coma.

4. Si en la parte decimal hay un bloque de cifras (llamado **periodo**) que se repiten indefinidamente empezando **no inmediatamente** después de la coma, entonces la fracción es un número decimal **periódico mixto**.

Ejemplo: $\frac{5}{6}=0,8333...=0,8\widehat{3}$ $\qquad \frac{-23}{18}=-1,2777...=-1,2\widehat{7}$ $\qquad \frac{61}{495}=0,1232323...$

0,85333… 11,32585858… –1,05437437… son números decimales periódicos mixtos porque el periodo **no** comienza inmediatamente después de la coma: entre la coma y el periodo hay otras cifras decimales, que reciben el nombre de **anteperiodo**.

B) Paso de decimal a fracción

Todos los números decimales exactos o periódicos se pueden expresar en forma de fracción. Se llama **fracción generatriz** de un número decimal a la fracción irreducible que lo expresa. El cálculo de la fracción generatriz puede clasificarse en tres casos:

Caso 1. Número decimal exacto

En el numerador se escriben todas las cifras del número sin la coma y en el denominador se escribe un uno seguido de tantos ceros como cifras haya después de la coma.

Ejemplos: $0,65=\frac{65}{100}=\frac{13}{20}$ $\qquad 1,375=\frac{1375}{1000}=\frac{11}{8}$

Caso 2. Número decimal periódico puro

Ejemplo: para hallar la fracción generatriz de 5,272727…, se llama N = 5,272727…

$$\begin{array}{rcl} 100N & = & 527,272727... \\ N & = & 5,272727... \quad - \\ \hline 99N & = & 522 \end{array} \Rightarrow N=\frac{522}{99}=\frac{58}{11} \Rightarrow 5,272727...=\frac{58}{11}$$

Caso 3. Número decimal periódico mixto

Ejemplo: para hallar la fracción generatriz de 1,8333…, se escribe N = 1,8333…

$$\begin{array}{rcl} 100N & = & 183,333... \\ 10N & = & 18,333... \quad - \\ \hline 90N & = & 165 \end{array} \Rightarrow N=\frac{165}{90}=\frac{11}{6} \Rightarrow 1,8333...=1,8\widehat{3}=\frac{11}{6}$$

Representación de números racionales en la recta numérica

Caso 1. Para el número racional $\frac{m}{n}$, si se cumple que **m < n**, se aplican los siguientes pasos:

P1. Se dibuja un segmento horizontal. Se señala el extremo izquierdo con el número 0 y el extremo derecho con el número 1. Éste será el segmento unidad.

P2. Desde el 0 se traza una semirrecta **r** oblicua al segmento unidad.

P3. Con un compás, desde el 0, se marcan **n** partes iguales en la semirrecta r.

P4. Con una regla, se traza el segmento que une el número 1 del segmento unidad con la última marca del compás de la semirrecta r.

P5. Con la escuadra y el cartabón, se trazan paralelas a este segmento que pasen por el resto de las marcas del compás y se señalan los puntos de corte de estas paralelas con el segmento unidad.

P6. En el segmento unidad, contando **m** puntos de corte desde el 0, se sitúa el número $\frac{m}{n}$.

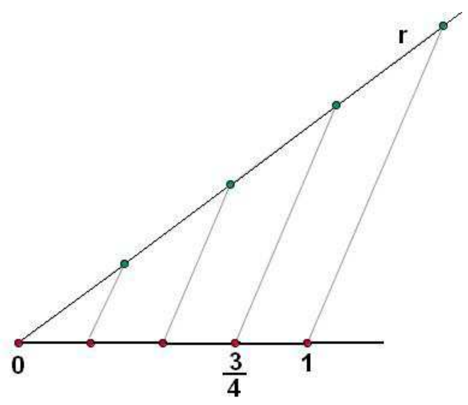
Caso 2. Para el número racional $\frac{m}{n}$, si se cumple que **m > n**, se aplican los siguientes pasos:

P0. Se descompone $\frac{m}{n}$ en la forma $\frac{m}{n} = q + \frac{r}{n}$, siendo $q \in \mathbb{N}$, $r < n$. De esta forma, el número $\frac{m}{n}$ estará situado entre los números **q** y **q+1**.

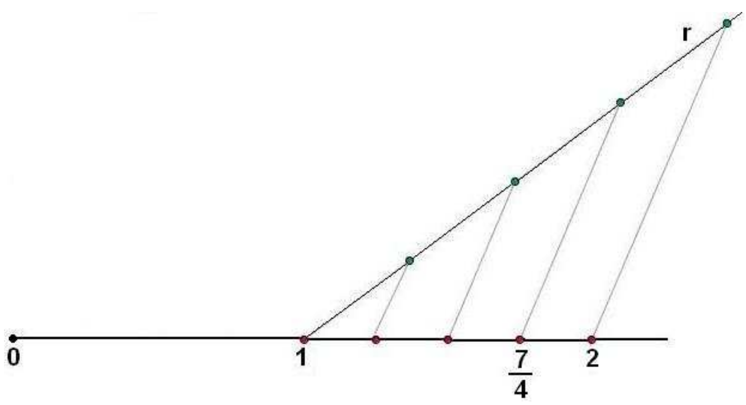
P1→P5. Tomando el segmento comprendido entre los números **q** y **q+1** como segmento unidad, se aplican los cinco primeros pasos del procedimiento anterior al número $\frac{r}{n}$.

P6. En el segmento comprendido entre los números **q** y **q+1**, contando **r** puntos de corte desde el número **q**, se sitúa el número racional $\frac{m}{n}$.

<u>Ejemplo 1</u>: número racional $\frac{3}{4}$



<u>Ejemplo 2</u>: número racional $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$



3. Operaciones con fracciones.

A) Suma y resta de fracciones

Para s**umar (o restar) fracciones** con el mismo denominador, se deja el mismo denominador y se suman (o restan) los numeradores.

Para **sumar (o restar) fracciones** con distinto denominador, previamente hay que reducir las fracciones a común denominador y a continuación sumar (o restar) los numeradores.

Ejemplo 1: $\frac{1}{2}+\frac{7}{5}-3=\frac{5}{10}+\frac{14}{10}-\frac{30}{10}=-\frac{11}{10}$ Ejemplo 2: $1+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}=\frac{12}{12}+\frac{8}{12}-\frac{9}{12}=\frac{11}{12}$

B) Producto y cociente de fracciones

Producto de fracciones: $\frac{A}{B}\cdot\frac{C}{D}=\frac{A\cdot C}{B\cdot D}$

Ejemplo 1: $\left(-\frac{5}{7}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)=+\frac{5\cdot 3}{7\cdot 5}=\frac{15}{35}=\frac{3}{7}$ Ejemplo 2: $\frac{5}{7}\cdot(-14)=\frac{5}{7}\cdot\frac{-14}{1}=\frac{-70}{7}=-10$

Cociente de fracciones: $\frac{A}{B}:\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\cdot\frac{D}{C}=\frac{A\cdot D}{B\cdot C}$

Ejemplo 1: $\frac{3}{5}:\left(\frac{-6}{7}\right)=\frac{3\cdot 7}{5\cdot(-6)}=\frac{21}{-30}=-\frac{7}{10}=\frac{-7}{10}$ Ejemplo 2: $\frac{3}{5}:6=\frac{3}{5}:\frac{6}{1}=\frac{3\cdot 1}{5\cdot 6}=\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$

Jerarquía de las operaciones

En un ejercicio con operaciones combinadas y con paréntesis, hay que seguir un determinado orden llamado jerarquía de las operaciones y es el siguiente:

1. Se realizan las operaciones que aparezcan dentro de los paréntesis.
2. Se realizan las potencias o/y raíces.
3. Se realizan los productos o/y divisiones.
4. Se realizan las sumas o/y restas.

Ejemplo 1: $2+\frac{1}{3}:\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{9}{4}-2\right)=2+\frac{2}{9}-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}=2+\frac{2}{9}-\frac{2}{12}=\frac{2}{1}+\frac{2}{9}-\frac{1}{6}=\frac{36}{18}+\frac{4}{18}-\frac{3}{18}=\frac{37}{18}$

Ejemplo 2: $\left(2+\frac{1}{3}\right):\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{4}-2=\frac{7}{3}:\frac{3}{2}-\frac{18}{12}-2=\frac{14}{9}-\frac{3}{2}-\frac{2}{1}=\frac{28}{18}-\frac{27}{18}-\frac{36}{18}=\frac{-35}{18}$

4. Problemas con fracciones.

Problema 1. Una persona quiere sacar 3 900 € de su cuenta bancaria, cantidad que equivale a tres onceavos del total del dinero que tiene ahorrado. ¿Cuánto dinero tiene ahorrado?

$\frac{3}{11}$ del total ahorrado son 3 900 $\Rightarrow$ $\frac{1}{11}$ del total ahorrado es 3 900 : 3 = 1 300

Luego el total es $\frac{11}{11}=11\cdot\frac{1}{11}=$ 11 · 1 300 = 14 300 $\Rightarrow$ tiene ahorrados 14 300 €

Problema 2. Una persona quiere dedicar la mitad de su tiempo libre a hacer deporte, y en particular, las tres quintas partes de este tiempo a practicar natación. ¿Qué fracción de su tiempo libre dedicará a la natación?

$\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{2} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{3}{10}$ $\Rightarrow$ A la natación dedica $\frac{3}{10}$ de su tiempo libre.

Problema 3. Un agricultor siembra un quinto de su huerta de tomates y dos tercios de pimientos. La huerta tiene 750 m^2. ¿Qué fracción del terreno queda sin sembrar?
¿Qué superficie de terreno queda sin sembrar?

Solución: la fracción que siembra es $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{13}{15}$

$\frac{15}{15} - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$ $\Rightarrow$ la fracción que queda sin sembrar es $\frac{2}{15}$

$\frac{2}{15}$ de 750 = $\frac{2 \cdot 750}{15} = 100$ $\Rightarrow$ quedan sin sembrar 100 m^2

Problema 4. Un agricultor siembra un quinto de su huerta de tomates y dos tercios de pimientos. Le quedan aún 100 m^2 sin sembrar. ¿Cuál es la superficie total de la huerta?

Solución: la fracción que siembra es $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \frac{13}{15}$

$\frac{15}{15} - \frac{13}{15} = \frac{2}{15}$ $\Rightarrow$ la fracción que queda sin sembrar es $\frac{2}{15}$

$\frac{2}{15}$ de la superficie total ocupan 100 $\Rightarrow$ $\frac{1}{15}$ de la superficie total ocupa 100 : 2 = 50

Luego el total = $\frac{15}{15}$ son $50 \cdot 15 = 750$ $\Rightarrow$ la superficie total es 750 m^2

Problema 5. Un frasco de perfume tiene una capacidad de $\frac{7}{24}$ de litro. ¿Cuántos litros se necesitan para llenar 12 frascos?

Solución: $\frac{7}{24} \cdot 12 = \frac{84}{24} = \frac{7}{2} = 3{,}5$ $\Rightarrow$ se necesitan 3,5 litros (tres litros y medio)

Problema 6. Con tres litros y medio de perfume se llenan 12 frascos iguales. ¿Cuál es la capacidad de un frasco?

Solución: se transforma 3,5 en fracción $\Rightarrow$ $3{,}5 = \frac{35}{10} = \frac{7}{2}$

$\frac{7}{2} : 12 = \frac{7}{2} : \frac{12}{1} = \frac{7}{24}$ $\Rightarrow$ la capacidad de un frasco es $\frac{7}{24}$ de litro

Problema 7. Un frasco de perfume tiene una capacidad de $\frac{7}{24}$ de litro. ¿Cuántos frascos se llenan con tres litros y medio de perfume?

Solución: se transforma 3,5 en fracción $\Rightarrow$ $3{,}5 = \frac{35}{10} = \frac{7}{2}$

$\frac{7}{2} : \frac{7}{24} = \frac{168}{14} = 12$ $\Rightarrow$ se llenan 12 frascos

Problema 8. De un depósito de 90 000 litros de agua que estaba lleno, se han extraído dos tercios de su contenido por la mañana y por la tarde, tres quintos de lo que quedaba. ¿Qué fracción de depósito queda al final del día? ¿Cuántos litros quedan al final?

Solución: por la mañana se extraen $\frac{2}{3}$ del total $\Rightarrow$ queda $\frac{1}{3}$ del total

Por la tarde se extraen $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{3}$ del total $\Rightarrow$ quedan $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{3}$ del total $= \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3} = \frac{2}{15}$

$\Rightarrow$ quedan $\frac{2}{15}$ del depósito

$\frac{2}{15}$ de 90 000 = $\frac{2\cdot 90000}{15} = 12000$ $\Rightarrow$ quedan en el depósito 12 000 litros

Problema 9. De un depósito de agua que estaba lleno, se han extraído dos tercios de su contenido por la mañana y por la tarde, tres quintos de lo que quedaba. Al final del día aún quedan 12 000 litros. ¿Cuál es la capacidad total del depósito?

Solución: por la mañana se extraen $\frac{2}{3}$ del total $\Rightarrow$ queda $\frac{1}{3}$ del total

Por la tarde se extraen $\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{3}$ del total $\Rightarrow$ quedan $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{3}$ del total $= \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3} = \frac{2}{15}$

$\Rightarrow$ quedan $\frac{2}{15}$ del depósito

$\frac{2}{15}$ de la capacidad total son 12 000 $\Rightarrow$ $\frac{1}{15}$ de la capacidad total son 12 000 : 2 = 6 000

Luego el total = $\frac{15}{15}$ son 6 000 · 15 = 90 000 $\Rightarrow$ la capacidad total es 90 000 litros

5. Notación científica de un número.

Potencias de base diez y exponente entero positivo

Una potencia del tipo 10^n equivale a un número formado por un **1** seguido de **n** ceros.

$10^1 = 10$ $\quad 10^2 = 100$ $\quad 10^3 = 1\,000$ $\quad 10^4 = 10\,000$ $\quad 10^5 = 100\,000$

$10^6 = 1\,000\,000$ es un millón $\quad 10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$ es un billón

$10^{18} = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000$ es un trillón

$10^{24} = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$ es un cuatrillón ...

$10^{30} = 1\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$ es un quintillón ...

Potencias de base diez y exponente entero negativo

$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$ = 1 décima $\quad 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$ = 1 centésima

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$ = 1 milésima $\quad 10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0{,}0001$ = 1 diezmilésima

$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100000} = 0{,}00001$ = 1 cienmilésima

$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1000000} = 0{,}000001$ = 1 millonésima

$10^{-9} = \frac{1}{10^9} = \frac{1}{1000000000} = 0{,}000000001$ = 1 milmillonésima

$10^{-12} = \frac{1}{10^{12}} = \frac{1}{1000000000000} = 0{,}000000000001$ = 1 billonésima

La **notación científica** de un número es su expresión como **producto** de un **número decimal con parte entera comprendida entre 1 y 9** por una **potencia de base diez y exponente entero**.

La notación científica se suele utilizar para expresar **números extraordinariamente pequeños** o **extraordinariamente grandes**.

Ejemplo 1: el tamaño de un glóbulo rojo es aprox. 0,0000075 mm = $7{,}5 \cdot 10^{-6}$ mm

Ejemplo 2: el tamaño de un virus es aprox. 0,00000002 cm = $2{,}0 \cdot 10^{-8}$ cm

Ejemplo 3: la distancia media de la Tierra al Sol es aprox. 149 600 000 000 = $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m

Ejemplo 4: la velocidad de la luz es casi 300 000 000 = $3{,}0 \cdot 10^{8}$ m/s

<u>Anexo. Obtención de la raíz cuadrada de un número decimal sin calculadora.</u>

<u>Ejemplo</u>: calcular la raíz cuadrada de 645,7 dando el resultado con una cifra decimal.

<table>
<tr><td>$\sqrt{6\ 45,\ 70}$</td><td></td><td>Contando a partir de la coma, hacia la izquierda y hacia la derecha, se forman grupos de dos cifras.
Si el último grupo solo tiene una cifra, se le añade un cero a la derecha.</td></tr>
<tr><td>$\sqrt{6\ 45,\ 70}$
-4
2</td><td>2</td><td>Nos fijamos en el primer grupo de cifras empezando por la izquierda, en este caso 6.
Se halla un número cuyo cuadrado se acerque lo máximo posible a 6 sin pasarnos.
Ése número es 2, porque $2^2 = 4$ y $3^2 = 9$. Así que ya se puede añadir 2 como 1ª cifra del resultado.
A 6 se le resta $2^2 = 4$, obteniéndose $6 – 4 = 2$.</td></tr>
<tr><td>$\sqrt{6\ 45,\ 70}$
-4
$2\ 45$</td><td>2
4</td><td>Se baja el siguiente grupo de dos cifras, en este caso 45, al lado del 2, formando el número 245.

Por otra parte, anotamos el doble de la primera cifra del resultado, en este caso el doble de 2, que es 4.</td></tr>
<tr><td>$\sqrt{6\ 45,\ 70}$
-4
$2\ 45$
$-2\ 25$
20</td><td>25
$45 \cdot 5 = 225$</td><td>Se halla la mayor cifra, en este caso 5, que colocada a la derecha del doble obtenido 4 y multiplicada por este número, 45, se acerque lo máximo posible a 245 sin pasarnos.

Como $45 \cdot 5 = 225 < 245$ y $46 \cdot 6 = 276 > 245$, la cifra buscada es 5, que ya puede añadirse como 2ª cifra del resultado.
A 245 se le resta 225, obteniéndose $245 – 225 = 20$.</td></tr>
<tr><td>$\sqrt{6\ 45,\ 70}$
-4
$2\ 45$
$-2\ 25$
$20\ 70$</td><td>25,
$45 \cdot 5 = 225$</td><td>Se baja el siguiente grupo de dos cifras, en este caso 70, al lado del 20, formando el número 2 070.

Como 70 es el primer grupo de cifras decimales, debemos añadir la coma tras la última cifra del resultado, 25.</td></tr>
<tr><td>$\sqrt{6\ 45,\ 70}$
-4
$2\ 45$
$-2\ 25$
$20\ 70$
$-20\ 16$
54</td><td>25, 4
$45 \cdot 5 = 225$
$504 \cdot 4 = 2016$</td><td>Anotamos el doble del resultado obtenido hasta ahora, en este caso el doble de 25, que es 50.

Nuevamente, se halla la mayor cifra, en este caso 4, que colocada a la derecha del doble obtenido 50 y multiplicada por éste número, 504, se acerque lo máximo posible a 2 070 sin pasarnos.
Como $504 \cdot 4 = 2\ 016 < 2\ 070$ y $505 \cdot 5 = 2\ 525 > 2\ 070$, la cifra buscada es 4, que ya puede añadirse como la siguiente cifra del resultado.

A 2 070 se le resta 2 016, obteniéndose $2\ 070 – 2016 = 54$</td></tr>
</table>

Por lo tanto, el resultado es 25,4 y el resto es 0,54. Se escribe $\sqrt{645{,}7} \cong 25{,}4$

Prueba de la raíz cuadrada: $r^2 + R = n$, siendo **n** el número al que se le calcula la raíz, **r** la raíz obtenida y **R** el resto. En el ejemplo anterior, $(25{,}4)^2 + 0{,}54 = 645{,}7$

<u>Nota</u>: si se quiere calcular la raíz cuadrada de un número decimal dando el resultado con más cifras decimales, **se añaden tantas parejas de ceros como cifras decimales de más se deseen en el resultado**.