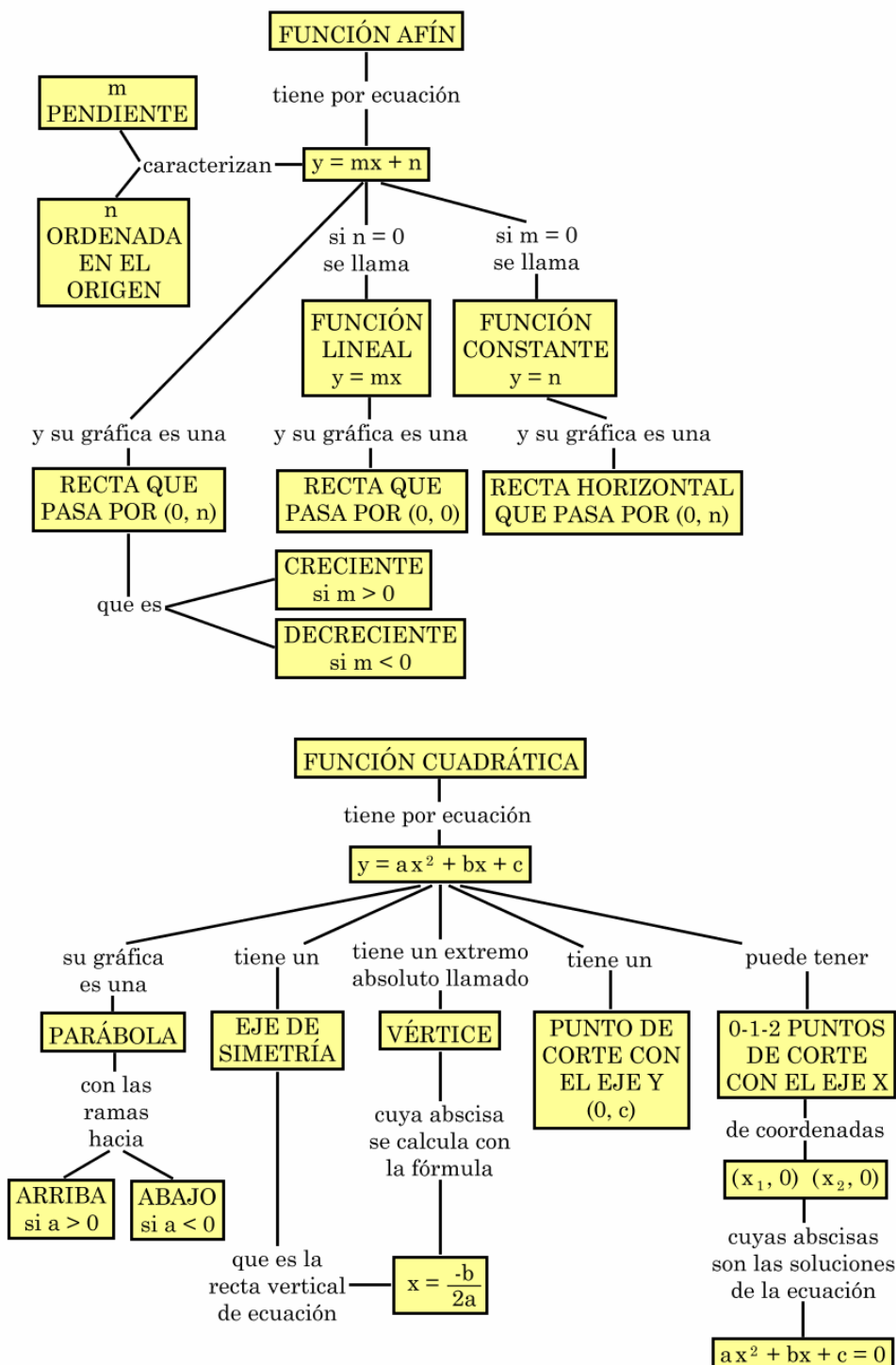


MAPA CONCEPTUAL DE LA UNIDAD



1. Función lineal.

Se llama **función lineal o de proporcionalidad directa** a la que tiene por expresión analítica $y = mx$ donde $m \in \mathbb{R}$, $m \neq 0$, es decir, aquella en la que las variables x e y son directamente proporcionales.

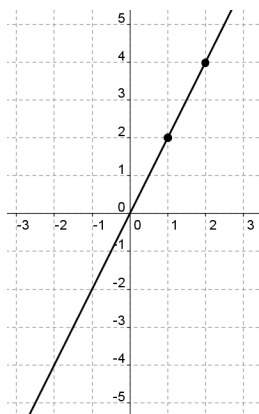
La gráfica de toda función lineal es una **línea recta que pasa por (0, 0)** y cuya inclinación viene determinada por el número m , llamado **pendiente**.

La pendiente m indica el número de unidades que sube o baja la variable y por cada unidad que la variable x se desplaza a la derecha:

- si $m > 0$ entonces la gráfica es una recta creciente
- si $m < 0$ entonces la gráfica es una recta decreciente

Para averiguar la pendiente m de una función lineal, basta elegir un punto (a, b) cualquiera de la recta (que no sea el punto $(0, 0)$) y calcular $m = \frac{b}{a}$

Ejemplo 1:



Esta gráfica corresponde a una función lineal ya que es una línea recta que pasa por el punto $(0, 0)$

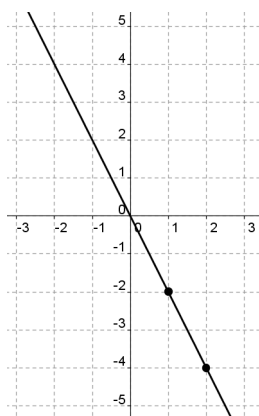
Como es una recta creciente, su pendiente tiene signo positivo.

Para averiguar la pendiente m se puede elegir el punto $(2, 4)$.

$$\text{Se calcula } m = \frac{4}{2} = 2$$

Por lo tanto, su expresión analítica es $y = 2x$

Ejemplo 2:



Esta gráfica corresponde a una función lineal ya que es una línea recta que pasa por el punto $(0, 0)$

Como es una recta decreciente, su pendiente tiene signo negativo.

Para averiguar la pendiente m se puede elegir el punto $(2, -4)$.

$$\text{Se calcula } m = \frac{-4}{2} = -2$$

Por lo tanto, su expresión analítica es $y = -2x$

2. Función afín.

Se llama **función afín** o **polinómica de primer grado** a la que tiene por expresión analítica $y = mx + n$, donde $m, n \in \mathbb{R}$, $m \neq 0$.

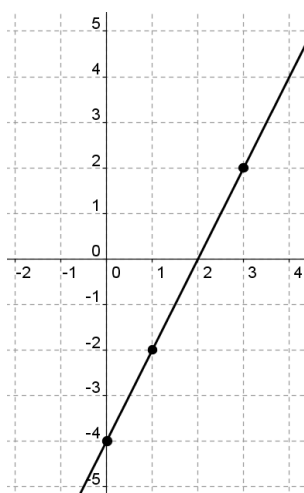
La gráfica de toda función afín es una **línea recta que pasa por el punto (0, n)** y cuya inclinación viene determinada por el número representado por la letra **m**, llamado **pendiente**.

El número representado por la letra **n** se llama **ordenada en el origen** e indica el punto de corte de la recta con el eje Y.

Para averiguar la pendiente **m** de una función afín, hay que elegir dos puntos $P(a, b)$ y $Q(c, d)$ cualesquiera de la recta y calcular $m = \frac{d - b}{c - a}$

Para averiguar la ordenada en el origen **n**, basta con obtener el punto de corte de la recta con el eje Y.

Ejemplo 1:



Esta gráfica corresponde a una función afín ya que es una línea recta que no pasa por el punto (0, 0).

Como es creciente, su pendiente tiene signo positivo.

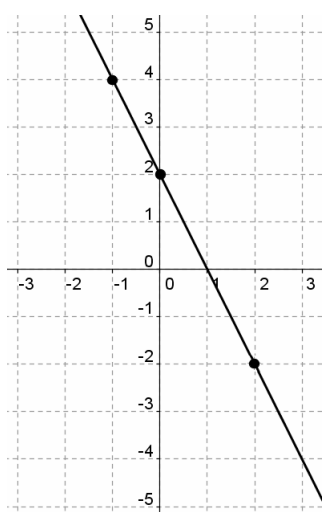
Para averiguar la pendiente m se pueden elegir los puntos $P(1, -2)$ y $Q(3, 2)$

$$\text{Se calcula } m = \frac{2 - (-2)}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow m = 2$$

Como pasa por el punto (0, -4), su ordenada en el origen es -4

Por lo tanto, su expresión analítica es **$y = 2x - 4$**

Ejemplo 2:



Esta gráfica corresponde a una función afín ya que es una línea recta que no pasa por el punto (0, 0).

Como es decreciente, su pendiente tiene signo negativo.

Para averiguar la pendiente m se pueden elegir los puntos $P(-1, 4)$ y $Q(2, -2)$

$$\text{Se calcula } m = \frac{-2 - 4}{2 - (-1)} = \frac{-6}{3} = -2 \Rightarrow m = -2$$

Como pasa por el punto (0, 2), su ordenada en el origen es 2

Por lo tanto, su expresión analítica es **$y = -2x + 2$**

Nota: obsérvese que dos rectas paralelas tienen la misma pendiente.

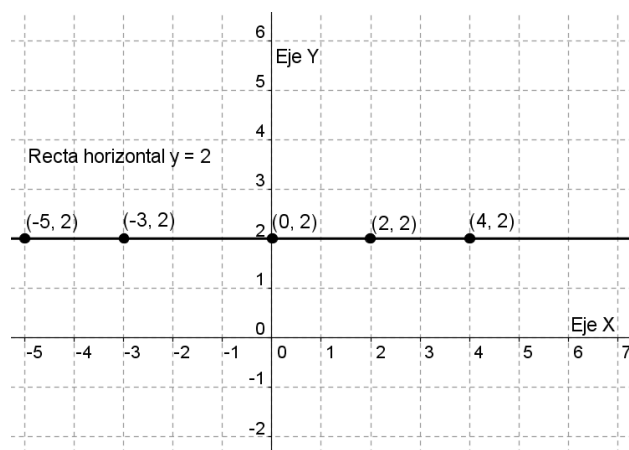
Nota: la función lineal es un caso particular de la función afín en la que la ordenada en el origen es $n = 0$.

Función constante

Se llama **función constante** a la que tiene por expresión analítica $y = k$, donde $k \in \mathbb{R}$. Gráficamente, representa al conjunto de todos los puntos cuya segunda coordenada es igual al número k , es decir, una **recta horizontal** que pasa por el punto $(0, k)$.

Una función constante puede interpretarse como una **función afín de pendiente cero**.

Ejemplo: la recta horizontal $y = 2$ pasa por todos los puntos cuya segunda coordenada es 2.



Un ejemplo de función constante es la tarifa telefónica plana, en la que la factura mensual es siempre la misma con independencia del tiempo de consumo que se realice.

Otro ejemplo es el valor de la entrada a un espectáculo, un museo ... en el que el precio no varía con el tiempo de asistencia dentro de una jornada. El precio es siempre el mismo con independencia del tiempo de que se esté durante el día.

3. Función cuadrática o polinómica de segundo grado.

Se llama **función cuadrática o polinómica de segundo grado** a la que tiene por expresión analítica $y = ax^2 + bx + c$, donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Salvo restricción impuesta en el enunciado o consecuencia del contexto, **el dominio de una función polinómica es todo $\mathbb{R}$** .

La **gráfica** de toda función cuadrática es una curva llamada **parábola**. Ésta siempre tiene un extremo relativo (y absoluto) llamado **vértice**, cuya abscisa es $x_v = \frac{-b}{2a}$.

Si $a > 0$, la parábola tiene sus ramas **hacia arriba** y el **vértice** es el **mínimo absoluto**.

Si $a < 0$, la parábola tiene sus ramas **hacia abajo** y el **vértice** es el **máximo absoluto**.

Una parábola **puede cortar al eje X** en **dos puntos** diferentes, tocarlo **en un solo punto** o no tocarlo en **ninguno**. Para averiguarlo, se resuelve la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$

- 1) Si tiene dos soluciones x_1, x_2 entonces hay **dos puntos de corte** que son $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$
- 2) Si tiene una única solución x_1 , entonces hay **un punto de tangencia** que es $(x_1, 0)$
- 3) Si no tiene solución, entonces **no hay contacto alguno**.

Una parábola **corta al eje Y** en un único punto, que es $(0, c)$

La parábola tiene un **eje de simetría**, que es la recta vertical que pasa por el vértice, es decir, la recta de ecuación $x = \frac{-b}{2a}$.

Además de todo lo dicho, para representar graficamente una parábola con mayor precisión, se pueden calcular algunos puntos por los que pasa, a derecha e izquierda del vértice.

Ejemplo 1: para representar graficamente la función $y = x^2 - 2x - 3$, se hace lo siguiente:

Los coeficientes son: $a = 1$, $b = -2$, $c = -3$

Como $a = 1 > 0$, la parábola tiene sus ramas hacia arriba y el vértice es el mínimo absoluto.

La abscisa del vértice es $x_v = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$

La ordenada del vértice es $y_v = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$

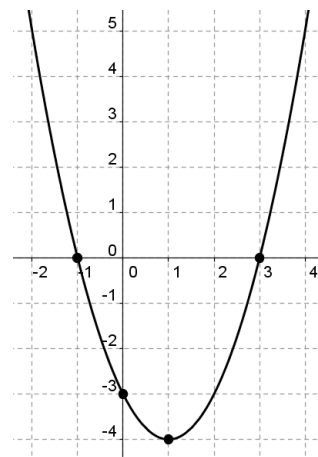
Así pues, el vértice es el punto $(1, -4)$ y la recta $x = 1$ es el eje de simetría.

El punto de corte con el eje Y es el punto $(0, -3)$

Se resuelve la ecuación $x^2 - 2x - 3 = 0$

$$x = \frac{+2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{+2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{+2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{+2 \pm 4}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Por lo tanto, los puntos de corte con el eje X son los puntos $(3, 0)$ y $(-1, 0)$



Ejemplo 2: para representar graficamente la función $y = -x^2 + 2x + 3$, se hace lo siguiente:

Los coeficientes son: $a = -1$, $b = 2$, $c = 3$

Como $a = -1 < 0$, la parábola tiene sus ramas hacia abajo y el vértice es el máximo absoluto.

La abscisa del vértice es $x_v = \frac{-2}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$

La ordenada del vértice es $y_v = -1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = -1 + 2 + 3 = 4$

Así pues, el vértice es el punto $(1, 4)$ y la recta $x = 1$ es el eje de simetría.

El punto de corte con el eje Y es el punto $(0, 3)$

Se resuelve la ecuación $-x^2 + 2x + 3 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{-2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{-2} = \frac{-2 \pm 4}{-2} = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Por lo tanto, los puntos de corte con el eje X son los puntos $(3, 0)$ y $(-1, 0)$

