DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.

MATEMÁTICAS DE 3ºESO.

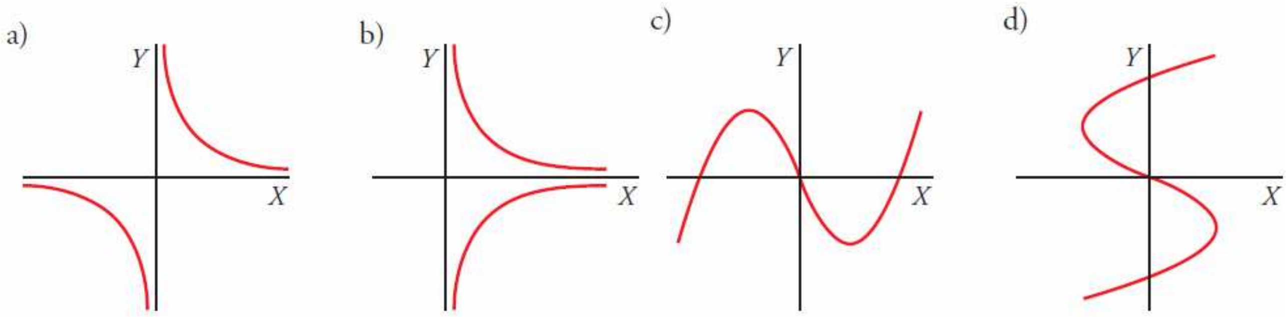
UNIDAD 9. FUNCIONES.

IES LA BAHIA

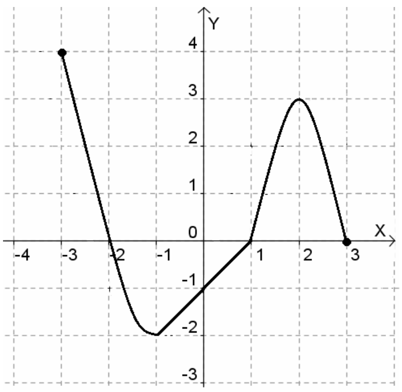
ACTIVIDADES

1. Concepto de función.

1. Responder razonadamente si las siguientes gráficas corresponden a funciones o no:



2. La siguiente gráfica corresponde a una función y = f(x).



a) A partir de la gráfica, rellenar la siguiente tabla de valores:

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y							

b) ¿Cuál es el origen de –2?

c) ¿Tiene imagen x = –4? ¿Tiene origen y = –3?

3. Para la función f(x) = –3x+2, calcular:

a) la imagen de cada uno de los siguientes valores: –2, –1, 0, 1, 2

b) el origen de cada uno de los siguientes valores: 8, 5, 2, –1, –4

4. Hallar las imágenes de –3, –2, 0, 1 y 2 para las siguientes funciones:

a) $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ b) $g(x) = \dfrac{3x+6}{x-1}$ c) $h(x) = \dfrac{4}{x}$

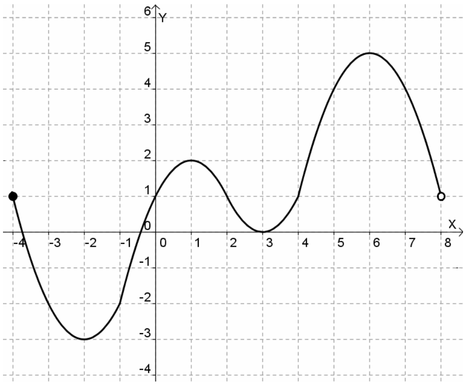
5. Para la función $f(x) = \sqrt{x+3}$, calcular:

a) $f(1)$, $f(0)$, $f\left(\dfrac{-26}{9}\right)$ y $f(-4)$ b) $f^{-1}(3)$, $f^{-1}(5)$ y $f^{-1}\left(\dfrac{2}{3}\right)$

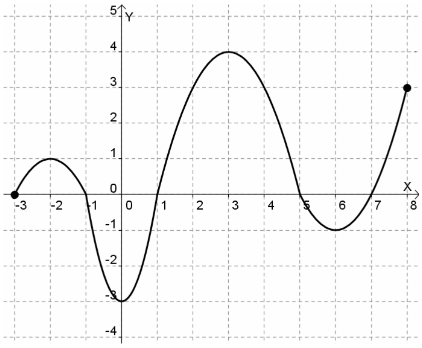
2. Dominio y recorrido de una función.

6. Averiguar el dominio y el recorrido de cada una de las siguientes funciones:

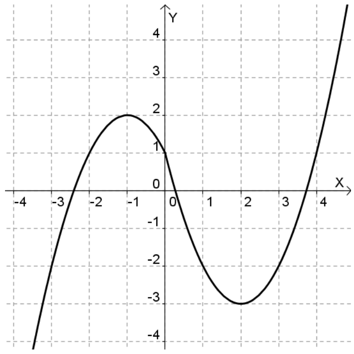
Gráfica 1



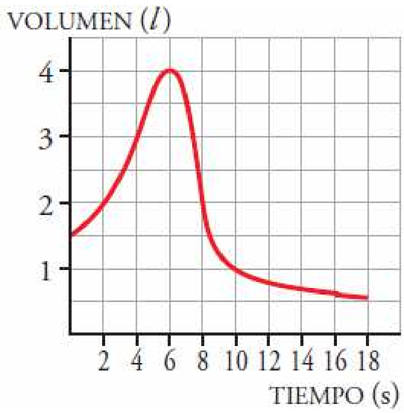
Gráfica 2



Gráfica 3



7. Para medir la capacidad espiratoria de los pulmones, se hace una prueba que consiste en inspirar al máximo y después, espirar tan rápido como se pueda en un aparato llamado espirómetro. Esta gráfica indica el volumen de aire que entra y sale de los pulmones:



a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

b) Indicar el dominio y el recorrido.

c) ¿Cuál es la capacidad máxima de los pulmones de esta persona? ¿En qué instante se alcanzó?

d) ¿Cuál es el volumen de aire a los 10 s de iniciarse la prueba?

e) ¿Cuál es el volumen de aire en el momento inicial?

f) ¿En qué instante el volumen de aire fue de 3 litros?

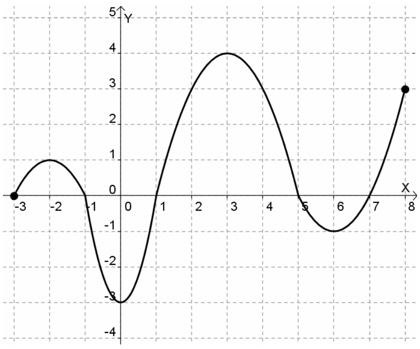
3. Puntos de corte de una gráfica con los ejes.

8. Dadas las siguientes funciones, hallar sus puntos de corte con los ejes de coordenadas:

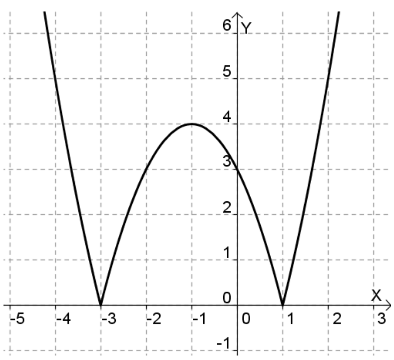
a) $f(x) = x^2 + 2x - 8$ b) $f(x) = 3x - 8$ c) $f(x) = \dfrac{x}{x+3}$

9. Hallar el dominio, el recorrido y las coordenadas de los puntos de corte con los ejes de cada una de las siguientes funciones:

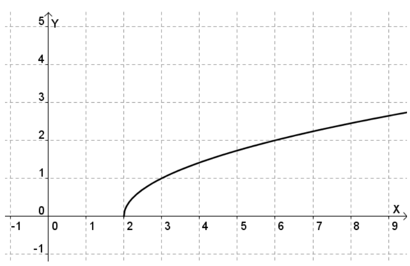
Gráfica 1



Gráfica 2



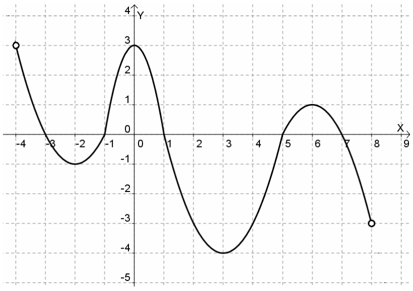
Gráfica 3



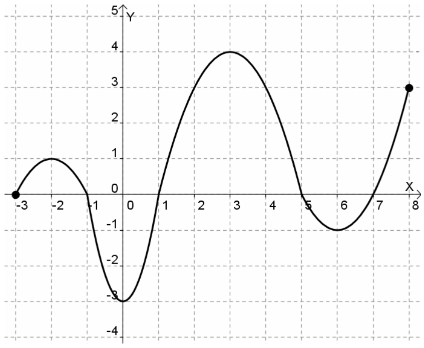
4. Monotonía. Extremos. Acotación.

10. Indicar el dominio, recorrido, monotonía, extremos relativos, extremos absolutos y la acotación de las siguientes funciones:

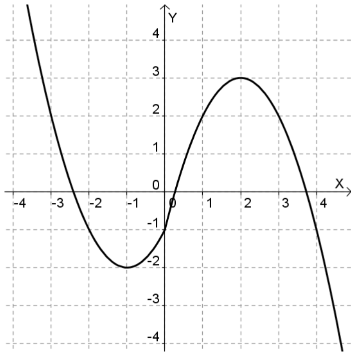
Gráfica 1



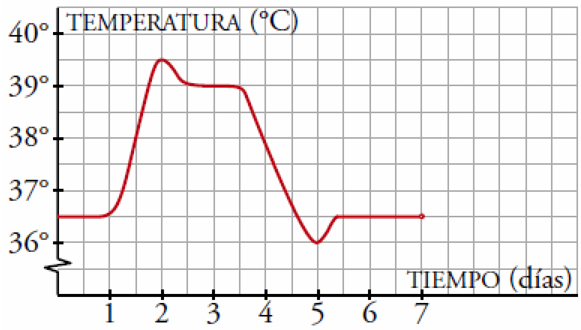
Gráfica 2



Gráfica 3



11. La siguiente gráfica muestra la temperatura de un enfermo a lo largo de una semana.



a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

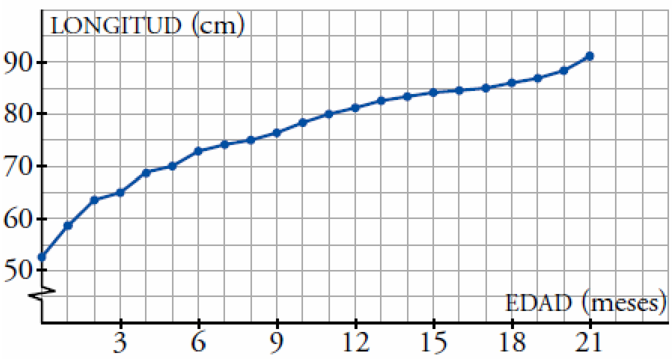
b) Indicar el dominio y el recorrido.

c) ¿Qué puntos son los extremos relativos? Interpretar su significado.

d) Analizar la monotonía de la temperatura en función del tiempo.

e) ¿Cuáles son los puntos de corte con los ejes?

12. La siguiente gráfica muestra la longitud de un bebé desde que nació hasta los 21 meses.



a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

b) Indicar el dominio y el recorrido.

c) ¿Tiene extremos relativos? ¿Cuáles son los extremos absolutos? ¿Está acotada?

d) Analizar la monotonía de la longitud en función de la edad.

e) Calcular cuánto creció el bebé entre el quinto y el octavo mes.

13. La siguiente gráfica representa la velocidad de un coche en función del tiempo cuando está buscando un lugar donde poder aparcar.

a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la variable dependiente?

b) Indicar el dominio y el recorrido.

c) ¿Cuánto disminuye su velocidad desde que decidió aparcar hasta que parece que encontró un sitio?

d) ¿Cuándo alcanzó el mínimo absoluto? ¿A qué se debió? ¿Logró encontrar sitio para aparcar o se fué?

5. Tasa de variación media.

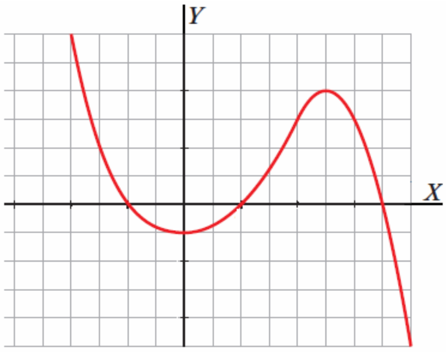
14. Hallar la TVM de la siguiente función:

a) En el intervalo [0, 5]

b) En el intervalo [5, 7]

c) En el intervalo [–4, 0]

d) En el intervalo [–4, –2]

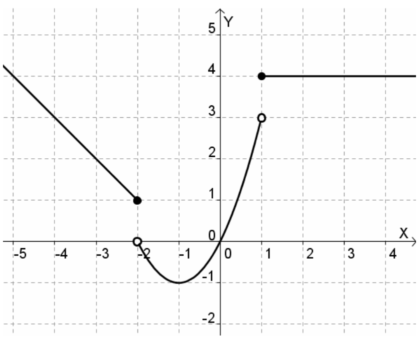


15. La altura **Y** (en m) de un objeto lanzado hacia arriba en función del tiempo **X** (en s) transcurrido viene expresada por la ecuación $y = 16x - 2x^2$. Hallar la velocidad media del objeto entre 0 y 2 segundos y entre 4 y 6 segundos, respectivamente.

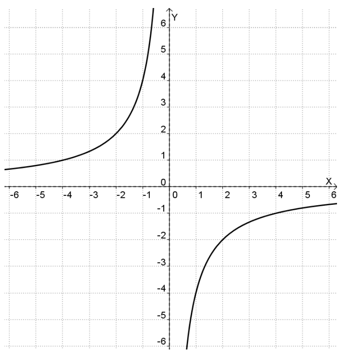
6. Continuidad de una función en un punto.

16. Analizar la continuidad de las siguientes funciones. En los puntos donde no sea continua, indicar el tipo de discontinuidad.

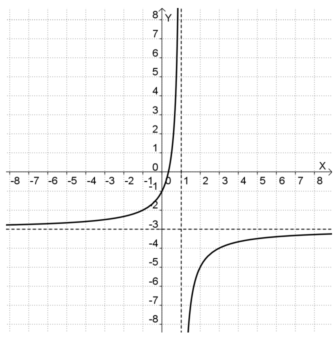
Gráfica 1



Gráfica 2



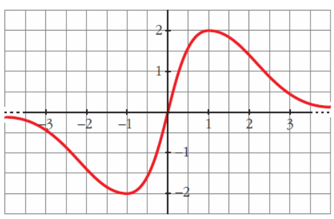
Gráfica 3



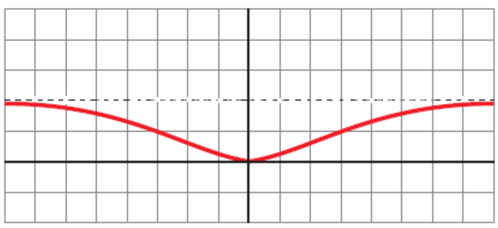
7. Simetría en la gráfica de una función.

17. Indicar cuáles de estas funciones tiene simetría par, impar o ninguna de las dos:

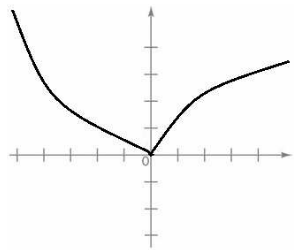
Gráfica 1



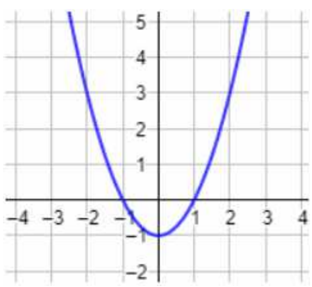
Gráfica 2



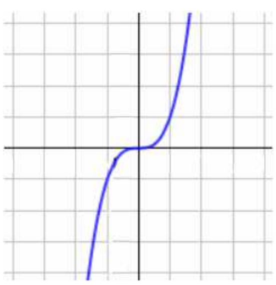
Gráfica 3



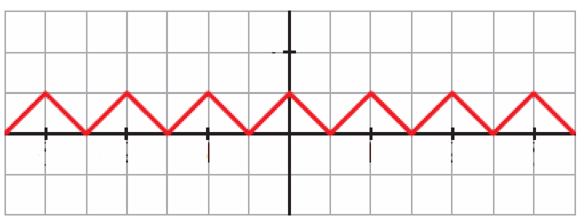
Gráfica 4



Gráfica 5

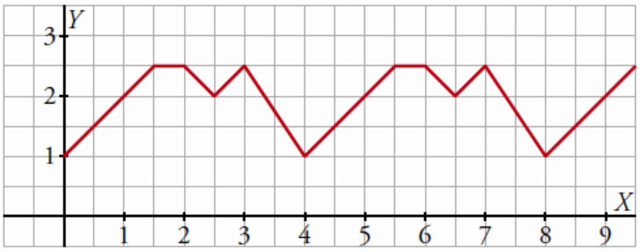


Gráfica 6



8. Funciones periódicas.

18. Observar la siguiente gráfica:



a) ¿Cuál es el periodo de esta función?

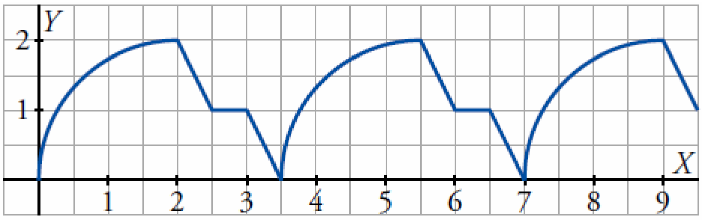
b) Deducir las imágenes de los siguientes valores: x = 1, x = 3, x = 20, x = 23, x = 41

c) ¿En qué intervalos es constante?

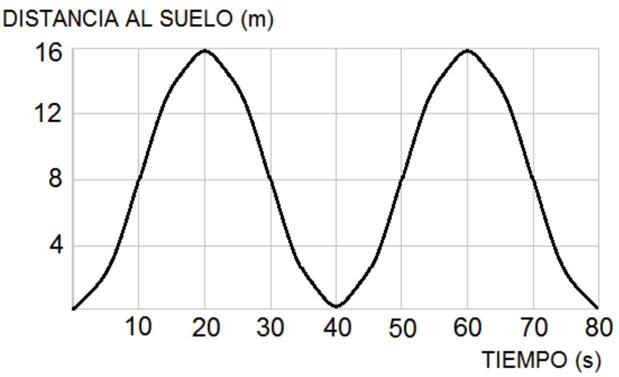
d) ¿Qué puntos son mínimos absolutos?

e) ¿Está acotada? ¿Por qué?

19. Sabiendo que se trata de una función periódica, completar la gráfica hasta x = 14. ¿Cuál es su periodo? Deducir cuál es la imagen de x = 16.



20. La siguiente gráfica representa la distancia al suelo a la que se encuentra uno cualquiera de los asientos de una noria, en función del tiempo transcurrido desde que se pone en marcha.



a) ¿Cuál es el periodo de esta función?

b) ¿A qué altura se encontrará tras 1 minuto y medio? ¿Y tras 1 minuto y 40 segundos?

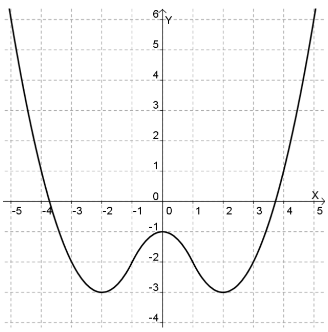
c) ¿En qué instantes se encuentra a 8 metros de altura?

d) Analizar la monotonía de la distancia al suelo en función del tiempo.

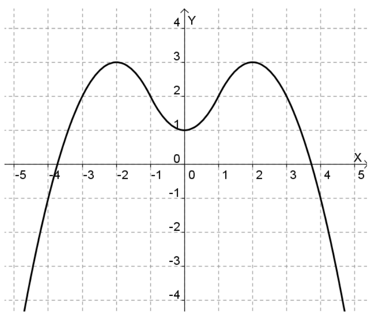
9. Tendencias de una función.

21. De cada una de las siguientes funciones, indicar el dominio, recorrido, monotonía, extremos relativos, extremos absolutos, acotación, simetría y ramas parabólicas, expresando la tendencia de cada variable:

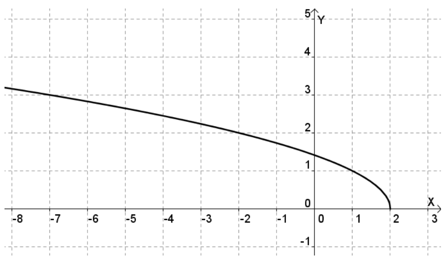
Gráfica 1



Gráfica 2

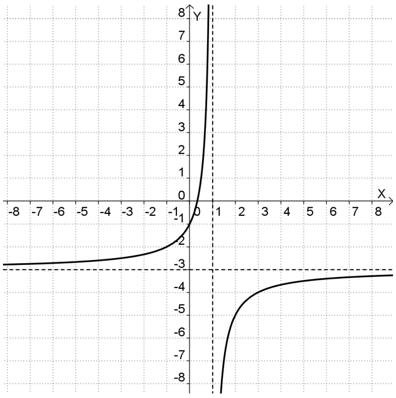


Gráfica 3

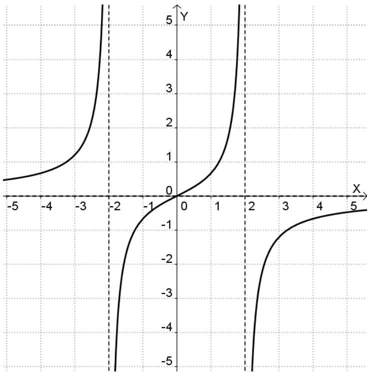


22. De cada una de las siguientes funciones, indicar el dominio, recorrido, monotonía, extremos relativos, extremos absolutos, acotación, simetría y ramas parabólicas, expresando la tendencia de cada variable:

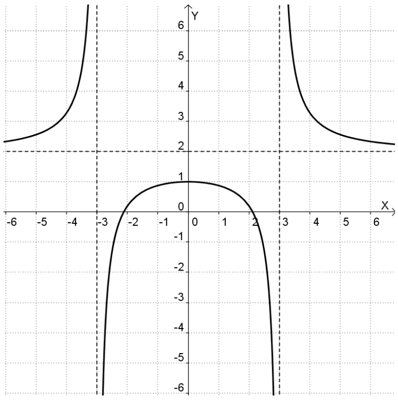
Gráfica 1



Gráfica 2



Gráfica 3



SOLUCIONES

1. a) Sí es una función porque a cada valor de X le corresponde como máximo un valor de Y;
b) No es función porque existen valores de X a los que corresponde más de un valor de Y;
c) Sí es una función porque a cada valor de X le corresponde como máximo un valor de Y;
d) No es función porque existen valores de X a los que corresponde más de un valor de Y.

2. a)

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	4	0	–2	–1	0	3	0

b) El origen de –2 es –1; c) x = –4 no tiene imagen; y = –3 no tiene origen.

3. a) La imagen de –2 es f(–2) = 8; la imagen de –1 es f(–1) = 5; la imagen de 0 es f(0) = 2; la imagen de 1 es f(1) = –1; la imagen de 2 es f(2) = –4; b) el origen de 8 es –2; el origen de 5 es –1; el origen de 2 es 0; el origen de –1 es 1; el origen de –4 es 2.

4. a) f(–3) = –22; f(–2) = –13; f(0) = –1; f(1) = 2; f(2) = 3; b) g(–3) = 3/4; g(–2) = 0; g(0) = –6; g(1) no existe; g(2) = 12; c) h(–3) = –4/3; h(–2) = –2; h(0) no existe; h(1) = 4; h(2) = 2

5. a) f(1) = 2; f(0) = $\sqrt{3}$; $f\left(\frac{-26}{9}\right)=\frac{1}{3}$; f(–4) no existe; b) $f^{-1}(3)=6$, $f^{-1}(5)=22$; $f^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)=-\frac{23}{9}$

6. Gráfica 1: Dom(f) = [–4, 8) Rec(f) = [–3, 5]; Gráfica 2: Dom(f) = [–3, 8] Rec(f) = [–3, 4]; Gráfica 3: Dom(f) = (–∞, +∞) = $\mathbb{R}$ Rec(f) = (–∞, +∞) = $\mathbb{R}$

7. a) La variable independiente es el tiempo (expresada en segundos) y la variable dependiente es el volumen de aire (expresado en litros); b) Dom(f) = [0, 18] Rec(f) = [0.5, 4]; c) La capacidad máxima es 4 litros, que se alcanza a los 6 segundos; d) A los 10 segundos tiene 1 litro de aire; e) En el momento inicial el volumen de aire es 1.5 litros; f) A los 4 segundos y a los 7 segundos.

8. a) Eje X: (–4, 0) (2, 0) Eje Y: (0, –8); b) Eje X: (8/3, 0) Eje Y: (0, –8); c) Eje X / Eje Y: (0, 0)

9. Gráf 1: Dom(f) = [–3, 8] Rec(f) = [–3, 4]; Eje X: (–3, 0) (–1, 0) (1, 0) (5, 0) (7, 0) Eje Y: (0, –3);
Gráfica 2: Dom(f) = (–∞, +∞) Rec(f) = (0, +∞); Eje X: (–3, 0) (1, 0) Eje Y: (0, 3);
Gráfica 3: Dom(f) = [2, +∞) Rec(f) = [0, +∞); Eje X: (2, 0) Eje Y: no tiene.

10. Gráfica 1: Dom(f) = (–4, 8) Rec(f) = [–4, 3]; $\nearrow$ en (–2, 0) y en (3, 6) $\searrow$ en (–4, –2), en (0, 3) y en (6, 8); mínimo local en los ptos (–2, –1) y (3, –4); máximo local en los ptos (0, 3) y (6, 1); mínimo absoluto en el punto (3, –4); máximo absoluto en el punto (0, 3); acotada inf. y sup.
Gráfica 2: Dom(f) = [–3, 8] Rec(f) = [–3, 4]; $\nearrow$ en (–3, –2), en (0, 3) y en (6, 8) $\searrow$ en (–2, 0) y en (3, 6); mínimo local en los ptos (0, –3) y (6, –1); máximo local en los ptos (–2, 1) y (3, 4); mínimo absoluto en el punto (0, –3); máximo absoluto en el punto (3, 4); acotada inf. y sup.
Gráfica 3: Dom(f) = (–∞, +∞) Rec(f) = (–∞, +∞); $\nearrow$ en (–1, 2) $\searrow$ en (–∞,–1) y en (2, +∞); mínimo local en el punto (–1, –2); máximo local en el punto (2, 3); mínimo absoluto no tiene; máximo absoluto no tiene; no está acotada ni inferior ni superiormente.

11. a) La variable independiente es el tiempo (expresado en días) y la variable dependiente es la temperatura (expresada en grados centígrados); b) Dom(f) = [0, 7] Rec(f) = [36, 39.5];
c) Máximo local en el punto (2, 39.5). En el segundo día alcanzó una temperatura máxima de 39,5ºC (tuvo un "pico" de fiebre); mínimo local en el punto (5, 36). En el quinto día alcanzó una temperatura mínima de 36ºC y a partir de ese día empezó a mejorar;
d) Constante en (0, 1) y en (5.5, 7) $\nearrow$ en (1, 2) y en (5, 5.5) $\searrow$ en (2, 5);
e) Con el eje X no tiene puntos de corte. Con el eje Y corta en el punto (0, 36.5)

12. a) La variable independiente es la edad (expresada en meses) y la variable dependiente es la longitud (expresada en centímetros); b) Dom(f) = [0, 21] Rec(f) = [52, 90]; c) No tiene extremos relativos. Alcanza el mínimo absoluto en el punto (0, 52) y el máximo absoluto en el punto (21, 90). Está acotada superior e inferiormente; d) La longitud es creciente en todo su dominio, el intervalo (0, 21); e) Creció 5 cm.

13. a) La variable independiente es el tiempo (expresado en minutos) y la variable dependiente es la velocidad (expresada en km/h); b) Dom(f) = [0, 8.25] Rec(f) = [10, 120]; c) Pasó de 120 a 20 km/h, disminuyó 100 km/h; d) Alcanzó el mínimo absoluto (10 km/h) a los 6 minutos debido a que encontró un sitio, pero no consiguió aparcar, se fué.

14. a) TVM [0, 5] = 1; b) TVM [5, 7] = –2; c) TVM [–4, 0] = –7/4; d) TVM [–4, –2] = –3

15. Entre 0 y 2 segundos es 12 m/s; entre 4 y 6 segundos es 4 m/s.

16. Gráfica 1: discontinuidad de salto finito en x = –2 y en x = 1; Gráfica 2: discontinuidad de salto infinito en x = 0; Gráfica 3: discontinuidad de salto infinito en x = 1

17. Gráfica 1: simetría impar; Gráfica 2: simetría par; Gráfica 3: ninguna de las dos;
Gráfica 4: simetría par; Gráfica 5: simetría impar; Gráfica 6: simetría par.

18. a) El periodo es 4; b) f(1) = 2; f(3) = 2,5; f(20) = 1; f(23) = 2,5; f(41) = 2; c) Es constante en los intervalos (1.5, 2) (5.5, 6) (9.5, 10) …; d) Los puntos (0, 1) (4, 1) (9, 1) …; e) Está acotada superior e inferiormente.

19. Su periodo es 3.5; la imagen de 16 es f(16) = 2.

20. a) El periodo es 40 segundos; b) Tras 1 minuto y medio se encuentra a 8 m y tras 1 minuto y 40 segundos a 16 m del suelo; c) A los 10, 30, 50, 70 segundos …; d) La distancia es creciente en los intervalos (0, 20) (40, 60) … y decreciente en los intervalos (20, 40) (60, 80) ….

21. Gráfica 1: Dom(f) = $(-\infty, +\infty)$ Rec(f) = $[-3, +\infty)$; $\nearrow$ en (–2, 0) y en $(2, +\infty)$ $\searrow$ en $(-\infty, -2)$ y en (0, 2); mínimo local y absoluto en los puntos (–2, –3) y (2, –3); máximo local en el pto (0, –1); máximo absoluto no tiene; está acotada inferiormente pero no superiormente; tiene simetría par; tiene dos ramas parabólicas: $[\, x \to +\infty,\ y \to +\infty \,]$ $[\, x \to -\infty,\ y \to +\infty \,]$

Gráfica 2: Dom(f) = $(-\infty, +\infty)$ Rec(f) = $(-\infty, 3]$; $\nearrow$ en $(-\infty, -2)$ y en (0, 2) $\searrow$ en (–2, 0) y en $(2, +\infty)$; máximo local y absoluto en los puntos (–2, 3) y (2, 3); mínimo local en el pto (0, 1); mínimo absoluto no tiene; está acotada superiormente pero no inferiormente; tiene simetría par; tiene dos ramas parabólicas: $[\, x \to +\infty,\ y \to -\infty \,]$ $[\, x \to -\infty,\ y \to -\infty \,]$

Gráfica 3: Dom(f) = $(-\infty, 2]$ Rec(f) = $[0, +\infty)$; $\searrow$ en $(-\infty, 2]$; extremos locales no tiene; máximo absoluto no tiene; mínimo absoluto en el punto (2, 0); está acotada inferiormente pero no superiormente; no tiene simetría par o impar; tiene una rama parabólicas: $[\, x \to -\infty,\ y \to +\infty \,]$

22. Gráfica 1: Dom(f) = $\mathbb{R} - \{ 1 \}$ Rec(f) = $\mathbb{R} - \{ -3 \}$; $\nearrow$ en todo su dominio; no tiene extremos locales ni absolutos; no está acotada ni inferiormente ni superiormente; no tiene simetría par o impar; tiene una asíntota vertical en x = 1 $[x \to 1^-,\ y \to +\infty \,]$ $[\, x \to 1^+,\ y \to -\infty \,]$; tiene una asíntota horizontal en y = –3 $[\, x \to +\infty,\ y \to -3 \,]$ $[x \to -\infty,\ y \to -3 \,]$

Gráfica 2: Dom(f) = $\mathbb{R} - \{ -2, 2 \}$ Rec(f) = $\mathbb{R} - \{ 0 \}$; $\nearrow$ en todo su dominio; no tiene extremos locales ni absolutos; no está acotada ni inferiormente ni superiormente; tiene simetría impar; tiene una asíntota vertical en x = –2 $[\, x \to -2^-,\ y \to +\infty \,]$ $[\, x \to -2^+,\ y \to -\infty \,]$; tiene una asíntota vertical en x = 2 $[\, x \to 2^-,\ y \to +\infty \,]$ $[\, x \to 2^+,\ y \to -\infty \,]$; tiene una asíntota horizontal en y = 0 $[\, x \to +\infty,\ y \to 0 \,]$ $[x \to -\infty,\ y \to 0 \,]$

Gráfica 3: $Dom(f) = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$ $Rec(f) = (-\infty, 1] \cup (2, +\infty)$; $\nearrow$ en $(-\infty, -3)$ y en $(-3, 0)$

$\searrow$ en $(0, 3)$ y en $(3, +\infty)$; tiene un máximo local en el punto $(0, 1)$; no tiene mínimos locales; no tiene extremos absolutos; no está acotada ni inferiormente ni superiormente; tiene simetría par; tiene una asíntota vertical en $x = -3$ $[\, x \to -3^-,\ y \to +\infty\,]$ $[\, x \to -3^+,\ y \to -\infty\,]$; tiene una asíntota vertical en $x = 3$ $[\, x \to 3^-,\ y \to -\infty\,]$ $[\, x \to 3^+,\ y \to +\infty\,]$; tiene una asíntota horizontal en $y = 2$ $[\, x \to +\infty,\ y \to 2\,]$ $[x \to -\infty,\ y \to 2\,]$