

ACTIVIDADES

1. Combinatoria. Técnicas de recuento.

1. Has consultado en Internet las predicciones meteorológicas para este fin de semana y parece que va a hacer mal tiempo. Así que decides planificar tu tiempo libre teniendo en cuenta esta circunstancia.

En cuanto a actividades posibles, después de descartar otras, te quedas sólo con dos opciones:

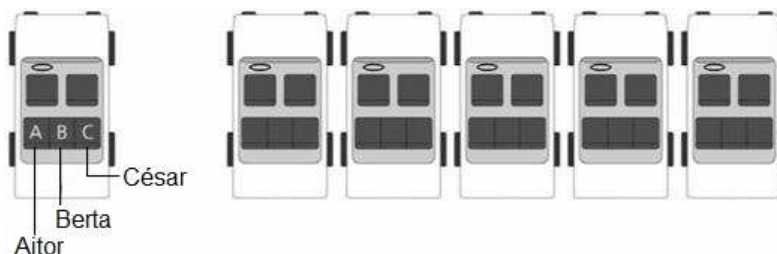
- Ir al cine: sólo ponen películas de espionaje, de aventuras o cómica.
- Ver la televisión: ponen un partido de fútbol y un partido de baloncesto a la misma hora pero en diferentes canales.

Por otra parte, quieres invitar a uno de tus amigos: a Juan o a Lola pero no a los dos juntos.

¿Cuántos planes diferentes puedes hacer? Elaborar una tabla que describa todos los posibles planes que podrías hacer este fin de semana.



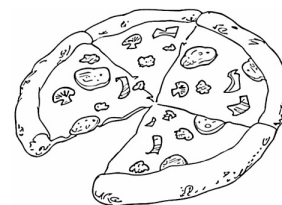
2. Aitor, Berta y César van sentados en los asientos traseros de un taxi. En el siguiente esquema se presenta una de las seis formas distintas en las que pueden sentarse Aitor, Berta y César.



Completar en el esquema las otras cinco formas.

3. En una pizzería, todas las pizzas llevan al menos los dos ingredientes básicos: queso y tomate.

Al encargar una pizza, puedes pedir que lleve ingredientes adicionales: uno, dos, tres o hasta cuatro ingredientes más, que se pueden seleccionar entre éstos: orégano, atún, jamón york y champiñones.



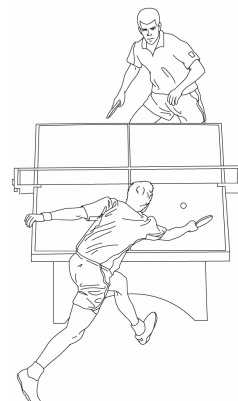
a) Teresa quiere encargar una pizza con cuatro ingredientes (dos más dos). Escribir en una tabla los ingredientes de todas las pizzas posibles que podría encargar Teresa.

b) Roberto quiere encargar una pizza con cinco ingredientes (dos más tres). Construir una tabla análoga a la anterior en la que aparezcan los ingredientes de todas las pizzas posibles que podría encargar.

4. Los amigos José, Ricardo, Luis y David han formado un grupo de entrenamiento en un club de ping-pong. Quieren organizar un campeonato de manera que jueguen todos contra todos una sola vez. En cada jornada se pueden jugar dos partidas porque hay dos mesas de ping-pong disponibles.

a) Rellena la siguiente tabla poniendo los nombres de los jugadores que se enfrentarán en cada partida.

	Mesa 1	Mesa 2
1ª jornada	 -	 -
2ª jornada	 -	 -
3ª jornada	 -	 -



b) Una vez terminado el campeonato, al grupo anterior se unen dos amigos más, Hugo y Javier, de manera que se organiza un nuevo campeonato como el anterior, pero esta vez para seis jugadores. Sigue habiendo sólo dos mesas disponibles para cada jornada.

Elaborar una tabla análoga a la anterior escribiendo los nombres de los jugadores que se enfrentarán en cada partida y en cada jornada.

5. El Dpto. de Servicios Sociales está organizando un campamento de cinco días para jóvenes. Se han apuntado 26 chicas y 20 chicos, y 8 adultos voluntarios (4 hombres y 4 mujeres), encargados de atender y organizar el campamento.

Adultos
Dª Beatriz
Dª Carolina
Dª Olga
Dª Patricia
D. Esteban
D. Ricardo
D. Guillermo
D. Pedro

Habitación	Camas
A	12
B	8
C	8
D	8
E	8
F	6
G	6

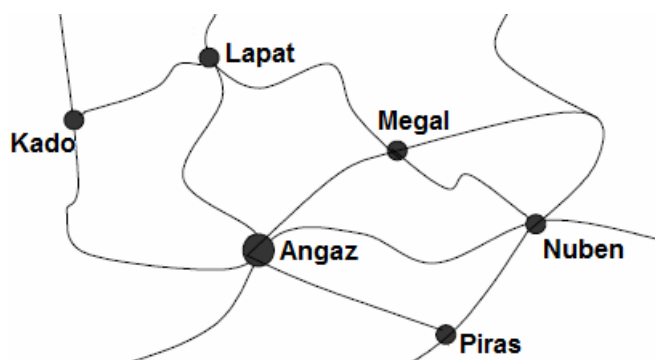
Normas de las habitaciones:

1. Chicos y chicas deben dormir en habitaciones separadas.
2. Al menos un adulto debe dormir en cada una de las habitaciones.
3. El adulto asignado a cada habitación debe ser del mismo género que el de los jóvenes.

Realiza la distribución por habitaciones rellenando la tabla, colocando a los 46 jóvenes y a los 8 adultos en las habitaciones según las normas anteriores.

Habitación	Número de chicos	Número de chicas	Nombres de los adultos
A			
B			
C			
D			
E			
F			
G			

6. Esta actividad trata sobre cómo organizar el mejor itinerario para unas vacaciones. Éste es un mapa de las carreteras que hay entre las ciudades que se quieren visitar:



Distancias más cortas (en km) por carretera entre ciudades						
Angaz						
Kado	550					
Lapat	500	300				
Megal	300	850	550			
Nuben	500		1 000	450		
Piras	300	850	800	600	250	
	Angaz	Kado	Lapat	Megal	Nuben	Piras

a) La tabla de distancias sólo muestra datos de la diagonal hacia abajo. ¿Por qué no contiene ningún dato de la diagonal hacia arriba?

b) Calcula la distancia más corta por carretera entre Nuben y Kado.

c) Soraya vive en Angaz. Quiere visitar Kado y Lapat. No puede viajar más de 300 km al día, aunque puede escalonar su viaje haciendo noche en alguno de los campings que hay entre las diferentes ciudades. Estará dos noches en cada ciudad, de modo que pueda pasar un día entero visitando cada ciudad. Escribe en la siguiente tabla el itinerario de Soraya indicando dónde se alojará cada noche.

	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6	Día 7
Alojamiento nocturno	Camping entre Angaz y Kado						Angaz

2. Combinaciones.

7. En un determinado programa de televisión intervienen 4 presentadoras. Si en la emisora trabajan 10 presentadoras, ¿de cuántas formas distintas se puede presentar el programa?

8. Se quiere preparar una salsa con tres ingredientes. Si disponemos de siete ingredientes en la despensa. ¿Cuántas salsas distintas se podrían preparar?

9. A una reunión asisten 15 personas y se intercambian saludos entre todas. ¿Cuántos saludos se han intercambiado?

10. ¿De cuántas maneras se pueden distribuir las ocho últimas localidades de un partido de fútbol entre los doce aficionados que aún esperan en la cola de entrada?

11. Para hacer una apuesta en la lotería primitiva hay que marcar con cruces seis números a elegir entre el 1 y el 49 incluidos. ¿Cuántas apuestas diferentes se pueden dar?
12. Una chica le quiere regalar a su amigo dos libros y los quiere elegir entre los quince que le gustan. ¿De cuántas formas puede hacerlo?
13. Una entrenadora dispone de 22 jugadoras para formar un equipo de fútbol. ¿Cuántas alineaciones de 11 jugadoras puede hacer?
14. Se quiere formar un equipo de futbol sala formado por cinco jugadores de un total de diez. Si sólo tenemos un portero, ¿cuántos equipos distintos podemos formar?
15. A un congreso asisten 60 personas de las cuales 40 sólo hablan inglés y 20 sólo alemán. ¿Cuántos diálogos (de dos personas) pueden establecerse sin traductor?
16. Debido a las dimensiones de su casa, un matrimonio sólo puede invitar a cenar a 5 amigos cada vez, elegidos entre 10 personas posibles. ¿De cuántas maneras puede invitar a 5 de ellas?
17. En un grupo del colegio hay 10 niños y 5 niñas. ¿De cuántas maneras puede escoger la maestra un grupo de 3 personas?
18. En una estantería hay 6 libros de matemáticas y 3 de física. ¿De cuántas maneras se pueden coger 4 libros, 2 de matemáticas y 2 de física?
19. En una empresa de 12 empleados, 5 son mujeres y 7 hombres. Se forma un comité compuesto por 2 mujeres y 3 hombres. ¿De cuántas maneras puede formarse el comité en cada uno de los siguientes supuestos:
- a) Puede pertenecer al comité cualquier mujer o cualquier hombre.
 - b) Un hombre determinado tiene que pertenecer al comité.
 - c) Dos hombres en concreto no pueden estar en el comité.
20. Un profesor quiere organizar a los 30 estudiantes de una de sus clases en grupos de 5 para trabajar en una tarea común. ¿Cuántas agrupaciones se pueden formar?

3. Permutaciones.

21. ¿Cuántas agrupaciones de letras se pueden escribir con todas las letras de la palabra SOBRE, sin repetir ninguna?
22. ¿De cuántas formas distintas pueden llegar a la meta cuatro atletas en una carrera?
23. Con las letras de la palabra PARTIDO:
- a) ¿Cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer?
 - b) ¿Cuántas empiezan por P?
 - c) ¿Cuántas empiezan por PAR?

24. Calcular de cuántas formas se pueden sentar 5 personas en una fila de butacas de un cine.
25. Calcular de cuántas formas distintas se pueden sentar 5 personas alrededor de una mesa circular.
26. ¿De cuántas formas se pueden colocar 10 personas en una fila si dos de ellas tienen que estar siempre en los extremos?
27. ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse tres chicas y dos chicos en una fila de butacas de un cine teniendo en cuenta que no pueden estar dos chicos juntos ni dos chicas juntas?
28. Hay que colocar 5 libros escritos en Inglés y 4 libros escritos en Francés en una estantería, de forma que todos los de Inglés estén juntos agrupados a la izquierda y los 4 libros de Francés juntos agrupados a la derecha. ¿De cuántas maneras distintas se pueden ordenar?

4. Permutaciones con repetición.

29. En una urna hay tres bolas rojas, tres verdes, cuatro negras y dos azules. ¿De cuántas maneras distintas pueden sacarse, bola a bola, de la urna?
30. ¿Cuántas agrupaciones de letras distintas se pueden formar con las letras de la palabra MATEMATICAS?
31. En una biblioteca, hay que colocar en una estantería cuatro libros iguales de Inglés, cinco libros iguales de Francés y tres libros iguales de Alemán. Calcular de cuántas formas distintas se pueden colocar.
32. En Informática, se entiende por un byte a una agrupación de 8 dígitos formados por ceros y unos. Por ejemplo, un byte es 10110001. Calcular cuántos bytes diferentes se pueden formar con 4 ceros y 4 unos.
33. Hay que colocar tres camisetas azules iguales, dos camisetas amarillas iguales y una camiseta roja en línea recta en un escaparate. Calcular cuántas agrupaciones distintas se pueden formar.

5. Variaciones.

34. ¿Cuántos números hay entre 2 000 y 3 000 que tengan sus cifras diferentes?
35. Un barco tiene diez banderas diferentes para hacer señales y cada señal se forma colocando cuatro banderas en un mástil. ¿Cuántas señales distintas se pueden hacer desde el barco?
36. ¿De cuántas formas distintas se pueden sentar tres personas en seis sillas?
37. En una carrera compiten 10 caballos. En un boleto de apuestas hay que indicar los nombres de los caballos que llegarán a la meta en primera, segunda y tercera posición, respectivamente. ¿Cuántos boletos habría que rellenar para asegurar que ganamos la apuesta?

38. En un campeonato de fútbol participan 12 equipos. ¿De cuántas maneras se pueden ocupar los tres primeros puestos?

39. a) ¿De cuántas formas diferentes se pueden cubrir los puestos de Presidencia, Secretaría y Tesorería de una asociación coral sabiendo que hay 10 personas candidatas?

b) Si la Presidencia ya está asignada, ¿de cuántas formas se pueden cubrir los otros dos puestos?

6. Variaciones con repetición.

40. ¿Cuántos resultados distintos pueden aparecer al lanzar un dado 4 veces?

41. La Lotería Nacional se basa en el sorteo de un número formado por cinco cifras, elegidas entre las cifras del 0 al 9. ¿Cuántos números distintos entran el bombo del sorteo?

42. En una clase de veinte estudiantes se van a conceder tres premios: uno al que más destaque en matemáticas, otro en historia y otro en deporte. ¿De cuántas formas distintas se puede hacer?

43. Con los dígitos 1, 3, 5 y 7, ¿cuántos números de tres cifras distintas se pueden formar? ¿Y cuántos si se pueden repetir las cifras?

44. ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar con los dígitos del 0 al 9, sin que se repita ninguna cifra? ¿Y si se pueden repetir? (No aceptar como número de tres cifras a los que empiecen por 0).

45. ¿Cuántos números de seis cifras puedes escribir con los dígitos 1, 2 y 3?

7. Consolidación y síntesis.

46. Con las letras de la palabra ANGOSTURA:

a) ¿Cuántas palabras distintas, con o sin sentido, se pueden formar con sus letras?

b) ¿Cuántas de ellas empiezan por A?

c) ¿Cuántas empiezan y terminan por A?

d) ¿Cuántas palabras, con o sin sentido, se pueden formar utilizando cuatro letras distintas de esta palabra?

47. Con las letras de la palabra ALUMNA responde.

a) ¿Cuántas palabras distintas, con o sin sentido, se pueden formar con todas sus letras?

b) ¿Cuántas de ellas empiezan por A?

c) ¿Cuántas palabras, con o sin sentido, se pueden hacer con tres letras distintas de esta palabra?

48. En una carrera participan 15 atletas.

a) ¿De cuántas formas pueden quedar los 3 primeros?

b) Si los 5 primeros se clasifican para el campeonato nacional, sin importar el orden en el que lleguen, ¿cuántos resultados se pueden dar en la clasificación?

49. Calcular de cuántas maneras pueden acomodarse 6 personas:
- En una fila de 6 sillas.
 - Alrededor de una mesa redonda de 6 sillas.
50. Se juega un torneo entre 10 equipos por el sistema de liga, a una sola vuelta. ¿Cuántos partidos habrán de jugarse en total?
51. Una familia formada por la madre, el padre y tres hijos van al cine. Se sientan en cinco butacas consecutivas.
- ¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse?
 - ¿Y si la madre y el padre se sientan en los extremos?
52. Con los números 2, 5, 7 y 9:
- ¿Cuántos números de tres cifras puedes formar?
 - ¿Cuántos números de tres cifras distintas puedes formar?
 - ¿Cuántos números de cuatro cifras distintas puedes formar?
53. Un partido político tiene 18 candidatos para formar las listas de unas elecciones. ¿De cuántas formas diferentes se pueden ordenar a los 4 primeros de las listas?
54. En un concurso de perros se va a premiar la mayor fuerza, la mayor inteligencia y la mejor estética. Se presentan 20 participantes, de forma que un mismo participante puede ganar solo uno, dos o incluso los tres premios. ¿De cuántas formas se pueden repartir los premios?
55. En una clase con 30 alumnos, se van a elegir el delegado, el subdelegado y el secretario. ¿De cuántas formas se pueden asignar los tres cargos?
56. Una persona tiene que colocar en una estantería 7 libros diferentes y un diccionario.
- ¿De cuántas formas diferentes los puede colocar?
 - ¿De cuántas maneras distintas los puede ordenar si quiere que el diccionario quede siempre el primero por la izquierda?
57. ¿Cuántos números diferentes se pueden obtener si permutamos de todas las formas posibles las cifras del número 2323? Escríbelos.
58. ¿De cuántas formas distintas se puede alinear ocho signos más y seis signos menos?
59. Se han reunido 5 amigos. ¿Cuántos saludos se han intercambiado si se han saludado todos entre sí?
60. Una ONG dedicada a la conservación del medio ambiente necesita elegir entre sus 96 miembros un equipo compuesto por 4 personas. ¿Cuántos equipos diferentes se pueden formar?
61. Los 4 refugios de un parque natural están comunicados todos ellos dos a dos por diferentes caminos. ¿Cuántos caminos diferentes hay?

62. Con los dígitos 2, 4, 6, 8 y 9

a) ¿Cuántos números de 4 cifras se pueden formar?

b) ¿Cuántos números de 4 cifras se podrían formar sin repetir ningún dígito?

63. Una persona quiere irse de viaje y dispone de 5 camisetas de colores lisos diferentes, de las cuales desea llevar sólo 3. ¿De cuántas formas distintas puede realizar la elección?

64. En Informática, un *byte* es una combinación de 8 dígitos que solo pueden ser ceros y unos.

a) ¿Cuántos *bytes* distintos hay que tengan 6 ceros y 2 unos?

b) ¿Cuántos de estos *bytes* terminan en 1?

65. Con las cifras impares, ¿cuántos números de 3 cifras distintas se pueden formar? ¿Cuántos números de 5 cifras diferentes se pueden conseguir?

66. En una bolsa hay 8 bolas numeradas del 1 al 8. Se extrae una, se anota su número y se devuelve a la bolsa. Se repite la operación 3 veces. ¿Cuántos resultados distintos se pueden dar?

SOLUCIONES

1. Se pueden hacer 12 planes diferentes:

(espionaje, fútbol, Juan)	(aventuras, fútbol, Juan)	(cómica, fútbol, Juan)
(espionaje, fútbol, Lola)	(aventuras, fútbol, Lola)	(cómica, fútbol, Lola)
(espionaje, baloncesto, Juan)	(aventuras, baloncesto, Juan)	(cómica, baloncesto, Juan)
(espionaje, baloncesto, Lola)	(aventuras, baloncesto, Lola)	(cómica, baloncesto, Lola)

2. Se pueden sentar de 6 formas distintas.

Aitor–Berta–César Aitor–César–Berta Berta–Aitor–César
 Berta–César–Aitor César–Aitor–Berta César–Berta–Aitor

3.

a)

	Ingrediente 1	Ingrediente 2	Ingrediente 3	Ingrediente 4
Pizza 1	queso	tomate	orégano	atún
Pizza 2	queso	tomate	orégano	jamón york
Pizza 3	queso	tomate	orégano	champiñones
Pizza 4	queso	tomate	atún	jamón york
Pizza 5	queso	tomate	atún	champiñones
Pizza 6	queso	tomate	jamón york	champiñones

b)

	Ingrediente 1	Ingrediente 2	Ingrediente 3	Ingrediente 4	Ingrediente 5
Pizza 1	queso	tomate	orégano	atún	jamón york
Pizza 2	queso	tomate	orégano	atún	champiñones
Pizza 3	queso	tomate	orégano	jamón york	champiñones
Pizza 4	queso	tomate	atún	jamón york	champiñones

4.

a)

	Mesa 1	Mesa 2
1ª jornada	José – Ricardo	Luis – David
2ª jornada	José – Luis	Ricardo – David
3ª jornada	José – David	Ricardo – Luis

b)

	Mesa 1	Mesa 2
1ª jornada	José – Ricardo	David – Javier
2ª jornada	José – Hugo	Luis – Javier
3ª jornada	Ricardo – Luis	David – Hugo
4ª jornada	José – Luis	Ricardo – David
5ª jornada	José – David	Luis – Hugo
6ª jornada	José – Javier	Ricardo – Hugo
7ª jornada	Ricardo – Javier	Luis – David
8ª jornada	Hugo – Javier	

5.

Habitación	Número de chicos	Número de chicas	Nombres de los adultos
A (12 camas)	10	0	D. Ricardo + D. Pedro
B (8 camas)	0	7	Dña. Olga
C (8 camas)	0	7	Dña. Carolina
D (8 camas)	0	6	Dña. Beatriz
E (8 camas)	0	6	Dña. Patricia
F (6 camas)	5	0	D. Esteban
G (6 camas)	5	0	D. Guillermo

6. a) Porque son los mismos datos solo que escritos de forma simétrica respecto de la diagonal;
b) 1 050 km; c) Día 1: Camping entre Angaz y Kado; Día 2: Kado; Día 3: Kado; Día 4: Lapat; Día 5: Lapat; Día 6: Camping entre Lapat y Angaz; Día 7: Angaz.

7. $C_{10,4} = 210$ formas.

8. $C_{7,3} = 35$ salsas.

9. $C_{15,2} = 105$ saludos.

10. $C_{12,8} = 495$ maneras.

11. $C_{49,6} = 13\,983\,816$ apuestas.

12. $C_{15,3} = 105$ formas

13. $C_{22,11} = 705\,432$ alineaciones.

14. $C_{9,4} = 126$ equipos.

15. $C_{40,2} + C_{20,2} = 970$ diálogos.

16. $C_{10,5} = 252$ maneras.

17. $C_{15,3} = 455$ maneras.

18. $C_{6,2} \cdot C_{3,2} = 45$ maneras.

19. a) $C_{5,2} \cdot C_{7,3} = 350$ maneras; b) $C_{5,2} \cdot C_{6,2} = 150$ maneras; c) $C_{5,2} \cdot C_{5,3} = 100$ maneras.

20. $C_{30,5} = 142\,506$ agrupaciones.

21. $P_5 = 120$ palabras.

22. $P_4 = 24$ formas.

23. a) $P_7 = 5\,040$ ordenaciones; b) $P_6 = 720$ ordenaciones; c) $P_4 = 24$ ordenaciones.

24. $P_5 = 120$ formas.

25. $P_4 = 24$ formas.

26. $2 \cdot P_8 = 80\,640$ formas.

27. $P_3 \cdot P_2 = 12$ formas.

28. $P_5 \cdot P_4 = 2\,880$ formas.

29. $PR_{12}^{3,3,4,2} = 277\ 200$ maneras.
30. $PR_{11}^{2,2,3} = 1\ 663\ 200$ palabras.
31. $PR_{12}^{4,5,3} = 27\ 720$ formas.
32. $PR_8^{4,4} = 70$ bytes.
33. $PR_6^{3,2,1} = 60$ agrupaciones.
34. $V_{10,3} = 720$ números.
35. $V_{10,4} = 5\ 040$ señales.
36. $V_{6,3} = 120$ formas distintas.
37. Hay que rellenar 720 boletos.
38. De 1 320 maneras.
39. a) $V_{10,3} = 720$ formas; b) De 72 formas.
40. $VR_{6,4} = 1\ 296$ resultados.
41. $VR_{10,5} = 100\ 000$ números.
42. $VR_{20,3} = 8\ 000$ formas.
43. $V_{4,3} = 24$ números; $VR_{4,3} = 64$ números.
44. $V_{10,3} - V_{9,2} = 648$ números; $VR_{10,3} - VR_{9,2} - V_{9,1} - 1 = 909$ números.
45. $VR_{3,6} = 729$ números.
46. a) $PR_9^2 = 181\ 440$ palabras; b) $P_8 = 40\ 320$ palabras; c) $P_7 = 5\ 040$ palabras; d) $V_{8,4} = 1\ 680$ palabras.
47. a) $PR_6^2 = 360$ palabras; b) $P_5 = 120$ palabras; c) $V_{5,3} = 60$ palabras.
48. a) $V_{15,3} = 2\ 730$ formas; b) $C_{15,5} = 3\ 003$ resultados.
49. a) $P_6 = 720$ maneras; b) $P_5 = 120$ maneras.
50. $C_{10,2} = 45$ partidos.
51. a) $P_5 = 120$ maneras; b) $2 \cdot P_3 = 12$ maneras.
52. a) 64 números; b) 24 números; c) 24 números.
53. $V_{18,4} = 73\ 440$ formas.
54. $VR_{20,3} = 8\ 000$ formas.
55. $V_{30,3} = 24\ 360$ formas.
56. a) $P_8 = 40\ 320$ formas; b) $P_7 = 5\ 040$ maneras.
57. $PR_4^{2,2} = 6$ números. Los números son: 2233, 2323, 2332, 3223, 3232 y 3322.

58. $PR_{14}^{6,8} = 3\ 003$ formas.
59. $C_{5,2} = 10$ saludos.
60. $C_{96,4} = 3\ 321\ 960$ equipos.
61. $C_{4,2} = 6$ caminos.
62. a) $VR_{5,4} = 625$ números; b) $V_{5,4} = 120$ números.
63. $C_{5,3} = 10$ formas.
64. a) $PR_8^{6,2} = 28$ bytes; b) $PR_7^{6,1} = 7$ bytes.
65. a) $V_{5,3} = 60$ números; b) $P_5 = 120$ números.
66. $VR_{8,3} = 512$ resultados.