DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS.

MATEMÁTICAS I DE 1ºBACHILLERATO.

UNIDAD 10. CÓNICAS.

IES LA BAHIA

ACTIVIDADES

1. Lugares geométricos.

1. Hallar la ecuación general de la mediatriz del segmento de extremos A(6, –2) y B(4, 6).

2. Hallar la ecuación general de las bisectrices de los ángulos que forman, respectivamente, las rectas $r \equiv 3x - 4y + 5 = 0$, $s \equiv x - 3 = 0$

3. Dados los puntos A(1, 3) y B(–2, 1), determinar la ecuación del lugar geométrico de los puntos P del plano tales que el producto escalar de los vectores $\overrightarrow{AP}$ y $\overrightarrow{BP}$ es igual a 5.

2. La circunferencia.

4. En cada uno de los siguientes casos, determinar la ecuación general de la circunferencia:

a) Con centro C(1, 1) y radio 3 b) Con centro C(0, 0) y radio 2

c) Con centro C(4, 1) y pasa por el punto P(2, –3) d) De diámetro $\overline{PQ}$, siendo P(–4, 2), Q(1, 6)

5. En cada uno de los siguientes casos, averiguar si las siguientes ecuaciones corresponden a circunferencias. En caso afirmativo, hallar su centro y su radio.

a) $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 25 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 18x - 19 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 14 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 3x - 2y - 3 = 0$

6. Determinar la ecuación general de la circunferencia de centro C(2, 3) y tangente a la recta $t \equiv 4x - 3y + 6 = 0$.

7. Hallar la ecuación general de la recta tangente a la circunferencia $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 10$ en el punto P(2, 5).

8. Hallar la ecuación general de las rectas tangentes a la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ que pasan por el punto A(0, 6).

9. En cada uno de los siguientes casos, determinar la ecuación general de la circunferencia que pasa por los puntos: a) A(2, 1), B(3, 2), C(4, 1) b) P(–1, 2), Q(–3, 4), R(2, 5)

10. Hallar la ecuación general de la circunferencia que pasa por los puntos A(1, –3) y B(2, 4) y que tiene su centro en la recta $s \equiv x - 2y + 4 = 0$

3. La elipse.

11. Determinar la longitud del eje mayor, la longitud del eje menor, los vértices, los focos, la distancia focal y la excentricidad de las siguientes elipses:

a) $16x^2 + 25y^2 = 400$ b) $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ c) $3x^2 + 6y^2 = 12$

12. En los siguientes apartados, expresar la ecuación reducida de la elipse que tiene:

a) Semieje mayor 10 u y distancia focal 12 u

b) Excentricidad 0,4 y semidistancia focal 2 u

c) Excentricidad 1/3 y vértices (0, 6), (0, –6)

13. Determinar la ecuación reducida de la elipse que pasa por los puntos:

a) P(1, –1) y Q(0, –4) b) P(3, –2) y Q($\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$)

14. Determinar la posición relativa de la elipse $4x^2 + 9y^2 = 36$ y la recta que pasa por los puntos P(–1, 4) y Q(5, 0).

15. Hallar la ecuación de la recta tangente a la elipse $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$ en el punto P(4, 1).

4. La hipérbola.

16. Determinar la longitud del eje real, la longitud del eje imaginario, los vértices, los focos, la distancia focal, las asíntotas y la excentricidad de las siguientes hipérbolas:

a) $4x^2 - y^2 = 1$ b) $7x^2 - 9y^2 = 63$ c) $3x^2 - 6y^2 = 12$

17. Determinar la ecuación reducida de la hipérbola que tiene:

a) Eje real 14 u y semidistancia focal 8 u b) Excentricidad $\sqrt{5}$ y focos (5, 0), (–5, 0)

c) Excentricidad 3 y vértices reales (1, 0), (–1, 0) d) Foco F(4, 0) y pasa por el punto P(–4, 6)

18. Determinar la ecuación reducida de la hipérbola que pasa por los puntos:

a) P(4, 2) y Q(6, $\sqrt{14}$) b) P($3\sqrt{5}$, –2) y Q(5, 0)

19. Hallar la ecuación de la recta tangente a la hipérbola $4x^2 - y^2 = 20$ en el punto P(3, 4).

20. Hallar la ecuación de las rectas tangentes a la hipérbola $2x^2 - 4y^2 = 8$ que pasan por el punto P(0, 6).

5. La parábola.

21. Determinar el parámetro, el foco, la recta directriz y el eje de simetría de las siguientes parábolas con vértice en el origen de coordenadas:

a) $y^2 = 8x$ b) $y^2 = 2x$ c) $x^2 = 4y$

22. Determinar la ecuación reducida de la parábola con vértice en el origen de coordenadas:

a) Con eje de simetría el eje X y foco $F(1, 0)$.

b) Con eje de simetría el eje Y y que pasa por el punto $P(-3, 3)$.

23. Hallar la ecuación de la recta tangente a la parábola $y^2 = 10x$ en el punto $P(10, 10)$.

24. Determinar la ecuación de la recta tangente a la parábola $y^2 = 4x$ que pasa por $P(0, 2)$.

SOLUCIONES

1. $r \equiv x - 4y + 3 = 0$

2. $b_1 \equiv x + 2y - 10 = 0$, $b_2 \equiv 4x - 2y - 5 = 0$

3. $x^2 + y^2 + x - 4y - 4 = 0$

4. a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$; b) $x^2 + y^2 - 4 = 0$; c) $x^2 + y^2 - 8x - 2y - 3 = 0$;
d) $x^2 + y^2 + 3x - 8y + 8 = 0$

5. a) Sí, tiene centro C(2, –5) y radio 2; b) Sí, tiene centro C(9, 0) y radio 10; c) No es una circunferencia; d) Sí, tiene centro C(–3/2, 1) y radio 5/2.

6. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 12 = 0$

7. $t \equiv x + 3y - 17 = 0$

8. $t_1 \equiv \sqrt{11}x - 5y + 30 = 0$, $t_2 \equiv \sqrt{11}x + 5y - 30 = 0$

9. a) $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$; b) $x^2 + y^2 + x - 9y + 14 = 0$

10. $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$

11. a) Eje mayor = 10 u, eje menor = 8 u, vértices: A(5, 0), A´(–5, 0), B(0, 4), B´(0, –4), focos: F(3, 0), F´(–3, 0), distancia focal = 6 u, e = 0,6; b) Eje mayor = $2\sqrt{6}$ u, eje menor = $2\sqrt{2}$ u, vértices: A($\sqrt{6}$, 0), A´($-\sqrt{6}$, 0), B(0, $\sqrt{2}$), B´(0, $-\sqrt{2}$), focos: F(2, 0), F´(–2, 0), distancia focal = 4 u, $e = 2/\sqrt{6} \cong 0{,}82$; c) Eje mayor = 4 u, eje menor = $2\sqrt{2}$ u, vértices: A(2, 0), A´(–2, 0), B(0, $\sqrt{2}$), B´(0, $-\sqrt{2}$), focos: F($\sqrt{2}$, 0), F´($-\sqrt{2}$, 0), distancia focal = $2\sqrt{2}$ u, $e = \sqrt{2}/2 \cong 0{,}7$

12. a) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$; b) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$; c) $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{36} = 1$

13. a) $15x^2 + y^2 = 16$; b) $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$

14. La elipse y la recta no se tocan en ningún punto.

15. $t \equiv 2x + y - 9 = 0$

16. a) Eje real = 1 u, eje imaginario = 2 u, vértices: A(1/2, 0), A´(–1/2, 0), B(0, 1), B´(0, –1), focos: F($\sqrt{5}/2$, 0), F´($-\sqrt{5}/2$, 0), distancia focal = $\sqrt{5}$ u, e = $\sqrt{5}$;
b) Eje real = 6 u, eje imaginario = $2\sqrt{7}$ u, vértices: A(3, 0), A´(–3, 0), B(0, $\sqrt{7}$), B´(0, $-\sqrt{7}$), focos: F(4, 0), F´(–4, 0), distancia focal = 8 u, e = $4/3$;
c) Eje real = 4 u, eje imaginario = $2\sqrt{2}$ u, vértices: A(2, 0), A´(–2, 0), B(0, $\sqrt{2}$), B´(0, $-\sqrt{2}$), focos: F($\sqrt{6}$, 0), F´($-\sqrt{6}$, 0), distancia focal = $2\sqrt{6}$ u, e = $\sqrt{6}/2$

17. a) $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{15} = 1$; b) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$; c) $x^2 - \frac{y^2}{8} = 1$; d) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$

18. a) $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$; b) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{5}=1$

19. $t \equiv 3x - y - 5 = 0$

20. $t_1 \equiv \sqrt{38}x - y + 6 = 0$, $t_2 \equiv \sqrt{38}x + y - 6 = 0$

21. a) p = 4, foco F(2, 0), directriz x = –2, eje de simetría y = 0; b) p = 1, foco F(1/2, 0), directriz x = –1/2, eje de simetría y = 0; c) p = 2, foco F(0, 1), directriz y = –1, eje de simetría x = 0

22. a) $y^2 = 4x$; b) $x^2 = 3y$

23. $t \equiv x - 2y + 10 = 0$

24. $t \equiv x - 2y + 4 = 0$