



ACTIVIDADES

1. Tasa de variación media de una función en un intervalo.

1. Calcular la tasa de variación media en el intervalo $[0, 2]$ de las funciones:

a) $f(x) = x^3 - x^2 + 3$ b) $f(x) = \frac{1}{x+1}$ c) $f(x) = \sqrt{2x}$ d) $f(x) = |x+1| + |x-2|$

2. Calcular la tasa de variación media de las siguientes funciones en los intervalos que se indican:

a) $f(x) = 2^{-x}$ en $[-2, 0]$ b) $f(x) = 2^x$ en $[2, 4]$ c) $f(x) = \log_2 x$ en $[1, 2]$
d) $f(x) = \sin x$ en $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ e) $f(x) = \cos x$ en $[\pi, 2\pi]$ f) $f(x) = \operatorname{tg} x$ en $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

2. Derivada de una función en un punto.

3. Aplicando la definición de derivada, calcular el valor de la derivada de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $f(x) = x^3 + x^2 + 1$ en $x = 2$ b) $f(x) = (2x-1)^2$ en $x = 0$ c) $f(x) = 3$ en $x = c$, $c \in \mathbb{R}$
d) $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$ en $x = 3$ e) $f(x) = \sqrt{x-1}$ en $x = 4$ f) $f(x) = \sqrt{x^2+3}$ en $x = 1$

4. Aplicando la definición de derivada, calcular el valor de la derivada de $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$ en los puntos que se indican: a) $x = 0$ b) $x = 1$ c) $x = -1$

5. Aplicando la definición de derivada, calcula el valor de la derivada de $f(x) = \sqrt{x+1}$ en los puntos que se indican: a) $x = 3$ b) $x = 8$ c) $x = 0$

6. Si la ecuación de la recta tangente a una función f en $x = 1$ es $y = 3x+2$, ¿cuánto vale $f'(1)$?
Si la ecuación de la recta tangente a una función g en $x = 2$ es $y = -x+5$, ¿cuánto vale $g'(2)$?
Si la ecuación de la recta tangente a una función f en $x = 1$ es $3x-2y+2 = 0$, ¿cuál es el valor de $f'(1)$? ¿Y el de $f(1)$?

7. La ecuación que expresa la distancia recorrida e (en metros) en función del tiempo t (en segundos) empleado por un objeto es $e(t) = 3t^2 + 2$

- a) Calcular su velocidad media en el intervalo de tiempo comprendido entre 2 y 4 segundos.
b) Calcular su velocidad justamente en el instante $t = 5$ segundos.

3. Derivabilidad de una función en un punto. Derivadas laterales.

8. Calculando el valor de las derivadas laterales usando la definición de derivada lateral, averiguar si las siguientes funciones son derivables en los puntos que se indican:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x < 2 \\ x^2 - x + 3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad \text{en } x = 2 \qquad \text{b) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{x+4} & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad \text{en } x = 0$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 7 & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{4}{x-2} & \text{si } x > 3 \end{cases} \quad \text{en } x = 3 \qquad \text{d) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ \frac{x-1}{2} & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad \text{en } x = 2$$

$$\text{e) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & \text{si } x \leq 4 \\ x^2 - 9x + 21 & \text{si } x > 4 \end{cases} \quad \text{en } x = 4 \qquad \text{f) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} - 2x & \text{si } x \leq 4 \\ 2x - 8 & \text{si } x > 4 \end{cases} \quad \text{en } x = 4$$

4. Función derivada.

9. Utilizando la definición, averiguar la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = 3x + 7 & \text{b) } f(x) = 5x^2 + 3x - 1 & \text{c) } f(x) = 4x^3 + 5x - 2 & \text{d) } f(x) = 5 \\ \text{e) } f(x) = \frac{2}{x-1} & \text{f) } f(x) = \frac{2x}{x+1} & \text{g) } f(x) = \frac{x-3}{x+2} & \text{h) } f(x) = \frac{1}{x} \\ \text{i) } f(x) = \sqrt{x} & \text{j) } f(x) = \sqrt{x+1} & \text{k) } f(x) = \sqrt{x^2+3} & \text{l) } f(x) = \sqrt{-x} \end{array}$$

5. Reglas de derivación. Cálculo de funciones derivadas.

10. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = 4x^5 - 3x^4 - 3x & \text{b) } f(x) = 2x - 3 & \text{c) } f(x) = (x^2 - 1) \cdot (x^3 + 1) & \text{d) } f(x) = 5 \\ \text{e) } f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 3x^{-1} & \text{f) } f(x) = 3x^{-2} + 2x^{-1} & \text{g) } f(x) = \frac{5}{2}x^2 - 3\sqrt{x} & \text{h) } f(x) = \sqrt[3]{x^2} \\ \text{i) } f(x) = 4x^{-4} + 2x^{-2} + \frac{x^{-3}}{3} & \text{j) } f(x) = \frac{x^4 - 4x}{4} & \text{k) } f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 1} & \text{l) } f(x) = \frac{3}{x} \\ \text{m) } f(x) = (x^3 + x^2) \cdot (x^2 - x) & \text{n) } f(x) = \sqrt{3x+2} & \text{ñ) } f(x) = \frac{4x^3 + 2}{x^2 + x} & \text{o) } f(x) = \sqrt{1-x^2} \\ \text{p) } f(x) = \sqrt{3}x^3 - \pi x + \sqrt{3} & \text{q) } f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} & \text{r) } f(x) = \frac{\sqrt{3x}}{x} & \text{s) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \end{array}$$

11. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = (x+3)^8 & \text{b) } f(x) = (2x-5)^4 & \text{c) } f(x) = (x^3 - 6x) \cdot (x^2 + 1)^3 & \text{d) } f(x) = (2\sqrt{x} - 3x)^3 \\ \text{e) } f(x) = \frac{(x^2 - 3x)^2}{2} & \text{f) } f(x) = \left(\frac{x^2 - 3}{x^2 + 1} \right)^3 & \text{g) } f(x) = \frac{(x-1)^3}{3x} & \text{h) } f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 3x)^2} \end{array}$$

12. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = \ln(3x^4 - 3x^2) & \text{b) } f(x) = (x^2 - 1) \cdot \ln x & \text{c) } f(x) = \ln \sqrt{x-2} & \text{d) } f(x) = x \cdot 4^x \\ \text{e) } f(x) = \frac{\ln x}{x^2} & \text{f) } f(x) = \frac{x}{\ln x} & \text{g) } f(x) = \ln \left(\frac{x}{x+1} \right) & \text{h) } f(x) = \ln \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \\ \text{i) } f(x) = \ln(\ln x) & \text{j) } f(x) = \ln(1-x^2)^2 & \text{k) } f(x) = \ln \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right) & \text{l) } f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1}) \end{array}$$

13. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = \cos(x^3 - 2) & \text{b) } f(x) = 4\sin(3x) - 3\cos(2x) & \text{c) } f(x) = \cos(\sin x) & \text{d) } f(x) = \ln(\cos 2x) \\ \text{e) } f(x) = 3 \cdot e^{x^2-3x} & \text{f) } f(x) = (x^4 + x) \cdot e^{3x+1} & \text{g) } f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x} & \text{h) } f(x) = 2^{5x} \\ \text{i) } f(x) = \sin x^2 & \text{j) } f(x) = \sin^2 x & \text{k) } f(x) = \sin x + 2e^{-x} & \text{l) } f(x) = e^{\cos x} \\ \text{m) } f(x) = \ln \left(\frac{\sin x}{x} \right) & \text{n) } f(x) = \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}} & \text{ñ) } f(x) = x \cdot \sin x & \text{o) } f(x) = \frac{e^x}{x} \end{array}$$

14. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = \operatorname{tg}(2x+1) & \text{b) } f(x) = \operatorname{tg}(2x^2) & \text{c) } f(x) = \operatorname{tg}^3(x^2) & \text{d) } f(x) = \ln(\operatorname{tg}(2x)) \\ \text{e) } f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x} & \text{f) } f(x) = \frac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x} & \text{g) } f(x) = \operatorname{arctg}(3x+5) & \text{h) } f(x) = \operatorname{arctg}(2\sqrt{x}) \\ \text{i) } f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\cos x}{1+\sin x} \right) & \text{j) } f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} & \text{k) } f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) & \text{l) } f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} \right) \end{array}$$

15. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = \arcsen(2x) & \text{b) } f(x) = \arcsen \left(\frac{x}{2} \right) & \text{c) } f(x) = \arcsen \sqrt{1-x^2} & \text{d) } f(x) = \arcsen \left(\frac{x^2}{1+x^2} \right) \\ \text{e) } f(x) = \arccos(x^2) & \text{f) } f(x) = \arccos \left(\frac{1+x}{1-x} \right) & \text{g) } f(x) = \arccos \left(\frac{x^2-1}{x^2+1} \right) & \text{h) } f(x) = \arccos(\sqrt{1-x}) \end{array}$$

16. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = \frac{(1-x)^3}{(1+x)^4} & \text{b) } f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^{-x}} & \text{c) } f(x) = \frac{e^x}{\operatorname{arctg} x} & \text{d) } f(x) = \ln \left(\frac{1+\sin x}{1-\sin x} \right) \\ \text{e) } f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{1+e^x}{1-e^x} \right) & \text{f) } f(x) = \ln(\cos^2(e^x)) & \text{g) } f(x) = \sqrt[3]{e^{x^2}-1} & \text{h) } f(x) = \sin^3(x^2) - \cos^2(x^3) \\ \text{i) } f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{\arccos x}} & \text{j) } f(x) = e^x \cdot \cos x & \text{k) } f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{1-\cos x}{1+\cos x} \right) & \text{l) } f(x) = \ln \left(\cos \left(\frac{x^2}{2} \right) \right) \\ \text{m) } f(x) = \sin(x^2) + \sin^2 x + \sin(2x) & \text{n) } f(x) = \sin(x^3) - \sin^4(3x) & \text{ñ) } f(x) = 3x \sin^3 x - \cos^3 x \end{array}$$

17. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^2 - 4}} & \text{b) } f(x) = \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} & \text{c) } f(x) = \sqrt[3]{\left(\frac{x+1}{x}\right)^2} & \text{d) } f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}} \\ \text{e) } f(x) = \sqrt{e^{x^5} - 1} & \text{f) } f(x) = (3 + e^{2x})^4 & \text{g) } f(x) = \operatorname{sen}^3 x^2 & \text{h) } f(x) = (1 + \cos^2 x)^3 \end{array}$$

18. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = x^x & \text{b) } f(x) = \sqrt{x}^{\sqrt{x}} & \text{c) } f(x) = (\operatorname{sen} x)^x & \text{d) } f(x) = (\ln x)^{\ln x} \\ \text{e) } f(x) = (\sqrt{x})^{\operatorname{tg} x} & \text{f) } f(x) = (\operatorname{tg} x)^{\sqrt{x}} & \text{g) } f(x) = (\cos x)^{\operatorname{sen} 2x} & \text{h) } f(x) = x^{\operatorname{tg} x} \\ \text{i) } f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^x & \text{j) } f(x) = (\operatorname{sen} x)^{\cos x} & \text{k) } f(x) = x^{\frac{1}{x}} & \text{l) } f(x) = (1 + x)^{\operatorname{sen} x} \end{array}$$

19. Hallar la derivada de las siguientes funciones y evaluarlas en los puntos que se indican:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = 3x^2 + 2x - 1 \text{ en } x = 1 & \text{b) } f(x) = \frac{1}{2x+1} \text{ en } x = 0 & \text{c) } f(x) = (x^2 - 1)^3 \text{ en } x = \frac{1}{2} \\ \text{d) } f(x) = x^2 - \cos x \text{ en } x = \frac{\pi}{2} & \text{e) } f(x) = \frac{x^2}{3} - \sqrt{x-1} \text{ en } x = 2 & \text{f) } f(x) = 2\cos(3x - \pi) \text{ en } x = \pi \\ \text{g) } f(x) = \frac{2}{(x-1)^2} \text{ en } x = -1 & \text{h) } f(x) = \ln(x+1) + \operatorname{sen} x \text{ en } x = 0 & \text{i) } f(x) = \frac{3}{\sqrt{x+2}} \text{ en } x = 2 \\ \text{j) } f(x) = x^2 + \frac{16}{x^2} \text{ en } x = 2 & \text{k) } g(x) = (x^2 + 9)^3 \text{ en } x = 4 & \text{l) } h(x) = \ln(x^2 + 1) \text{ en } x = 0 \end{array}$$

6. Análisis de la derivabilidad de una función en un punto.

20. Para cada una de las siguientes funciones, escribir su expresión analítica como función definida a trozos y averiguar si es derivable en los puntos que se indican:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = |x-2| \text{ en } x = 2 & \text{b) } f(x) = x^2 - 3|x| + 2 \text{ en } x = 0 & \text{c) } f(x) = x \cdot |x| \text{ en } x = 0 \\ \text{d) } f(x) = x \cdot |x-2| \text{ en } x = 2 & \text{e) } f(x) = x^2 - 2|x| + 2 \text{ en } x = 0 & \text{f) } f(x) = 2x + |x-1| \text{ en } x = 1 \\ \text{g) } f(x) = |x^2 + 2x - 3| \text{ en } x = 1 \text{ y en } x = -3 & \text{h) } f(x) = |1 - x^2| \text{ en } x = 1 \text{ y en } x = -1 \\ \text{i) } f(x) = \frac{x}{1-|x|} \text{ en } x = 0, \text{ en } x = 1 \text{ y en } x = -1 & \text{j) } f(x) = \frac{|x-1|}{x} \text{ en } x = 1 \end{array}$$

21. Analizar la continuidad y la derivabilidad de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases} & \text{b) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x + 1 & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases} \\ \text{c) } f(x) = \begin{cases} |x+2| & \text{si } x \leq 1 \\ 4x^2 - 3x & \text{si } x > 1 \end{cases} & \text{d) } f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \end{array}$$

22. Analizar la continuidad y la derivabilidad de las siguientes funciones:

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \begin{cases} 2^x & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases} & \text{b) } f(x) &= \begin{cases} \ln x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \ln(2-x) & \text{si } 1 < x < 2 \end{cases} & \text{c) } f(x) &= \begin{cases} x \cdot e^{-x^2} & \text{si } x < 0 \\ e^x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \\ \text{d) } f(x) &= \begin{cases} x^2 + x & \text{si } x \leq 0 \\ \operatorname{sen} x & \text{si } x > 0 \end{cases} & \text{e) } f(x) &= \begin{cases} -1 + \cos x & \text{si } x \leq 0 \\ 2x & \text{si } 0 < x < 1 \\ 2e^{x-1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases} & \text{f) } f(x) &= \begin{cases} x-1 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x \cdot \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases} \end{aligned}$$

23. Hallar el valor de **m** para que $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + mx & \text{si } x > 0 \end{cases}$ sea derivable en todo $\mathbb{R}$.

24. Para cada una de las siguientes funciones, calcular el valor de **m** para que sea continua en todo $\mathbb{R}$, y analizar su derivabilidad para el valor de **m** obtenido.

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \begin{cases} mx^2 - 2 & \text{si } x \leq -2 \\ m & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ \frac{x}{3} & \text{si } x > 2 \end{cases} & \text{b) } f(x) &= \begin{cases} -4x - 3 & \text{si } x \leq -1 \\ 2x^2 - 1 & \text{si } -1 < x < 1 \\ \frac{m+2}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

25. Hallar el valor de **k** para que la derivada de la función $f(x) = \frac{x^2 + k}{x}$ en $x = 2$ valga 2.

26. Hallar el valor que ha de tomar **m** para que la función $f(x) = \begin{cases} 1 + mx & \text{si } x < 0 \\ e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ sea derivable en todo $\mathbb{R}$.

27. Hallar los valores que han de tomar **a** y **b** para que las siguientes funciones sean derivables en todo $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \begin{cases} 4x + b & \text{si } x < 1 \\ ax^2 + 6x - 7 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} & \text{b) } f(x) &= \begin{cases} ax^2 + 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 + bx + 3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \\ \text{c) } f(x) &= \begin{cases} -(x-1)^2 + b & \text{si } x \leq 2 \\ a(x-3)^2 + 3 & \text{si } x > 2 \end{cases} & \text{d) } f(x) &= \begin{cases} 2ax + 4 & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{b}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases} \end{aligned}$$

28. En cada uno de los siguientes apartados, hallar los valores de **a** y **b**, sabiendo que:

$$\begin{aligned} \text{a) La función } f(x) &= \begin{cases} ax + bx^2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ -4 + \sqrt{x-1} & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \end{cases} \text{ es derivable en el intervalo } (0, 5) \\ \text{b) La función } f(x) &= \begin{cases} \frac{a}{x} & \text{si } -2 < x \leq -1 \\ \frac{x^2 - b}{2} & \text{si } -1 < x < 0 \end{cases} \text{ es derivable en el intervalo } (-2, 0) \end{aligned}$$

7. Derivadas sucesivas.

29. Hallar las derivadas primera y segunda de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x^2 - 7x + 5$

b) $f(x) = 2x^3 + 8x - 3$

c) $f(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 7$

d) $f(x) = \frac{1}{x}$

e) $f(x) = \frac{1}{2x}$

f) $f(x) = \frac{2}{x-1}$

g) $f(x) = x \cdot e^x$

h) $f(x) = 2^{3x}$

i) $h(x) = e^x - e^{-x}$

j) $g(x) = \ln(x+1)$

k) $g(x) = \ln(3-x)$

l) $g(x) = \ln(x+2)$

30. Hallar la derivada enésima de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{1}{x}$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

c) $g(x) = \ln x$

d) $g(x) = \ln(x-1)$

e) $h(x) = e^{2x}$

f) $h(x) = 2^x + 2^{-x}$

g) $h(x) = e^{2x} + e^{-2x}$

h) $h(x) = e^x + e^{-x}$

SOLUCIONES

1. a) 2; b) $-1/3$; c) 1; d) 0
2. a) $-3/2$; b) 6; c) 1; d) $-2/\pi$; e) $2/\pi$; f) $4/\pi$
3. a) 16; b) -4 ; c) 0; d) $4/25$; e) $\sqrt{3}/6$; f) $1/2$
4. a) $5/4$; b) $5/9$; c) 5
5. a) $1/4$; b) $1/6$; c) $1/2$
6. $f'(1) = 3$; $g'(2) = -1$; $f'(1) = 3/2$; $f(1) = 5/2$
7. a) 18 m/s; b) 30 m/s
8. a) Sí; b) No; c) No; d) No; e) Sí; f) Sí
9. a) $f'(x) = 3$; b) $f'(x) = 10x + 3$; c) $f'(x) = 12x^2 + 5$; d) $f'(x) = 0$; e) $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$;
f) $f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$; g) $f'(x) = \frac{5}{(x+2)^2}$; h) $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$; i) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$; j) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$;
k) $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$; $f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{-x}}$
10. a) $f'(x) = 20x^4 - 12x^3 - 3$; b) $f'(x) = 2$; c) $f'(x) = 5x^4 - 3x^2 + 2x$; d) $f'(x) = 0$;
e) $f'(x) = 2x^2 + \frac{3}{x^2}$; f) $f'(x) = -\frac{2x+6}{x^3}$; g) $f'(x) = 5x - \frac{3}{2\sqrt{x}}$; h) $f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$;
i) $f'(x) = -\frac{4x^2+x+16}{x^5}$; j) $f'(x) = x^3 - 1$; k) $f'(x) = \frac{-8x}{(x^2-1)^2}$; l) $f'(x) = \frac{-3}{x^2}$; m) $f'(x) = 5x^4 - 3x^2$;
n) $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}$; ñ) $f'(x) = \frac{4x^4+8x^3-4x-2}{(x^2+x)^2}$; o) $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$; p) $f'(x) = 3\sqrt{3}x^2 - \pi$;
q) $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$; r) $f'(x) = \frac{-\sqrt{3x}}{2x^2}$; s) $f'(x) = \frac{-\sqrt{x}}{2x^2}$
11. a) $f'(x) = 8 \cdot (x+3)^7$; b) $f'(x) = 8 \cdot (2x-5)^3$; c) $f'(x) = 3 \cdot (x^2+1)^2 \cdot (3x^4-13x^2-2)$;
d) $f'(x) = 3 \cdot (2\sqrt{x}-3x)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}}-3\right)$; e) $f'(x) = 2x^3 - 9x^2 + 9x$; f) $f'(x) = \frac{24x \cdot (x^2-3)^2}{(x^2+1)^4}$;
g) $f'(x) = \frac{(x-1)^2 \cdot (2x+1)}{3x^2}$; h) $f'(x) = \frac{4x-6}{3\sqrt[3]{x^2-3x}}$
12. a) $f'(x) = \frac{4x^2-2}{x^3-x}$; b) $f'(x) = 2x \ln x + \frac{x^2-1}{x}$; c) $f'(x) = \frac{1}{2(x-2)}$; d) $f'(x) = 4^x \cdot (1+x \ln 4)$;
e) $f'(x) = \frac{1-2 \ln x}{x^3}$; f) $f'(x) = \frac{-1+\ln x}{\ln^2 x}$; g) $f'(x) = \frac{1}{x^2+x}$; h) $f'(x) = \frac{1}{x^2-1}$; i) $f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$;
j) $f'(x) = \frac{4x}{x^2-1}$; k) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x} \cdot (x-1)}$; l) $f'(x) = \frac{x}{x^2+1}$

13. a) $f'(x) = -3x^2 \cdot \text{sen}(x^3 - 2)$; b) $f'(x) = 12\cos(3x) + 6\text{sen}(2x)$; c) $f'(x) = -\text{sen}(\text{sen}x) \cdot \cos x$;
d) $f'(x) = -2 \cdot \text{tg}(2x)$; e) $f'(x) = 3 \cdot (2x - 3) \cdot e^{x^2 - 3x}$; f) $f'(x) = e^{3x+1} \cdot (3x^4 + 4x^3 + 3x + 1)$;
g) $f'(x) = \frac{2e^x}{(1 - e^x)^2}$; h) $f'(x) = 2^{5x} \cdot 5 \ln 2$; i) $f'(x) = 2x \cos x^2$; j) $f'(x) = \text{sen} 2x$;

k) $f'(x) = \cos x - 2e^{-x}$; l) $f'(x) = -\text{sen}x \cdot e^{\cos x}$; m) $f'(x) = \cot gx - \frac{1}{x}$;

n) $f'(x) = \frac{-\text{sen}x}{(1 - \cos x)^2} \cdot \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$; ñ) $f'(x) = \text{sen}x + x \cos x$; o) $f'(x) = \frac{e^x \cdot (x - 1)}{x^2}$

14. a) $f'(x) = 2 \cdot (1 + \text{tg}^2(2x + 1))$; b) $f'(x) = 4x \cdot (1 + \text{tg}^2(2x^2))$; c) $f'(x) = 6x \cdot \text{tg}^2 x^2 \cdot (1 + \text{tg}^2 x^2)$;

d) $f'(x) = \frac{2 \cdot (1 + \text{tg}^2(2x))}{\text{tg} 2x}$; e) $f'(x) = \frac{1 + \text{tg}^2 x}{x} - \frac{\text{tg} x}{x^2}$; f) $f'(x) = \frac{2 \cdot (1 + \text{tg}^2 x)}{(1 - \text{tg} x)^2}$; g) $f'(x) = \frac{3}{1 + (3x + 5)^2}$;

h) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x} \cdot (1 + 4x)}$; i) $f'(x) = -\frac{1}{2}$; j) $f'(x) = \frac{-1}{2x \cdot \sqrt{x^2 - 1}}$; k) $f'(x) = \frac{-2x}{1 + x^4}$;

l) $f'(x) = \frac{-1}{(2x^2 + 1) \cdot \sqrt{1 + x^2}}$

15. a) $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1 - 4x^2}}$; b) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}}$; c) $f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1 - x^2}}$; d) $f'(x) = \frac{2x}{(1 + x^2) \cdot \sqrt{1 + 2x^2}}$;

e) $f'(x) = \frac{-2x}{\sqrt{1 - x^4}}$; f) $f'(x) = \frac{-2}{(1 - x) \cdot \sqrt{-4x}}$; g) $f'(x) = \frac{-2}{1 + x^2}$; h) $f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x - x^2}}$

16. a) $f'(x) = \frac{(1 - x)^2 \cdot (x - 7)}{(1 + x)^5}$; b) $f'(x) = 2 \cdot e^{2x}$; c) $f'(x) = e^x \cdot \left(\frac{1}{\arctg x} - \frac{1}{(1 + x^2) \cdot \arctg^2 x} \right)$;

d) $f'(x) = \frac{2}{\cos x}$; e) $f'(x) = \frac{e^x}{1 + e^{2x}}$; f) $f'(x) = \frac{-e^x \cdot \text{sen}(2e^x)}{\cos^2(e^x)}$; g) $f'(x) = \frac{2x \cdot e^{x^2}}{3 \cdot \sqrt[3]{(e^{x^2} - 1)^2}}$;

h) $f'(x) = 3x \cdot (\text{sen}(x^2) \cdot \text{sen}(2x^2) + x \cdot \text{sen}(2x^3))$; i) $f'(x) = \frac{1}{3 \cdot \sqrt[3]{(\arccos x)^4} \cdot \sqrt{1 - x^2}}$;

j) $f'(x) = e^x \cdot (\cos x - \text{sen}x)$; k) $f'(x) = \frac{\text{sen}x}{1 + \cos^2 x}$; l) $f'(x) = -x \cdot \text{tg}\left(\frac{x^2}{2}\right)$;

m) $f'(x) = 2x \cdot \cos(x^2) + \text{sen} 2x + 2 \cos 2x$; n) $f'(x) = 3 \cdot (x^2 \cos(x^3) - 4 \text{sen}^3(3x) \cos(3x))$;

ñ) $f'(x) = 3 \text{sen}x \cdot (1 + 3x \text{sen}x \cos x)$

17. a) $f'(x) = \frac{-4\sqrt{x^2 - 4}}{(x^2 - 4)^2}$; b) $f'(x) = \frac{-2}{3 \cdot \sqrt[3]{(1 + x)^4} \cdot (1 - x)^2}$; c) $f'(x) = \frac{-2}{3x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot (x + 1)}$;

d) $f'(x) = \frac{1 + 2\sqrt{x}}{4 \cdot \sqrt{x^2 + x\sqrt{x}}}$; e) $f'(x) = \frac{5x^4 \cdot e^{x^5}}{2 \cdot \sqrt{e^{x^5} - 1}}$; f) $f'(x) = 8 \cdot e^{2x} \cdot (3 + e^{2x})^3$;

g) $f'(x) = 6x \text{sen}^2 x^2 \cdot \cos x^2$; h) $f'(x) = -3 \cdot \text{sen} 2x \cdot (1 + \cos^2 x)^2$

18. a) $f'(x) = x^x \cdot (1 + \ln x)$; b) $f'(x) = \frac{(\sqrt{x})^{1+\sqrt{x}} \cdot (1 + \ln \sqrt{x})}{2x}$;
- c) $f'(x) = (\operatorname{sen} x)^x \cdot (\ln(\operatorname{sen} x) + x \cdot \cot gx)$; d) $f'(x) = (\ln x)^{\ln x} \cdot \left(\frac{1 + \ln(\ln x)}{x} \right)$;
- e) $f'(x) = (\sqrt{x})^{\operatorname{tg} x} \cdot \left(\frac{\ln \sqrt{x}}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{2x} \right)$; f) $f'(x) = (\operatorname{tg} x)^{\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\ln(\operatorname{tg} x)}{2\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}}{\operatorname{sen} 2x} \right)$;
- g) $f'(x) = 2(\cos x)^{\operatorname{sen} 2x} \cdot (\cos 2x \cdot \ln(\cos x) - \operatorname{sen}^2 x)$; h) $f'(x) = x^{\operatorname{tg} x} \cdot \left(\frac{\ln x}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)$;
- i) $f'(x) = \left(x + \frac{1}{x} \right)^x \cdot \left(\ln \left(x + \frac{1}{x} \right) + \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)$; j) $f'(x) = (\operatorname{sen} x)^{\cos x} \cdot \left(\frac{\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x \cdot \ln(\operatorname{sen} x)}{\operatorname{sen} x} \right)$;
- k) $f'(x) = x^{\frac{1}{x}} \cdot \left(\frac{1 - \ln x}{x^2} \right)$; l) $f'(x) = (1 + x)^{\operatorname{sen} x} \cdot \left(\cos x \cdot \ln(1 + x) + \frac{\operatorname{sen} x}{1 + x} \right)$
19. a) 8; b) -2; c) 27/16; d) $\pi + 1$; e) 5/6; f) 0; g) 1/2; h) 2; i) -3/16; j) 0; k) 15 000; l) 0
20. a) No; b) No; c) Sí; d) No; e) No; f) No; g) No; h) No; i) Sí; j) No
21. a) Continua en $\mathbb{R}$ y derivable en $\mathbb{R} - \{0\}$; b) Continua en $\mathbb{R} - \{2\}$ y derivable en $\mathbb{R} - \{0, 2\}$;
- c) Continua en $\mathbb{R} - \{1\}$ y derivable en $\mathbb{R} - \{-2, 1\}$; d) Continua en $\mathbb{R}$ y derivable en $\mathbb{R} - \{0\}$
22. a) Continua en todo $\mathbb{R}$ y derivable en $\mathbb{R} - \{1\}$; b) Continua en $(0, 2)$ y derivable en $(0, 2)$ excepto en $x = 1$; c) Continua y derivable en todo $\mathbb{R}$; d) Continua y derivable en todo $\mathbb{R}$;
- e) Continua en todo $\mathbb{R}$ y derivable en $\mathbb{R} - \{0\}$; f) Continua y derivable en todo $\mathbb{R}$
23. El valor es $m = 2$
24. a) $m = 2/3$ y derivable en $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$; b) $m = -1$ y derivable en $\mathbb{R} - \{1\}$
25. El valor es $k = -4$
26. El valor es $m = -1$
27. a) $a = -1$, $b = -6$; b) $a = -1$, $b = -4$; c) $a = 1$, $b = 5$; d) $a = -1/2$, $b = 4$
28. a) $a = -7/2$, $b = 1$; b) $a = 1$, $b = 3$
29. a) $f'(x) = 6x - 7$; $f''(x) = 6$; b) $f'(x) = 6x^2 + 8$; $f''(x) = 12x$; c) $f'(x) = 4x^3 - 10x + 3$;
- $f''(x) = 12x^2 - 10$; d) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$; $f''(x) = \frac{2}{x^3}$; e) $f'(x) = -\frac{1}{2x^2}$; $f''(x) = \frac{1}{x^3}$; f) $f'(x) = -\frac{2}{(x-1)^2}$;
- $f''(x) = \frac{4}{(x-1)^3}$; g) $f'(x) = (1+x) \cdot e^x$; $f''(x) = (2+x) \cdot e^x$; h) $f'(x) = 3 \ln 2 \cdot 2^{3x}$; $f''(x) = (3 \ln 2)^2 \cdot 2^{3x}$;
- i) $h'(x) = e^x + e^{-x}$; $h''(x) = e^x - e^{-x}$; j) $g'(x) = \frac{1}{x+1}$; $g''(x) = -\frac{1}{(x+1)^2}$; k) $g'(x) = \frac{1}{x-3}$;
- $g''(x) = -\frac{1}{(x-3)^2}$; l) $g'(x) = \frac{1}{x+2}$; $g''(x) = -\frac{1}{(x+2)^2}$
30. a) $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n \cdot n!}{x^{n+1}}$; b) $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n \cdot (n+1)!}{x^{n+2}}$; c) $g^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n-1)!}{x^n}$;
- d) $g^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n-1)!}{(x-1)^n}$; e) $h^{(n)}(x) = 2^n \cdot e^{2x}$; f) $h^{(n)}(x) = (\ln 2)^n \cdot (2^x + (-1)^n \cdot 2^{-x})$;
- g) $h^{(n)}(x) = 2^n \cdot (e^{2x} + (-1)^n \cdot e^{-2x})$; h) $h^{(n)}(x) = e^x + (-1)^n \cdot e^{-x}$