



ACTIVIDADES

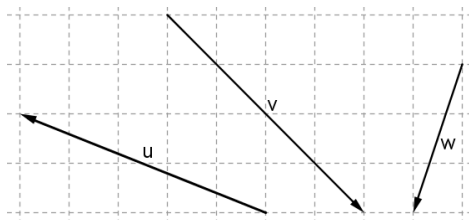
**1. Vector fijo. Vector libre. Coordenadas de un vector.**

1. Dados los puntos  $A(-2, 5)$ ,  $B(5, 4)$ ,  $C(1, -3)$  y  $D(8, -4)$ :

- a) Representar los vectores fijos  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  y calcular las coordenadas de ambos.
- b) ¿Representan los vectores fijos  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  al mismo vector libre? Justificar la respuesta.

2. Representar en el plano el vector libre  $\vec{u} = (7, -2)$  mediante tres vectores fijos distintos.

3. Deducir las coordenadas de los vectores representados en la figura:



4. Averiguar cuáles de los siguientes vectores son unitarios:

a)  $\vec{u} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$       b)  $\vec{u} = (0, -1)$       c)  $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$

5. Responder a las siguientes cuestiones sobre vectores en el plano:

- a) Hallar un vector unitario con la misma dirección que  $\vec{u} = (5, -12)$ .
- b) Dado el vector  $\vec{u} = (-3, 4)$ , hallar otro vector unitario y paralelo al mismo.
- c) Determinar un vector paralelo al vector  $\vec{u} = (-4, 3)$  y que tenga módulo 10.

6. Hallar un vector unitario con:

- a) la misma dirección y el mismo sentido que el vector  $\vec{u} = (4, 2)$
- b) la misma dirección y sentido contrario que el vector  $\vec{u} = (4, -3)$

7. En cada uno de los siguientes apartados, calcular  $x$  para que el vector  $\vec{u}$  sea unitario:

a)  $\vec{u} = \left(\frac{1}{3}, x\right)$       b)  $\vec{u} = \left(\frac{3}{5}, x\right)$       c)  $\vec{u} = \left(x, \frac{1}{2}\right)$

## 2. Operaciones con vectores.

8. Dados los vectores  $\vec{u} = (2, 4)$ ,  $\vec{v} = (3, -3)$ , hallar: a)  $\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{3}\vec{v}$     b)  $-2\vec{u} + \vec{v}$     c)  $\frac{1}{4}\vec{u} - \frac{1}{6}\vec{v}$

9. Averiguar si las siguientes parejas de vectores son linealmente dependientes:

a)  $\vec{u} = (15, 12)$ ,  $\vec{v} = (10, 8)$     b)  $\vec{u} = (1, -1)$ ,  $\vec{v} = (1, 3)$     c)  $\vec{u} = (5, 12)$ ,  $\vec{v} = (1, 10)$

10. Dado el segmento de extremos A(3, 10) y B(5, 2), hallar un punto P de este segmento de manera que la distancia entre P y A sea el triple de la distancia entre P y B.

11. Averiguar la expresión del vector  $\vec{w} = (5, -1)$  como combinación lineal de los vectores  $\vec{u} = (2, 1)$ ,  $\vec{v} = (-1, 3)$ . Representarlo gráficamente.

12. Averiguar la expresión del vector  $\vec{w} = (3, 2)$  como combinación lineal de los vectores  $\vec{u} = (0, 1)$ ,  $\vec{v} = (1, -2)$ . Representarlo gráficamente.

13. Averiguar si las siguientes parejas de vectores forman una base de vectores en el plano:

a)  $\vec{u} = (-3, 2)$ ,  $\vec{v} = (1, 1)$     b)  $\vec{u} = (-3, 6)$ ,  $\vec{v} = (2, -4)$     c)  $\vec{u} = (2, 3)$ ,  $\vec{v} = (4, 6)$

## 3. Producto escalar de vectores.

14. Calcular el ángulo que forman cada una de las siguientes parejas de vectores:

a)  $\vec{u} = (-1, 0)$ ,  $\vec{v} = (0, 1)$     b)  $\vec{u} = (\sqrt{2}, 3\sqrt{3})$ ,  $\vec{v} = (2\sqrt{2}, \sqrt{3})$     c)  $\vec{u} = (-3, 1)$ ,  $\vec{v} = (4, -3)$   
d)  $\vec{u} = (3, 1)$ ,  $\vec{v} = (-3, -1)$     e)  $\vec{u} = (3, 2)$ ,  $\vec{v} = (2, -3)$     f)  $\vec{u} = (1, 0)$ ,  $\vec{v} = (1, 1)$

15. En los siguientes triángulos cuyos vértices se dan, calcular el ángulo en el vértice que se pide:

a) A(1, 1), B(5, 0), C(-3, 5); ángulo en B.    b) A(2, -1), B(2, 5), C(0, 4); ángulo en A.

16. Averiguar si las siguientes parejas de vectores forman una base ortogonal o una base ortonormal de los vectores del plano:

a)  $\vec{u} = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ,  $\vec{v} = \left(\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}\right)$     b)  $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ,  $\vec{v} = \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

17. Dados los vectores  $\vec{u} = (3, -4)$      $\vec{v} = (6, k)$

Averiguar el valor de **k** para que sean:    a) paralelos    b) ortogonales

18. Calcular el valor de **x** para que las siguientes parejas de vectores sean ortogonales:

a)  $\vec{u} = (-1, 2)$ ,  $\vec{v} = (3, x)$     b)  $\vec{u} = (3, 2)$ ,  $\vec{v} = (x, -5)$     c)  $\vec{u} = (3, -x)$ ,  $\vec{v} = (-4, 2)$

19. a) Hallar un vector de módulo  $\sqrt{20}$  y que sea ortogonal al vector  $\vec{u} = (-1, 2)$ .

b) Hallar un vector unitario y que sea ortogonal al vector  $\vec{u} = (3, 4)$

20. Dados los vectores  $\vec{u} = (2, 1)$ ,  $\vec{v} = (6, 2)$ , hallar un vector  $\vec{w}$  tal que  $\vec{u} \cdot \vec{w} = 1$  y  $\vec{v} \perp \vec{w}$ .
21. Calcular el valor de  $x$  para que los vectores  $\vec{u} = (\sqrt{3}, 1)$ ,  $\vec{v} = (x, 2)$  formen un ángulo de  $60^\circ$ .
22. Hallar un vector ortogonal al vector  $\vec{u} = (-3, 1)$  en los siguientes casos:  
 a) Que su primera coordenada sea 2                      b) Que su segunda coordenada sea 4
23. Hallar un vector ortogonal al vector  $\vec{u} = (-3, 6)$  en los siguientes casos:  
 a) Que su primera coordenada sea 2                      b) Que sea unitario
24. Hallar el vector cuyo producto escalar con  $\vec{u} = (-3, 1)$  vale 9 y con  $\vec{v} = (7, 2)$  vale 5.

#### **4. Puntos y rectas en el plano.**

25. La recta  $r$  pasa por los puntos  $A(2, 5)$  y  $B(-1, 3)$ . Averiguar un vector de dirección de la recta  $r$ , obtener otros tres puntos (distintos de  $A$  y  $B$ ) de la recta  $r$  y finalmente, deducir el valor de la pendiente de la recta  $r$ .
26. La recta  $r$  pasa por el punto  $A(0, 2)$  y tiene como vector de dirección  $\vec{u} = (-4, 12)$ .  
 a) ¿Es también el vector  $\vec{v} = (-1, 3)$  un vector de dirección de la recta  $r$ ?  
 b) Obtener otros tres puntos, distintos de  $A$ , de la recta  $r$ .  
 c) Deducir el valor de la pendiente de la recta  $r$ .
27. Se dice que tres puntos están alineados si hay una única recta que pase por los tres. De ahí que para determinar si tres puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  están alineados o no, basta con averiguar si los vectores  $\overrightarrow{AB}$  y  $\overrightarrow{AC}$  tienen la misma dirección.  
 a) Averiguar si los puntos  $A(2, -1)$ ,  $B(6, 1)$ ,  $C(8, 2)$  están alineados.  
 b) Determinar el valor de  $k$  para que los puntos  $A(2, -1)$ ,  $B(1, 4)$  y  $C(k, 9)$  estén alineados.

#### **5. Ecuaciones de una recta en el plano.**

28. Averiguar las ecuaciones paramétricas y en forma continua de la recta que pasa por los puntos  $A(1, -1)$  y  $B(3, 2)$ .
29. a) Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por los puntos  $P(2, 1)$  y  $Q(1, -2)$ .  
 b) Deducir los valores del parámetro para los que se obtienen los puntos  $P$  y  $Q$ , respectivamente.
30. Averiguar la pendiente de la recta  $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4}$  y también un punto por el que pasa.
31. Hallar la ecuación general y la explícita de la recta que pasa por los puntos  $P(1, 4)$  y  $Q(2, 3)$ .
32. Hallar la ecuación general y las ecuaciones paramétricas del eje de abscisas y del eje de ordenadas, respectivamente.

33. Averiguar cuáles de las siguientes rectas pasan por el punto (1, 3):

$$r \equiv x - 2y + 2 = 0 \quad s \equiv 2x + y - 5 = 0 \quad t \equiv y = 2x - 3$$

34. Hallar el valor de  $k$  para que el punto de coordenadas (3,  $k$ ) pertenezca a la recta  $r \equiv y = x + 6$ .

35. Demostrar que las rectas cuyas ecuaciones son de la forma  $y = mx - m$  ( $m \in \mathbb{R}$ ), pasan todas por un mismo punto. ¿Cuáles son las coordenadas de ese punto?

36. Dado el haz de rectas secantes en el punto  $P(2, -1)$ , averiguar la ecuación explícita de la recta de dicho haz:

a) Que pasa por el punto  $Q(0, 3)$       b) Que es paralela a la recta  $x + 2y = 5$

### **6. Ángulo formado por dos rectas.**

37. Calcular el ángulo que forman las rectas  $r$  y  $s$  en cada uno de los siguientes casos:

a)  $r \equiv (x, y) = (1, 3) + t(1, -3)$      $s \equiv \begin{cases} x = 2 + 7t \\ y = 3t \end{cases}$       b)  $r \equiv y = 3x - 2$      $s \equiv 2x - 5y + 3 = 0$

c)  $r \equiv 3x - 2y + 1 = 0$      $s \equiv 2x - 5y + 3 = 0$       d)  $r \equiv 2x + y - 3 = 0$      $s \equiv \frac{x+1}{7} = \frac{y-1}{4}$

e)  $r \equiv x = \frac{y+3}{2}$      $s \equiv \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{5}$       f)  $r \equiv y = 4x - 2$      $s \equiv 5x + 3y = 0$

g)  $r \equiv y = x$      $s \equiv y = -x$       h) Eje X     $s \equiv 2x - y + 2 = 0$

i) Eje Y     $s \equiv 3x + y + 4 = 0$       j)  $r \equiv y = x - 2$      $s \equiv y = -x + 3$

38. Hallar la ecuación general de la recta que pasa por el punto  $P(2, -1)$  y que es paralela a la recta que pasa por los puntos  $A(2, 0)$  y  $B(1, 3)$ .

39. Dada la recta  $r \equiv kx - 3y + k - 4 = 0$ , calcular el valor de  $k$  para que dicha recta:

a) Pase por el punto  $P(1, -2)$       b) Sea paralela a la recta  $s \equiv \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2}$

40. Hallar los valores de  $a$  y  $b$  para que la recta  $r \equiv 3x + ay = 0$  pase por  $P(1, 3)$  y sea paralela a la recta  $s \equiv bx + y - 2 = 0$ .

41. a) El punto medio del segmento  $\overline{PQ}$  es  $M(2, 1)$ , siendo  $Q(1, 2)$ . Hallar el punto  $P$ .

b) Hallar la ecuación general de la mediatriz del segmento de extremos  $A(1, 2)$  y  $B(3, 4)$ .

c) Hallar la ecuación general de la mediatriz del segmento que determina la recta  $r \equiv 2x + y = 4$  al cortar a los ejes de coordenadas.

42. Dadas las rectas  $r \equiv 3x + y = 3$ ,  $s \equiv -2x + ky = 8$ , determinar el valor de  $k$  para que formen un ángulo de  $45^\circ$ .

43. Dados los puntos  $A(3, 6)$  y  $B(1, 0)$  y la recta  $r \equiv x - y + 1 = 0$ , hallar:

- a) El simétrico de  $A$  respecto de  $B$ .                      b) El simétrico del punto  $B$  respecto de la recta  $r$ .

44. Hallar las coordenadas del punto simétrico de  $A$  respecto de la recta  $r$  en los siguientes casos:

a)  $A(-1, -1)$     $r \equiv x + 3y - 6 = 0$                       b)  $A(1, -2)$     $r \equiv 2x + y - 3 = 0$

c)  $A(4, 1)$     $r \equiv 3x - y - 1 = 0$                       d)  $A(1, 1)$     $r \equiv x - 2y - 4 = 0$

45. Hallar la ecuación general de la recta que pasa por  $P(2, 1)$  y que forma un ángulo de  $45^\circ$  con la recta  $r \equiv y = 2x - 1$ .

46. Hallar la ecuación general de la recta que pasa por  $P(1, 3)$  y que forma  $30^\circ$  con el eje  $X$ .

47. a) Demostrar que dos rectas son perpendiculares si y solo si el producto de sus pendientes es igual a  $-1$ .

b) Comprobar el resultado anterior con las rectas  $r \equiv 3x - 5y + 1 = 0$ ,  $s \equiv 5x + 3y - 7 = 0$

### **7. Posición relativa de dos rectas.**

48. Analizar la posición relativa de los siguientes pares de rectas:

a)  $r \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + 4t \end{cases}$     $s \equiv \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 2t \end{cases}$                       b)  $r \equiv 2x + y + 1 = 0$     $s \equiv 3x - 2y + 5 = 0$

c)  $r \equiv 5x - y + 1 = 0$     $s \equiv 10x - 2y = 0$                       d)  $r \equiv x - 2y + 3 = 0$     $s \equiv \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \end{cases}$

49. Averiguar el valor de  $m$  para que la recta de ecuación  $r \equiv mx - (3 - m)y + 5 - m = 0$

sea paralela a la recta  $s \equiv \frac{x - 2}{2} = y - 4$

50. Hallar los puntos de corte de la recta  $r \equiv x + 2 = y - 2$  con los ejes de coordenadas.

51. Determinar:

a) La ecuación general de la recta que pasa por  $P(2, 2)$  y es paralela a la recta  $y = x - 3$

b) La ecuación general de la recta que pasa por  $P(2, 2)$  y es perpendicular a la recta  $2x + y + 5 = 0$

52. Hallar el valor de  $k$  para que las tres rectas  $x - 3y + 1 = 0$ ,  $x + y - 3 = 0$ ,  $kx - y - 3 = 0$  pasen por un mismo punto.

53. Escribir la ecuación del haz de rectas paralelas a la recta  $x + y - 1 = 0$  y averiguar la recta de dicho haz que pasa por el punto  $(3, 0)$ .

54. Escribir la ecuación del haz de rectas paralelas a la dirección  $\vec{u} = (2, 1)$  y averiguar la recta de dicho haz que pasa por el punto  $(0, 3)$ .

## 8. Distancias en el plano.

55. Averiguar si es isósceles el triángulo de vértices  $A(3, 1)$ ,  $B(1, 3)$ ,  $C(5, 5)$ .

56. En cada uno de los siguientes apartados, dados los vértices de un triángulo, comprobar que es un triángulo rectángulo y calcular su área:

a)  $A(1, 4)$ ,  $B(3, 1)$ ,  $C(7, 8)$                       b)  $A(1, 4)$ ,  $B(3, -2)$ ,  $C(-1, 0)$

57. Dados los puntos  $A(2, 1)$ ,  $B(6, 3)$ ,  $C(7, 1)$  y  $D(3, -1)$ , comprobar que el polígono ABCD es un rectángulo y calcular su perímetro y su área.

58. Calcular el área del triángulo formado por las rectas  $3x+y-8=0$ ,  $5x-3y+10=0$ ,  $x-2y+2=0$ .

59. Calcular la distancia del punto  $P(1, -1)$  a la recta  $r$  en cada una de los siguientes casos:

a)  $r \equiv x + 3y + 2 = 0$                       b)  $r \equiv y = 2x - 1$                       c)  $r \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3}$   
d)  $r \equiv \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$                       e)  $r \equiv 4x + 3y = 2$                       f)  $r \equiv \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

60. Dados los vértices del triángulo, hallar su área, en cada uno de los siguientes casos:

a)  $A(6, 2)$ ,  $B(-3, 4)$ ,  $C(3, 0)$                       b)  $A(0, 3)$ ,  $B(3, 1)$ ,  $C(2, 5)$                       c)  $A(1, 0)$ ,  $B(3, 2)$ ,  $C(-1, 3)$   
d)  $A(2, -1)$ ,  $B(2, 5)$ ,  $C(0, 4)$                       e)  $A(-3, 2)$ ,  $B(1, -3)$ ,  $C(1, 4)$                       f)  $A(1, 5)$ ,  $B(-1, 0)$ ,  $C(7, 2)$

61. Hallar la distancia entre los siguientes pares de rectas:

a)  $r \equiv 3x+4y-15=0$ ,  $s \equiv 3x+4y=40$                       b)  $r \equiv \frac{x+1}{5} = \frac{y+2}{12}$ ,  $s \equiv 12x-5y+5=0$

62. Deducir el valor de  $k$  para que las rectas  $r \equiv 2x+ky+12=0$ ,  $s \equiv 3x-y=5$  sean paralelas y hallar la distancia entre ellas.

63. Hallar las coordenadas de un punto equidistante de los puntos  $A(4, 4)$ ,  $B(5, 3)$  y  $C(-1, 3)$ .

64. Hallar un punto de la recta  $r \equiv x+y-2=0$  que equidiste de los puntos  $A(1, 3)$  y  $B(-1, -5)$ .

65. Hallar un punto de la recta  $r \equiv 2x-y-6=0$ , que diste 2 unidades de la recta  $s \equiv 3x-4y+1=0$ .

66. Determinar el valor de  $k$  para que la distancia de la recta  $r \equiv 2x+ky-4=0$  al origen de coordenadas sea 2 unidades.

67. Hallar la ecuación de una recta paralela a la recta  $r \equiv x-y+2=0$  que esté a  $\sqrt{2}$  unidades de distancia.

68. Hallar la ecuación general de una recta que pase por  $A(2, 3)$  y diste 2 unidades de  $P(-2, 1)$ .

## SOLUCIONES

1. a)  $\overline{AB} = \overline{CD} = (7, -1)$ ; b) Sí, porque tienen el mismo módulo, dirección y sentido.
2. Por ejemplo, con los vectores fijos determinados por los puntos  $A(-2, 3)$  y  $B(5, 1)$  o con los puntos  $C(-4, 6)$  y  $D(3, 4)$ .
3.  $\vec{u} = (-5, 2)$ ;  $\vec{v} = (4, -4)$ ;  $\vec{w} = (-1, -3)$
4. a) Sí; b) Sí; c) No
5. a)  $\vec{v} = (5/13, -12/13)$  ó  $\vec{v} = (-5/13, 12/13)$ ; b)  $\vec{v} = (-3/5, 4/5)$ ; c)  $\vec{v} = (-8, 6)$  ó  $\vec{v} = (8, -6)$
6. a)  $(2\sqrt{5}/5, \sqrt{5}/5)$ ; b)  $(-4/5, 3/5)$
7. a)  $x = \pm 2\sqrt{2}/3$ ; b)  $x = \pm 4/5$ ; c)  $x = \pm \sqrt{3}/2$
8. a)  $(2, 1)$ ; b)  $(-1, -11)$ ; c)  $(0, 3/2)$
9. a) Sí; b) No; c) No.
10.  $P(9/2, 4)$
11.  $\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$
12.  $\vec{w} = 8\vec{u} + 3\vec{v}$
13. a) Forman una base; b) No forman base; c) No forman base.
14. a)  $90^\circ$ ; b) Aprox.  $43^\circ$ ; c) Aprox.  $162^\circ$ ; d)  $180^\circ$ ; e)  $90^\circ$ ; f)  $45^\circ$
15. a) En el vértice B hay un ángulo de aprox.  $18^\circ$ ; b) En el vértice A hay un ángulo de aprox.  $22^\circ$
16. a) Forman una base ortogonal; b) Forman una base ortonormal.
17. a)  $k = -8$ ; b)  $k = 9/2$
18. a)  $x = 3/2$ ; b)  $x = 10/3$ ; c)  $x = -6$
19. a)  $\vec{v} = (4, 2)$  ó  $\vec{v} = (-4, -2)$ ; b)  $\vec{v} = (-4/5, 3/5)$  ó  $\vec{v} = (4/5, -3/5)$
20.  $\vec{w} = (-1, 3)$
21.  $x = 0$  ( $x = -2\sqrt{3}$  no vale)
22. a)  $\vec{v} = (2, 6)$ ; b)  $\vec{v} = (4/3, 4)$
23. a)  $\vec{v} = (2, 1)$ ; b)  $\vec{v} = (2\sqrt{5}/5, \sqrt{5}/5)$
24.  $\vec{w} = (-1, 6)$
25. a)  $\vec{u} = (3, 2)$ ; b)  $(5, 7), (8, 9), (-4, 1)$  por ejemplo; c)  $m = 2/3$
26. a) Sí; b)  $(1, -1), (-2, 8), (-1, 5)$ , por ejemplo; c)  $m = -3$
27. a) Sí; b)  $k = 0$
28.  $\{x = 3+2t; y = 2+3t\}$ ;  $(x-3)/2 = (y-2)/3$

29. a)  $\{ x = 2+t; y = 1+3t \}$ ; b)  $t = 0; t = -1$
30.  $m = 2; P(1, -2)$
31.  $y = -x+5; x+y-5 = 0$
32. La ecuación general del eje X es  $y = 0$  y las ecuaciones paramétricas son  $\{ x = t, y = 0 \}$ ; La ecuación general del eje Y es  $x = 0$  y las ecuaciones paramétricas son  $\{ x = 0, y = t \}$ .
33. La recta r no; la recta s sí; la recta t no.
34. El valor es  $k = 9$
35. Todas pasan por el punto  $P(1, 0)$  ya que se trata del haz de rectas  $y - 0 = m(x - 1)$
36. a)  $y = -2x+3$ ; b)  $y = (-1/2)x$
37. a)  $85^\circ$ ; b)  $\simeq 50^\circ$ ; c)  $34^\circ 30'$ ; d)  $\simeq 87^\circ$ ; e)  $\simeq 38^\circ$ ; f)  $45^\circ$ ; g)  $90^\circ$ ; h)  $\simeq 63^\circ$ ; i)  $\simeq 18^\circ$ ; j)  $90^\circ$
38.  $3x+y-5 = 0$
39. a)  $k = -1$ ; b)  $k = 2$
40. Los valores son  $a = -1, b = -3$
41. a)  $P(3, 0)$ ; b)  $x+y-5 = 0$ ; c)  $x-2y+3 = 0$
42. Los valores son  $k = 1$  ó  $k = -4$
43. a)  $A'(-1, -6)$ ; b)  $B'(-1, 2)$
44. a)  $A'(1, 5)$ ; b)  $A'(17/5, -4/5)$ ; c)  $A'(-2, 3)$ ; d)  $A'(3, -3)$
45.  $x-3y+1 = 0$  ó  $3x+y-7 = 0$
46.  $\sqrt{3}x - 3y + 9 - \sqrt{3} = 0$  ó  $\sqrt{3}x + 3y - 9 - \sqrt{3} = 0$
47. a)  $r \perp s \Leftrightarrow \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow u_2 \cdot v_2 = -u_1 \cdot v_1 \Leftrightarrow \frac{u_2}{u_1} \cdot \frac{v_2}{v_1} = -1 \Leftrightarrow m_r \cdot m_s = -1$
- b)  $\vec{u} = (5, 3), \vec{v} = (-3, 5); m_r \cdot m_s = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{-3} = \frac{-15}{15} = -1$
48. a) Paralelas; b) Secantes; c) Paralelas; d) Secantes.
49. El valor es  $m = 1$
50. Corta al eje Y en el punto  $(0, 4)$  y corta al eje X en el punto  $(-4, 0)$
51. a)  $x-y = 0$ ; b)  $x-2y+2 = 0$
52. El valor es  $k = 2, P(2, 1)$
53.  $x+y+k = 0; x+y-3 = 0$
54.  $x-2y+k = 0; x-2y+6 = 0$
55. Sí, ya que tiene dos lados iguales.
56. a) Área =  $13 u^2$ ; b) Área =  $10 u^2$

57. El perímetro mide  $6\sqrt{5}$  u. y el área mide  $10 \text{ u}^2$

58. El área es  $7 \text{ u}^2$

59. a) 0; b)  $\cong 0,89 \text{ u.}$ ; c)  $\cong 3,33 \text{ u.}$ ; d)  $\cong 0,73 \text{ u.}$ ; e)  $0,2 \text{ u.}$ ; f)  $\cong 1,39 \text{ u.}$

60. a) Área =  $12 \text{ u}^2$ ; b) Área =  $5 \text{ u}^2$ ; c) Área =  $5 \text{ u}^2$ ; d) Área =  $6 \text{ u}^2$ ; e) Área =  $14 \text{ u}^2$ ; f) Área =  $18 \text{ u}^2$

61. a)  $5 \text{ u.}$ ; b)  $3/13 \text{ u.}$

62.  $k = -2/3$ ;  $d = 7,27 \text{ u.}$

63. P(2, 1)

64. P(4, -2)

65. P(3, 0) ó Q(7, 8)

66. El valor es  $k = 0$

67.  $x-y = 0$  ó  $x-y+4 = 0$

68.  $4x-3y+1 = 0$  ó  $y = 3$