



ACTIVIDADES

1. Matrices. Operaciones con matrices.

1. Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$

Calcular las matrices: a) $3A+2C$ b) AB c) AC d) CA

2. a) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, demostrar que $A^2 - 3A - I = O$.

b) Dada una matriz A de orden n tal que $A^2 = A$. Demostrar que $(2A - I)^2 = I$

3. a) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, obtener las matrices A^n y B^n

b) Dadas las matrices $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, hallar: C^n , D^n , E^n

4. Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $B = (1 \ 4 \ 3)$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 \\ -2 & 9 & -6 \\ 1 & -4 & 4 \end{pmatrix}$

a) Calcular $(AB)^t$ y $(BA)^t$.

b) Hallar una matriz X que verifique la relación $\frac{1}{2}X + (AB)^t = C$

5. Dada la matriz $B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -8 & 7 & 4 \\ 8 & -6 & -3 \end{pmatrix}$

Calcular las matrices B^2 , B^{2016} y B^{2017} , justificando adecuadamente la respuesta.

6. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

a) Demostrar que $A^3 + I_3 = O$, siendo O la matriz nula de orden 3.

b) Calcular las matrices A^9 y A^{10} , justificando adecuadamente la respuesta.

2. Matriz inversa. Ecuaciones matriciales.

7. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) ¿Para qué valores de m se verifica que $A^2 = 2A + I$? (I denota la matriz identidad).

b) Para $m = 1$, calcular A^{-1} y la matriz X que satisface $AX - B = AB$

8. Determinar, si existe, la matriz X que verifica $A(X + 2I) = BC$, siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

9. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, hallar la matriz X que cumple que $AX = (A^{-1}A^t + I)^2$

10. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -5 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Hallar la matriz X que verifica que $A^{-1}XA = B - A$

11. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

a) Calcular si existe, la matriz inversa de A .

b) Hallar la matriz X que verifica $A^t X + B = I$

12. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 6 \end{pmatrix}$

Determinar, si existe, la matriz X que verifica $A^2 X - BA + X = CD$

13. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a) Determinar, si existen, los valores de a , b , c para que los que $AB = BA$.

b) Calcular A^2 , A^3 , A^{2017} y A^{2018} .

c) Calcular, si existe, la matriz inversa de A .

14. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Determinar, si existe, la matriz X que verifica $ABX - 2C = CX$

15. Hallar la matriz X que verifica $AXA^{-1} + B = CA^{-1}$ sabiendo que

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad BA = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -5 & -3 \end{pmatrix}$$

16. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m-1 \\ 0 & m-1 & 2-m \\ 0 & -1 & 2-m \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Determinar los valores de m para los que la matriz A no tiene inversa.

b) Para $m = 1$, calcular, si existe, la matriz X que verifica $A^{-1}XA + I = B$

17. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m \\ m & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Hallar los valores de m para los que la matriz A tiene inversa.

b) Para $m = 0$, calcular, si es posible, la inversa de la matriz A^2

18. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

Determinar los valores de λ para los que la matriz $A + \lambda I$ no tiene inversa.

19. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m \\ m & 2 & -3 \\ m-1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Determinar los valores de m para los que la ecuación $AX+B = C$ tiene solución única.

b) Para $m = 0$, hallar la matriz X tal que $AX+B = C$

3. Propiedades de los determinantes.

20. Calcular los siguientes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 6 \end{vmatrix}$ f) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & -2 & 4 \\ 1 & 2 & -4 \end{vmatrix}$

21. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, hallar todas las matrices $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ tales que $a+d = 1$, tienen determinante 1 y cumplen $AX = XA$

22. Hallar una matriz A simétrica tal que $\det(A) = -7$ y que $A \cdot \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

23. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

Calcular el determinante de la matriz $(A^2 B^{-1})^{2015}$

24. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Calcular el determinante de la matriz $2A^{-1}(A+B)^t$

25. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$

a) Determinar la matriz X que verifica $A^t X B^{-1} = C$

b) Calcular el determinante de $B^{-1}(C^t C)B$

26. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$

a) Hallar el determinante de una matriz X que verifique $X^2 A X = B$

b) Determinar, si existe, la matriz Y que cumpla que $A^2 Y B^{-1} = A$

27. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

a) Si una matriz X verifica $X^3 A X = B^2$, deducir los posibles valores de su determinante.

b) Determinar, si existe, la matriz Y que verifique que $A^2 Y B^{-1} = A$

28. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

a) Calcular A^{37} y A^{41}

b) Hallar el determinante de la matriz $3A^{52}(A^t)^4$

29. Sin desarrollar por la regla de Sarrus, demostrar que el determinante de la matriz

$A = \begin{pmatrix} k & x & 1+ax \\ 2k & y & 2+ay \\ 3k & z & 3+az \end{pmatrix}$ es igual a cero, enunciando las propiedades que se utilicen.

30. Sabiendo que el determinante de la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 0 & 3 \\ x & y & z \end{pmatrix}$ es 2, calcular los siguientes determinantes indicando, en cada caso, las propiedades que se utilicen:

a) $\det(5M^4)$ b) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ x & y & z \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 1 & x+6 & x \\ 2 & y & y \\ 3 & z+3 & z \end{vmatrix}$

31. Sabiendo que el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ es -3 , calcular los siguientes determinantes, indicando las propiedades que se utilicen:

a) $\det(-2A)$ b) $\det(A^{-1})$ c) $\begin{vmatrix} d & e & f \\ 7a & 7b & 7c \\ 2g & 2h & 2i \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} a & d+2g & 5g \\ b & e+2h & 5h \\ c & f+2i & 5i \end{vmatrix}$

32. Sabiendo que el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$ es 3, calcular los siguientes determinantes indicando, en cada caso, las propiedades que se utilicen:

a) $\det(A^3)$ b) $\det(A^{-1})$ c) $\det(A + A^t)$ d) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ c & e & f \\ 2b & 2d & 2e \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} a & b & 4a-c \\ b & d & 4b-e \\ c & e & 4c-f \end{vmatrix}$

33. De una matriz A cuadrada de orden 3, se sabe que $\det(2A) = 8$

a) Deducir de forma razonada el valor del determinante de A .

b) Siendo B la matriz que se obtiene de A multiplicando por 3 la primera fila y por -1 la tercera fila, deducir de forma razonada el valor del determinante de B .

c) Hallar los valores de x para los que la matriz $A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 2 & 2 \\ x & 2-x & 1 \end{pmatrix}$ verifica que $\det(2A) = 8$

4. Rango de una matriz.

34. Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 7 & 7 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

a) Calcular $\text{rango}(A)$ y $\text{rango}(B)$

b) Averiguar los valores de m para los que la matriz $C - mI$ tiene inversa.

c) Calcular el rango de la matriz $C - 2I$

35. Discutir el rango de las siguientes matrices según los distintos valores del parámetro t :

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & t \end{pmatrix} \quad \text{b) } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & t \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}$$

$$36. \text{ Considera la matriz } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & m \\ m-1 & 0 & 2 \\ 0 & 1-m & 0 \end{pmatrix}$$

a) Hallar el valor o valores de m para los que la matriz A tiene rango 2.

b) Para $m = 1$, calcular A^{2015}

$$37. \text{ Considera la matriz } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m+2 \\ 0 & 1 & m+1 \\ m & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

a) Estudiar el rango de A según los valores de m .

b) Para $m = 2$, calcular la inversa de la matriz $2020 A$

$$38. \text{ Considera las matrices } A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & m \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & m & 0 \\ 3 & 2 & m \end{pmatrix}$$

a) Encontrar los valores de m para los que A y B tienen el mismo rango.

b) Determinar, si existen, los valores de m para los que A y B tienen el mismo determinante.

$$39. \text{ Se consideran las matrices } A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcular el rango de C .

b) Calcular el rango de la matriz $A B^t + \lambda I$, según los valores de λ .

c) Hallar la matriz X que verifique la relación $CX - X = 2I$

$$40. \text{ Considera la matriz } A = \begin{pmatrix} k & 0 & k \\ k+1 & k & 0 \\ 0 & k+1 & k+1 \end{pmatrix}$$

a) Discutir el rango de A según los valores de k .

b) Para $k = 1$, calcular el determinante de la matriz $2(A^t A^{-1})^{2017}$.

SOLUCIONES

$$1. \text{ a) } 3A + 2C = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 17 \\ 12 & -3 & 4 \\ 14 & 4 & 13 \end{pmatrix}; \text{ b) } AB = \begin{pmatrix} 1 & 13 \\ 4 & 13 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}; \text{ c) } AC = \begin{pmatrix} 14 & -2 & 19 \\ 9 & 0 & 19 \\ 14 & 1 & 11 \end{pmatrix}; \text{ d) } CA = \begin{pmatrix} 12 & 7 & 12 \\ 1 & -2 & 8 \\ 12 & 11 & 15 \end{pmatrix}$$

2.

$$3. \text{ a) } A^n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B^n = \begin{pmatrix} 2^{n-1} & 2^{n-1} \\ 2^{n-1} & 2^{n-1} \end{pmatrix};$$

$$\text{ b) } C^n = O, \forall n \geq 3; D^n = \begin{pmatrix} 3^{n-1} & 3^{n-1} & 3^{n-1} \\ 3^{n-1} & 3^{n-1} & 3^{n-1} \\ 3^{n-1} & 3^{n-1} & 3^{n-1} \end{pmatrix}; E^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & n \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. \text{ a) } (AB)^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & 8 & -4 \\ 3 & 6 & -3 \end{pmatrix}, (BA)^t = (6); \text{ b) } X = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -4 \\ -12 & 2 & -4 \\ -4 & -20 & 14 \end{pmatrix}$$

$$5. B^2 = I_3; B^{2016} = I_3; B^{2017} = B$$

$$6. \text{ b) } A^9 = -I; A^{10} = -A$$

$$7. \text{ a) } m = 1 \text{ ó } m = -1; \text{ b) } A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$8. X = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

$$9. X = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 2 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & -6 \end{pmatrix}$$

$$10. X = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -1 & 18 & -7 \\ -2 & 45 & -18 \end{pmatrix}$$

$$11. \text{ a) } A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 2 \\ -2 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}; \text{ b) } X = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 1 \\ -3 & 14 & 0 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$12. X = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -9/2 & 9/2 & -6 \\ 13/2 & -13/2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$13. \text{ a) } a = 0, b = 0, c = -1; \text{ b) } A^2 = I, A^3 = A, A^{2017} = A, A^{2018} = I; \text{ c) } A^{-1} = A$$

$$14. X = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ -40 & 38 & -24 \\ -30 & 30 & -20 \end{pmatrix}$$

$$15. X = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 6 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$16. a) \text{ Para } m = 0 \text{ ó } m = 2; b) X = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$17. a) A \text{ tiene inversa para cualquier valor de } m; b) (A^2)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$18. \text{ Para } \lambda_1 = 2, \lambda_2 = -2, \lambda_3 = 3$$

$$19. a) \text{ Para } m \neq -\frac{1}{2} \text{ y } m \neq 5; b) X = \begin{pmatrix} -14/5 \\ -4/5 \\ -6/5 \end{pmatrix}$$

$$20. a) -7; b) 0; c) 0; d) -15; e) -1; f) 32$$

$$21. \text{ Las matrices } X = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \text{ ó } X = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$22. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$23. \det((A^2 B^{-1})^{2015}) = (\det(A^2) \det(B^{-1}))^{2015} = (4 \cdot 1/4)^{2015} = 1^{2015} = 1$$

$$24. \det(2 A^{-1} (A + B)^t) = 2^3 \cdot \det(A^{-1}) \cdot \det(A + B)^t = 8 \cdot \frac{1}{4} \cdot 24 = 48$$

$$25. a) X = \begin{pmatrix} -7 & 10/3 & 0 \\ -3 & 5/3 & 0 \end{pmatrix}; b) \det(B^{-1} (C^t C) B) = 0$$

$$26. a) \det(X) = -2; b) Y = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$27. a) \det(X) \text{ es igual a } \sqrt[4]{4} = \sqrt{2} \text{ ó } -\sqrt[4]{4} = -\sqrt{2}; b) Y = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$28. a) A^{37} = A; A^{41} = A^2 = A^t; b) \text{ El valor del determinante es } 9.$$

$$29. \det(A) = 0$$

$$30. a) 5^3 \cdot 2^4 = 2000; b) (-1/3) \cdot 2 = -2/3; c) 0 + 2 = 2$$

31. a) 24; b) $-1/3$; c) 42; d) -15

32. a) 27; b) $1/3$; c) 24; d) -6 ; e) -3

33. a) $\det(A) = 1$; $\det(B) = -3$; c) $x = 0$ ó $x = 2$

34. a) $\text{Rango}(A) = 2$; $\text{Rango}(B) = 2$; b) Para $m \neq 1$ y $m \neq 2$; c) $\text{Rango}(C-2I) = 2$

35. a) Si $t = 3$, $\text{rango}(A) = 1$; si $t \neq 3$, $\text{rango}(A) = 2$; b) Si $t = 4$, $\text{rango}(B) = 1$; si $t \neq 4$, $\text{rango}(B) = 2$

36. a) $m = 0$ ó $m = 1$; b) $A^{2015} = O$

37. a) Para $m \neq 1$ y $m \neq -5/2$, $\text{rango}(A) = 3$; para $m = 1$, $\text{rango}(A) = 2$; para $m = -5/2$, también

es $\text{rango}(A) = 2$; b) Es la matriz $\frac{-1}{18180} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 5 & -7 \\ 6 & -3 & -3 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

38. a) Si $m = 0$, $\text{rango}(A) = \text{rango}(B) = 2$; si $m = -4$, $\text{rango}(A) = 1 \neq \text{rango}(B) = 2$; si $m \neq 0$ y $m \neq -4$, $\text{rango}(A) = 2 \neq \text{rango}(B) = 3$; b) $\det(A) = \det(B)$ si $m = -1$ ó $m = -4$.

39. a) $\text{rango}(C) = 1$; b) Si $\lambda \neq 0$, el rango es 3; si $\lambda = 0$, el rango es 1; c) $X = \begin{pmatrix} -4 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

40. a) Para $k \neq 0$ y $k \neq -1$ y $k \neq -1/2$, $\text{rango}(A) = 3$; para $k = 0$, $\text{rango}(A) = 2$; para $k = -1$, también es el $\text{rango}(A) = 2$; para $k = -1/2$, también es el $\text{rango}(A) = 2$; b) El determinante es 8.