



ACTIVIDADES

**1. Límite de una función en un punto.**

1. Sobre la gráfica de la función f:

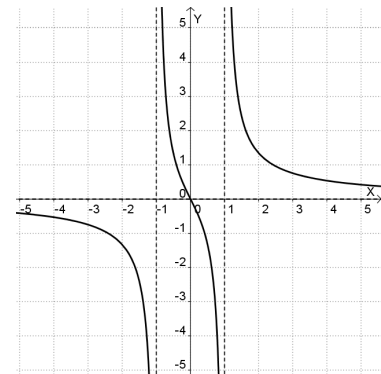
a) Indicar el valor de los límites  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$   $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ .

¿Existe el límite  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ?

b) Indicar el valor de los límites  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$   $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ .

¿Existe el límite  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ?

c) ¿Tiene asíntotas verticales? Indicar sus ecuaciones.



2. Sobre la gráfica de la función f:

a) Indicar el valor de los límites  $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$   $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$ .

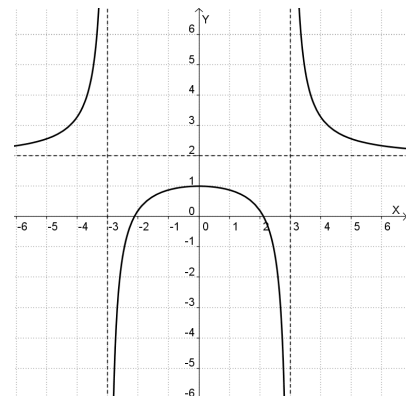
¿Existe el límite  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ ?

b) Indicar el valor de los límites  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$   $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ .

¿Existe el límite  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ?

c) ¿Tiene asíntotas verticales? Indicar sus ecuaciones.

d) Razonar si existe el límite de la función en  $x = 0$ .

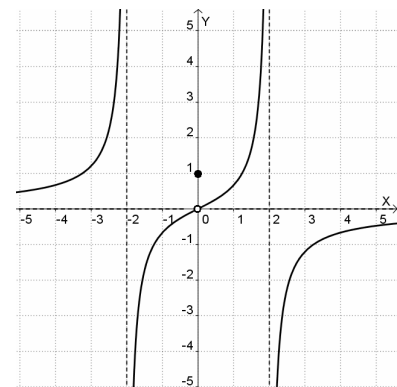


3. Sobre la gráfica de la función f, indicar:

a)  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$       b)  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$       c)  $f(-2)$       d)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

e)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$       f)  $f(2)$       g)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$       h)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

i)  $f(0)$       j)  $\text{Dom}(f)$



4. Utilizando una tabla de valores, averiguar el valor de los siguientes límites:

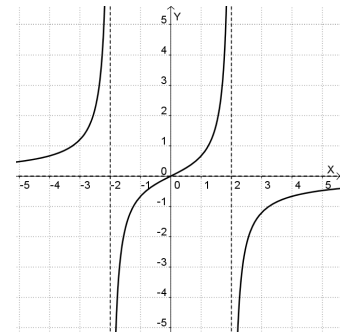
a)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$       b)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$       c)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x}{1 - x}$       d)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{1 - x}$

e) A la vista de los resultados obtenidos, ¿existe  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$ ? ¿existe  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x}{1 - x}$ ?

## 2. Límite de una función en el infinito.

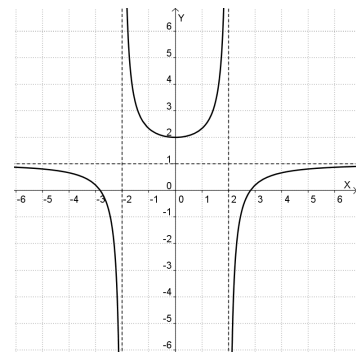
5. Sobre la gráfica de la función f:

- Indicar el valor del límite de f cuando  $x \rightarrow -\infty$
- Indicar el valor del límite de f cuando  $x \rightarrow +\infty$
- ¿Tiene asíntota horizontal? Indicar su ecuación.
- ¿Tiene ramas parabólicas?
- ¿Cuál es el dominio de f?



6. Sobre la gráfica de la función f:

- Indicar el valor del límite de f cuando  $x \rightarrow -\infty$
- Indicar el valor del límite de f cuando  $x \rightarrow +\infty$
- ¿Tiene asíntota horizontal? Indicar su ecuación.
- Razonar si existe el límite de la función en  $x = 0$
- ¿Cuál es el dominio de f?



7. Utilizando una tabla de valores, averiguar el valor de los siguientes límites:

- |  |  |   |   |
|--|--|---|---|
| a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2}$    | b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x^2}$   | c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 10x^2$         | d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x^2 + 10x$          |
| e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x-1}{x+5}$ | f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x-1}{x+5}$ | g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{10x+100}$ | h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{10x+100}$ |

## 3. Cálculo de límites.

8. Calcular los siguientes límites:

- |   |   |   |  |
|---|---|---|--|
| a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{(x+1)^2}$ | b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{2}{x^2}$  | c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-x^3}$ | d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-7}{(x-1)^2}$ |
| e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3}{x^4}$    | f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x+x^3}$ | g) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4}{x-2}$       | h) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{4}{x-2}$          |
| i) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x}{x+1}$       | j) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x}{x+1}$     | k) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{5x^2}{1-x}$    | l) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{5x^2}{1-x}$       |

9. Calcular los siguientes límites:

- |  |   |  |  |
|--|---|--|--|
| a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 2x$ | b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x+1}{2}$    | c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x+1$                      | d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2+x}{5}$ |
| e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 - 2x$ | f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -7x+1$             | g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x+1$                      | h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -x^2+x$           |
| i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 4x^3+x$   | j) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-x+2}{3}$ | k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x^4 + \frac{x^2}{3} - x$ | l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1-x)^2$          |

10. Calcular los siguientes límites:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{2-x} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{2-x} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 3x - 1}{x} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{1-x^2} \\
 \text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x+3} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+x}{x-2} & \text{g) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-x}{2x+1} & \text{h) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-3x}{2-3x} \\
 \text{i) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x+3} & \text{j) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+x}{x-2} & \text{k) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{2x+1} & \text{l) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-3x}{2-3x} \\
 \text{m) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{3x+1} & \text{n) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{3x+1} & \text{ñ) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2x^2}{2x^2} & \text{o) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{(x+1)^2}
 \end{array}$$

11. Calcular los siguientes límites:

$$\begin{array}{llll}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x+1}{x-3}} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{x} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+3}}{x+3} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} \\
 \text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{1}{x}} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-3}}{2x} & \text{g) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{x} & \text{h) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}} \\
 \text{i) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{8x+1}{2x-3}} & \text{j) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-1}}{3x} & \text{k) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1}}{x} & \text{l) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{3x^2+1}}
 \end{array}$$

12. Calcular los siguientes límites:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+3} - \sqrt{x+2} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2-2x} - x \\
 \text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3-x^2+1} - \sqrt{x^3-x} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+x} - x & \text{f) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2-2x} - \sqrt{x^2+2x} \\
 \text{g) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+3} - \sqrt{x-3} & \text{h) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^3-x^2}{x+1}} - x & \text{i) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sqrt{1 + \frac{1}{x}} - x
 \end{array}$$

13. Calcular los siguientes límites:

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-x^2} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2x-x^2} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3-6x^2+5}{x^4-x^3-x+1} \\
 \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3+x}{x^2+x} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^4}{x^3+x^2} & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^2+x-6}{x^2-3x+2}} \\
 \text{g) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-6x^2+8x-3}{x^4-2x^3+2x-1} & \text{h) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4-16}{x^2-4} & \text{i) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-3x^2+8x-5}{x-1} \\
 \text{j) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+4x-5}{x^3-1} & \text{k) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2-x+2} & \text{l) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x^2-2x}}
 \end{array}$$

14. Calcular los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x \cdot \left( \frac{x-2}{x+1} - 1 \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2+1}{x^2-2} - 1 \right) \cdot x$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \left( \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - 1 \right)$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1-x) \cdot \left( \frac{2x+1}{2x-3} - 1 \right)$

e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} \right) \cdot \left( \frac{2}{x+1} - 1 \right)$

f)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} \right) \cdot \left( \frac{x+2}{2x} - 1 \right)$

g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2}{x+2} \right) \cdot \left( \frac{3x^2-1}{3x^2+x} - 1 \right)$

h)  $\lim_{x \rightarrow 7} \left( \frac{x+1}{x-7} \right) \cdot \left( \frac{x^2-6x-7}{x-3} \right)$

i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} \right) \cdot \left( \frac{x+1}{1-x} - 1 \right)$

15. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & \text{si } x < 1 \\ 2x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$  hallar:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

16. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} 3x - 5 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$  hallar:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

c)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

17. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 1}{2x - 2} & \text{si } x > 1 \end{cases}$  hallar:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

18. Calcular los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4} - \frac{x^2-4}{x-2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{\sqrt{x-2}}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{\sqrt{x-3}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-9}}$

19. Calcular los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{\sqrt{x+16} - 4}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x}$

d)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{1-\sqrt{x+2}}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{\sqrt{x-2} - 2}$

f)  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} \frac{x - \sqrt{5}}{x^2 - 5}$

g)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1 - \sqrt{x+3}}{x+2}$

h)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt{x} - \sqrt{5}}$

i)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{3 - \sqrt{12-x}}$

j)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{3 - \sqrt{2x+5}}$

k)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{5-x}}{x^2 - 1}$

l)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{x^2 - 2x + 1}}{2 - \sqrt{x+4}}$

#### 4. Asíntotas de una función.

20. Para cada una de las siguientes funciones, hallar las ecuaciones de sus asíntotas y determinar la posición de la gráfica respecto de las mismas:

$$\text{a) } f(x) = \frac{3x}{x-1} \quad \text{b) } f(x) = \frac{x+1}{2x+3} \quad \text{c) } f(x) = \frac{4}{3-x} \quad \text{d) } f(x) = \frac{x^2+2}{x-1}$$

$$\text{e) } f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x-3} \quad \text{f) } f(x) = \frac{2x^2+3}{x^2-4x} \quad \text{g) } f(x) = \frac{1}{x^2+1} \quad \text{h) } f(x) = \frac{2x}{x^2-x}$$

$$\text{i) } f(x) = \frac{x^2}{x+2} \quad \text{j) } f(x) = \frac{2-x^2}{x} \quad \text{k) } f(x) = \frac{2x^3-2}{x^2-x} \quad \text{l) } f(x) = \frac{-2x^2+3}{x+1}$$

21. a) Si el denominador de una función racional se anula en un valor de abscisa  $x = c$ , ¿puede afirmarse que la recta  $x = c$  es una asíntota vertical de la función? Justificar la respuesta.

b) Demostrar que si una función tiene una asíntota horizontal, no puede tener una asíntota oblicua simultáneamente en el mismo lado del eje X.

#### 5. Continuidad de una función. Tipos de discontinuidad.

22. En cada uno de los siguientes apartados, analizar la continuidad de la función dada, clasificando el tipo de discontinuidad en cada caso:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 2-x & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x = -1 \\ \frac{x^2-1}{x+1} & \text{si } x \neq -1 \end{cases} \quad \text{c) } f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x^2-x & \text{si } 1 < x < 4 \\ |4-2x^2| & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

$$\text{d) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2-x}}{x} & \text{si } x < 1 \\ 2x-1 & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ \frac{x}{4-x} & \text{si } x \geq 3 \end{cases} \quad \text{e) } f(x) = \begin{cases} x^2-x & \text{si } x < 0 \\ \frac{x}{x^2-4x+3} & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 2-x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad \text{f) } f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{1}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$$

23. En cada apartado, averiguar el valor de  $k$  para que  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ :

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} k & \text{si } x = 1 \\ \frac{x^2-1}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} k & \text{si } x = 2 \\ \frac{x^2-4}{x-2} & \text{si } x \neq 2 \end{cases} \quad \text{c) } f(x) = \begin{cases} k & \text{si } x = 1 \\ \frac{x^2+x-2}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \end{cases}$$

$$24. \text{ Dada la función } f(x) = \begin{cases} 3-kx^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{kx} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

a) Calcular el valor de  $k$  para que la función sea continua en  $x = 1$ .

b) Obtener la expresión analítica de la función para  $k = 4$  y analizar su continuidad, clasificando el tipo de discontinuidad.

25. En cada apartado, hallar el valor de  $m$  y  $n$  para que  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ :

$$a) f(x) = \begin{cases} mx^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 3mx - n & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases} \quad b) f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si } x < 0 \\ mx + n & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 1 + x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$c) f(x) = \begin{cases} mx^2 - x + 5 & \text{si } x < 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \\ \frac{-1 + nx}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad d) f(x) = \begin{cases} 1 - 2^{nx} & \text{si } x < 1 \\ 0 & \text{si } x = 1 \\ 2 - mx & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

26. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} kx & \text{si } x = 1 \\ \frac{1}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \end{cases}$ . ¿Existe algún valor de  $k$  para el que la función sea continua en  $x = 1$ ? Justificar la respuesta.

27. Analizar la continuidad de las siguientes funciones, clasificando el tipo de discontinuidad:

$$a) f(x) = \frac{2x}{x^2 - 9} \quad b) f(x) = \frac{1}{x^2} \quad c) f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad d) f(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$$

$$e) f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x^2 - 4} \quad f) f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} \quad g) f(x) = \frac{x^4 - x^2}{x^2 - x} \quad h) f(x) = \frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{x^2 - 3x + 2}$$

28. Analizar la continuidad de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \sqrt{-x} \quad b) f(x) = \sqrt{x - 5} \quad c) f(x) = \sqrt{3 - x} \quad d) f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$$

$$e) f(x) = \sqrt{4 - x^2} \quad f) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x + 1}} \quad g) f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}} \quad h) f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^2 + 1}}$$

## 6. Función exponencial.

29. Calcular los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} 3^{x+2} \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{7}{10}\right)^x \quad c) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \quad d) \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 + e^x$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -\infty} 3^{x+2} \quad f) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{7}{10}\right)^x \quad g) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x \quad h) \lim_{x \rightarrow -\infty} 2 + e^x$$

$$i) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x^2 - x}{x^2 - 1}\right)^{x+1} \quad j) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{3x^2 - x}\right)^{x+1} \quad k) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2x - 1}{3x}\right)^x \quad l) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x - 1}{3x}\right)^x$$

$$m) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x - 1}{2x}\right)^x \quad n) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x - 1}{2x}\right)^x \quad ñ) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x + 2}{x + 1}\right)^{x+5} \quad o) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x + 1}{5x - 3}\right)^{x+3}$$

$$p) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2 + e^x} \quad q) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2 + e^x} \quad r) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{1 - e^x} \quad s) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{1 - e^x}$$

$$t) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} \quad u) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x + e^{-x} \quad v) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x^2} \quad w) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^2}$$

30. En cada uno de los siguientes apartados, analizar la continuidad de la función dada, clasificando el tipo de discontinuidad en cada caso:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } f(x) &= \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } 0 < x < 2 \\ 2^{-x+1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases} &
 \text{b) } f(x) &= \begin{cases} \frac{1}{e^x} & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} &
 \text{c) } f(x) &= \begin{cases} \frac{e^x}{1-e^x} & \text{si } x < 0 \\ x^2+1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

## 7. Función logarítmica.

31. Calcular los siguientes límites:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x & & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x & & \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{1}{x}\right) & & \text{d) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln\left(\frac{1}{x}\right) \\
 \text{e) } \lim_{x \rightarrow 1} \log x^2 & & \text{f) } \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln(x-1) & & \text{g) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln\left(\frac{x^2+3x}{x}\right) & & \text{h) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \log\left(\frac{10x^2}{x^2-1}\right) \\
 \text{i) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(-x) & & \text{j) } \lim_{x \rightarrow 2^+} \ln(x^2-4) & & \text{k) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln\left(\frac{x^2+x}{x}\right) & & \text{l) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_2\left(\frac{2x+1}{x+1}\right)
 \end{aligned}$$

32. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 1 \\ \ln x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$  calcular:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) & & \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) & & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) & & \text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) & & \text{e) } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)
 \end{aligned}$$

$$33. \text{ Dada la función } f(x) = \begin{cases} 2+2x-x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x-2}{x-1} & \text{si } 0 < x < 2 \\ \ln\left(\frac{2x-3}{x-1}\right) & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

a) Analizar la continuidad de la función, clasificando el tipo de discontinuidad en cada caso.

b) Calcular los siguientes límites:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$        $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

34. En cada apartado, hallar el valor de  $k$  para que  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ :

$$\begin{aligned}
 \text{a) } f(x) &= \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \log(kx) & \text{si } x > 1 \end{cases} &
 \text{b) } f(x) &= \begin{cases} \ln(kx) & \text{si } x \leq -1 \\ -x^2 & \text{si } x > -1 \end{cases} &
 \text{c) } f(x) &= \begin{cases} e^{-kx} & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

35. Analizar la continuidad de las siguientes funciones:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } f(x) &= \ln(x-1) & \text{b) } f(x) &= \ln(x^2-2x-3) & \text{c) } f(x) &= \ln(1+e^x) & \text{d) } f(x) &= \ln(1-e^x)
 \end{aligned}$$

36. Analizar la continuidad de las siguientes funciones, clasificando el tipo de discontinuidad:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = \frac{x}{\ln x} & \text{b) } f(x) = \frac{x}{\ln(x-1)} & \text{c) } f(x) = \frac{1}{1-\ln x} & \text{d) } f(x) = e^{\frac{1}{x}} \\ \text{e) } f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x^2}\right) & \text{f) } f(x) = \frac{1}{1-e^x} & \text{g) } f(x) = \frac{1}{1+e^{\left(\frac{x}{x-1}\right)}} & \text{h) } f(x) = \frac{1}{1-e^{\left(\frac{x}{x-1}\right)}} \end{array}$$

### 8. Transformaciones en la gráfica de una función.

37. Representar gráficamente las siguientes funciones. Indicar el dominio, puntos de corte con los ejes, continuidad, monotonía, extremos, acotación, asíntotas y ramas parabólicas, expresando la tendencia de cada variable:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = 2^{x+3} & \text{b) } f(x) = 2^{x-3} & \text{c) } f(x) = 2 + 3^x & \text{d) } f(x) = -2 + 3^x \\ \text{e) } f(x) = -2^{x+1} & \text{f) } f(x) = -2^{x-1} & \text{g) } f(x) = 1 - 3^x & \text{h) } f(x) = -1 - 3^x \\ \text{i) } f(x) = 2^{-x-3} & \text{j) } f(x) = 2^{-x+3} & \text{k) } f(x) = 2 + 3^{-x} & \text{l) } f(x) = -2 + 3^{-x} \\ \text{m) } f(x) = \log(x+3) & \text{n) } f(x) = \log(x-3) & \text{ñ) } f(x) = 1 + \ln x & \text{o) } f(x) = -1 + \ln x \\ \text{p) } f(x) = 1 + \ln(x-2) & \text{q) } f(x) = -1 + \ln(x+2) & \text{r) } f(x) = -\log x & \text{s) } f(x) = 1 - \log x \end{array}$$

### 9. Funciones trigonométricas.

38. Calcular los siguientes límites:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{sen} x & \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right)} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{sen} x \\ \text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x & \text{f) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arctg} x & \text{g) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \operatorname{arctg}\left(\frac{4x^2+x}{x}\right) & \text{h) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x^2+3}{-x}\right) \end{array}$$

39. En cada uno de los siguientes apartados, analizar la continuidad de la función, clasificando el tipo de discontinuidad en cada caso:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 3x & \text{si } x \leq -2 \\ e^x & \text{si } -2 < x < 0 \\ \cos x & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x & \text{si } x < \frac{\pi}{2} \\ -1 + \cos x & \text{si } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{c) } f(x) = \begin{cases} 2 - \operatorname{sen} x & \text{si } x \leq \frac{\pi}{4} \\ 1 + 2 \cos x & \text{si } x > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

40. En cada apartado, hallar el valor de **m** y **n** para que **f** sea continua en todo su dominio:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} me^x + n \cos x & \text{si } x < 0 \\ 6 & \text{si } x = 0 \\ 3m + n(x-1) & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} m(x-1)^2 & \text{si } x \leq 0 \\ \operatorname{sen}(nx) & \text{si } 0 < x < \pi \\ \frac{\pi}{x} & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$$

## SOLUCIONES

1. a)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$   $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$  No existe, porque los límites laterales no coinciden;  
b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$   $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$  No existe, porque los límites laterales no coinciden;  
c) Tiene una asíntota vertical en  $x = -1$  y otra asíntota vertical en  $x = 1$
2. a)  $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = +\infty$   $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -\infty$  No existe, porque los límites laterales no coinciden;  
b)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty$   $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$  No existe, porque los límites laterales no coinciden;  
c) Tiene una asíntota vertical en  $x = -3$  y otra asíntota vertical en  $x = 3$ ;  
d) Existe y su valor es 1, ya que los límites laterales son ambos iguales a 1
3. a)  $+\infty$ ; b)  $-\infty$ ; c) No existe; d)  $+\infty$ ; e)  $-\infty$ ; f) No existe; g) 0; h) 0; i)  $f(0) = 1$ ; j)  $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$
4. a) 2; b) 2; c)  $+\infty$ ; d)  $-\infty$ ; e) Sí / No
5. a) 0; b) 0; c)  $y = 0$ ; d) No tiene; e)  $(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$
6. a) 1; b) 1; c)  $y = 1$ ; d) Existe y vale 2, ya que los límites laterales son ambos iguales a 2;  
e)  $(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$
7. a) 0; b) 0; c)  $-\infty$ ; d)  $-\infty$ ; e) 4; f) 4; g)  $-\infty$ ; h)  $+\infty$
8. a) 0; b) 0; c) 0; d) 0; e) 0; f) 0; g)  $+\infty$ ; h)  $-\infty$ ; i)  $-\infty$ ; j)  $+\infty$ ; k)  $-\infty$ ; l)  $+\infty$
9. a)  $+\infty$ ; b)  $-\infty$ ; c)  $+\infty$ ; d)  $-\infty$ ; e)  $+\infty$ ; f)  $+\infty$ ; g)  $-\infty$ ; h)  $-\infty$ ; i)  $+\infty$ ; j)  $+\infty$ ; k)  $-\infty$ ; l)  $+\infty$
10. a)  $-\infty$ ; b)  $+\infty$ ; c)  $+\infty$ ; d) 0; e) 2; f)  $+\infty$ ; g)  $-1/2$ ; h) 1; i) 2; j)  $-\infty$ ; k)  $-1/2$ ; l) 1; m)  $+\infty$ ; n)  $-\infty$ ; ñ)  $-1$ ;  
o) 0
11. a) 1; b) 0; c) 1; d) 1; e) 0; f)  $1/2$ ; g) 0; h) 2; i) 2; j)  $1/3$ ; k) 0; l)  $\sqrt{3}/3$
12. a) 0; b)  $+\infty$ ; c)  $-1$ ; d)  $-\infty$ ; e)  $1/2$ ; f)  $-2$ ; g) 0; h)  $-1$ ; i)  $1/2$
13. a)  $1/2$ ; b)  $1/2$ ; c)  $+\infty$ ; d) 1; e) 0; f)  $\sqrt{5}$ ; g) 2; h) 8; i) 2; j) 2; k)  $1/3$ ; l)  $\sqrt{2}/2$
14. a)  $-6$ ; b) 0; c) 1; d)  $-2$ ; e)  $-1/2$ ; f)  $-1/4$ ; g)  $-1/3$ ; h) 16; i) 2
15. a) 2; b) 1; c) 4; d)  $+\infty$ ; e)  $-\infty$
16. a) No existe; b)  $-5$ ; c)  $+\infty$ ; d) 1; e)  $-\infty$
17. a) No existe; b) 1; c)  $3/2$ ; d)  $+\infty$ ; e) No existe
18. a)  $-15/4$ ; b)  $+\infty$ ; c)  $+\infty$
19. a)  $1/4$ ; b)  $4/3$ ; c)  $-1$ ; d)  $-2$ ; e) 4; f)  $\sqrt{5}/10$ ; g)  $-1/2$ ; h)  $20\sqrt{5}$ ; i) 36; j)  $-3/4$ ; k)  $1/8$ ; l)  $-4$
20. a) AV  $x = 1$ , AH  $y = 3$ ; b) AV  $x = -3/2$ , AH  $y = 1/2$ ; c) AV  $x = 3$ , AH  $y = 0$ ;  
d) AV  $x = 1$ , AO  $y = x+1$ ; e) AV  $x = 3$ , AO  $y = x+5$ ; f) AV  $x = 0$ , AV  $x = 4$ , AH  $y = 2$ ;  
g) AH  $y = 0$ ; h) AV  $x = 1$ , AH  $y = 0$ ; i) AV  $x = -2$ , AO  $y = x-2$ ; j) AV  $x = 0$ , AO  $y = -x$ ;  
k) AV  $x = 0$ , AO  $y = 2x+2$ ; l) AV  $x = -1$ , AO  $y = -2x+2$

21. a) No. El denominador de  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - 1}$  se anula en  $x = 1$  y sin embargo,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2}$ ;  
 b) Una función no puede tener una asíntota horizontal y otra oblicua a un mismo lado del eje de abscisas. En tal caso, habría un mismo valor del eje de abscisas con dos imágenes distintas, lo cual es imposible en una función.
22. a) Continua en  $\mathbb{R} - \{0\}$ . Discont. salto infinito en  $x = 0$ ; b) Continua en todo  $\mathbb{R}$ ;  
 c) Continua en  $\mathbb{R} - \{1\}$ . Discont. de salto finito en  $x = 1$ ; d) Continua en  $\mathbb{R} - \{0, 3, 4\}$ .  
 Discont. de salto finito en  $x = 3$  y de salto infinito en  $x = 0$  y en  $x = 4$ ; e) Continua en  $\mathbb{R} - \{1\}$ .  
 Discont. de salto infinito en  $x = 1$ ; f) Continua en  $\mathbb{R} - \{0\}$ . Discont. de salto infinito en  $x = 0$ .
23. a)  $k = 2$ ; b)  $k = 4$ ; c)  $k = 3$
24. a)  $k = 1$  ó  $k = 2$ ; b) Continua en  $\mathbb{R} - \{1\}$ . Discontinuidad de salto finito en  $x = 1$ .
25. a)  $m = 1, n = 2$ ; b)  $m = 2, n = 1$ ; c)  $m = -1, n = 4$ ; d)  $m = 2, n = 0$
26. No, ya que hay una discontinuidad de salto infinito en  $x = 1$ , sea cual sea el valor de  $k$ .
27. a) Continua en  $\mathbb{R} - \{-3, 3\}$ . Discontinuidad de salto infinito en  $x = 3$  y en  $x = -3$ ;  
 b) Continua en todo  $\mathbb{R} - \{0\}$ . Discontinuidad de salto infinito en  $x = 0$ ; c) Continua en todo  $\mathbb{R}$ ;  
 d) Continua en  $\mathbb{R} - \{-2, 1\}$ . Discontinuidad de salto infinito en  $x = 1$  y en  $x = -2$ ;  
 e) Continua en  $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ . Discontinuidad evitable en  $x = 2$  y en  $x = -2$ ;  
 f) Continua en  $\mathbb{R} - \{2\}$ . Discontinuidad evitable en  $x = 2$ ;  
 g) Continua en  $\mathbb{R} - \{0, 1\}$ . Discontinuidad evitable en  $x = 0$  y en  $x = 1$ ;  
 h) Continua en  $\mathbb{R} - \{1, 2\}$ . Discontinuidad evitable en  $x = 1$  y en  $x = 2$ .
28. a) Continua en todo su dominio  $(-\infty, 0]$ ; b) Continua en todo su dominio  $[5, +\infty)$ ;  
 c) Continua en todo su dominio  $(-\infty, 3]$ ; d) Continua en todo su dominio  $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$ ;  
 e) Continua en todo su dominio  $[-2, 2]$ ; f) Continua en todo su dominio  $(-1, +\infty)$ ;  
 g) Continua en todo su dominio  $(-1, 0] \cup (1, +\infty)$ ; h) Continua en todo su dominio  $[0, +\infty)$
29. a)  $+\infty$ ; b) 0; c)  $+\infty$ ; d)  $+\infty$ ; e) 0; f)  $+\infty$ ; g) 0; h) 2; i)  $+\infty$ ; j) 0; k)  $+\infty$ ; l) 0; m) 0; n)  $+\infty$ ; ñ)  $+\infty$ ; o) 0;  
 p) 0; q)  $1/2$ ; r) 0; s) 3; t)  $+\infty$ ; u)  $+\infty$ ; v)  $+\infty$ ; w) 0
30. a) Continua en  $\mathbb{R} - \{-1, 0\}$ . Discont. evitable en  $x = -1$  y de salto infinito en  $x = 0$ ;  
 b) Continua en todo  $\mathbb{R}$ ; c) Continua en  $\mathbb{R} - \{0\}$ . Discont. salto infinito en  $x = 0$ .
31. a)  $+\infty$ ; b)  $-\infty$ ; c)  $-\infty$ ; d)  $+\infty$ ; e) 0; f)  $-\infty$ ; g)  $\ln(3)$ ; h) 1; i)  $+\infty$ ; j)  $-\infty$ ; k) 0; l) 1
32. a) No existe; b) 1; c)  $\ln(2)$ ; d)  $+\infty$ ; e) 0
33. a) Continua en  $\mathbb{R} - \{1\}$ . Discont. de salto infinito en  $x = 1$ ; b)  $\ln(2)$ ;  $-\infty$
34. a)  $k = 10$ ; b)  $k = -1/e$ ; c)  $k = (-\ln 4)/2$

35. a) Continua en todo su dominio  $(1, +\infty)$ ; b) Continua en todo su dominio  $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ ;  
 c) Continua en todo  $\mathbb{R}$ ; d) Continua en todo su dominio  $(-\infty, 0)$

36. a) Continua en todo su dominio  $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ . Discontinuidad de salto infinito en  $x = 1$ ;

b) Continua en todo su dominio  $(1, 2) \cup (2, +\infty)$ . Discontinuidad de salto infinito en  $x = 2$ ;

c) Continua en todo su dominio  $(0, e) \cup (e, +\infty)$ . Discontinuidad de salto infinito en  $x = e$ ;

d) Continua en todo su dominio  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ . Discontinuidad de salto infinito en  $x = 0$

e) Continua en todo su dominio  $(-2, 0) \cup (0, +\infty)$ . Discontinuidad de salto infinito en  $x = 0$ ;

f) Continua en todo su dominio  $\mathbb{R} - \{0\}$ . Discontinuidad de salto infinito en  $x = 0$ ;

g) Continua en todo su dominio  $\mathbb{R} - \{1\}$ . Discontinuidad de salto finito en  $x = 1$ ;

h) Continua en todo su dominio  $\mathbb{R} - \{0, 1\}$ . Discont. salto infinito en  $x = 0$ , salto finito en  $x = 1$

37. Ninguna tiene extremos relativos y todas son continuas en todo su dominio.

	Dom(f)	Corte ejes	Intervalos de monotonía	Acotación	Asíntotas	Ramas parabólicas
a)	$\mathbb{R}$	(0, 8)	$\nearrow$ en todo $\mathbb{R}$	No acot sup Sí acot inf	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ AH: $y = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
b)	$\mathbb{R}$	(0, 1/8)	$\nearrow$ en todo $\mathbb{R}$	No acot sup Sí acot inf	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ AH: $y = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
c)	$\mathbb{R}$	(0, 3)	$\nearrow$ en todo $\mathbb{R}$	No acot sup Sí acot inf	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ AH: $y = 2$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
d)	$\mathbb{R}$	(0.63, 0) (0, -1)	$\nearrow$ en todo $\mathbb{R}$	No acot sup Sí acot inf	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ AH: $y = -2$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
e)	$\mathbb{R}$	(0, -2)	$\searrow$ en todo $\mathbb{R}$	Sí acot sup No acot inf	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ AH: $y = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
f)	$\mathbb{R}$	(0, -1/2)	$\searrow$ en todo $\mathbb{R}$	Sí acot sup No acot inf	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ AH: $y = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
g)	$\mathbb{R}$	(0, 0)	$\searrow$ en todo $\mathbb{R}$	Sí acot sup No acot inf	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ AH: $y = 1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
h)	$\mathbb{R}$	(0, -2)	$\searrow$ en todo $\mathbb{R}$	Sí acot sup No acot inf	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ AH: $y = -1$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
i)	$\mathbb{R}$	(0, 1/8)	$\searrow$ en todo $\mathbb{R}$	No acot sup Sí acot inf	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ AH: $y = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
j)	$\mathbb{R}$	(0, 8)	$\searrow$ en todo $\mathbb{R}$	No acot sup Sí acot inf	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ AH: $y = 0$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
k)	$\mathbb{R}$	(0, 3)	$\searrow$ en todo $\mathbb{R}$	No acot sup Sí acot inf	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ AH: $y = 2$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
l)	$\mathbb{R}$	(-0.63, 0) (0, -1)	$\searrow$ en todo $\mathbb{R}$	No acot sup Sí acot inf	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$ AH: $y = -2$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$
m)	$(-3, +\infty)$	(-2, 0) (0, $\log 3$ )	$\nearrow$ en $(-3, +\infty)$	No acot sup No acot inf	$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -\infty$ AV: $x = -3$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
n)	$(3, +\infty)$	(4, 0)	$\nearrow$ en $(3, +\infty)$	No acot sup No acot inf	$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$ AV: $x = 3$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

ñ)	$(0, +\infty)$	$(1/e, 0)$	$\nearrow$ en $(0, +\infty)$	No acot sup No acot inf	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ AV: $x = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
o)	$(0, +\infty)$	$(e, 0)$	$\nearrow$ en $(0, +\infty)$	No acot sup No acot inf	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ AV: $x = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
p)	$(2, +\infty)$	$(2.37, 0)$	$\nearrow$ en $(2, +\infty)$	No acot sup No acot inf	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$ AV: $x = 2$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
q)	$(-2, +\infty)$	$(0, -0.3)$ $(0.72, 0)$	$\nearrow$ en $(-2, +\infty)$	No acot sup No acot inf	$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$ AV: $x = -2$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
r)	$(0, +\infty)$	$(1, 0)$	$\searrow$ en $(0, +\infty)$	No acot sup No acot inf	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ AV: $x = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
s)	$(0, +\infty)$	$(e, 0)$	$\searrow$ en $(0, +\infty)$	No acot sup No acot inf	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ AV: $x = 0$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

38. a) 0; b) 0; c)  $+\infty$ ; d) No existe; e)  $\pi/2$ ; f)  $-\pi/2$ ; g)  $-\pi/2$ ; h)  $-\infty$

39. a) Continua en  $\mathbb{R} - \{-2\}$ . Discont. de salto finito en  $x = -2$ ; b) Continua en  $\mathbb{R} - \{\pi/2\}$ .

Discont. de salto finito en  $x = \pi/2$ ; c) Continua en  $\mathbb{R} - \{\pi/4\}$ . Discont. de salto finito en  $x = \pi/4$

40. a)  $m = 3, n = 3$ ; b)  $m = -1, n = 1/2$