



ACTIVIDADES

1. Potencias de exponente entero.

1. Realizar las siguientes operaciones utilizando propiedades de las potencias. Solo hay que hacer algún cálculo en el último paso, si fuera necesario, para dar el resultado numérico final:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad 2^5 \cdot 4^2 \cdot 8^{-3} & \text{b)} \quad \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 4^5}{3^3 \cdot 4^6} & \text{c)} \quad \frac{2^{-1} \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 2^3}{3^2 \cdot 5} \\ \text{d)} \quad \frac{(2^{-3})^3}{2^{-5}} & \text{e)} \quad \frac{a^2 \cdot b^3}{(a \cdot b)^4} & \text{f)} \quad \frac{x^{-7}}{x^{-5}} \cdot x^3 \end{array}$$

2. Realizar las siguientes operaciones utilizando propiedades de las potencias. Solo hay que hacer algún cálculo en el último paso, si fuera necesario, para dar el resultado numérico final:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad \left(\frac{(-a)^3}{(-a)^2} \right)^{19} & \text{b)} \quad \frac{x^2 \cdot y^6 \cdot z^{-5}}{x^3 \cdot y^8 \cdot z^{-6}} & \text{c)} \quad \frac{x^{-1} \cdot y^3 \cdot z^4 \cdot x^2}{y^5 \cdot z} \\ \text{d)} \quad \frac{3^{-3} \cdot 3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^{-4}}{2^{-3} \cdot 2^2 \cdot 5^5 \cdot 5^{-4}} & \text{e)} \quad \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-4}}{\left(\frac{5}{3}\right)^3} & \text{f)} \quad \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^3}{\left(\frac{7}{3}\right)^{-2}} \end{array}$$

3. Operar y expresar el resultado lo más simplificado posible:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad 2^{-3} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} & \text{b)} \quad 3^{-2} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} & \text{c)} \quad \frac{1}{2} : \left[\left(1 - \frac{1}{2}\right)^{-3} + 3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) \right] \end{array}$$

2. Radical. Raíz enésima de un número.

4. Aplicar la definición de raíz enésima para hallar el valor de **x** en las siguientes expresiones:

$$\begin{array}{lllll} \text{a)} \quad x^4 = \frac{81}{16} & \text{b)} \quad x^3 = \frac{125}{64} & \text{c)} \quad x^3 = -\frac{1}{8} & \text{d)} \quad x^2 = \frac{-1}{8} & \text{e)} \quad x^2 = \frac{9}{4} \\ \text{f)} \quad \sqrt[4]{x} = \frac{2}{3} & \text{g)} \quad \sqrt{\frac{3x}{2}} = 9 & \text{h)} \quad \sqrt[5]{8x} = -2 & \text{i)} \quad \sqrt[3]{-32} = -2 & \text{j)} \quad \sqrt[5]{\frac{125}{8}} = \frac{5}{2} \end{array}$$

3. Números reales.

5. Ordenar de menor a mayor los siguientes números reales e indicar cuáles de ellos son naturales ($\mathbb{N}$), cuáles son enteros ($\mathbb{Z}$), cuáles son racionales ($\mathbb{Q}$) y cuáles son irracionales ($\mathbb{I}$).

$$\begin{array}{cccccccc} 18 & \sqrt{12} & -5 & \sqrt[3]{15} & \sqrt[3]{-15} & 3,14 & -3,5 & 3,15555\dots \\ -\frac{17}{8} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \pi & \frac{18}{5} & -5,333\dots & \frac{57}{3} & e & \sqrt{-15} \end{array}$$

6. Responder si las siguientes frases son verdaderas o falsas, justificando la respuesta:

- a) La suma de un racional y un irracional siempre es un número racional.
- b) El cuadrado de un número irracional es siempre un número irracional.
- c) El producto de dos números fraccionarios puede ser un número entero.
- d) El producto de dos números irracionales distintos puede ser un número natural.

7. a) Expresar en forma de intervalo los siguientes conjuntos:

$$A = \{ x \in \mathbb{R} / -3 \leq x \leq 4 \} \quad B = \{ x \in \mathbb{R} / 0 < x < 7 \}$$

b) De los siguientes números: $-3,1$ -3 $\sqrt[3]{-15}$ 0 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ π $\frac{18}{5}$ 4 $6,9$ 7
indicar cuáles de ellos pertenecen a cada uno de los intervalos A y B del apartado anterior.

8. Escribir como intervalo y también empleando los signos de desigualdad los siguientes subconjuntos de la recta real:

- a) El intervalo cerrado de extremos 3 y 7
- b) El intervalo abierto de extremos -5 y 0
- c) El intervalo cerrado por la izquierda y abierto por la derecha de extremos 5 y 6
- d) El intervalo abierto por la izquierda y cerrado por la derecha de extremos -3 y 4
- e) El intervalo infinito cerrado por la derecha de extremo 5
- f) El intervalo infinito abierto por la izquierda de extremo -3

9. Expresar los siguientes intervalos utilizando los signos de desigualdad:

- a) $(-2, 7)$
- b) $[3, 6)$
- c) $(-5, 0]$
- d) $[-2, 1]$
- e) $(-\infty, 5]$
- f) $(-8, +\infty)$
- g) $[-2, +\infty)$
- h) $(-\infty, 3)$

10. Expresar adecuadamente el resultado de las siguientes operaciones con intervalos:

- a) $[-5, 3] \cap [1, 7]$
- b) $(-\infty, 5) \cap (0, +\infty)$
- c) $(-\infty, 1] \cap [3, 7]$
- d) $(-3, 0) \cup [-5, 8]$
- e) $(-\infty, 0) \cup [0, +\infty)$
- f) $(3, 5) \cup [4, 7]$
- g) $[-1, 5] \cap [6, 8]$
- h) $(-\infty, 0) \cap (0, +\infty)$
- i) $(-\infty, 1] \cap [0, 1]$
- j) $(-3, 0) \cup [3, 8]$
- k) $(-\infty, 2) \cup [0, +\infty)$
- l) $(3, 4) \cup [4, 5]$

4. Propiedades de los radicales.

11. Aplicar la forma radical para calcular las siguientes potencias de exponente fraccionario:

a) $(9)^{\frac{1}{2}}$ b) $(81)^{\frac{1}{4}}$ c) $(-243)^{\frac{1}{4}}$ d) $(-243)^{\frac{1}{5}}$ e) $(16)^{-\frac{1}{2}}$ f) $(-8)^{-\frac{1}{3}}$
g) $\left(\frac{36}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$ h) $(-1000)^{\frac{1}{3}}$ i) $\left(-\frac{8}{125}\right)^{\frac{1}{3}}$ j) $(-125)^{-\frac{1}{3}}$ k) $\left(\frac{9}{100}\right)^{-\frac{1}{2}}$ l) $\left(\frac{25}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$

12. Realizar las siguientes operaciones utilizando propiedades sobre radicales, dando la respuesta lo más simplificada posible:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ b) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$ c) $5\sqrt[3]{2} \cdot 2\sqrt[3]{4}$ d) $7\sqrt[3]{4} \cdot 3\sqrt[3]{2}$
e) $\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{12}{8}}$ f) $\sqrt[3]{\frac{2}{27}} \cdot \sqrt[3]{4}$ g) $\sqrt{\frac{75}{2}} : \sqrt{\frac{32}{3}}$ h) $\sqrt[3]{\frac{2}{3}} : \sqrt[3]{\frac{1}{12}}$

13. Realizar las siguientes operaciones utilizando propiedades sobre radicales, dando la respuesta lo más simplificada posible:

a) $\left(\sqrt[3]{x^2}\right)^9$ b) $\left(\sqrt[4]{x^2}\right)^6$ c) $\left(\sqrt[4]{\sqrt{x}}\right)^8$ d) $\left(\sqrt[7]{\sqrt{x}}\right)^{28}$
e) $\sqrt[4]{\frac{x}{2y}} : \sqrt[4]{\frac{8x}{y^5}}$ f) $\frac{x}{y} \sqrt[3]{\frac{y}{5}} \cdot \frac{y}{x} \sqrt[3]{\frac{5}{y}}$ g) $\left(\sqrt[3]{x^6 \cdot y^9}\right)^2$ h) $\sqrt{\left(\sqrt[5]{x^2}\right)^{25}}$

14. Extraer factores en los siguientes radicales:

a) $\sqrt{1372}$ b) $\sqrt[3]{5000}$ c) $\sqrt[5]{243x^{37}y^{40}}$ d) $\sqrt{\frac{x^{31}y^{32}}{z^{33}}}$ e) $\sqrt[3]{\frac{81x^{32}y^{40}}{z^{42}}}$

5. Suma y resta de radicales.

15. Realizar las siguientes operaciones, dando el resultado lo más simplificado posible:

a) $4\sqrt{27} - 5\sqrt{75} + 6\sqrt{12}$ b) $2\sqrt{8} - \sqrt{18} + 4\sqrt{128}$ c) $4\sqrt[3]{16} + 5\sqrt[3]{250} - 2\sqrt[3]{54} + 3\sqrt[3]{2}$
d) $\sqrt{50} - \frac{\sqrt{8}}{3} + \frac{7}{2}\sqrt{18}$ e) $5\sqrt[3]{\frac{3}{64}} + 2\sqrt[3]{81} - \frac{5}{4}\sqrt[3]{3}$ f) $4\sqrt[3]{\frac{2}{27}} - \frac{3}{2}\sqrt[3]{250} + \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$
g) $\frac{7\sqrt{2} + \sqrt{18}}{\sqrt{8}}$ h) $\frac{4\sqrt[3]{16} + 5\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$ i) $\frac{4\sqrt{5} + 3\sqrt{20} - \sqrt{45}}{\sqrt{245}}$

16. Efectúa las siguientes operaciones, dando el resultado lo más simplificado posible:

a) $(1 + \sqrt{2})^2$ b) $(2 + \sqrt{3})^2 + (2 - \sqrt{3})^2$ c) $(1 + \sqrt{5})^2 - (1 - \sqrt{5})^2$
d) $(3 + 2\sqrt{5})^2 - (3 - 2\sqrt{5})^2$ e) $(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})$ f) $(1 + \sqrt{2})^2 + (1 - \sqrt{2})^2$

6. Producto y cociente de radicales con distinto índice.

17. Realizar las siguientes operaciones, dando el resultado lo más simplificado posible:

a) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x^5} \cdot \sqrt{x}$	b) $\sqrt[3]{x^2 y} \cdot \sqrt[4]{x y^3} \cdot \sqrt{x}$	c) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[5]{x y} \cdot \sqrt[6]{x^2 y^3}$
d) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^3}$	e) $\sqrt{xy} \cdot \sqrt[3]{x^2 y} \cdot \sqrt[4]{x^3 y}$	f) $7 \sqrt[5]{x^4 y^3} \cdot 2 \sqrt[3]{x^2 y}$

18. Realizar las siguientes operaciones, dando el resultado lo más simplificado posible:

a) $\frac{\sqrt{\sqrt[3]{xy} \cdot \sqrt[4]{xy}}}{\sqrt[3]{x} \sqrt{y}}$	b) $\frac{\sqrt{x^3 y^2} \sqrt[4]{y}}{\sqrt[4]{x} \sqrt{y^3}}$	c) $\frac{\sqrt{\sqrt[3]{x^2 y} \cdot \sqrt[4]{x^3 y^2}}}{\sqrt{\sqrt{xy}}}$
d) $\frac{\sqrt{\sqrt[3]{x y^2} \cdot \sqrt[4]{x^2 y}}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{y}}$	e) $\frac{\sqrt{\sqrt[3]{x^2 y} \cdot \sqrt[4]{x y^3}}}{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{y}}$	f) $\frac{\sqrt[3]{x} \sqrt{y^3}}{\sqrt{x} \sqrt[3]{y}}$

7. Racionalización de denominadores.

19. Racionalizar dando el resultado lo más simplificado posible:

a) $\frac{10\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}$	b) $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + 1}$	c) $\frac{15\sqrt{2}}{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}$
d) $\frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$	e) $\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2}$	f) $\frac{1 + \sqrt{2}}{3\sqrt{2} - 2}$

20. Efectuar las siguientes operaciones, dando el resultado lo más simplificado posible:

a) $\frac{7}{3 - \sqrt{2}} + \frac{1}{2 - \sqrt{2}}$	b) $\frac{1}{\sqrt{3} - 1} - \frac{1}{\sqrt{3} + 1}$	c) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{5}} + \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$
--	--	--

8. Logaritmos.

21. Aplicando la definición, averiguar el valor de los siguientes logaritmos:

a) $\log_7 1$	b) $\log_2 16$	c) $\log_3 9$	d) $\log_5 125$	e) $\log_7(-1)$
f) $\log_2 \frac{1}{8}$	g) $\log_3 \frac{1}{9}$	h) $\log_2 \frac{1}{2}$	i) $\log_3 \frac{1}{81}$	j) $\log_2 \frac{1}{64}$

22. Aplicando la definición, averiguar el valor de los siguientes logaritmos decimales:

a) $\log 0$	b) $\log 10$	c) $\log 100$	d) $\log 1000$	e) $\log 10000$
f) $\log 0,1$	g) $\log 0,01$	h) $\log 0,001$	i) $\log \sqrt{10}$	j) $\log \sqrt[3]{10}$

23. Aplicando la definición, averiguar el valor de los siguientes logaritmos:

a) $\log_2 \sqrt{2}$	b) $\log_3 \sqrt[4]{3}$	c) $\log_3 \left(\frac{1}{9}\right)$	d) $\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{16}\right)$	e) $\log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{9}\right)$
----------------------	-------------------------	--------------------------------------	---	--

24. Utilizar la calculadora científica para obtener el valor de los siguientes logaritmos. Redondear el resultado a dos cifras decimales.

- a) $\log 2$ b) $\log 300$ c) $\log 40\,000$ d) $\log 0,2$ e) $\log 0,03$ f) $\log 0,0004$
 g) $\ln 2$ h) $\ln 300$ i) $\ln 40\,000$ j) $\ln 0,2$ k) $\ln 0,03$ l) $\ln 0,0003$

25. Para cualquier valor positivo de **a** (distinto de 1) se cumple que: $\log_a a^m = m$

Aplicar esta propiedad para calcular el valor de los siguientes logaritmos:

- a) $\log 100\,000$ b) $\log_3 729$ c) $\log_5 3\,125$ d) $\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{128} \right)$ e) $\log 0,001$

26. Demostrar que, para cualquier valor positivo de **a** (distinto de 1), son ciertas las siguientes igualdades:

- a) $\log_a \left(\frac{a^{-1} \cdot a^3}{a^{-2}} \right) = 4$ b) $\log_a \left(\frac{\sqrt{a^7} \cdot a^4}{a^5} \right) = \frac{5}{2}$ c) $\log_a \left(\frac{a^{-1} \cdot \sqrt{a}}{a} \right) = -\frac{3}{2}$
 d) $\log_a \left(\frac{\sqrt{a} \cdot a \sqrt{a}}{a^2 \cdot a^{-1}} \right) = 1$ e) $\log_a \left(\frac{\sqrt{a^5} \cdot a^{-1}}{a^6} \right) = -\frac{9}{2}$ f) $\log_a \left(\frac{a^{-2} \cdot a^{10}}{(a^4)^2} \right) = 0$

SOLUCIONES

1. a) 1; b) $2/3$; c) 60; d) $1/16$; e) $1/a^2 b$; f) x

2. a) $-a^{19}$; b) $z/x y^2$; c) $x \cdot z^3 / y^2$; d) $2/5$; e) $5/3$; f) $3/7$

3. a) $105/8$; b) $77/9$; c) $2/29$

4. a) $x_1 = 3/2$, $x_2 = -3/2$; b) $x = 5/4$; c) $x = -1/2$; d) Sin solución; e) $x_1 = 3/2$, $x_2 = -3/2$; f) $x = 16/81$; g) $x = 54$; h) $x = -4$; i) $x = 5$; j) $x = 3$

5. De menor a mayor: $-5,333... < -5 < -3,5 < \sqrt[3]{-15} < -\frac{17}{8} < \frac{\sqrt{3}}{3} < \sqrt[3]{15} < e < 3,14 < \pi < 3,15555... < \sqrt{12} < \frac{18}{5} < 18 < \frac{57}{3}$

Naturales: 18 $57/3$

Enteros: 18 $57/3$ -5

Racionales: 18 $57/3$ -5 $3,14$ $-3,5$ $3,15555...$ $-\frac{17}{8}$ $\frac{18}{5}$ $-5,333...$

Irracionales: $\sqrt{12}$ $\sqrt[3]{15}$ $\sqrt[3]{-15}$ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ π e

6. a) Falso. Por ejemplo, $1 + \pi$ es irracional;

b) Falso. Por ejemplo, el cuadrado de $\sqrt{2}$ es 2, que es racional;

c) Verdadero. El producto de $2/3$ por $3/2$ es igual a 1, que es entero;

d) Verdadero. El producto de $\sqrt{8}$ por $\sqrt{2}$ es igual a 4, que es natural.

7. a) $A = [-3, 4]$ $B = (0, 7)$;

b) Los números -3 $\sqrt[3]{-15}$ 0 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ π $\frac{18}{5}$ 4 pertenecen al intervalo A y los

números $\frac{\sqrt{3}}{3}$ π $\frac{18}{5}$ 4 $6,9$ pertenecen al intervalo B

8. a) $[3, 7] = \{x \in \mathbb{R} / 3 \leq x \leq 7\}$; b) $(-5, 0) = \{x \in \mathbb{R} / -5 < x < 0\}$; c) $[5, 6) = \{x \in \mathbb{R} / 5 \leq x < 6\}$;

d) $(-3, 4] = \{x \in \mathbb{R} / -3 < x \leq 4\}$; e) $(-\infty, 5] = \{x \in \mathbb{R} / x \leq 5\}$; f) $(-3, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / -3 < x\}$

9. a) $\{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 7\}$; b) $\{x \in \mathbb{R} / 3 \leq x < 6\}$; c) $\{x \in \mathbb{R} / -5 < x \leq 0\}$; d) $\{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x \leq 1\}$;

e) $\{x \in \mathbb{R} / x \leq 5\}$; f) $\{x \in \mathbb{R} / -8 < x\}$; g) $\{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x\}$; h) $\{x \in \mathbb{R} / x < 3\}$

10. a) $[1, 3]$; b) $(0, 5)$; c) $\emptyset$; d) $[-5, 8]$; e) $(-\infty, +\infty)$; f) $(3, 7]$; g) $\emptyset$; h) $\emptyset$; i) $[0, 1]$; j) $(-3, 0) \cup [3, 8]$;

k) $(-\infty, +\infty)$; l) $(3, 5]$

11. a) 3; b) 3; c) No existe; d) -3 ; e) $1/4$; f) $-1/2$; g) $6/5$; h) -10 ; i) $-2/5$; j) $-1/5$; k) $10/3$; l) $4/5$

12. a) 6; b) 2; c) 20; d) 42; e) $3/2$; f) $2/3$; g) $15/8$; h) 2

13. a) x^6 ; b) x^3 ; c) x ; d) x^2 ; e) $y/2$; f) 1; g) $x^4 y^6$; h) x^5

14. a) $14\sqrt{7}$; b) $10\sqrt[3]{5}$; c) $3x^7 y^8 \sqrt[5]{x^2}$; d) $\frac{x^{15} y^{16}}{z^{16}} \sqrt{\frac{x}{z}}$; e) $\frac{3x^{10} y^{13}}{z^{14}} \sqrt[3]{3x^2 y}$

15. a) $-\sqrt{3}$; b) $33\sqrt{2}$; c) $30\sqrt[3]{2}$; d) $\frac{89}{6}\sqrt{2}$; e) $6\sqrt[3]{3}$; f) $-\frac{17}{3}\sqrt[3]{2}$; g) $5\sqrt{2}$; h) 23; i) 1

16. a) $3+2\sqrt{2}$; b) 14; c) $4\sqrt{5}$; d) $24\sqrt{5}$; e) -1; f) 6

17. a) $x\sqrt[12]{x}$; b) $xy\sqrt[12]{x^5y}$; c) $x\sqrt[30]{xy^{21}}$; d) $x\sqrt[12]{x^{11}}$; e) $xy\sqrt[12]{x^{11}y}$; f) $14x\sqrt[15]{x^7y^{14}}$

18. a) $\sqrt[12]{xy^3}$; b) $\sqrt[4]{x^5y^3}$; c) $\sqrt[12]{x^{10}y^5}$; d) $\sqrt[6]{xy^2}$; e) $\sqrt[4]{xy^3}$; f) $\sqrt[6]{\frac{y^2}{x}}$

19. a) $6-\sqrt{6}$; b) $\frac{4-\sqrt{2}}{7}$; c) $6-\sqrt{6}$; d) $5-\sqrt{6}$; e) $\sqrt{2}$; f) $\frac{8+5\sqrt{2}}{14}$

20. a) $\frac{8+3\sqrt{2}}{2}$; b) 1; c) $-\frac{14}{3}$

21. a) 0; b) 4; c) 2; d) 3; e) No existe; f) -3; g) -2; h) -1; i) -4; j) -6

22. a) No existe; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4; f) -1; g) -2; h) -3; i) 1/2; j) 1/3

23. a) 1/2; b) 1/4; c) -2; d) 4; e) 2

24. a) $\cong 0,30$; b) $\cong 2,48$; c) $\cong 4,60$; d) $\cong -0,70$; e) $\cong -1,52$; f) $\cong -3,40$; g) $\cong 0,69$; h) $\cong 5,70$; i) $\cong 10,60$; j) $\cong -1,61$; k) $\cong -3,51$; l) $\cong -8,11$

25. a) 5; b) 6; c) 5; d) -7; e) -3