



ACTIVIDADES

1. Tasa de variación media de una función en un intervalo.

1. Calcular la tasa de variación media en el intervalo $[0, 2]$ de las funciones:

a) $f(x) = x^3 - x^2 + 3$

b) $f(x) = \frac{1}{x+1}$

c) $f(x) = \sqrt{2x}$

d) $f(x) = |x+1| + |x-2|$

e) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

f) $f(x) = x^4 + 2x^2 - x$

2. Calcular la tasa de variación media de las siguientes funciones en los intervalos que se indican:

a) $f(x) = x^3 - 3x$ en $[-2, 0]$

b) $f(x) = x^3 - 3x$ en $[0, 2]$

c) $f(x) = x^3 - 3x$ en $[2, 4]$

d) $f(x) = 2^{-x}$ en $[-2, 0]$

e) $f(x) = 2^x$ en $[2, 4]$

f) $f(x) = \log_2 x$ en $[1, 2]$

2. Derivada de una función en un punto.

3. Aplicando la definición de derivada, calcular el valor de la derivada de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $f(x) = x^3 + x^2$ en $x = 2$

b) $f(x) = x^2 + 4$ en $x = 1$

c) $f(x) = 5x - 2$ en $x = c, c \in \mathbb{R}$

d) $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$ en $x = 3$

e) $f(x) = \frac{2}{x}$ en $x = 1$

f) $f(x) = x^4 - 5x^2 + 1$ en $x = 2$

4. Aplicando la definición de derivada, calcular el valor de la derivada de $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$ en los puntos que se indican: a) $x = 0$ b) $x = 1$ c) $x = -1$

5. Se sabe que la ecuación de la recta tangente a una función f en $x = 1$ es $y = 3x + 2$.

¿Cuánto vale $f'(1)$?

Se sabe que la ecuación de la recta tangente a una función g en $x = 2$ es $y = -x + 5$.

¿Cuánto vale $g'(2)$?

6. Se sabe que la ecuación de la recta tangente a una función f en $x = 4$ es $y = -5x + 2$.

¿Cuál es el valor de $f'(4)$? ¿Y el de $f(4)$?

3. Función derivada.

7. Utilizando la definición, averiguar la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 3x + 7$ b) $f(x) = 5x^2 + 3x - 1$ c) $f(x) = 4x^2 + 5x - 2$ d) $f(x) = 5$
e) $f(x) = \frac{2}{x-1}$ f) $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ g) $f(x) = \frac{x-3}{x+2}$ h) $f(x) = \frac{1}{x}$

4. Reglas de derivación. Cálculo de funciones derivadas.

8. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 2x - 3$ b) $f(x) = 4x^5 - 3x^4 - 3x$ c) $f(x) = \sqrt{3}x^3 - \pi x + \sqrt{3}$
d) $f(x) = 5x^6 - 3x^5 + 3x^3 - 2x$ e) $f(x) = \frac{x^4 - 4x}{4}$ f) $f(x) = \frac{3}{x}$
g) $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{x}$ h) $f(x) = 4x^{-4} + 2x^{-2} + \frac{x^{-3}}{3}$ i) $f(x) = \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x}$

9. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{5}{2}x^2 - 3\sqrt{x}$ b) $f(x) = 2\sqrt{x} + \frac{2}{x} + x^5$ c) $f(x) = 3x^{10} + 2\sqrt{x} + \frac{3}{x}$
d) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + 1$ e) $f(x) = \sqrt[3]{x^2} + x$ f) $f(x) = \frac{3\sqrt[3]{x^2}}{2} + 5x$

10. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = (x^2 - 1) \cdot (x^3 + 1)$ b) $f(x) = (2x^3 + 3x^2) \cdot (3x^2 - 2x)$ c) $f(x) = (x + 1) \cdot (x + 2)$
d) $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 1}$ e) $f(x) = \frac{4x^3 + 2}{x^2 + x}$ f) $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^3 + 3}$

11. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = (x + 3)^8$ b) $f(x) = (3x - 5)^4$ c) $f(x) = (x - 1)^3$ d) $f(x) = (x + 5)^2$
e) $f(x) = \frac{(x^2 - 3x)^2}{2}$ f) $f(x) = (2\sqrt{x} - 3x)^3$ g) $f(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3$ h) $f(x) = \left(\frac{x^2 - 3}{x^2 + 1}\right)^3$

12. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ b) $f(x) = \sqrt{3x + 2}$ c) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ d) $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 3x)^2}$
e) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^2 - 4}}$ f) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}$ g) $f(x) = \sqrt[3]{\left(\frac{x+1}{x}\right)^2}$ h) $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$

13. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = (x^3 - 6x) \cdot (x^2 + 1)^3 & \text{b) } f(x) = \sqrt{\frac{3}{x}} & \text{c) } f(x) = \frac{\sqrt{3x}}{x} & \text{d) } f(x) = \frac{x}{\sqrt{3x}} \\ \text{e) } f(x) = \frac{3x-1}{x} - (5x-x^2)^2 & \text{f) } f(x) = \frac{(x-1)^3}{3x} & \text{g) } f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2} & \text{h) } f(x) = \frac{(1-x)^3}{(1+x)^4} \end{array}$$

14. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = 2^{5x} & \text{b) } f(x) = x \cdot 4^x & \text{c) } f(x) = e^{x^2-2x} & \text{d) } f(x) = 3e^{x^2-3x} \\ \text{e) } f(x) = (x^4 + x) \cdot e^{3x+1} & \text{f) } f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x} & \text{g) } f(x) = \frac{e^x}{x} & \text{h) } f(x) = \frac{1}{e^x} \\ \text{i) } f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^{-x}} & \text{j) } f(x) = (3 + e^{2x})^4 & \text{k) } f(x) = \sqrt{e^{x^5} - 1} & \text{l) } f(x) = \sqrt[3]{e^{x^2} - 1} \end{array}$$

15. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = \ln(3x-1) & \text{b) } f(x) = \ln(3x^4 - 3x^2) & \text{c) } f(x) = x^2 \cdot \ln x & \text{d) } f(x) = \ln \sqrt{x-2} \\ \text{e) } f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1}) & \text{f) } f(x) = \ln(1-x^2)^2 & \text{g) } f(x) = \ln(\ln x) & \text{h) } f(x) = \frac{\ln x}{x^2} \\ \text{i) } f(x) = \frac{x}{\ln x} & \text{j) } f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) & \text{k) } f(x) = \ln \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} & \text{l) } f(x) = \ln\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right) \\ \text{m) } f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) & \text{n) } f(x) = (\ln x)^3 & \text{ñ) } f(x) = \sqrt[3]{\ln x} & \text{o) } f(x) = \frac{\ln x}{x} \end{array}$$

16. Hallar la derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } f(x) = \frac{x}{2} \sqrt{x^2-4} & \text{b) } f(x) = \sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}} & \text{c) } f(x) = \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x^2}} & \text{d) } f(x) = \sqrt[3]{x^2-1} \\ \text{e) } f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-1} & \text{f) } f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} & \text{g) } f(x) = 2^{x^3-3x^2} & \text{h) } f(x) = 3^x + x^3 \\ \text{i) } f(x) = \frac{x \cdot e^x}{1+e^x} & \text{j) } f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x} & \text{k) } f(x) = (x^2-1) \cdot e^{3x-2} & \text{l) } f(x) = \sqrt{2x^3} \end{array}$$

17. Hallar la derivada de las siguientes funciones y evaluarlas en los puntos que se indican:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = 3x^2 + 2x - 1 \text{ en } x = 1 & \text{b) } f(x) = \frac{1}{2x+1} \text{ en } x = 0 & \text{c) } f(x) = (x^2-1)^3 \text{ en } x = \frac{1}{2} \\ \text{d) } f(x) = \frac{x^2}{3} - \sqrt{x-1} \text{ en } x = 2 & \text{e) } f(x) = \frac{2}{(x-1)^2} \text{ en } x = -1 & \text{f) } f(x) = \frac{3}{\sqrt{x+2}} \text{ en } x = 2 \\ \text{g) } f(x) = x^2 + \frac{16}{x^2} \text{ en } x = 2 & \text{h) } g(x) = (x^2+9)^3 \text{ en } x = 4 & \text{i) } h(x) = \ln(x^2+1) \text{ en } x = 0 \end{array}$$

5. Derivabilidad de una función en un punto. Derivadas laterales.

18. Averiguar si las siguientes funciones son derivables en los puntos que se indican:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x < 2 \\ x^2-x+3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} & \text{en } x = 2 \\ \text{b) } f(x) = \begin{cases} x^2+2 & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt{x+4} & \text{si } x > 0 \end{cases} & \text{en } x = 0 \\ \text{c) } f(x) = \begin{cases} x^2-4x+7 & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{4}{x-2} & \text{si } x > 3 \end{cases} & \text{en } x = 3 \\ \text{d) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2}-2x & \text{si } x \leq 4 \\ 2x-8 & \text{si } x > 4 \end{cases} & \text{en } x = 4 \end{array}$$

19. Analizar la continuidad y la derivabilidad de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases} & \text{b) } f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases} & \text{c) } f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x \leq 0 \\ x+1 & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ 4 & \text{si } x > 2 \end{cases} \end{array}$$

20. Analizar la continuidad y la derivabilidad de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{2}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases} & \text{b) } f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \ln(2-x) & \text{si } 1 < x < 2 \end{cases} \\ \text{c) } f(x) = \begin{cases} x \cdot e^{-x^2} & \text{si } x < 0 \\ e^x - 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} & \text{d) } f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x \cdot \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases} \end{array}$$

21. Hallar el valor de **m** para que $f(x) = \begin{cases} -x^2+2x & \text{si } x \leq 0 \\ x^2+mx & \text{si } x > 0 \end{cases}$ sea derivable en todo $\mathbb{R}$.

22. Para cada una de las siguientes funciones, calcular el valor de **m** para que sea continua en todo $\mathbb{R}$, y analizar su derivabilidad para el valor de **m** obtenido.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \begin{cases} mx^2-2 & \text{si } x \leq -2 \\ m & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ \frac{x}{3} & \text{si } x > 2 \end{cases} & \text{b) } f(x) = \begin{cases} -4x-3 & \text{si } x \leq -1 \\ 2x^2-1 & \text{si } -1 < x < 1 \\ \frac{m+2}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \end{array}$$

23. Hallar los valores de **a** y **b** para que las siguientes funciones sean derivables en todo $\mathbb{R}$:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \begin{cases} 4x+b & \text{si } x < 1 \\ ax^2+6x-7 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} & \text{b) } f(x) = \begin{cases} ax^2+1 & \text{si } x < 1 \\ x^2+bx+3 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \\ \text{c) } f(x) = \begin{cases} -(x-1)^2+b & \text{si } x \leq 2 \\ a(x-3)^2+3 & \text{si } x > 2 \end{cases} & \text{d) } f(x) = \begin{cases} 2ax+4 & \text{si } x \leq 2 \\ \frac{b}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases} \end{array}$$

24. En cada uno de los siguientes apartados, hallar los valores de **a** y **b**, sabiendo que:

a) La función $f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ -4 + \sqrt{x-1} & \text{si } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$ es derivable en el intervalo (0, 5)

b) La función $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} & \text{si } -2 < x \leq -1 \\ \frac{x^2 - b}{2} & \text{si } -1 < x < 0 \end{cases}$ es derivable en el intervalo (-2, 0)

6. Recta tangente a una gráfica en un punto.

25. Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ en $x = -1$

b) $f(x) = -x^2 + 3x + 2$ en $x = 0$

c) $f(x) = \frac{1}{x}$ en $x = 2$

d) $f(x) = \frac{1}{x-1}$ en $x = 2$

e) $f(x) = 1 + e^x$ en $x = 0$

f) $f(x) = \ln x$ en $x = 1$

g) $f(x) = \begin{cases} \frac{-7}{2}x + x^2 & \text{si } x < 2 \\ -4 + \sqrt{x-1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ en $x = 2$

h) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{3} + 5 & \text{si } x < 3 \\ -x^2 + 8x - 7 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$ en $x = 3$

7. Monotonía en un intervalo. Extremos locales.

26. Analizar la monotonía de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x-1}{2}$

b) $f(x) = 2 - x^2$

c) $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$

d) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$

e) $f(x) = x^3$

f) $f(x) = x^2 - 2x + 1$

27. El consumo de luz $f(t)$, en euros, de una vivienda, en función del tiempo t transcurrido (expresado en horas), viene dado por la expresión:

$$f(t) = 40t - 4t^2 \quad 0 \leq t \leq 10$$

a) ¿En qué periodo de tiempo aumenta / disminuye el consumo?

b) ¿En qué instante se produce el consumo máximo? ¿Cuál es ese consumo máximo?

28. El valor $f(t)$, en miles de euros, de las existencias de una empresa, en función del tiempo t transcurrido (expresado en años), viene dado por la expresión:

$$f(t) = -4t^2 + 60t - 15 \quad 1 \leq t \leq 8$$

a) ¿Cuál es el valor de las existencias a los 2 años? ¿Y a los 4 años?

b) ¿Cuál es el valor máximo de las existencias? ¿En qué instante se alcanza?

c) ¿En qué instante el valor de las existencias es de 185 000 euros?

29. El beneficio $B(t)$, expresado en millones de euros, de una empresa, en función del tiempo t transcurrido (expresado en años), viene dado por la expresión:

$$B(t) = -t^2 + 12t - 31 \quad 4 \leq t \leq 7$$

- a) ¿En qué momento se produce el beneficio máximo y a cuánto asciende?
- b) ¿Para qué valor de t se alcanza el beneficio mínimo y cuál es éste?

30. El beneficio esperado (en millones de euros) por una empresa en función del tiempo t transcurrido (expresado en años), viene dado por la expresión:

$$B(t) = t^3 - 9t^2 + 24t \quad 0 \leq t \leq 5$$

Representar la gráfica del beneficio esperado en función del tiempo e indica cuándo se alcanza el máximo beneficio en ese periodo de cinco años.

31. El número medio de clientes que visitan un supermercado entre las 11 y las 20 horas está dado por $f(x) = x^3 - 42x^2 + 576x - 2296$ en función de la hora x , $11 \leq x \leq 20$

- a) Calcular los extremos relativos de esta función.
- b) Averiguar entre qué horas crece el número medio de clientes.
- c) Hallar los valores máximo y mínimo del número medio de clientes entre las 11 y las 20 h.

32. El beneficio de una empresa, expresado en millones de euros, en función del tiempo t de funcionamiento (expresado en años), viene dado por la expresión:

$$B(t) = \frac{50t - 100}{2t + 5}$$

- a) Calcular a partir de qué año la empresa deja de tener pérdidas.
- b) A medida que transcurre el tiempo, ¿está limitado el beneficio? ¿Cuál es su límite?

33. Determinar los extremos relativos de la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

34. Averiguar los valores de **a** y **b** para que $f(x) = x^3 + ax^2 + b$ tenga un extremo relativo en el punto $(-2, 3)$.

35. Dada la función $f(x) = ax^2 + bx + 5$, averiguar los valores de **a** y **b** para que la función f tenga un máximo relativo en el punto $(2, 9)$.

36. Dada la función $f(x) = -x(x - 3)^2$

- a) Analizar la monotonía y determinar los extremos relativos.
- b) Calcular los límites $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ y realizar un esbozo de la gráfica de la función.

37. Dada la función $f(x) = x^3 + 3x^2$

- a) Analizar la monotonía y determinar los extremos relativos.
- b) Calcular los límites $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ y realizar un esbozo de la gráfica de la función.

38. Dada la función $f(x) = \frac{3-x}{x-1}$

- a) Determinar el dominio y las asíntotas.
- b) Analizar la monotonía y determinar los extremos relativos.
- c) Realizar un esbozo de la gráfica de la función.

39. Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$

- a) Determinar el dominio y las asíntotas.
- b) Analizar la monotonía y determinar los extremos relativos.
- c) Realizar un esbozo de la gráfica de la función.

40. Dada la función $f(x) = \frac{x^4 + 3}{x}$

- a) Determinar el dominio y las asíntotas.
- b) Analizar la monotonía y determinar los extremos relativos.
- c) Realizar un esbozo de la gráfica de la función.

SOLUCIONES

1. a) 2; b) $-1/3$; c) 1; d) 0; e) 1; f) 11

2. a) 1; b) 1; c) 25; d) $-3/2$; e) 6; f) 1

3. a) 16; b) 2; c) 5; d) $4/25$; e) -2 ; f) 12

4. a) $5/4$; b) $5/9$; c) 5

5. $f'(1) = 3$ $g'(2) = -1$

6. $f'(4) = -5$ $f(4) = -18$

7. a) $f'(x) = 3$; b) $f'(x) = 10x + 3$; c) $f'(x) = 8x + 5$; d) $f'(x) = 0$; e) $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$;

f) $f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$; g) $f'(x) = \frac{5}{(x+2)^2}$; h) $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

8. a) $f'(x) = 2$; b) $f'(x) = 20x^4 - 12x^3 - 3$; c) $f'(x) = 3\sqrt{3}x^2 - \pi$; d) $f'(x) = 30x^5 - 15x^4 + 9x^2 - 2$;

e) $f'(x) = x^3 - 1$; f) $f'(x) = -\frac{3}{x^2}$; g) $f'(x) = 2x^2 + \frac{3}{x^2}$; h) $f'(x) = -\frac{4}{x^3} - \frac{1}{x^4} - \frac{16}{x^5}$;

i) $f'(x) = -\frac{2}{x^2} - \frac{6}{x^3}$

9. a) $f'(x) = 5x - \frac{3}{2\sqrt{x}}$; b) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x^2} + 5x^4$; c) $f'(x) = 30x^9 + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{3}{x^2}$; d) $f'(x) = -\frac{\sqrt{x}}{2x^2}$;

e) $f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}} + 1$; f) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 5$

10. a) $f'(x) = 5x^4 - 3x^2 + 2x$; b) $f'(x) = 30x^4 + 20x^3 - 18x^2$; c) $2x+3$; d) $f'(x) = \frac{-8x}{(x^2-1)^2}$;

e) $f'(x) = \frac{4x^4 + 8x^3 - 4x - 2}{(x^2+x)^2}$; f) $f'(x) = \frac{-x^4 - 9x^2 + 6x}{(x^3+3)^2}$

11. a) $f'(x) = 8 \cdot (x+3)^7$; b) $f'(x) = 12 \cdot (3x-5)^3$; c) $f'(x) = 3 \cdot (x-1)^2$; d) $f'(x) = 2 \cdot (x+5)$;

e) $f'(x) = 2x^3 - 9x^2 + 9x$; f) $f'(x) = 3 \cdot (2\sqrt{x} - 3x)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 3\right)$; g) $f'(x) = \frac{24x(x^2-3)^2}{(x^2+1)^4}$;

h) $f'(x) = \frac{6(x-1)^2}{(x+1)^4}$

12. a) $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$; b) $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}$; c) $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$; d) $f'(x) = \frac{4x-6}{3\sqrt[3]{x^2-3x}}$;

e) $f'(x) = \frac{-4\sqrt{x^2-4}}{(x^2-4)^2}$; f) $f'(x) = \frac{-2}{3 \cdot \sqrt[3]{(1+x)^4} \cdot (1-x)^2}$; g) $f'(x) = \frac{-2}{3x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot (x+1)}$;

h) $f'(x) = \frac{1+2\sqrt{x}}{4 \cdot \sqrt{x^2+x\sqrt{x}}}$;

13. a) $f'(x) = 3 \cdot (x^2 + 1)^2 \cdot (3x^4 - 13x^2 - 2)$; b) $f'(x) = -\frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{3}x^2}$; c) $f'(x) = -\frac{\sqrt{3x}}{2x^2}$;

d) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{3x}}$; e) $f'(x) = \frac{1}{x^2} - 2 \cdot (5x - x^2) \cdot (5 - 2x)$; f) $f'(x) = \frac{(x-1)^2 \cdot (2x+1)}{3x^2}$;

g) $f'(x) = \frac{(x+1)^2 \cdot (x-2)}{x^3}$; h) $f'(x) = \frac{(1-x)^2 \cdot (x-7)}{(1+x)^5}$

14. a) $f'(x) = 2^{5x} \cdot 5 \ln 2$; b) $f'(x) = 4^x \cdot (1 + x \ln 4)$; c) $f'(x) = (2x - 2) \cdot e^{x^2 - 2x}$;

d) $f'(x) = (6x - 9) \cdot e^{x^2 - 3x}$; e) $f'(x) = e^{3x+1} \cdot (3x^4 + 4x^3 + 3x + 1)$; f) $f'(x) = \frac{2e^x}{(1 - e^x)^2}$;

g) $f'(x) = \frac{e^x \cdot (x-1)}{x^2}$; h) $f'(x) = -e^{-x}$; i) $f'(x) = 2 \cdot e^{2x}$; j) $f'(x) = 8 \cdot e^{2x} \cdot (3 + e^{2x})^3$;

k) $f'(x) = \frac{5x^4 \cdot e^{x^5}}{2 \cdot \sqrt{e^{x^5} - 1}}$; l) $f'(x) = \frac{2x \cdot e^{x^2}}{3 \cdot \sqrt[3]{(e^{x^2} - 1)^2}}$

15. a) $f'(x) = \frac{3}{3x-1}$; b) $f'(x) = \frac{4x^2 - 2}{x^3 - x}$; c) $f'(x) = x \cdot (2 \ln x + 1)$; d) $f'(x) = \frac{1}{2(x-2)}$;

e) $f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$; f) $f'(x) = \frac{4x}{x^2 - 1}$; g) $f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln x}$; h) $f'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{x^3}$; i) $f'(x) = \frac{-1 + \ln x}{\ln^2 x}$;

j) $f'(x) = \frac{1}{x^2 + x}$; k) $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$; l) $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x} \cdot (x-1)}$; m) $f'(x) = \frac{-2}{x^2 - 1}$; n) $f'(x) = \frac{3(\ln x)^2}{x}$;

ñ) $f'(x) = \frac{1}{3x \sqrt[3]{(\ln x)^2}}$; o) $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

16. a) $f'(x) = \frac{x^2 - 2}{\sqrt{x^2 - 4}}$; b) $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1) \cdot \sqrt{x^4 - 1}}$; c) $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{3(1 + x^2) \sqrt[3]{(1 - x)^2(1 + x^2)}}$

d) $f'(x) = \frac{2x}{3 \sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}}$; e) $f'(x) = \frac{-x - 1}{2\sqrt{x} \cdot (x-1)^2}$; f) $f'(x) = \frac{-1}{3x \sqrt[3]{x}}$; g) $f'(x) = 2^{x^3 - 3x^2} (3x^2 - 6x) \ln 2$;

h) $f'(x) = 3^x \ln 3 + 3x^2$; i) $f'(x) = \frac{e^x (1 + x + e^x)}{(1 + e^x)^2}$; j) $f'(x) = \frac{-2}{e^{2x}}$; k) $f'(x) = e^{3x-2} \cdot (3x^2 + 2x - 3)$;

l) $f'(x) = \frac{3\sqrt{2x}}{2}$

17. a) 8; b) -2; c) 27/16; d) 5/6; e) 1/2; f) -3/16; g) 0; h) 15 000; i) 0

18. a) Sí; b) No; c) No; d) Sí

19. a) Continua en $\mathbb{R}$ y derivable en $\mathbb{R} - \{0\}$; b) Continua en $\mathbb{R}$ y derivable en $\mathbb{R} - \{0\}$;

c) Continua en $\mathbb{R} - \{2\}$ y derivable en $\mathbb{R} - \{0, 2\}$

20. a) Continua en todo $\mathbb{R}$ y derivable en $\mathbb{R} - \{1\}$; b) Continua en $(0, 2)$ y derivable en $(0, 2)$

excepto en $x = 1$; c) Continua y derivable en todo $\mathbb{R}$; d) Continua y derivable en todo $\mathbb{R}$

21. El valor es $m = 2$

22. a) $m = 2/3$ y derivable en $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$; b) $m = -1$ y derivable en $\mathbb{R} - \{1\}$
23. a) $a = -1$, $b = -6$; b) $a = -1$, $b = -4$; c) $a = 1$, $b = 5$; d) $a = -1/2$, $b = 4$
24. a) $a = -7/2$, $b = 1$; b) $a = 1$, $b = 3$
25. a) $y = 11x+6$; b) $y = 3x+2$; c) $y = -\frac{1}{4}x + 1$; d) $y = -x+3$; e) $y = x+2$; f) $y = x-1$; g) $y = \frac{1}{2}x - 4$;
h) $y = \frac{2}{3}x + \frac{14}{3}$
26. a) Creciente en todo $\mathbb{R}$; b) Creciente en $(-\infty, 0)$, decreciente en $(0, +\infty)$;
c) Decreciente en $(-\infty, -5/6)$, creciente en $(-5/6, +\infty)$;
d) Creciente en $(-\infty, 0)$ y en $(2, +\infty)$, decreciente en $(0, 2)$; e) Creciente en todo $\mathbb{R}$;
f) Decreciente en $(-\infty, 1)$, creciente en $(1, +\infty)$
27. a) Aumenta en las cinco primeras horas y disminuye entre la quinta y la décima hora;
b) A las 5 horas se produce un consumo máximo de 100 euros.
28. a) 89 000 € a los 2 años y 161 000 € a los 4 años; b) El máximo es 210 000 € que se alcanza a los 7 años y 6 meses; c) A los 5 años.
29. a) El máximo es 5 000 000 de euros, que se alcanza a los 6 años; b) El mínimo es un millón de euros, que se alcanza a los 4 años.
30. Se alcanza un beneficio máximo de 20 000 000 de euros, a los dos años y a los cinco años, respectivamente.
31. a) Mínimo relativo (16, 264), máximo relativo (12, 296); b) Creciente entre las 11 y las 12 h y entre las 16 y las 20 h; c) Valor mínimo: 264 clientes a las 16 horas, valor máximo: 424 clientes a las 20 horas.
32. a) A partir de los 2 años; b) El beneficio tiene un límite de 25 000 000 €
33. Máximo local en el punto (0, 2); mínimo local en el punto (2, -2)
34. Los valores son $a = 3$, $b = -1$
35. Los valores son $a = -1$, $b = 4$
36. a) Decreciente en $(-\infty, 1)$ y en $(3, +\infty)$, creciente en $(1, 3)$; máximo local en el punto (3, 0) y mínimo local en el punto (1, -4); b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
37. a) Creciente en $(-\infty, -2)$ y en $(0, +\infty)$, decreciente en $(-2, 0)$; máximo relativo en el punto (-2, 4) y mínimo relativo en el punto (0, 0); b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
38. a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$, AV $x = 1$, AH $y = -1$; b) Creciente en $(-\infty, 1)$ y en $(1, +\infty)$. No tiene extremos relativos.
39. a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$, no tiene AV ni AO, AH $y = 1$; b) Creciente en $(-\infty, -1)$ y en $(1, +\infty)$, decreciente en $(-1, 1)$. Máximo local en el punto (-1, 3), mínimo local en el punto (1, 1/3)
40. a) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$, AV $x = 0$, no tiene AH ni AO; b) Creciente en $(-\infty, -1)$ y en $(1, +\infty)$, decreciente en $(-1, 0)$ y en $(0, 1)$. Máximo relativo en el punto (-1, -4), mínimo relativo en el punto (1, 4).