



ACTIVIDADES

1. Experimento aleatorio. Espacio muestral.

1. Describir el espacio muestral en cada uno de los siguientes experimentos aleatorios:

- Se lanzan dos monedas de forma consecutiva, una después de otra y se anota si sale cara o cruz en cada una de ellas.
- Se lanzan tres monedas de forma consecutiva, una después de otra y se anota si sale cara o cruz en cada una de ellas.
- Se lanzan dos dados y se anotan los números obtenidos en cada uno de ellos.
- De una baraja española (40 cartas) se extrae una carta al azar.
- En un cajón hay tres bolas: una negra, una verde y una blanca. Se extraen dos bolas al azar con reemplazamiento.
- En un cajón hay tres bolas: una negra, una verde y una blanca. Se extraen dos bolas al azar sin reemplazamiento.

2. Una chica escoge al azar una camiseta entre tres colores posibles (blanca, roja o verde) y unos pantalones entre dos colores posibles (azul o rojo). Describir el espacio muestral.

2. Sucesos. Operaciones con sucesos.

3. Se gira una ruleta dividida en doce sectores iguales numerados del 1 al 12 y se anota el número en el que se para.

- Describir el espacio muestral asociado al experimento aleatorio.
- Escribir un suceso seguro, otro imposible y dos sucesos contrarios, respectivamente.
- Dados los sucesos $A = \text{"parar en múltiplo de 3 ó de 7"}$ y $B = \text{"parar en múltiplo de 4"}$, determinar los sucesos $A \cup B$ y $A \cap B$.
- Comprobar que $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ y que $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

4. Se lanzan tres monedas sucesivamente y se consideran los siguientes sucesos:

$A = \text{"obtener cruz a la primera"}$ $B = \text{"obtener dos caras"}$ $C = \text{"obtener dos cruces"}$

Razonar si los sucesos A , B y C , tomados dos a dos, son compatibles o incompatibles.

5. En un congreso participan personas de EEUU, Inglaterra, Francia, Italia, España y Argentina. Se elige una persona al azar y se consideran los sucesos:

$A = \text{"ser europeo"}$ $B = \text{"tener al inglés como lengua materna"}$

Describir los sucesos A , B , $A \cup B$, $A \cap B$ y $A - B$ y deducir si los sucesos A y B son compatibles.

3. Regla de Laplace. Propiedades de la probabilidad.

6. Se lanzan dos dados al aire. Hallar la probabilidad de obtener:

- a) Una suma de ocho puntos.
- b) Una suma de cuatro u once puntos.
- c) Una suma de puntos divisible por tres.
- d) Una suma par de puntos.
- e) Una suma de puntos mayor que diez.
- f) Una suma de puntos que sea múltiplo de 5.

7. Se lanza tres veces una moneda y se observa el resultado. Calcular la probabilidad de los sucesos $A = \text{"obtener al menos una cara"}$ y $B = \text{"obtener cara solo una vez"}$.

8. Se lanzan sucesivamente cuatro monedas al aire y se pide la probabilidad de obtener:

- a) A lo sumo tres cruces.
- b) Dos caras.
- c) Como mínimo dos caras.
- d) Tres cruces.
- e) Dos cruces en los dos últimos lanzamientos.

9. María y Laura idean el siguiente juego. Cada una lanza un dado: si en los dos dados sale el mismo número, gana Laura; si la suma de ambos es 7, gana María; y en cualquier otro caso hay empate. Calcular la probabilidad de que:

- a) Gane Laura.
- b) Gane María.
- c) Haya empate.

10. Se sortea cada día un premio usando papeletas con tres cifras, numeradas del 000 al 999.

- a) Calcular la probabilidad de que el número premiado termine en 5.
- b) Calcular la probabilidad de que el número premiado termine en 55.
- c) Sabiendo que ayer salió premiado un número terminado en 5, calcular la probabilidad de que el número premiado hoy también termine en 5.

11. Averiguar si son compatibles los sucesos A y B que cumplen las siguientes condiciones:

- a) $P(A) = 1/4$ $P(B) = 1/2$ $P(A \cup B) = 5/8$
- b) $P(A) = 1/6$ $P(B) = 1/3$ $P(A \cup B) = 1/2$

12. El 60% de los habitantes de un ciudad lee el periódico A, el 35% el B y un 15% ambos. Elegido un ciudadano al azar, calcular la probabilidad de que:

- a) Sea lector de algún periódico.
- b) No lea ninguno de los dos periódicos.
- c) Lea sólo el periódico A.
- d) Lea sólo uno de los dos periódicos.

13. A un congreso asisten 80 personas. Todas hablan inglés o francés. De ellas, 70 hablan inglés y 50 francés. Si se elige una persona al azar, calcular la probabilidad de que:

- a) Hable inglés.
- b) Hable francés.
- c) Hable los dos idiomas.
- d) Hable sólo francés.
- e) Hable sólo inglés.

14. Se realiza una encuesta sobre su equipo de fútbol favorito a 24 alumnos. Hay 18 que eligen al Cádiz C.F., 12 al Real Madrid y 8 a los dos equipos. Si se elige una persona al azar, calcular la probabilidad de que:

- a) Sea seguidor sólo del Cádiz C.F.
- b) Sea seguidor sólo del Real Madrid.
- c) No sea seguidor de ninguno de los dos equipos.

4. Sucesos independientes.

15. Calcular la probabilidad de que al hacer cuatro extracciones sucesivas en una baraja española (40 cartas), devolviendo la carta extraída, salgan un as, un tres, un tres, y un caballo.

16. Una urna contiene doce bolas blancas y ocho negras. Calcular la probabilidad de sacar dos bolas negras reintegrando la bola extraída.

17. Una urna contiene tres bolas blancas y cinco bolas negras. Otra contiene una blanca y tres negras. Hallar la probabilidad de que, al extraer una bola de cada urna, ambas sean negras.

18. De una baraja española (40 cartas) se extraen dos cartas sucesivamente devolviendo al mazo la primera carta extraída. Calcular la probabilidad de extraer:

- a) Dos ases. b) La primera as y la segunda un tres. c) Un as y un tres.
- d) Dos oros. e) Las dos del mismo palo.

19. Una urna contiene dos bolas blancas, tres negras y cuatro rojas. Otra urna contiene tres blancas, cinco negras y cuatro rojas. Se toma al azar una bola de cada urna. ¿Qué probabilidad hay de que sean del mismo color?

20. En un cajón hay una bola blanca, una bola roja y una bola azul. Se extraen dos bolas al azar con reemplazamiento. Calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:

- a) $A = \text{"las dos bolas extraídas son blancas"}$
- b) $B = \text{"ninguna de las dos bolas extraídas es blanca"}$
- c) $C = \text{"al menos una de las dos bolas extraídas es blanca"}$
- d) $D = \text{"como máximo una de las dos bolas extraídas es blanca"}$

21. La probabilidad de que un jugador A marque un gol de penalty es de $\frac{5}{6}$, mientras que la de otro jugador B es $\frac{4}{5}$. Si cada uno lanza un penalty, calcular la probabilidad de que:

- a) Marque gol uno solo de los dos jugadores. b) Al menos uno marque gol.

22. La probabilidad de que un jugador de baloncesto no acierte un tiro libre es $\frac{1}{3}$. Calcular la probabilidad de que enceste al menos una vez si hace tres lanzamientos seguidos.

23. La probabilidad de acertar en una diana de un disparo se estima en 0,2. ¿Cuál es la probabilidad de acertar al menos una vez en dos disparos?

24. Se lanza un dado tres veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salga algún uno?

25. Tres lanzadores de tiro al arco tienen probabilidades respectivas $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ de hacer blanco al lanzar una flecha. Si los tres lanzan a la vez y suponiendo que cada uno acierte o no independientemente de los demás, calcular la probabilidad de que:

- a) Al menos uno de ellos dé en el blanco. b) Sólo acierte el segundo.

26. Dado un espacio muestral E, se consideran los sucesos A y B independientes, cuyas probabilidades son $P(A) = \frac{2}{3}$ y $P(B) = \frac{1}{2}$. Calcular razonadamente el valor de $P(A \cup B)$.

27. Dado un espacio muestral E y los sucesos A y B de los que se sabe que $P(A) = 1/4$ $P(B) = 1/2$ y $P(A \cup B) = 5/8$, averiguar si son dependientes o independientes.

28. Dado un espacio muestral E y los sucesos A y B de los que se sabe que $P(A^c) = 1/3$ $P(A \cap B) = 1/6$ y $P(A \cup B) = 5/6$, averiguar si son dependientes o independientes.

29. Sean A y B dos sucesos independientes tales que $P(B) = 0,05$ y $P(A) = 0,35$.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que suceda al menos uno de ellos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el suceso A pero no ocurra el suceso B ?

30. En un determinado país, la probabilidad de que un hombre viva más de 25 años es $3/5$ y la de una mujer es $2/3$. Calcular la probabilidad de que:

a) Ambos vivan más de 25 años.

b) Sólo viva más de 25 años el hombre.

c) Sólo viva más de 25 años la mujer.

d) Viva más de 25 años, al menos, uno de los dos.

5. Sucesos dependientes. Probabilidad condicionada.

31. Un lote de diez artículos tiene tres defectuosos. Se toman al azar tres artículos del lote, uno tras otro. Calcular la probabilidad de que ninguno tenga defecto:

a) Con reemplazamiento.

b) Sin reemplazamiento.

32. En una bolsa hay siete bolas blancas y tres negras. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer cuatro bolas sucesivamente sin reemplazamiento todas sean blancas?

33. En una baraja española (40 cartas) se extraen, sucesivamente sin reemplazamiento, tres cartas. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan dos reyes?

34. De una baraja española (40 cartas) se extraen tres cartas sucesivamente sin devolver la carta extraída. Calcular las siguientes probabilidades:

a) Ninguna es un as.

b) Por lo menos una de las cartas es un as.

c) Las tres son de oros.

d) Sólo una es de oros.

e) Las tres son del mismo palo.

f) La primera copas, la segunda espadas y la tercera oros.

35. En una bolsa hay seis bolas blancas y cinco negras. Se extraen cuatro bolas a la vez. Calcular la probabilidad de que:

a) Sean todas blancas.

b) No sean las cuatro blancas.

c) Sean todas negras.

36. De una urna que contiene nueve bolas rojas y cinco bolas negras se extraen dos bolas sin reemplazamiento. Hallar la probabilidad de que sean:

a) Las dos negras.

b) Las dos rojas.

c) La primera roja y la segunda negra.

d) Una roja y otra negra.

37. Dados A y B dos sucesos independientes, se sabe que: $P(A) = 0,3$ $P(B) = 0,4$
Calcular: a) $P(A \cup B)$ b) $P(A | B^c)$

38. Dados A y B dos sucesos independientes, se sabe que: $P(B) = 0,4$ $P(A \cap B) = 0,1$

Calcular: a) $P(B|A)$ b) $P(A|B^C)$

39. Dados dos sucesos aleatorios A y B, se sabe que: $P(A) = \frac{1}{3}$ $P(B) = \frac{1}{4}$ $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

Calcular las siguientes probabilidades:

$P(A^C)$ $P(A \cup B)$ $P(A - B)$ $P(B - A)$ $P(A|B)$ $P(B|A)$

40. Dados dos sucesos aleatorios A y B, se sabe que: $P(B^C) = \frac{3}{4}$ $P(A) = P(A|B) = \frac{1}{3}$

a) Razonar si los sucesos A y B son independientes. b) Calcular $P(A \cup B)$

41. Dados dos sucesos A y B tales que: $P(A) = 0,4$ $P(B^C) = 0,7$ $P(A \cup B) = 0,6$

a) Averiguar si los sucesos A y B son independientes. b) Calcular $P(A|B^C)$

42. Un estudiante se presenta a un examen en el que debe responder a dos temas, elegidos al azar, de un temario de 80, de los que se sabe 60.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que responda correctamente a los dos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que responda correctamente al menos a uno de los dos?

43. Mi amiga y yo hemos ganado un premio en una tómbola de la feria. Para ver quién se lo queda, decidimos tirar dos dados, de forma que el premio me lo quedo yo si, al multiplicar los dos números que marcan los dados, el resultado es par, y se lo queda ella si es impar.

Utilizar un argumento matemático para explicar si el sistema es justo o alguien tiene ventaja.

44. Se lanzan dos dados y se anota el producto de sus puntuaciones.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que dicho producto sea igual a 6?

b) Si sabemos que el producto ha sido 4, ¿cuál es la probabilidad de que hayan salido los dos dados con el mismo número?

45. El 55% del alumnado de una clase estudia francés, el 50% inglés y el 15% estudia los dos idiomas. Se elige al azar una persona. Calcular la probabilidad de que:

a) No estudie francés ni inglés.

b) Estudie francés y no inglés.

c) Estudie francés sabiendo que estudia inglés.

d) Estudie inglés sabiendo que estudia francés.

e) No estudie francés si se sabe que no estudia inglés.

46. Un estudiante dispone de dos días para estudiar un examen. La probabilidad de estudiarlo solo el primer día es del 10%, la de estudiarlo los dos días es del 10% y la de no hacerlo ningún día es del 25%. Calcular la probabilidad de que estudie el examen:

a) En el segundo día. b) Solamente el segundo día.

c) En el segundo día, sabiendo que no lo ha hecho en el primero.

47. En una biblioteca sólo hay libros de física y de matemáticas, que están escritos en inglés o en español. Se sabe que el 70% de los libros son de física, el 80% de los libros están escritos en español y el 10% son libros de matemáticas escritos en inglés.

- a) Calcular qué tanto por ciento de los libros son de física y escritos en español.
- b) Si se coge un libro de física al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esté en español?

48. En un grupo formado por 30 jóvenes hay 17 chicas y 13 chicos. Se sabe que hay 3 chicas zurdas y 4 chicos zurdos. Elegido un joven al azar, calcular la probabilidad de que:

- a) Sea chico sabiendo que es persona zurda.
- b) Sea chica sabiendo que es persona zurda.
- c) Sea persona zurda sabiendo que es chico.
- d) Sea persona zurda sabiendo que es chica.

SOLUCIONES

1. a) $E = \{ CC, CX, XC, XX \}$; b) $E = \{ CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC, XXX \}$;
c) ; d) ; e) $E = \{ NN, NV, NB, VV, VN, VB, BB, BN, BV \}$; f) $E = \{ NV, NB, VN, VB, BN, BV \}$
2. $E = \{ BA, RA, VA, BR, RR, VR \}$
3. a) $E = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 \}$; b) Suceso seguro = "parar en un número natural comprendido entre 1 y 12"; suceso imposible = "parar en un número entero negativo";
dos sucesos contrarios son "parar en número par" y "parar en número impar";
c) $A = \{ 3, 6, 7, 9, 12 \}$ $B = \{ 4, 8, 12 \}$ $A \cup B = \{ 3, 4, 6, 7, 8, 9, 12 \}$ $A \cap B = \{ 12 \}$
d) $A^C = \{ 1, 2, 4, 5, 8, 10, 11 \}$ $B^C = \{ 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11 \}$
 $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C = \{ 1, 2, 5, 10, 11 \}$ $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 \}$
4. A y B son compatibles; A y C son compatibles; B y C son incompatibles.
5. $A = \{ \text{inglés, italiano, francés, español} \}$ $B = \{ \text{estadounidense, inglés} \}$
 $A \cup B = \{ \text{inglés, italiano, francés, español, estadounidense} \}$ $A \cap B = \{ \text{inglés} \}$
 $A - B = \{ \text{italiano, francés, español} \}$ A y B son compatibles ya que $A \cap B \neq \emptyset$
6. a) 5/36; b) 5/36; c) 1/3; d) 1/2; e) 1/12; f) 7/36
7. $P(A) = 7/8$; $P(B) = 3/8$
8. a) 15/16; b) 3/8; c) 11/16; d) 1/4; e) 1/4
9. a) 1/6; b) 1/6; c) 2/3
10. a) 0,1; b) 0,01; c) 0,1
11. a) Compatibles; b) Incompatibles.
12. a) 0,8; b) 0,2; c) 0,45; d) 0,65
13. a) 7/8; b) 5/8; c) 1/2; d) 1/8; e) 3/8
14. a) 5/12; b) 1/6; c) 1/12
15. La probabilidad es 0,0001
16. La probabilidad es 4/25
17. La probabilidad es 15/32
18. a) 1/100; b) 1/100; c) 1/50; d) 1/16; e) 1/4
19. La probabilidad es 37/108
20. a) 1/9; b) 4/9; c) 5/9; d) 8/9
21. a) 3/10; b) 29/30
22. La probabilidad es 26/27
23. La probabilidad es 0,36
24. La probabilidad es 91/216
25. a) 71/72; b) 1/24

26. $P(A \cup B) = 5/6$
27. Son independientes porque $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
28. Son dependientes porque $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$
29. a) 0,3825; b) 0,3325
30. a) $2/5$; b) $1/5$; c) $4/15$; d) $13/15$
31. a) 0,343; b) $7/24$
32. La probabilidad es $1/6$
33. La probabilidad es $27/1235$
34. a) $357/494$; b) $137/494$; c) $3/247$; d) $435/988$; e) $12/247$; f) $25/1482$
35. a) $1/22$; b) $21/22$; c) $1/66$
36. a) $10/91$; b) $36/91$; c) $45/182$; d) $45/91$
37. a) 0,58; b) 0,3
38. a) 0,40; b) 0,25
39. $P(A^c) = \frac{2}{3}$ $P(A \cup B) = \frac{5}{12}$ $P(A - B) = \frac{1}{6}$ $P(B - A) = \frac{1}{12}$ $P(A | B) = \frac{2}{3}$ $P(B | A) = \frac{1}{2}$
40. a) Sí; b) $1/2$
41. a) No; b) $3/7$
42. a) $177/316$; b) $297/316$
43. El sistema es totalmente injusto porque la probabilidad de que gane yo es el triple de que gane mi amiga. De los 36 resultados posibles, en 27 casos se obtiene un número par y solo en 9 de ellos se obtiene resultado impar.
44. a) $1/9$; b) $1/3$
45. a) 0,1; b) 0,4; c) 0,3; d) $3/11$; e) 0,2
46. a) 0,65; b) 0,55; c) $11/16$
47. a) 60%; b) $6/7$
48. a) $4/7$; b) $3/7$; c) $4/13$; d) $3/17$