EJERCICIO TIPO DE PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Dados dos términos de una progresión geométrica $\begin{cases} a_1 = 10 \\ a_4 = \frac{5}{4} \end{cases}$ Calcular

la suma de: a) Sus 10 primeros términos

b) Todos sus términos

a) Suma de los n primeros términos de una progresión geométrica

$$Suma_n = a_1 \frac{r^n - 1}{r-1}$$, en nuestro caso $n=20 \rightarrow Suma_{20} = a_1 \frac{r^{10}-1}{r-1}$

De esta expresión, lo único que no conocemos es la razón r. Como no nos dan 2 términos consecutivos usamos la fórmula específica para este caso: $r = \sqrt[j-1]{\frac{a_j}{a_1}}$, en nuestro caso $j=4$ (pues nos han dado a_4)

$$r = \sqrt[4-1]{\frac{5/4}{10}} = \sqrt[3]{\frac{5}{4 \cdot 10}} = \sqrt[3]{\frac{5}{40}} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2}$$, es la razón

$$Suma_{10} = a_1 \frac{r^{10}-1}{r-1} = 10 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{10} - 1}{\frac{1}{2} - 1} = 10 \cdot \frac{\frac{1-1024}{1024}}{\frac{-1}{2}} = 10 \frac{\frac{-1023}{1024}}{-\frac{1}{2}} = 10 \frac{(1023 \cdot 2)}{(1024 \cdot 1)} =$$

$$= 10 \frac{2046}{1024} = \frac{20460}{1024} = \frac{5115}{256} \simeq 19,98$$

b) Suma de todos sus términos; como se cumple que $-1 < r < 1$, se pueden calcular aplicando la fórmula $Suma = \frac{a_1}{1-r} = \frac{10}{1-\frac{1}{2}} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 10 \cdot 2 = 20$

Reflexión: El resultado tiene lógica → Los términos de la sucesión son cada vez más pequeños:

10 5 2,5 1,25 0,625 0,3125 0,15625 0,078125

Cada vez contribuyen menos a la suma, sumando "solo" los 6 primeros términos obtenemos 19,7 y sumando los 20 primeros 19,98 como hemos visto