BLOQUE III
INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA(I)

Contenidos

1. Experiencias demostrativas de la interacción electrostática y de los tipos de carga.
2. Carga eléctrica; propiedades.
3. Ley de Coulomb. Características de la interacción electrostática.
4. Campo eléctrico creado por una carga puntual.
   4.1. Representación del campo eléctrico en el espacio.
5. Potencial electrostático y energía potencial.
   5.1. Diferencia de potencial.
   5.2. Representación de las superficies equipotenciales.
6. Campo y potencial electrostático de una distribución de cargas puntuales.
7. Teorema de Gauss.
   7.1. Estudio de un conductor cargado y en equilibrio.
   7.2. Campo eléctrico creado por una esfera conductora cargada.
8. Estudio energético del campo eléctrico.
   8.1. Energía potencial eléctrica de una sistema formado por varias cargas puntuales.
   8.2. Relación entre el campo eléctrico uniforme y el potencial.
9. Analogías y diferencias entre las interacciones gravitatoria y la electrostática.
10. Ejercicios y actividades.

Criterios de evaluación

- III.1. Asociar el campo eléctrico a la existencia de carga y caracterizarlo por la intensidad de campo y el potencial.
- III.2. Reconocer el carácter conservativo del campo eléctrico por su relación con una fuerza central y asociarle en consecuencia un potencial eléctrico.
- III.3. Caracterizar el potencial eléctrico en diferentes puntos de un campo generado por una distribución de cargas puntuales y describir el movimiento de una carga cuando se deja libre en el campo.
- III.4. Interpretar las variaciones de energía potencial de una carga en movimiento en el seno de campos electrostáticos en función del origen de coordenadas energéticas elegido.

- III.5. Asociar las líneas de campo eléctrico con el flujo a través de una superficie cerrada y establecer el teorema de Gauss para determinar el campo eléctrico creado por una esfera cargada.
- III.6. Valorar el teorema de Gauss como método de cálculo de campos electrostáticos.
- III.7. Aplicar el principio de equilibrio electrostático para explicar la ausencia de campo eléctrico en el interior de los conductores y lo asocia a casos concretos de la vida cotidiana.

1. Experiencias demostrativas de la interacción electrostática y de los tipos de carga.

Consideremos un experimento simple en el que interviene la interacción electrostática. Una barra de plástico se frota con un trozo de piel y se suspende de una cuerda que puede girar libremente. Si aproximamos a esta barra, una segunda barra de plástico, frotada también con una piel, observaremos que las barras se repelen entre sí. El mismo resultado se obtiene si repetimos el mismo experimento con dos barras de vidrio que han sido frotadas con seda. Sin embargo, si utilizamos una barra de plástico frotada con piel y una varilla de vidrio frotada con seda, observaremos que las barras se atraen entre sí.

Entre cuerpos cargados eléctricamente existen interacciones que se manifiestan mediante atracciones o repulsiones. Para caracterizar de forma objetiva y medible los fenómenos eléctricos, se introduce una magnitud física llamada ***carga eléctrica***. La carga eléctrica es una propiedad general de la materia que nos permite interpretar las fuerzas eléctricas entre objetos.

Al frotar el plástico con piel o el vidrio con seda, estas sustancias se "electrifican" o "cargan". Repitiendo el experimento con diversos tipos de materiales encontramos que todos los objetos cargados pueden clasificarse en dos grupos: aquellos que se cargan como la barra de plástico frotada con una piel y los que se cargan como la varilla de vidrio frotada con un paño de seda. El científico norteamericano, ***Benjamin Franklin***, propuso un modelo de electricidad explicando este fenómeno. Sugirió que todo objeto posee una cantidad "normal" de electricidad y cuando dos objetos se frotan entre sí, parte de la electricidad se transfiere de un cuerpo a otro; así pues, uno tiene un exceso y el otro una deficiencia de valor igual. Franklin describió las cargas resultantes con los signos mas (+) y menos (-). Al tipo de carga adquirida por una barra de vidrio frotada con un paño de seda le llamó positiva, lo cual significaba que el paño de seda adquiría una carga negativa de igual magnitud. Según esta elección de Franklin, el plástico frotado con una piel adquiere una carga negativa y la piel adquiere una carga positiva de igual magnitud. Como se puede observar en el experimento descrito, dos objetos ambos positivos o ambos negativos, se repelen entre sí, mientras que si portan cargan opuestas se atraen mutuamente.

Hoy sabemos que cuando el vidrio se frota con un paño de seda, se transfieren electrones del vidrio a la seda y por tanto, ésta adquiere un número en exceso de electrones y el vidrio queda con un déficit de estas partículas. Según la clasificación de Franklin, que todavía se utiliza, la seda se carga negativamente, y se dice que los electrones transportan una carga negativa.

La materia está formada por átomos eléctricamente neutros. Cada átomo posee un pequeño núcleo que contiene protones dotados cada uno con una carga positiva y neutrones de carga nula. El número de protones en el núcleo es el número atómico Z del elemento. Rodeando al núcleo existe un número igual de electrones negativamente cargados.

El objeto de nuestro tema es el estudio del campo electrostático en el que solamente consideraremos situaciones relativas a **sistemas de cargas eléctricas en reposo**.

2. Carga eléctrica. Propiedades.

El electrón y el protón son partículas muy distintas. Así, la masa del protón es aproximadamente 2000 veces mayor que la del electrón. Sin embargo, sus cargas son exactamente iguales pero opuestas en signo. La carga del protón es **e** y la del electrón es **-e,** siendo **e** la ***unidad fundamental de carga***. Todas las cargas se presentan en cantidades enteras de la unidad fundamental de carga. Es decir, la carga está cuantizada. Toda la carga Q presente en la naturaleza puede escribirse en la forma Q=Ne siendo N un número entero. La cuantización de la carga eléctrica no se observa normalmente, porque N es casi siempre un número muy grande. Por ejemplo, al cargar una barra de plástico frotándola con un trozo de piel se transfieren del orden de 10^{10} electrones a la barra.

Cuando los objetos están en íntimo contacto, como ocurre al frotarlos, los electrones se transfieren de un objeto al otro. Un objeto queda con un número en exceso de electrones y se carga, por tanto, negativamente y el otro queda con un déficit de electrones y su carga es positiva. En este proceso la carga no se crea, sino simplemente se transfiere. Es decir, ***la carga se conserva. La ley de conservación de la carga es una ley fundamental de la naturaleza.***

La unidad de carga en el Sistema Internacional es el **culombio**, el cual se define en función de la unidad de corriente o intensidad eléctrica, el amperio. La unidad fundamental de carga eléctrica e está relacionada con el culombio por:

$$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19} \quad C \qquad \textbf{III.1}$$

Como hemos visto, la carga eléctrica existe en dos tipos distintos a los que, de **forma arbitraria**, se les conoce como carga positiva y carga negativa. Estos dos adjetivos no tienen otro significado que el de que resulte posible distinguir los dos tipos de cargas. Sería un error, por lo tanto, considerar que una carga positiva es mayor que otra carga negativa.

3. Ley de Coulomb. Características de la interacción electrostática

La fuerza que ejerce una carga sobre otra fue estudiada por Charles Coulomb (1736-1806) mediante una balanza de torsión de su propia invención. El aparato experimental de Coulomb era esencialmente el mismo que se describió en el experimento de Cavendish (Bloque II) con las masas reemplazadas por pequeñas esferas cargadas. En el experimento de Coulomb las esferas cargadas eran mucho menores que la distancia entre ellas, de modo que las cargas se podían considerar como puntuales. Los resultados de los experimentos de Coulomb se resumen en la Ley de Coulomb:

La fuerza ejercida por una carga puntual sobre otra, ambas en reposo, está dirigida a lo largo de la línea que las une. La fuerza varía inversamente con el cuadrado de la distancia que separa las cargas y es proporcional al producto de las cargas. Es repulsiva si las cargas tienen el mismo signo y atractiva si las cargas tienen distinto signo.

Por lo tanto, el módulo de la fuerza eléctrica que se ejerce entre dos cargas puntuales en reposo , q_1 y q_2, la podemos expresar de la siguiente forma:

$$F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \qquad \textbf{III.2}$$

siendo **r** la distancia que existe entre las cargas.

Para más de dos cargas utilizaremos el principio de superposición: la fuerza sobre cualquier carga es la suma vectorial de las fuerzas provenientes de cada una de las cargas.

Para otras cargas iguales que las consideradas y situadas a la misma distancia r pero en distintos medios, la fuerza entre esas cargas es distinta; es decir, el valor de K depende del medio en que se encuentren. Son muchas las expresiones utilizadas en electricidad en las que aparece 4π como factor multiplicativo por lo que se acostumbra a escribir K en la forma $\frac{1}{4\pi\varepsilon}$ donde el valor de ε (llamada *constante dieléctrica o permitividad absoluta*) depende del medio considerado. La expresión de Coulomb se suele escribir en una nueva forma racionalizada así:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \qquad \textbf{III.3}$$

Como las fuerzas son magnitudes vectoriales, hay que expresar la Ley de Coulomb en forma vectorial. En la figura-1 se han representado la fuerza sobre q_2 debida a su interacción con q_1 en el supuesto de que, por ser ambas cargas del mismo signo, esa fuerza sea de repulsión. Se ha definido un vector unitario $\vec{u}_r$ en la dirección de la recta que une las posiciones de las cargas y en el sentido de q_1 a q_2 . Podemos observar que si las cargas fueran de distinto signo, la interacción entre ambas sería atractiva y, por lo tanto, el sentido de la fuerza sería el del opuesto al vector unitario. Cualquiera de estas situaciones quedaría recogida en la expresión vectorial siguiente:

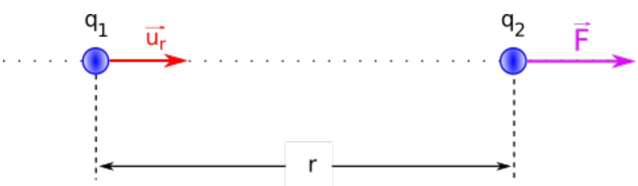


FIGURA-1

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\vec{u}_r \qquad \textbf{III.4}$$

Como ya he mencionado anteriormente, en el Sistema Internacional no se considera como fundamental la unidad de carga sino la de intensidad de corriente, el Amperio, y a partir de él se define el Culombio como la carga transportada por una corriente de un amperio en un segundo:

Culombio = Amperio x segundo

El culombio resulta ser una carga tal que la fuerza de repulsión entre dos cargas puntuales del mismo signo, de un culombio cada una, separadas en el vacío un metro es de $9{,}0 \cdot 10^9$ N.

Según lo dicho, la constante dieléctrica o permitividad del vacío,ε_0, obtenida es de:

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \ \frac{C^2}{N \cdot m^2} \qquad \textbf{III.5}$$

Problemas: 1 -4

El valor de la constante dieléctrica para otro medio cualquiera se acostumbra a dar como producto de un número por el valor de la permitividad del vacío:

$$\varepsilon_{medio} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \qquad \textbf{III.6}$$

A ε_r se le suele llamar constante dieléctrica relativa (permitividad relativa) del medio y es, como ya hemos indicado, un número sin dimensiones. Así por ejemplo, si la constante dieléctrica relativa del agua es 81, será:

$$\varepsilon_{agua} = 81 \cdot \varepsilon_0 = 81 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \ \frac{C^2}{N \cdot m^2} = 7{,}2 \cdot 10^{-12} \ \frac{C^2}{N \cdot m^2} \qquad \textbf{III.7}$$

4. Campo eléctrico creado por una carga puntual.

La fuerza eléctrica ejercida por una carga sobre otra es un ejemplo de acción a distancia, semejante a la fuerza gravitatoria ejercida por una masa sobre otra. Para evitar el problema de la acción a distancia se introduce el concepto de campo eléctrico. Una carga crea un campo eléctrico en todo el espacio y este campo ejerce una fuerza sobre otra carga. La fuerza es así ejercida por el campo en la posición de la segunda carga, más que por la propia primera carga que se encuentra a cierta distancia.

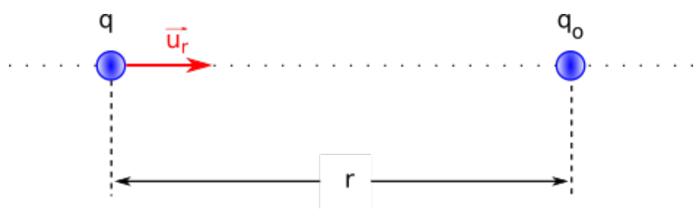


FIGURA-2

La figura-2 muestra una carga puntual q dispuesta arbitrariamente en el espacio. Si situamos una carga q_0 en algún punto próximo a esta carga, sobre ella se ejercerá una fuerza. La presencia de la carga q_0 cambiará generalmente la posición de la carga inicial. Sin embargo, podemos elegirla suficientemente pequeña para que su efecto sobre la primera carga sea despreciable. En esas condiciones diremos que se trata de una carga de ensayo o testigo, pues se utiliza para estudiar el campo creado por otra(s) carga(s) sin perturbarla(s).

El campo eléctrico, $\vec{E}$, en un punto se define como la fuerza resultante sobre una carga de ensayo q_0, dividida por q_0:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (q_0 \quad pequeña) \qquad \text{III.8}$$

Si sustituimos el valor de la fuerza eléctrica obtenida en III.4 obtenemos:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q}{r^2}\vec{u}_r \qquad \text{III.9}$$

Problemas: 2 - 3

Conviene observar que el campo eléctrico, es independiente de la carga de ensayo y de su signo (incluso es independiente de que en el punto considerado se coloque o no la carga de ensayo) y su valor coincide numéricamente con la fuerza que ejerce el campo sobre la unidad de carga colocada en dicho punto. El campo eléctrico tiene dimensiones de fuerza/carga por lo que en el SI se expresa en N/C.

Como se puede observar es un campo radial cuya intensidad decrece con el cuadrado de la distancia al punto donde se encuentra la carga que lo crea.

4.1. Representación del campo eléctrico en el espacio.

Podemos describir el campo electrostático mediante líneas de fuerza. Sabemos del tema anterior, que las líneas de fuerza son líneas imaginarias tangentes en cada punto al vector intensidad del campo, en este caso tangente al vector intensidad campo eléctrico. También podemos asociarlas con las trayectorias que seguiría una unidad de carga eléctrica positiva abandonada en reposo en el campo eléctrico.

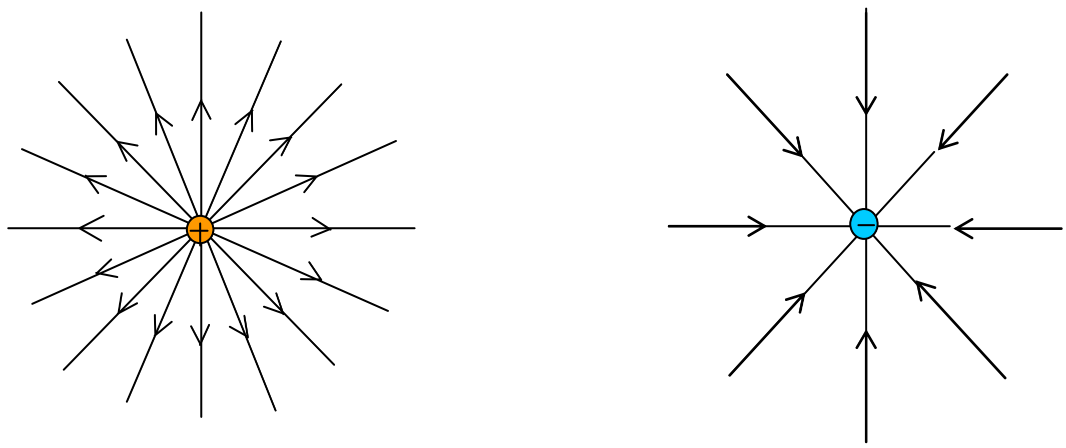


FIGURA -3

La figura de la izquierda representa el campo eléctrico creado por una carga positiva, y el de la derecha el campo creado por una carga negativa y de menor valor que la primera. Conviene tener en cuenta:

- Las cargas se han representado como pequeñas esferas de cargas (deberían ser puntuales) . Las líneas de fuerza salen de la carga positiva (fuentes o manantiales) y entran en la negativa (sumidero de línea de fuerza).

- Las líneas de fuerza dan la dirección del campo eléctrico en cualquier punto (volveremos a este punto en casos más complejos).
- Aunque están en dos dimensiones (plano del papel) las líneas de fuerza estarían dirigidas en las tres direcciones del espacio. Ls zonas en las que intensidad del campo eléctrico tendrá el mismo valor son superficies esféricas concéntricas.
- El que en un punto dado no se dibuje una línea de fuerza no debe interpretarse como que ahí no hay campo eléctrico.

Recordemos que el número de líneas de fuerza que se dibujan es proporcional al valor del campo electrostático en la región considerada, de modo que una mayor concentración de líneas de fuerza indica un mayor valor de la intensidad del campo en esa región.

Un caso bastante interesante de campo eléctrico es aquel en el que el valor de la intensidad del campo $\vec{E}$ es igual en todos los puntos. En este caso se denomina **campo eléctrico uniforme**, y las líneas de fuerza son rectas paralelas. Un ejemplo de campo eléctrico uniforme es el interior de un condensador.

5. Potencial electrostático y energía potencial.

Consideraciones similares a las del tema anterior respecto del campo gravitatorio, nos permiten presentar también al campo eléctrico (electrostático) como un campo de fuerzas conservativo.

Al ser el campo conservativo, el trabajo realizado por el campo al desplazar una carga q_2 entre dos posiciones A y B en el campo creado por una carga q_1 corresponde a la diferencia de energía potencial entre esas dos posiciones:

$$W_{A\to B} = Ep(A) - Ep(B) \qquad \textbf{III.10}$$

Si recordamos la definición de trabajo visto en temas anteriores, la expresión III.10 se puede expresar como:

$$W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int_A^B \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}\vec{u}_r\cdot d\vec{r} \qquad \textbf{III.11}$$

por las mismas razones que se expusieron en el campo gravitatorio, $\vec{u}_r \cdot d\vec{r} = dr$, y por tanto:

$$W_{A\to B} = \int_A^B \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon}q_1\cdot q_2\int_A^B \frac{dr}{r^2} =$$

$$= \frac{q_1\cdot q_2}{4\pi\varepsilon}\left[-\frac{1}{r}\right]_A^B = \frac{q_1\cdot q_2}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1\cdot q_2}{r_A} - \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1\cdot q_2}{r_B} \qquad \textbf{III.12}$$

teniendo en cuenta la expresión III.10:

$$W_{A\to B} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1\cdot q_2}{r_A} - \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1\cdot q_2}{r_B} = Ep(A) - Ep(B) \qquad \textbf{III.13}$$

y utilizando los mismos criterios que vimos en el bloque II, campo gravitatorio, elegiremos como origen de energía potencial electrostática cuando estemos suficientemente alejados para que la influencia de la carga sea cero, es decir en el infinito; por tanto podemos elegir Ep(B) = 0 , si $r_B = \infty$, y podemos concluir que:

$$Ep(A) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1 \cdot q_2}{r_A} \qquad \textbf{III.14}$$

Siguiendo con las similitudes entre el campo electrostático y gravitatorio, podemos definir el potencial electrostático en un punto del campo como la energía potencial de la unidad de carga en ese punto. Si la representamos por V_A será:

$$V_A = \frac{Ep(A)}{q_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1}{r_A} \qquad \textbf{III.15}$$

Expresión que nos indica que en todos los puntos situados a la misma distancia de la posición que ocupa la carga puntual q_1 tienen el mismo valor del potencial electrostático, lo que equivale a decir que las superficies equipotenciales son superficies esféricas (circunferencias en el plano) concéntricas, de centro en la posición ocupada por q_1.

Si la carga es positiva, los potenciales decrecen con la distancia, si es negativa, crecen.

Por último, recordemos que **la unidad de potencial en el SI es el voltio** (Julio/culombio). Decimos que el potencial electrostático en un punto de un campo eléctrico es de 1 voltio si cuando se desplaza una carga de un culombio desde el infinito hasta ese punto, el trabajo externo realizado es de 1 julio.

5.1. Diferencia de potencial

Si V_A es el potencial eléctrico en el punto A y V_B es el del punto B, el trabajo que realiza el campo (fuerza eléctrica) para transportar la carga q desde A hasta B será:

$$W_{A\to B} = Ep_A - Ep_B = V_A \cdot q - V_B \cdot q = (V_A - V_B)q \qquad \textbf{III.16}$$

- El campo realiza un trabajo positivo (proceso espontáneo) si se traslada una carga positiva hacia potenciales decrecientes. Si la carga es negativa, si se traslada hacia potenciales crecientes.
- Una fuerza externa realizará un trabajo positivo, si traslada una carga positiva hacia potenciales crecientes. Si la carga es negativa, si se traslada hacia potenciales decrecientes.

Hemos visto anteriormente que el trabajo que realiza el campo en el desplazamiento de la carga q_P entre las posiciones A y B viene dado por la expresión III.16, de donde se deduce que en el desplazamiento de una carga entre dos puntos cualesquiera de la misma superficie equipotencial no se realiza trabajo.

Cuando el potencial eléctrico entre dos puntos A y B no sea el mismo, dependiendo de que la diferencia de potencial V_A-V_B sea positiva o negativa y que la carga que se desplaza sea de un signo u otro, el trabajo resultará positivo o negativo. Es positivo el trabajo realizado por el

Problemas: 5-6-7-8-9-10-11

campo a favor de sus propias líneas de fuerza y negativo en caso contrario (si la carga que se desplaza es positiva).

Para ello veremos el siguiente ejemplo: sea una carga q_p (positiva) que se desplaza desde la posición A hasta la posición B en el campo creado por la carga q_c y supongamos que ésta sea negativa y que B está mas alejado que A. El potencial en A es negativo (puesto que q_c lo es) pero de mayor absoluto que el potencial en B (donde también es negativo) puesto que la distancia que separa q_c y el punto A es menor que la distancia entre q_c y B. La diferencia de potencial V_A-V_B es negativa (tener en cuenta que tanto en a como en B los potenciales son negativos) y como q_p es positivo , el trabajo resulta negativo. En efecto, si la carga positiva se desplaza desde A hasta B significa que se aleja de la carga negativa. Como entre cargas de distinto signo las fuerzas son de atracción, el desplazamiento se ha efectuado en contra de las líneas de fuerza del campo. Podemos concluir, por lo tanto, que cuando una carga positiva se desplaza en el sentido en que los potenciales crecen, el trabajo que realiza el campo es negativo.

5.2. Representación de las superficies equipotenciales.

Se denomina **superficie equipotencial** al lugar geométrico de los puntos del campo que tienen el mismo potencial. En el caso del campo eléctrico, aquellos puntos que tengan el mismo potencial eléctrico.

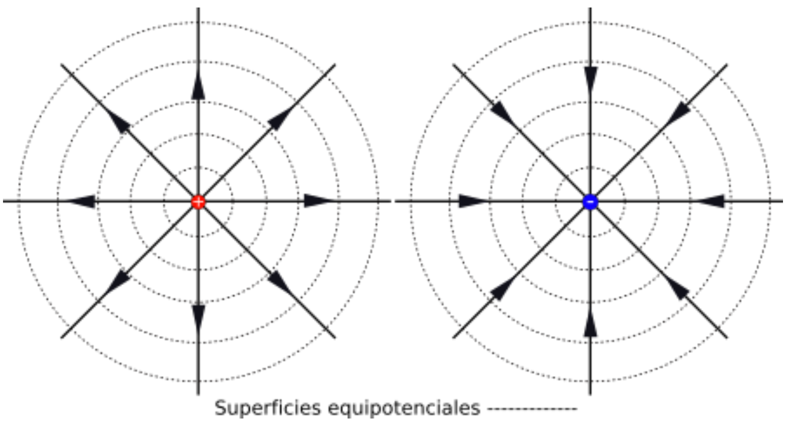


FIGURA - 4

Si representamos las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales del campo creado por una carga puntual podemos observar que en regiones muy próximas a las posiciones ocupadas por las cargas las líneas de fuerza aparecen más concentradas lo que significa que la intensidad del campo es mayor. Se puede observar también que las líneas de fuerza, rectas en direcciones radiales, son perpendiculares a las superficies equipotenciales, superficies esféricas concéntricas centradas en la posición que ocupan las cargas.

Es interesante destacar que el sentido del campo eléctrico, al igual que sucede en el campo gravitatorio, es justamente el contrario del sentido de crecimiento de los potenciales eléctricos.

Recordar que se recurre al concepto línea de fuerza para visualizar el campo eléctrico. Las líneas de fuerza son líneas tangentes al vector campo eléctrico en cada punto; su sentido dependerá del signo de la carga que genera el campo.

6. Campo y potencial electrostático de una distribución de cargas puntuales.

Si el campo es creado por varias cargas, es aplicable el principio de superposición para determinar la intensidad del campo así como para el potencial. La figura-5 representa,

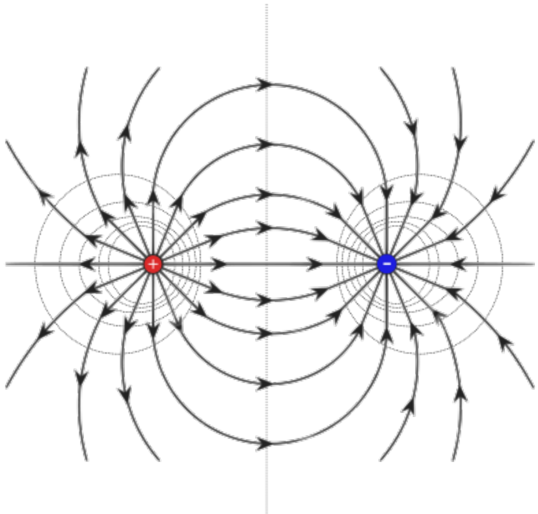
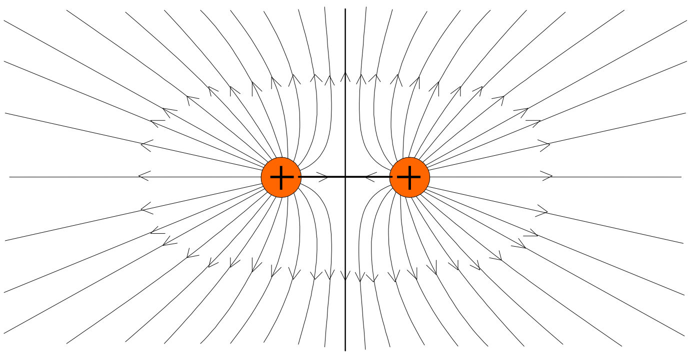


FIGURA - 5

mediante superficies equipotenciales y líneas de fuerza, el campo creado por dos cargas iguales, una positiva y otra negativa. Podemos observar que las líneas de fuerza salen de la carga positiva y entran en la negativa.

Si se trata de dos cargas iguales del mismo signo, por ejemplo, dos cargas positivas, las líneas de fuerza tienen su origen en las cargas positivas y su extremo en el infinito. (Si ambas cargas fueran negativas sería lo contrario)



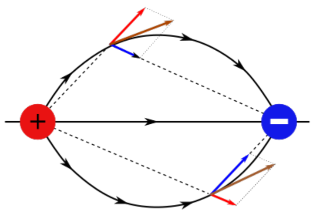


FIGURA - 6

En cualquiera de las representaciones se observa que las líneas de fuerza no se cortan (excepto en el punto ocupado por una carga) y que son tangentes a la línea de fuerza y perpendicular a la superficie equipotencial (figura 6) y su sentido corresponde al de la línea de fuerza. También se observa que las superficies equipotenciales ya no son esféricas y que, en general, las líneas de fuerza no son rectas sino curvas. Como consecuencia de lo dicho, resulta claro que en campos estáticos las líneas de fuerza no pueden cerradas, por consiguiente las líneas de fuerza deben necesariamente empezar en un sitio y terminar en otro, o bien alejarse hasta el infinito.

7. Teorema de Gauss

Si la carga no es puntual, el cálculo de la intensidad del campo eléctrico necesita del cálculo integral y en un gran número de situaciones el procedimiento es bastante engorroso, presentando serías dificultades con los conocimientos matemáticos de los que disponemos. Se hace necesario disponer de un método alternativo para poder calcular intensidades de campo eléctricos, y ese método alternativo es el **Teorema de Gauss**.

Necesitamos introducir un nuevo concepto, el concepto de ***flujo electrostático***. Podemos designar el flujo electrostático, Φ, a través de cualquier superficie dada, como una magnitud indicativa del número neto de líneas de fuerza que entran o salen atravesando dicha superficie, y cuanto mayor sea ese número mayor resultará el flujo. Es evidente que el número de líneas de fuerza es directamente proporcional a la intensidad del campo eléctrico, de forma que podríamos definir el flujo electrostático como el producto del campo eléctrico por la superficie. Pero hay otro factor que no hemos tenido en cuenta hasta el momento y es la orientación de la superficie en relación a las líneas de fuerza.

En la figura-7 se han representado las líneas de fuerza de un campo eléctrico de intensidad constante (campo uniforme). Dibujad dos superficies iguales de manera que el flujo que las atraviesa sea en un caso máximo y en el otro nulo.

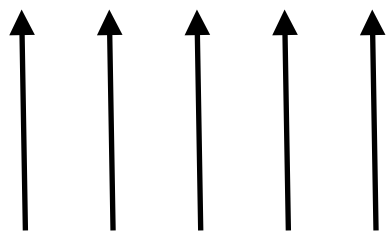


Figura-7

Está claro que si se coloca la superficie perpendicularmente a las líneas de fuerza, será atravesada por el mayor número posible de éstas, es decir el flujo será el máximo; por el contrario si colocamos la superficie paralelamente a las líneas de fuerzas, no será atravesada por ninguna de ellas, y en consecuencia el flujo será nulo.

Tendremos que buscar una forma de indicar la orientación para la superficie. Representaremos la superficie por un vector, el vector superficie, de módulo el área de la superficie, la dirección normal a la superficie y su sentido dirigido de la parte cóncava hacia la convexa. En el caso que tengamos una superficie plana, el sentido del vector superficie es indiferente.

Podemos calcular el flujo a través de cualquier superficie plana, S, situada en un campo <u>eléctrico uniforme</u>, mediante un producto escalar:

$$\phi = \vec{E} \cdot \vec{S} = E\ S\ cos\alpha \qquad \textbf{III.17}$$

siendo α, el ángulo que forman el vector intensidad de campo eléctrico y el vector superficie.[1]

En el caso que tengamos la situación en la que el vector intensidad del campo eléctrico no sea uniforme, podemos descomponer la superficie en infinitos elementos de superficie dS de tal forma que podamos decir que el vector intensidad de campo eléctrico sea uniforme en cada una de ellas, por lo que el flujo a su través se podría evaluar como $d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$, y el flujo total como la suma de las infinitas contribuciones $d\phi$ a lo largo de toda la superficie S, es decir:

Problemas: 12

$$\phi = \int d\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{S} \qquad \textbf{III.18}$$

Si consideramos una carga puntual Q puntual (por ejemplo positiva) y dibujamos superficies arbitrarias que encierren a la carga, ver figura-8, puede comprobarse que el flujo del campo electrostático a través de esas superficies es el mismo en todas ellas.

La constancia del flujo electrostático a través de cualquier superficie cerrada en cuyo interior se disponga una carga, sugiere que dicho flujo se relaciona directamente con la carga encerrada (que es lo único que tampoco cambia). Esta conclusión es la base del teorema fundamental de la electrostática llamado **teorema de Gauss.**

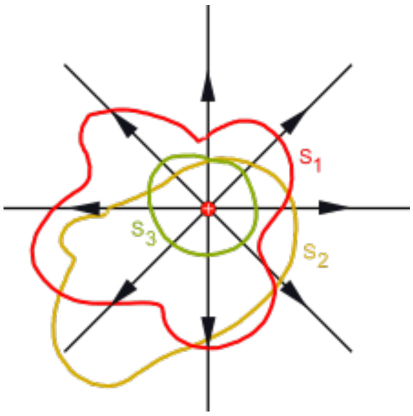


FIGURA 8

$$\phi = \int d\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon} \qquad \textbf{III.19}$$

Si dentro de la superficie considerada hubiesen varias cargas, Q sería la suma de todas las cargas, expresadas cada una con su signo correspondiente, es decir la expresión III.19 se transforma en:

$$\phi = \int d\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q}{\varepsilon} \qquad \textbf{III.20}$$

Si disponemos de una carga positiva Q en reposo, que se pueda considerar puntual, podemos calcular el flujo que atraviesa a una superficie esférica de radio r que encierre a la carga puntual.

La superficie esférica a esa distancia de Q es $S = 4\pi r^2$; como el vector que representa dicho campo es radial y dirigido hacia fuera, los vectores campo eléctrico y superficie tienen la misma dirección y sentido en todos los puntos de la superficie y por tanto, podemos escribir:

[1] Ver demostración en el apéndice

$$\phi = \int d\phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int E \cdot dS = E \cdot 4\pi r^2 \qquad \text{III.21}$$

si sustituimos el valor del campo en la expresión anterior se obtiene:

$$\phi = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon} \qquad \text{III.22}$$

expresión que corresponde al **teorema de Gauss**. Debemos tener en cuenta que si la carga Q fuese negativa, el flujo sería igual, pero también negativo ya que en ese caso los vectores campo eléctrico y superficie tienen sentidos opuestos.

Además de utilizar el teorema de gauss para calcular campos eléctricos creados por distribuciones de carga, también nos permite justificar cómo se distribuye la carga eléctrica en los objetos conductores y cargados.

7.1. Estudio de un conductor cargado y en equilibrio.

La pregunta que intentaremos responder es la siguiente: ¿dónde cabe esperar que se sitúen las cargas eléctricas en un conductor cargado y aislado? Debemos tener presente que las cargas libres de un material conductor se pueden desplazar por su interior con bastante facilidad; por otro lado, cargar un conductor significa descompensar su carga nula añadiendo o extrayendo electrones. Parece lógico suponer, que el exceso de carga de un signo determinado se distribuirá por la superficie exterior, dado que se ejercen fuerzas eléctricas de repulsión entre las cargas que suman la carga neta Q y en consecuencia tienden a separarse lo más posible una de otras hasta que alcanzan una situación final de equilibrio electrostático (figura-9).

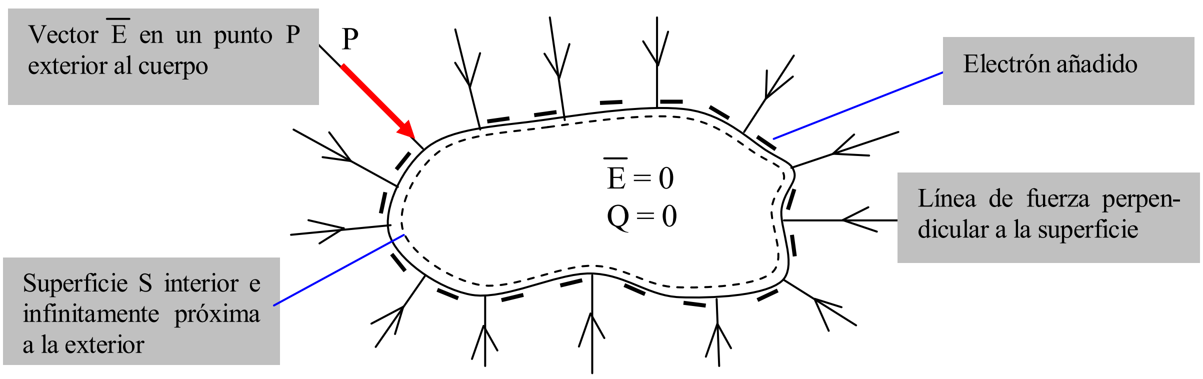


FIGURA 9

De esa manera, podemos concluir que, una vez alcanzado el equilibrio electrostático, el campo eléctrico será nulo, ya que si lo hubiese provocaría un movimiento de electrones, incompatible con el hecho experimental observado de equilibrio electrostático. Así pues, en el interior de un conductor cargado, aislado y en equilibrio, se cumple que $\vec{E} = 0$.

A este mismo resultado se puede llegar aplicando el teorema de Gauss; si observamos la figura-9, la línea discontinua corresponde a una superficie "Gaussiana", el flujo a través de esa superficie debe ser cero, ya que la carga neta es cero, y en consecuencia el campo eléctrico en el interior debe ser cero.

En la superficie exterior del conductor o en cualquier otro punto fuera de la superficie, el campo no es nulo ya que si rodeamos al conductor con una superficie exterior cerrada, la carga encerrada es justamente la carga neta, y en consecuencia el flujo será no nulo.

Esta propiedad tiene aplicaciones prácticas muy importantes. Cuando en un aparato eléctrico se desea proteger a algún componente de la acción de campos eléctricos, se recurre a encerrarlo dentro de una caja metálica (***jaula de Faraday***). Faraday describe una experiencia según la cual se encerró dentro de una jaula metálica cargada eléctricamente con una carga Q muy elevada (montada sobre soportes aislantes) sin notar ningún efecto, a pesar de las descargas que se producían en la superficie de la jaula.

La intensidad del campo eléctrico en la superficie del conductor ha de ser siempre un vector perpendicular a la misma, ya que si no fuese así, la componente tangencial del campo eléctrico (ver figura-10) haría que las cargas de la superficie se movieran por ella, y dado que no se observa ningún movimiento de la carga (equilibrio electrostático), la única explicación posible es que en cualquier punto de la superficie del conductor el vector intensidad de campo eléctrico no puede tener componente tangencial.

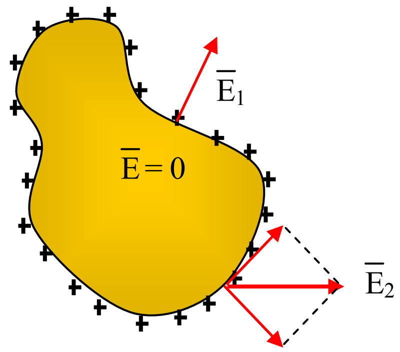


FIGURA 10

7.2. Campo eléctrico creado por una esfera conductora cargada.

Supongamos una esfera conductora, de radio R y con una carga neta Q.

Al tratarse de una esfera conductora, la carga Q se distribuirá uniformemente en toda la superficie, de modo que podemos definir una **densidad de carga superficial,** σ, como

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4\pi R^2} \qquad \textbf{III.23}$$

En el interior del conductor, la intensidad del campo eléctrico es cero, ya que la carga neta es cero, tal y como se demostró en un apartado anterior.

En un punto de la superficie el valor de la intensidad del campo eléctrico se puede obtener mediante:

$$\phi = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$\phi = E \cdot 4\pi R^2$$

Igualando ambas expresiones, y teniendo en cuenta III.23, se obtiene:

$$E \cdot 4\pi R^2 = \frac{Q}{\varepsilon} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad \textbf{III.24}$$

expresión que nos ofrece la intensidad del campo eléctrico en un punto de la superficie de un conductor cargado.

Para puntos situados a una distancia mayor que el radio, r, volvemos a aplicar el teorema de Gauss y se obtiene:

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \qquad \textbf{III.25}$$

Problemas: 13-14-15

Así pues, la intensidad del campo eléctrico creado por una esfera conductora y cargada en cualquier punto situado de su centro a una distancia r mayor que el radio de la esfera, se puede calcular como si toda la carga neta Q de la esfera estuviese localizada en el centro de la misma.

El potencial en puntos exteriores, r > R, es el mismo que el que crearía una carga puntal situada en el centro de la esfera. Como el conductor es una superficie equipotencial, el potencial en cualquier punto interior es el mismo e igual al de un punto de la superficie:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{Q}{R} \qquad si \quad r \le R \\ V &= \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{Q}{r} \qquad si \quad r < R \end{aligned} \qquad \textbf{III.26}$$

Podemos representar las gráficas correspondientes a la intensidad E del campo eléctrico y la del potencial eléctrico, creados por una esfera conductora y cargada de radio R, en función de la distancia r al centro de la misma (figura-11)

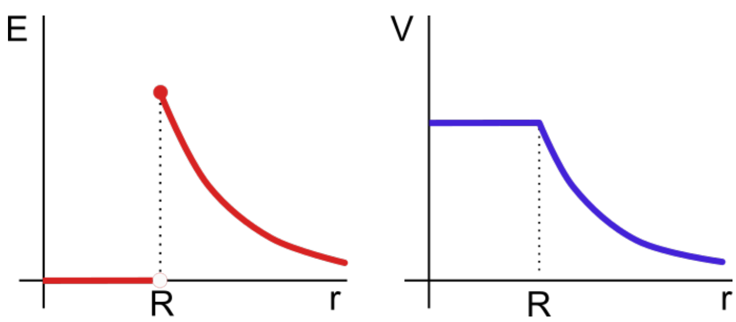


FIGURA 11

8. Estudio energético del campo eléctrico

8.1. Energía potencial eléctrica de una sistema formado por varias cargas puntuales.

Si partimos de dos cargas, Q y q, del mismo sino separadas una cierta distancia r, sabemos que la energía potencial eléctrica del sistema es la que nos ofrece III.14. Está claro que si la carga Q está fija y la otra carga q se deja en libertad, ésta se moverá siguiendo una trayectoria rectilínea y el trabajo realizado por la fuerza eléctrica (conservativa) hará que la energía potencial eléctrica disminuya.

Problemas: 16

Si tenemos más de dos cargas puntuales, ¿cómo calcularíamos la energía potencial del sistema? Si suponemos que tenemos un sistema formados por tres cargas puntuales tal y como se ve en la figura 12, siguiendo un procedimiento similar al utilizado en el caso del campo gravitatorio, podemos obtener la energía potencial del sistema sumando las energías potenciales de todas las parejas de cargas distintas que conformen el sistema considerado. En nuestro caso la energía potencial del sistema es:

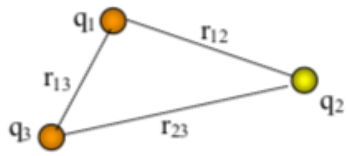


FIGURA 12

$$E_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q_2 q_3}{r_{23}} \qquad \textbf{III.27}$$

8.2. Relación entre el campo eléctrico uniforme y el potencial eléctrico.

Resolveremos ahora una situación especialmente interesante: tenemos un campo eléctrico uniforme entre dos placas metálicas planas con cargas iguales y de signos opuestos.

Cabe esperar que la intensidad del campo eléctrico entre las placas sea mayor cuanto mayor sea la diferencia de potencial entre ellas y menor la distancia entre las placas; así pues si nos fijamos en el trabajo que realiza el campo eléctrico entre las placas cuando una carga q positiva se traslada desde A hasta B (figura-13)

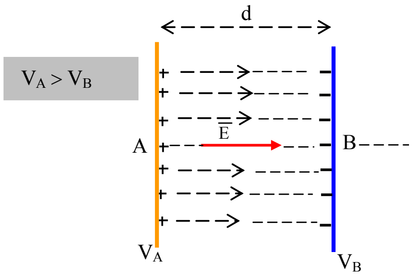


FIGURA 13

Por un lado sabemos que el trabajo realizado por el campo es $\underbrace{W_{A\to B}}_{campo} = q\left(V_A - V_B\right)$.

Por otro lado, el trabajo realizado por el campo será el producto escalar de la fuerza eléctrica que actúa sobre la carga por el desplazamiento; si recordamos el concepto de intensidad de campo eléctrico, nos queda:

$$\underbrace{W_{A\to B}}_{campo} = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = F\ d = E\ q\ d$$

Problemas: 17-18-19-20

siendo d, la distancia entre las placas.

Si igualamos estas dos últimas expresiones, obtenemos:

$$E = \frac{\left(V_A - V_B\right)}{d} \qquad \textbf{III.28}$$

Tal y como se puede comprobar, si aumenta la diferencia de potencial la intensidad del campo es mayor, y si disminuye la distancia aumenta la intensidad del campo. Si las placas están al mismo potencial no habrá campo eléctrico entre ellas. Esta expresión nos permite comprender el porqué a veces se utiliza la unidad Voltio/metro para el campo eléctrico.

9. Analogías y diferencias entre las interacciones gravitatoria y la electrostática.

Aunque a lo largo de los dos temas se han ido poniendo de manifiesto tanto unas como otras; podemos insistir aquí en que ambos son campos de fuerzas conservativos en los que las fuerzas decrecen con el cuadrado de la distancia. Pero mientras la interacción gravitatoria es solamente de carácter atractivo, la interacción electrostática puede ser tanto atractiva como repulsiva.

Por otra parte, la interacción gravitatoria es universal mientras que en la electrostática el medio desempeña un papel fundamental. La atracción gravitatoria no es apantallable mientras que la electrostática si lo es.

Una última consideración de interés, la interacción eléctrica es mucho más intensa que la gravitatoria con lo que, a nivel microscópico, ésta es prácticamente despreciable frente a aquella; en cambio, el efecto acumulado de cargas de signos opuestos hace que, a nivel macroscópico, los cuerpos se presenten con una carga total nula o muy pequeña con lo que la interacción electrostática, a este nivel, es dominada por la interacción gravitatoria para la que la acumulación de masas (de un solo signo) no hace sino aumentar sus efectos.

10. Ejercicios y actividades.

1. Calcular la fuerza de atracción entre un ion cloruro y un ion sodio a una distancia de 2,0 10^{-8} cm el uno del otro; a) si se encuentran en el vacío ; b) si se encuentran en el agua. Carga del electrón: q_e=-1,60 10^{-19} C (Tomar ε_0=8,85 10^{-12} C^2/Nm^2) ($\varepsilon_{r,agua}$=81)
2. Dos cargas puntuales iguales están separadas por una distancia d. a) ¿Es nulo el campo eléctrico total en algún punto? Si es así, ¿cuál es la posición de dicho punto? b) Repetir el apartado a) si las cargas fueran opuestas.
3. En el punto (2,3) y en el vacío hay una carga de -50μC. Obtener la intensidad del campo eléctrico en el punto (8,-5). (Tomar las distancias en metros; K = 9,0·10^9 Nm^2/C^2) Dar el resultado con dos cifras significativas.
4. Dos esferas muy pequeñas (de radio despreciable) pesan 4,0 N cada una y están suspendidas de un mismo punto por sendos hilos de 5,0 cm de longitud. Al cargar cada una de las esferas con la misma carga negativa, los hilos se separan y, en la situación de equilibrio, forman un ángulo de 45° con la vertical. Calcular el valor de la carga de cada esfera. (Tomar $\mathcal{E}_0$=8,85 10^{-12} C^2/Nm^2).

5. Una carga puntual Q crea un campo electrostático. Al trasladar una carga q desde un punto A al infinito, se realiza un trabajo de 5 J. Si se traslada desde el infinito a otro punto C, el trabajo es de -10 J. A)¿Qué trabajo se realiza al llevar la carga desde el punto C al punto A? ¿En qué propiedad del campo electrostático se basa la respuesta? B) Si q = -2C ¿cuánto vale el potencial en los puntos A y C? Si el punto C es el más próximo a la carga Q, ¿cuál es el signo de Q? ¿por qué?

6. Dos cargas negativas iguales de 1μC cada una se encuentran sobre una mesa horizontal separadas 20 cm. A 50 cm sobre la mesa y en la vertical del punto medio de la línea que une las dos cargas se coloca otra carga de 1μC cuya masa es de 1 gramo y se suelta. Determinar la velocidad con que llegará a la mesa. Suponemos que las dos cargas están fijas en la mesa. Datos: $K = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2, $g = 9{,}8$ m/s^2. (expresar el resultado con dos cifras significativas)

7. Dos cargas $q_1=2{,}0\mu C$ y $q_2=4{,}0\mu C$ están situadas, respectivamente, en los puntos (0,2) y (0,-2) m. Calcular: a) campo y potencial electrostáticos en el punto (4,0) m.; b) el trabajo necesario para trasladar una carga de $6{,}0\mu$C desde el infinito hasta el punto (4,0) m. (Tomar $\varepsilon_0=8{,}85\ 10^{-12}$ C^2/Nm^2 y las distancias con dos cifras significativas.

8. En una experiencia similar a la de Rutherford, un protón se dirige directamente contra un núcleo de la lámina de oro con una rapidez de 10^6 m/s. ¿A qué distancia del núcleo se volverá? Datos: Masa protón: $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; carga del protón: $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C.; $\varepsilon_0=8{,}85\ 10^{-12}$ C^2/Nm^2; el número atómico del oro es 79.

9. En un sistema de ejes coordenados tenemos dos cargas puntuales fijas, una de ellas tiene un valor de 2 μC y está situada en el punto (0,0) m, la segunda de las cargas cuyo valor es -3μC se encuentra en el punto (4,0) m. Calcula el trabajo de la fuerza electrostática para trasladar una carga de -1 μC del punto A(0,2) al punto B(4,2). Datos: $K = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2; expresar el resultado con dos cifras significativas.

10. Dos cargas positivas iguales se sitúan en dos de los vértices de un triángulo equilátero de 3 m de lado. La intensidad del campo en el tercer vértice resulta ser de $2\sqrt{3} \cdot 10^3$ N/C. Calcular el potencial en el punto medio entre las dos cargas. Datos: $K = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2; expresar el resultado con dos cifras significativas.

11. Calcula la energía potencial eléctrica asociada a un pequeño cuerpo de 0,05 gramos de masa que porta una carga eléctrica de 10^{-6} C situado en el vacío a 20 cm de una segunda carga puntual fija de $-4 \cdot 10^{-6}$ C. Si la primera carga se libera, ¿qué rapidez llevará cuando se encuentre a 10 cm de la primera? Datos: $K = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2; expresar el resultado con dos cifras significativas.

12. Una superficie plana de 25 cm^2 se encuentra en el interior de un campo eléctrico uniforme de 10^4 N/C. Sabiendo que el plano de la superficie forma un ángulo de 60° con el vector intensidad de campo. ¿Qué flujo la atraviesa?.

13. Determina la intensidad del campo eléctrico en los puntos interiores y exteriores a una esfera uniformemente cargada de radio R y carga total Q. Nota: utiliza el teorema de Gauss.

14. Una carga de 4μC está distribuida uniformemente sobre una superficie esférica de 10 cm de radio. Calcular: a) trabajo necesario para desplazar radialmente una carga de -3μC, desde un punto situado a 10 cm de la superficie esférica, una distancia de 5 cm en dirección a la esfera; b) en qué punto sería nulo el campo si colocamos una carga puntual de 6μC a 20 cm de distancia de la superficie esférica cargada. (Tomar $_0$=8,85 10^{-12} C^2/Nm^2)

15. Dos esferas metálicas de 4,0 y 6,0 cm de radio, muy alejadas entre sí, se cargan con 3,0μC cada una. Calcular: a) diferencia de potencial entre ambas esferas; b) potencial y carga de cada esfera después de unirlas mediante un hilo conductor. (Tomar ε_0=8,85 10^{-12} C^2/Nm^2).

16. Se desea trasladar, una a una, cuatro cargas iguales de valor Q situadas en el infinito, hasta los cuatro vértices de un cuadrado de lado a. Calcular: a) trabajo necesario para el desplazamiento sucesivo de cada una de las cargas; b) energía potencial electrostática del sistema de cargas en la situación final.

17. Un electrón se lanza con una velocidad de $1,0 \cdot 10^7$ m/s y penetra en la región comprendida entre dos conductores planos y paralelos, de 8,0 cm de longitud y separados entre sí 1,0 cm, en la que existe un campo eléctrico uniforme. El electrón penetra en la región por un punto equidistante de los dos conductores planos y, a la salida, pasa justamente por el borde del conductor superior. Calcular: a) campo eléctrico que existe entre los conductores y la diferencia de potencial entre ellos; b) energía cinética del electrón a la salida. (Datos $m_e=9,11 \cdot 10^{-31}$ kg; $q_e=-1,6\ 10^{-19}$ C)

18. Una pequeña esfera de 0,200 gramos cuelga de un hilo de masa despreciable entre dos láminas verticales paralelas separadas 5,00 cm.; la esfera tiene una carga de 5,00 nC. A) ¿qué diferencia de potencial entre las láminas hará que el hilo forme un ángulo de 45,00° con la vertical? B) ¿cuál será la intensidad del campo eléctrico entre las láminas? C) Representa gráficamente las fuerzas que actúan sobre la carga en la posición de equilibrio.

19. Entre dos placas paralelas distantes 1 cm existe una diferencia de potencial de 100 V. Determinar la rapidez de un electrón liberado en la placa negativa: a) en el punto medio entre las placas; b) al llegar a la placa positiva. Datos: masas del electrón : $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; carga del electrón : $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Expresar el resultado con dos cifras significativas.

20. La diferencia de potencial entre dos placas paralelas es de 100 V, la separación entre ellas es de 1 cm y su longitud es de 2 cm. Se lanza un haz de electrones con una rapidez de 10^7 m/s en dirección perpendicular al campo entre las placas. Determinar la desviación de la dirección del haz de electrones, a la salida de la zona entre las placas, respecto de la dirección de entrada de dicho haz (ángulo de deflexión del haz). Datos: masas del electrón : $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; carga del electrón : $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Expresar el resultado con dos cifras significativas.

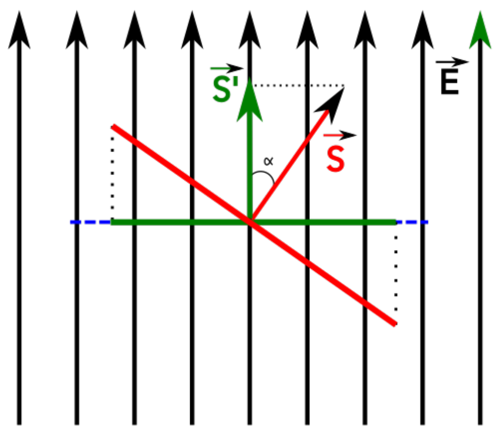
Soluciones:

1. a) $5{,}8\cdot 10^{-9}$ N; b) $7{,}1\cdot 10^{-11}$ N
2. Para dos cargas iguales, el campo eléctrico se anula en el punto medio que une la las dos cargas, en nuestro caso a d/2; para dos cargas opuestas no existe un punto en el que se anule el campo eléctrico.
3. $\vec{E} = -2700\vec{i} + 3600\vec{j} \quad (N/C)$
4. -1,5μC
5. A) 5 J (trabajo externo) El campo eléctrico es conservativo; B) V_A=2,5 V; V_B=5V; positiva.
6. 17 m/s
7. a) $\vec{E} = (2{,}4\vec{i} + 0{,}40\vec{j}) \cdot 10^3 \quad N/C$; $1{,}2\cdot 10^4$ V ; b) Trabajo externo: 72 mJ
8. 21,8 pm
9. -0,012 J
10. $2{,}4\cdot 10^4$ V
11. -0,18 J; 85 m/s
12. 22 Nm^2/C
13. $E = \dfrac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3} \quad (r < R)$; $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (r \geq R)$
14. a) Trabajo externo: -0,18 J; a 3,5 cm de la superficie (tomar dos cifras significativas)
15. a) $2{,}25\cdot 10^5$V; b) $5{,}4\cdot 10^5$ V; 2,4 C y 3,6 C
16. $W_{externo} = \dfrac{KQ^2}{l}(4 + \sqrt{2})$
17. a) $8{,}9\cdot 10^2$ V/m; 8,9 V; b) $4{,}6\cdot 10^{-17}$ J
18. a) $1{,}96\cdot 10^4$ V; b) $3{,}92\cdot 10^5$ N/C
19. a) $4{,}2\cdot 10^3$ km/s; $5{,}9\cdot 10^3$ km/s
20. 19°

Apéndice

El flujo a través de la superficie S′ es el mismo que el flujo a través de la superficie S; podemos concluir:

$$\phi = |\vec{E}|\,|\vec{S}'| = |\vec{E}|\,|\vec{S}|\, cos\ \alpha = \vec{E}\cdot\vec{S}$$



Bibliografía:

Tipler, Paul A. Física Editorial Reverté SA

Física 2° Bachillerato Carrascosa, Martínez y Alonso