

BLOQUE VI

CINEMÁTICA

Contenidos

1. Sistemas de referencia
 - 1.1. Vector de posición.
 - 1.2. Trayectoria.
 - 1.3. Vector desplazamiento
 2. Velocidad.
 3. Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)
 - 3.1. Ecuaciones.
 - 3.2. Gráficas.
 4. Aceleración
 - 4.1. Componentes intrínsecas de la aceleración.
 5. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)
 - 5.1. Ecuaciones.
 - 5.2. Gráficas.
 - 5.3. Movimiento de caída libre
 6. Movimiento circular uniforme (MCU)
 - 6.1. Ecuación.
 - 6.2. Aceleración.
 - 6.3. Carácter periódico.
 7. Actividades.
-

1. Sistema de referencia.

¿Cuándo podemos afirmar que un objeto se mueve? Podemos responder a esta pregunta diciendo que un cuerpo se mueve cuando cambia de **posición** respecto a un sistema de referencia que se considera fijo. Así, según donde esté situado el sistema de referencia (lugar en el que se sitúa el observador que estudia el movimiento) describimos un movimiento u otro. Por tanto, los **movimientos** son siempre **relativos**, pues dependerá del sistema de referencia elegido para su estudio.

En nuestro estudio del movimiento consideraremos que el objeto móvil es una partícula (**punto material**) que representa al objeto y que concentra toda su masa.

1.1. Vector de posición

Como se ha dicho anteriormente, un cuerpo se mueve cuando cambia de posición respecto de un sistema de referencia. ¿Qué se entiende por **posición**? Para empezar podríamos definir la posición de un cuerpo como el lugar que ocupa respecto del sistema de referencia elegido.

Después de elegir el sistema de referencia tendremos que determinar con precisión el lugar que ocupa el punto material. Para determinar la posición de un punto material en el plano podemos utilizar dos formas diferentes, representadas en la figura 1.

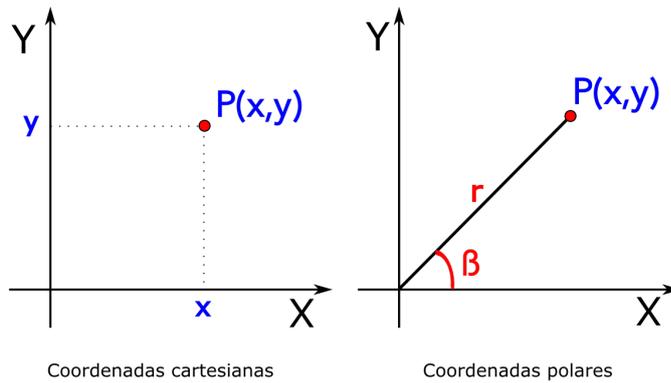


FIGURA-1

En ambos casos, la posición del punto material queda perfectamente definida.

La posición de un punto material con respecto a un sistema de referencia queda definida por el vector que une el punto del origen del sistema de referencia con el lugar que ocupa el punto. Se representa por \vec{r} .

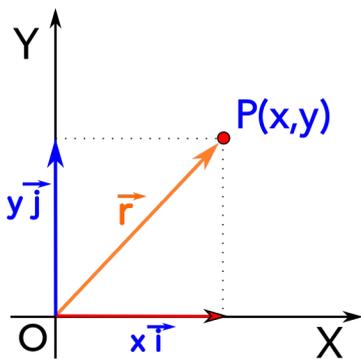


FIGURA -2

Decimos que un móvil se está moviendo respecto de un sistema de referencia si cambia su vector de posición.

En este curso estudiaremos movimientos en dos dimensiones, y nuestro sistema de referencia estará formado por los ejes coordenados X e Y (ver figura 2). [\[simulación del vector de posición\]](#)

El vector de posición, \vec{r} , lo podemos expresar en función de las componentes cartesianas y de los vectores unitarios correspondientes a los ejes:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \tag{VI.1}$$

En el sistema Internacional se expresa en metros (m).

1.2. Trayectoria

La **trayectoria** es la línea formada por la unión de los puntos que sigue el móvil en su recorrido. En función de la trayectoria, los movimientos se clasifican en rectilíneos o curvilíneos.

1.3. Vector desplazamiento

El vector desplazamiento, $\Delta\vec{r}$, es el vector que une dos puntos de la trayectoria, y por tanto es la diferencia entre el vector de posición final menos el vector de posición inicial:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_0 \tag{VI.2}$$

Es decir, un vector con origen en el punto P_0 y extremo en el P_1 , y que generalmente, su módulo no coincidirá con la **distancia recorrida** (escalar) [Figura-3]. La distancia recorrida o espacio recorrido se mide sobre la trayectoria entre dos puntos de la misma.

[simulación vector desplazamiento]

2. Velocidad

Todo movimiento supone un cambio en la posición del móvil. Este cambio puede ser más rápido o más lento. **La velocidad mide la rapidez de ese cambio.**

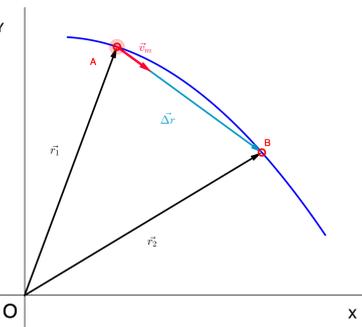


FIGURA 4

La **velocidad media** (figura 4) se define como el vector desplazamiento respecto al incremento de tiempo: $\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

En el sistema Internacional se expresa en m/s y su ecuación dimensional es L/T. [simulación vector velocidad media]

La velocidad media nos da información del promedio de velocidad en el intervalo considerado, no nos informa sobre la velocidad en un instante determinado. Esa información nos la da la **velocidad instantánea** (a partir de ahora **velocidad**).

La velocidad, \vec{v} , nos indica cómo varía la posición del móvil en cada instante.

[simulación vector velocidad]

El vector velocidad tiene las siguientes características:

- ⊗ Módulo: $|\vec{v}|$ A partir de ahora le llamaremos rapidez.
- ⊗ Dirección: tangente a la trayectoria en cualquier punto.
- ⊗ Sentido: el del movimiento.

3. Movimiento rectilíneo y uniforme (MRU)

El movimiento más sencillo es el que tiene un cuerpo en el que su velocidad permanece constante. Como la velocidad es una magnitud vectorial, decir que la velocidad permanece constante implica que no varía ni su módulo, ni su dirección ni su sentido y por tanto, su trayectoria debe ser rectilínea.

Como la trayectoria es una recta, el sistema de referencia que elegiremos será un punto ya que el móvil se mueve en una sola dimensión.

3.1. Ecuaciones.

La ecuaciones de movimiento es aquella que nos va a permitir conocer la posición en un determinado tiempo.

Las ecuaciones para el MRU son:

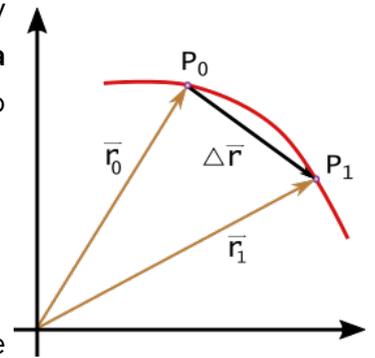


FIGURA 3

$$s = s_0 \pm vt$$

$$v = \text{constante}$$

VI.3

En VI.3, **s** representa la posición (o la distancia al punto tomado como referencia) en un tiempo **t**; **s₀** es la posición inicial (posición del móvil cuando empezamos a contar el tiempo) **v** es la rapidez del movimiento (que permanece constante) y **t** el tiempo.

Podríamos expresar esta ecuación su forma vectorial:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t$$

VI.4

3.2. Gráficas.

En este tipo de movimiento la gráfica que lo representa es la posición-tiempo.

En la figura 5 se representan las ecuaciones de movimientos de dos móviles, A y B. El móvil A se está alejando del observador con una rapidez *v*; por el contrario el móvil B se está acercando con una rapidez *v* al observador.

La representación gráfica de la velocidad con respecto del tiempo es una recta horizontal y el valor del área encerrada bajo la recta en un tiempo *t* representa el espacio recorrido.

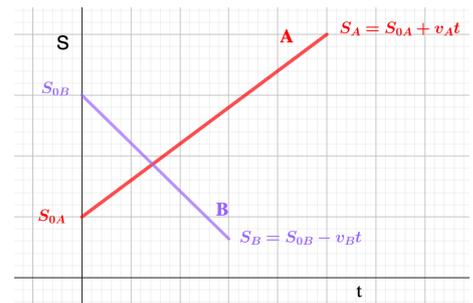


FIGURA 5

4. Aceleración

¿Qué ocurre si la velocidad de un móvil varía? En estos casos decimos que el móvil posee **aceleración**. La aceleración nos permite estudiar cambios en la velocidad (ya sea en módulo o en dirección). La aceleración mide la rapidez con que varía su velocidad.

La **aceleración media** mide el cambio de velocidad en un intervalo de tiempo:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

VI.5

Al igual que la velocidad media, la aceleración media solo tiene en cuenta los instantes inicial y final independientemente de cómo haya sido el movimiento entre ambos instantes. La aceleración media es un vector cuya dirección y sentido coinciden con el del vector $\Delta \vec{v}$.

Hay que tener en cuenta dos aspectos importantes:

- I. Dado que la velocidad es un vector, varía cuando lo hace cualquiera de sus características (módulo, dirección).
- II. Variación de velocidad no significa aumento, también puede ser disminución.

La unidad de la aceleración en el Sistema Internacional es el $m/s^2 = ms^{-2}$ y su ecuación dimensional es LT^{-2}

Al igual que ocurre con la velocidad se puede definir la **aceleración instantánea** como la aceleración de un móvil en un instante. A partir de ahora nos referiremos a la aceleración instantánea simplemente como **aceleración**.

4.1. Componentes intrínsecas de la aceleración

Cuando en un movimiento cambia la velocidad, puede que cambie su rapidez, su dirección o ambas cosas. Cuando hay cambio en el módulo de la velocidad se habla de **aceleración tangencial**, y cuando hay cambios en la dirección de la velocidad se habla de **aceleración centrípeta** o **normal**. Estados dos tipos de aceleración se denominan **componentes intrínsecas de la aceleración**.

La aceleración tangencial, \vec{a}_T , es aquella que produce cambios en la rapidez. Es un vector que tiene las siguientes características:

- ❖ Módulo. Su valor equivale a la rapidez con que cambia el módulo de la velocidad.
- ❖ Dirección. Es tangente a la trayectoria en todo punto (coincide con la del vector velocidad).
- ❖ Sentido. Es el mismo que el del movimiento si el módulo de la velocidad aumenta y contrario al movimiento si el módulo de la velocidad disminuye.

La aceleración normal, \vec{a}_N , es aquella que produce cambios en la dirección de la velocidad, y por tanto aparece en los movimientos curvilíneos. Es un vector con las siguientes características:

- ❖ Módulo. El valor del módulo es $a_N = \frac{v^2}{r}$, siendo r el radio de curvatura.
- ❖ Dirección. Su dirección es radial y por tanto perpendicular a la velocidad.
- ❖ Sentido. Siempre hacia el centro de la curva.

Como se puede deducir, estos dos tipos de aceleraciones son perpendiculares entre sí, y la suma de esas dos componentes es la aceleración del curso (ver figura 6):

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_n \quad \text{VI.6}$$

En este curso solo estudiaremos movimientos con aceleración constante en los que solo existe una de estas dos componentes.

5. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

Un móvil tiene un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) cuando se mueve con aceleración constante en una trayectoria rectilínea.

En este tipo de movimiento solo varía el módulo de la velocidad (rapidez), ya que solo hay aceleración tangencial puesto que su trayectoria es una recta.

5.1. Ecuaciones.

La ecuación que nos proporciona la velocidad en cualquier instante es:

$$v = v_0 \pm at$$

VI.7

El signo utilizado dependerá del sentido de la aceleración.

La ecuación que nos informa de la posición en función del tiempo cuando un cuerpo se mueve con MRUA es:

$$s = s_0 \pm v_0t \pm \frac{1}{2}at^2$$

VI.8

5.2. Gráficas.

Si se representa la velocidad frente al tiempo el resultado será una recta. La pendiente de esa recta representa la aceleración (ver figura 6)

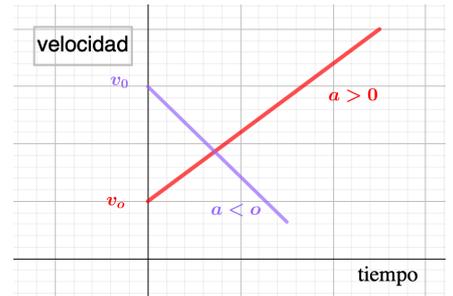


FIGURA 6

En el caso de la representación posición tiempo, si observamos la ecuación VI.8 se comprueba que es una ecuación de segundo grado cuya representación corresponde a una parábola. Su representación la tenemos en la figura 7. Es de destacar que en el caso de que la velocidad inicial y la aceleración tengan signos diferentes, la gráfica tendrá un tramo creciente y otro decreciente, y el paso de un tramo a otro (vértice de la parábola) coincidirá con el momento en el que el móvil cambia de sentido y su velocidad será cero.

5.3. Movimiento de caída libre

Si se suelta un cuerpo se observa que cae; de igual manera si lanzamos verticalmente un cuerpo hacia arriba se observa que sube hasta cierta altura y luego cae. En ambos casos el tipo de movimiento que describe el cuerpo es un movimiento de **caída libre**.

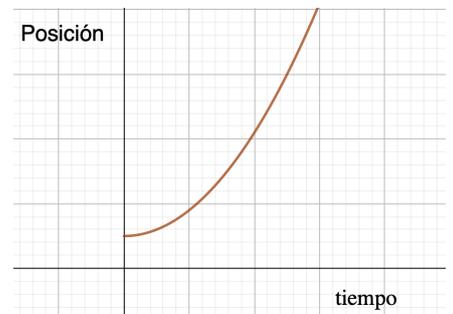


FIGURA 7

Se llama a caída libre al movimiento de un cuerpo debido a la acción de la gravedad. Es un MRUA en el que la aceleración tiene dirección vertical y sentido hacia el centro de la Tierra.

La **aceleración de la gravedad** depende del lugar. En lugares próximos a la superficie terrestre tiene un valor de **9,8 m/s²**. Las ecuaciones de este movimiento son las que hemos estudiado en el apartado anterior.

6. Movimiento circular uniforme.

Un móvil tiene movimiento circular uniforme (MCU) cuando su trayectoria es una **circunferencia** y su **rapidez es constante**.

El MCU posee **aceleración centrípeta** (o normal) ya que la dirección de la velocidad está cambiando; por tanto se trata de un movimiento con aceleración.

Para realizar un estudio de este movimiento necesitamos conocer el concepto de *radián*.

Un **radián** (rad) se define como el ángulo de una circunferencia que abarca un ángulo de igual longitud que el radio de la misma (figura 8). Si recorremos la circunferencia completa, la distancia recorrida es $2\pi R$ y, por tanto, el ángulo descrito es de 2π radianes. Esto nos permite obtener la relación entre los grados sexagesimales y los radianes: 360° equivale a 2π rad.

La definición de radián trae consigo la relación que existe entre el ángulo, θ , el arco descrito, s , y el radio, R :

$$\theta = \frac{s}{R}$$

Esta expresión es válida si el ángulo se expresa en radianes.

Cuando los puntos A y B de la figura-9 efectúan una vuelta completa en el mismo tiempo, los espacios recorridos por A y por B no son iguales y por tanto las velocidades lineales no pueden ser iguales, siendo la velocidad de A mayor que la de B (recorre más distancia en el mismo tiempo). Sin embargo, el ángulo que han descrito A y B es el mismo. Esta constancia nos va a permitir definir una nueva magnitud, la **velocidad angular**, ω , que se define como la relación entre el ángulo descrito y el tiempo empleado:

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

La unidad en el Sistema Internacional para la velocidad angular es el **rad/s**, aunque también se suele expresar en revoluciones por minuto (**rpm**) que es lo mismo que las vueltas dadas en un minuto.

Combinando las ecuaciones VI.9 y VI.10 se obtiene la relación que existe entre la velocidad lineal y la velocidad angular:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{\frac{s}{R}}{t} = \frac{s}{Rt} = \frac{v}{R}$$

Por tanto:

$$v = \omega R$$

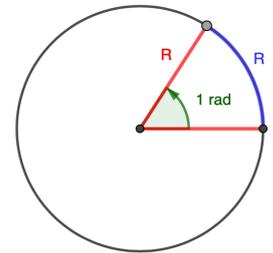


FIGURA 8

VI.9

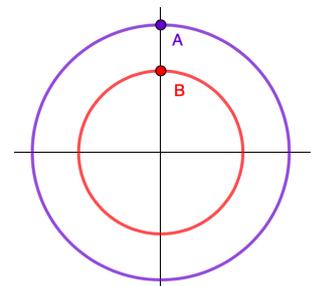


FIGURA 9

VI.10

VI.11

6.1. Ecuación

La ecuación de la posición angular es

$$\theta = \theta_0 \pm \omega t \quad \text{VI.12}$$

ecuación que representa bastante parecido al MRU (basta con cambiar las magnitudes lineales por las angulares)

6.2. Aceleración.

Sabemos que el módulo de la velocidad en este movimiento permanece constante, pero como su dirección cambia continuamente, este movimiento posee aceleración centrípeta (o normal). La relación que hay entre el módulo de la aceleración centrípeta y la rapidez es:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad \text{VI.13}$$

Si sustituimos el valor de la velocidad de la expresión VI.11 en VI.13 se obtiene la relación entre la aceleración centrípeta y la velocidad angular:

$$a_n = \omega^2 R \quad \text{VI.14}$$

6.3. Carácter periódico.

Dada que la posición de un cuerpo que describa un MCU se repite cada cierto tiempo, se dice que el MCU es un movimiento periódico. Los movimientos periódicos se caracterizan por dos magnitudes:

- ⊗ **Periodo** (T) : tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta.
- ⊗ **Frecuencia** (f) : Es la inversa del periodo, por tanto, el número de vueltas que da el móvil en un segundo. En el Sistema Internacional se expresa en s^{-1} , unidad que recibe el nombre de hercio (Hz)

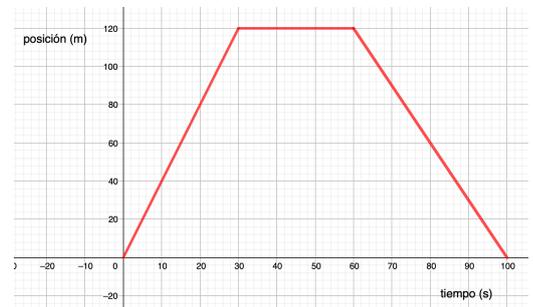
Por tanto, la relación entre el periodo y la frecuencia es:

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{VI.15}$$

Actividades

1. Dos vehículos (A y B) parten uno al encuentro de otro desde dos localidades que distan entre sí 400 km. El vehículo A viaja a 100 km/h, mientras que el vehículo B, que se pone en marcha un cuarto de hora después, lo hace a 120 km/h: a) ¿cuánto tiempo pasa desde que partió A hasta que se produce el encuentro?; b) ¿qué distancia ha recorrido este vehículo?. Resuelve las cuestiones numéricamente y representa el movimiento de ambos vehículos en una gráfica posición-tiempo.

2. Desde una altura de 3 m lanzamos una pelota verticalmente hacia arriba con una rapidez de 5 m/s. ¿Cuál es la altura máxima que alcanzará la pelota? ¿cuánto tiempo tarda en alcanzarla? ¿Con qué rapidez llega al suelo? Dato: tomar $g = 10 \text{ m/s}^2$
3. Responde a las siguientes cuestiones:
- ¿Podría un cuerpo tener velocidad cero y sin embargo estar acelerado?
 - ¿Podría un cuerpo tener rapidez variable y velocidad constante?
 - ¿Podría un cuerpo tener rapidez constante y velocidad variable?
 - ¿Puede un cuerpo aumentar su velocidad si su aceleración disminuye?
 - ¿Crees que la velocidad media de un cuerpo en movimiento podría ser cero en cierto intervalo de tiempo?
 - ¿Qué tipo de aceleración tendrían los planetas del sistema solar si suponemos que el valor de su rapidez permanece constante?
4. En la siguiente gráfica posición-tiempo se representa el movimiento efectuado por un cuerpo. a) Describe qué tipo de movimiento se trata; b) ¿cuánto vale la velocidad media en cada uno de los tres tramos diferenciados? c) ¿Y la velocidad media total?
5. Una motocicleta arranca al ponerse en verde un semáforo con aceleración constante de 2 m/s^2 : Justo al arrancar la adelanta un coche que va a 54 km/h . a) ¿Cuánto tiempo tarda la moto en alcanzar al coche ? b) ¿A qué distancia del semáforo lo alcanza? c) ¿Qué velocidad lleva la moto en el momento del alcance?
6. Una conductora circula por un tramo rectilíneo de una autovía a 120 km/h observa que, a 100 m de distancia, se encuentra un gato en el medio de la carretera. a) ¿qué aceleración debe comunicar al coche para no atropellarlo?. b) ¿Cuánto tiempo tarda en detenerse?. c) Si no hubiese frenado, ¿cuánto tiempo habría tardado en alcanzar al gato?
7. Una fuente lanza un chorro de agua verticalmente hacia arriba con una rapidez de 5 m/s . a) ¿Hasta qué altura llega el agua?. b) ¿cuánto tiempo tarda el agua en llegar al grifo? . c) ¿Qué velocidad lleva en ese momento? Dato: tomar $g = 10 \text{ m/s}^2$
8. El disco duro de un ordenador gira a 4200 revoluciones por minuto (rpm). Calcula: a) su velocidad angular en rad/s; b) su periodo y su frecuencia; c) si el diámetro del disco duro es de $3,5$ pulgadas (in), ¿a qué velocidad se mueve un punto del borde del mismo?. Dato: $1 \text{ pulgada} = 2,54 \text{ cm}$.
9. El viaje de un tiovivo de una feria dura 2 minutos. Si su velocidad angular es de $0,5 \text{ rad/s}$, calcula: a) el número de vueltas que da el tiovivo en un viaje; b) la distancia total que recorre un niño sentado en un cohecito a una distancia de 3 m del eje de giro.



Soluciones

1. a) 1,95 h; b) 195 km
2. 4,25 m ; 0,5 s; 9,2 m/s

3. Ver teoría
4. a) El movimiento del cuerpo lo podemos considerar formado por los tres tramos. En un primer tramo el cuerpo se está moviendo con una rapidez de 4 m/s alejándose del observador; en el segundo tramo el cuerpo está parado y en el tercer tramo se acerca al observador con una rapidez de 3 m/s. b) ya se ha respondido en el apartado anterior; c) 0 m/s
5. 15 s; 225 m; 108 km/h
6. a) 5,6 m/s²; b) 6 s; 3 s.
7. a) 1,25 m; b) 1 s; c) 5 m/s
8. a) 140π rad/s; b) $T = 1/70$ s; $f = 70$ Hz; c) 20 m/s
9. a) 10 vueltas (9,54); b) 180 m