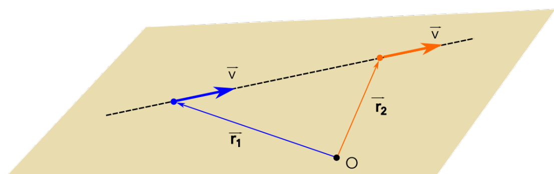
goo.gl/VtUz1W
pacobf@iesmartinrivero.org

1. Una partícula se mueve en un plano con movimiento rectilíneo y uniforme. Demuestra que su momento angular, con respecto a un punto cualquiera del plano, va a ser constante.
2. En el movimiento de la Tierra alrededor del Sol:
   a. Se conservan el momento angular y el momento lineal.
   b. Se conservan el momento lineal y el momento de la fuerza gravitatoria.
   c. Varía el momento lineal y se conserva el momento angular.
3. Si por alguna causa interna, la Tierra sufriese un colapso gravitatorio que redujese su radio a la mitad, manteniendo constante su masa, ¿cómo sería su período de revolución alrededor del Sol?
   a. igual b. de dos años c. de 4 años
4. Justifica si es cierta la siguiente afirmación: "cuando dos masas M_1 y M_2 crean un campo gravitatorio en la misma región del espacio hay puntos en los que se cruzan las líneas de campo que crea cada una de ellas y puntos en los que se cortan las superficies equipotenciales correspondientes a cada una de ellas"
5. Una masa de desplaza en un campo gravitatorio desde un lugar en que su energía potencial vale -200 J hasta otro donde vale -400 J. ¿cuál es el trabajo realizado por la fuerza del campo?
6. Un astronauta de 80 kg de masa está en la estación espacial orbitando en torno a la Tierra. Al intentar pesarse, la balanza marca cero. Explica por qué marca cero y si actúa o no la gravedad terrestre en ese punto. Si ese mismo astronauta aterriza en un planeta que tiene la misma densidad que la Tierra, pero su radio es 10 veces mayor, ¿cuál sería el peso en ese planeta en comparación con el peso en la Tierra?
7. Si para un cuerpo situado en un campo gravitatorio su energía cinética es igual a su energía potencial (en valor absoluto), significa:
   a. Que el cuerpo puede escapar al infinito.
   b. Que el cuerpo acabará cayendo sobre la masa que crea el campo.
   c. Que seguirá en órbita circular
8. Calcula el trabajo necesario para mover un satélite terrestre de masa m de una órbita de radio $2R_t$ a una de radio $3R_t$. Exprésalo de forma general.
9. Suponiendo que la Luna gira alrededor de la Tierra con un período de 27 días, a una distancia de $3{,}8 \cdot 10^8$ m. Datos: masa de la Luna: $7{,}34 \cdot 10^{22}$ kg ; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ (SI)calcula:
   d. La masa de la Tierra
   e. La energía que se necesita para separar la Luna de la Tierra a una distancia infinita.

Soluciones

1

DATOS	INCÓGNITAS	ESQUEMA
La partícula de masa m lleva un movimiento rectilíneo y uniforme.	Demostrar que el momento angular , $\vec{L}$, permanece constante	

Si el momento angular, $\vec{L}$, permanece constante, su variación temporal debe ser cero; esta afirmación equivale a decir: $\frac{d\vec{L}}{dt}$ = 0.

El momento angular respecto de un punto se define como el producto vectorial de su vector de posición por la cantidad de movimiento, es decir: $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$. Calculemos la derivada:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

analicemos los dos sumandos:

$\frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v}$, es el producto vectorial del vector velocidad (la velocidad se define como la variación del vector posición respecto al tiempo) por otro vector que tiene la misma dirección y sentido que la velocidad, por tanto ese producto vectorial es cero.

$\vec{r} \times \frac{d(m\vec{v})}{dt}$, es el producto vectorial de un vector por cero (si la masa es constante), ya que el enunciado indica que la velocidad es constante (MRU) y su derivada es cero; por tanto el resultado es cero.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \vec{L} = cte$$

2.

Repasando los conceptos de fuerza central, momento de una fuerza y momento angular, tratados en el ***Bloque 0***, concluiremos que el momento angular de la Tierra con respecto al Sol es constante, ya que la fuerza que ejerce el Sol sobre la Tierra es de tipo central y, en consecuencia, el momento de la fuerza que ejerce el Sol sobre la Tierra respecto al Sol es cero; si el momento de la fuerza es cero, el momento angular permanece constante.

La cantidad de movimiento (o momento lineal) se define como el producto de la masa por el vector velocidad; dado que la velocidad de la Tierra alrededor del sol está cambiando constantemente (carácter vectorial de la velocidad) , la cantidad de movimiento varía de un punto a otro de su trayectoria.

Por tanto:

La respuesta correcta es la c: varía el momento lineal y se conserva el momento angular.

3.

El tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta alrededor del Sol (período) depende de la distancia entre los centros del Sol y de la Tierra; dado que se reduce el radio terrestre, su centro sigue estando a la misma distancia del Sol, luego su período no varía.

La respuesta correcta es la a: una reducción del radio terrestre no varía su período.

4.

Cada punto del espacio en donde hay un campo gravitatorio se caracteriza por un valor para la intensidad del campo gravitatorio y un valor del potencial gravitatorio, cuyos valores dependen de la posición. La intensidad del campo gravitatorio es siempre tangente a la línea de campo y por tanto las líneas de campo no se pueden cortar, porque de lo contrario tendríamos que admitir que existen dos valores distintos para el campo en el punto de corte. Las líneas de campo son siempre perpendiculares en cada punto a las superficies equipotenciales, por tanto le podemos aplicar el mismo razonamiento. La proposición es falsa.

5 .

DATOS	INCÓGNITAS	ESQUEMA
Energía potencial en A = -200 J Energía potencial en B = -400 J	Trabajo que realiza el campo cuando se desplaza desde A hasta B	

El trabajo que realiza el campo gravitatorio (la fuerza gravitatoria es conservativa) cuando una masa se desplaza desde el punto A hasta el punto B, viene dado por la expresión: $W_{campo} = -\Delta Ep$

Por tanto, solo tendremos que calcular el valor de la disminución de la energía potencial gravitatoria:

$$W_{campo} = -\Delta Ep = -(Ep_B - Ep_A)$$

sustituyendo valores se obtiene un valor de 200 J.

El trabajo que realiza el campo para trasladar una masa desde el punto A hasta el B es de 200 J

6

En la estación espacial tiene que haber gravedad, de lo contrario no estaría orbitando alrededor de la Tierra; es cierto que la gravedad es menor que en la superficie terrestre. La balanza marca cero porque tanto astronauta como la balanza están en caída libre (al igual que la estación espacial). Para justificar esta respuesta pensemos que estamos en un ascensor y nos situamos sobre una balanza que se encuentra el suelo del ascensor. Sobre la persona están actuando un par de fuerzas: su peso y la fuerza que ejerce la balanza sobre la persona (esa es justamente la que mide la balanza); si el sistema (ascensor) se encuentra en reposo o movimiento rectilíneo uniforme, el peso es igual a la normal (II Ley de Newton); si el sistema posee aceleración, la normal deja de ser igual al peso. Es decir:

$$\vec{N} + \vec{P} = m\vec{a} \quad \Longrightarrow \quad \vec{N} = m\vec{a} - \vec{P}$$

Supongamos que está cayendo con una aceleración igual a la g del lugar; en este caso la normal se hace cero, y en consecuencia la balanza marcaría cero.

DATOS	INCÓGNITAS	ESQUEMA
masa astronauta: m= 80 kg densidad planeta = densidad tierra; $\boldsymbol{\rho}_P=\boldsymbol{\rho}_T$ Radio planeta, R_p= 10 R_T	Peso del astronauta en el planeta, P_P en comparación con su peso en la Tierra, P.	

Calcularemos el peso en la superficie terrestre y en la superficie del planeta en función de la densidad que es la misma en los dos lugares.

Peso en la Tierra:

$$P = mg = \frac{mGM}{{R_T}^2} = \frac{mG\rho_T \frac{4}{3}\pi {R_T}^3}{{R_T}^2} = mG\rho_T \frac{4}{3}\pi R_T \quad (1)$$

en donde se ha tenido en cuenta que la masa es la densidad por el volumen y hemos aproximado la forma de la tierra a una esfera (al cual que se hará con el planeta)

Peso en el planeta:

$$P_P = mg = \frac{mGM_P}{{R_P}^2} = \frac{mG\rho_P \frac{4}{3}\pi {R_P}^3}{{R_P}^2} = mG\rho_P \frac{4}{3}\pi R_P$$

Dado que el radio del planeta es 10 el radio terrestre y las densidades son iguales, el peso del planeta se puede expresar como:

$$P_P = = mG\rho_T \frac{4}{3}\pi 10 R_T \quad (2)$$

Si comparamos (1) y (2) se deduce:

$$P_P = 10P_T$$

El peso de un astronauta en un planeta cuyo radio es 10 veces el radio terrestre y de igual densidad, es 10 veces el peso que tendría en la Tierra.

7.

En este caso, la energía mecánica es cero y en consecuencia el cuerpo puede escapar de la atracción gravitatoria, describiendo una órbita abierta que corresponde a una parábola. Por tanto, la respuesta correcta es la opción a)

8.

DATOS	INCÓGNITAS	ESQUEMA
masa del satélite= m Radio primera órbita: $2R_T$ Radio segunda órbita: $3R_T$	Energía para pasar de la primera órbita a la segunda.	

Calcularemos la energía mecánica en cada órbita. La diferencia de energía entre ambas será la energía que debemos comunicarle al satélite para cambiar de órbita.

La energía mecánica es la suma de la energía cinética y la energía potencial gravitatoria. Empecemos con la primera órbita.

La velocidad con la que órbita el satélite en la primera órbita la obtenemos de $v^2{}_{2R_T} = \frac{GM}{2R_T}$ (esta expresión se obtiene de aplicar la segunda ley de Newton al satélite); de forma análoga, para la segunda órbita $v^2{}_{3R_T} = \frac{GM}{3R_T}$

Energía mecánica en la primera órbita:

$$E_{2R_T} = -\frac{GM_Tm}{2R_T} + \frac{1}{2}mv_{2R_T}^2 = -\frac{GM_Tm}{2R_T} + \frac{1}{2}m\frac{GM_T}{2R_T} = -\frac{1}{4}\frac{GM_Tm}{R_T} \quad (1)$$

Energía mecánica para la segunda órbita:

$$E_{3R_T} = -\frac{GM_Tm}{3R_T} + \frac{1}{2}mv_{3R_T}^2 = -\frac{GM_Tm}{3R_T} + \frac{1}{2}m\frac{GM_T}{3R_T} = -\frac{1}{6}\frac{GM_Tm}{R_T} \quad (2)$$

La energía que debemos comunicar es la diferencia entre (2) y (1), es decir:

$$E = E_{3R_T} - E_{2R_T} = -\frac{1}{6}\frac{GM_Tm}{R_T} + \frac{1}{4}\frac{GM_Tm}{R_T} = \frac{1}{12}\frac{GM_Tm}{R_T}$$

La energía que debemos comunicar a un satélite de masa m para pasar a una órbita de tres veces el radio terrestre desde una órbita de dos veces el radio de la Tierra es: $E = \frac{1}{12}\frac{GM_Tm}{R_T}$

9.

DATOS	INCÓGNITAS	ESQUEMA
Período de la Luna :T = 27 días Distancia Tierra-Luna:d_{TL}= $3{,}8\cdot10^8$ m Masa de la Luna: M_L = $7{,}34\cdot10^{22}$ kg Constante de Gravitación Universal: $6{,}67\cdot10^{-11}$ (SI)	Masa de la Tierra : M_T Energía necesaria para separar la Luna de la Tierra : E	

a) Aplicamos la segunda ley de Newton a la fuerza que actúa sobre la Luna :

$$\frac{GM_TM_L}{d_{TL}^2} = M_L\frac{v^2}{d_{TL}} \quad (1)$$

como nos dan el dato del período de la Luna, expresaremos la velocidad con la que orbita en función de la rapidez (suponemos una órbita circular):

$$M_T = \frac{4\pi^2 \cdot (3{,}8 \cdot 10^8)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11}(2332800)^2} = 5{,}968 \cdot 10^{24} kg$$

$$v = \frac{2\pi d_{TL}}{T}$$

sustituyendo ese valor en (1) y simplificando se obtiene:

$$\frac{GM_T}{d_{TL}} = \frac{4\pi^2 d_{TL}^2}{T^2}$$

Al despejar M_T se obtiene:

$$M_T = \frac{4\pi^2 d_{TL}^3}{GT^2}$$

La masa de la Tierra es : $6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg

b) Calculemos la energía mecánica que posee la luna. Si suponemos que la órbita es circular la energía mecánica que posee la luna es: $E = -\frac{1}{2}\frac{GM_T M_L}{d_{TL}}$; para arrancar la Luna de la atracción terrestre debemos comunicarle esa energía. Calculando el valor se obtiene: $3{,}9 \cdot 10^{28}$ J

La masa de la Tierra es de $6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg y la energía que debemos comunicar a la luna para que escape de la Tierra es de $3{,}9 \cdot 10^{28}$ J