goo.gl/VtUz1W
pacobf@iesmartinrivero.org

BLOQUE IV - Movimiento armónico simple

Contenidos

1. Descripción del movimiento armónico simple (MAS).
2. Actividades y problemas.

Criterios de evaluación

- VI.9 Conocer el significado físico de los parámetros que describen el movimiento armónico simple (MAS) y asociarlo al movimiento de un cuerpo que oscile.

1. El movimiento armónico simple

El movimiento circular uniforme que hemos estudiado es un ejemplo de un movimiento **periódico**, en el que objeto que se mueve se encuentra en el mismo estado de movimiento (misma posición, velocidad y aceleración) a intervalos regulares de tiempo (**periodo**, T).

Hay otro tipo de movimientos, que también son periódicos, en los que el objeto se mueve entre dos posiciones simétricas respecto de una posición central. Este tipo de movimiento se denominan **oscilatorios**. Algunos ejemplos de este tipo de movimiento tenemos el de un objeto que pende de un muelle, o el de la bolita de un péndulo simple. En este caso el periodo sería el tiempo que el móvil tarda en realizar una oscilación o ciclo completo.

Recordemos que la frecuencia es la inversa del periodo y que representa el número de ciclos que se realizan por unidad de tiempo, y que su unidad en el Sistema Internacional es el hercio (Hz) y representa ciclos/s.

A.1. Un objeto realiza un movimiento periódico de frecuencia 5 Hz. ¿Qué significa eso? ¿Cuánto vale el periodo?

A.2. Un cuerpo describe una trayectoria circular con una velocidad angular de 0,5π rad/s. Determinad cuánto vale el periodo y la frecuencia del movimiento.

De entre los movimiento oscilatorios, tiene un gran interés el estudio de aquellos en los que el cuerpo vibra siguiendo una trayectoria rectilínea, oscilando entre dos posiciones extremas (x = A y x = - A) equidistantes de una posición central O (en las que x =0), de tal modo que su aceleración tangencial es en todo momento directamente proporcional al valor de la posición (x) en la que se encuentra y siempre dirigida hacia O. Al tratarse de una trayectoria recta, no habrá aceleración normal y por tanto a_t=a. La posición del móvil en cualquier instante (x) puede tomar valores positivos o negativos según el móvil se halle a un lado u otro de O y su valor absoluto siempre coincide con la distancia del móvil a O. Un movimiento de estas características se denomina **movimiento armónico simple** (MAS).

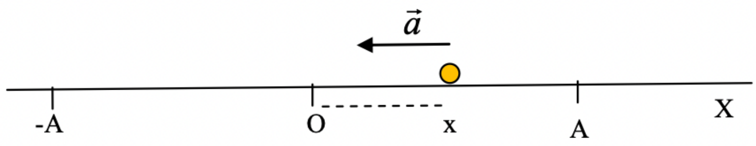


FIGURA -1

De acuerdo con lo anterior, todo objeto que se mueva siguiendo una trayectoria recta, oscilando entre dos posiciones extremas y con una aceleración dada por $a = -Cx$ (donde C es una constante), realiza un MAS. (Ver figura -1) [Para practicar: simulación]

A.3. El estudio de los movimientos oscilatorios en general y del movimiento armónico simple en particular, es muy importante en Física. ¿A qué puede deberse dicha importancia?

La utilidad del movimiento vibratorio se debe fundamentalmente a su utilidad para describir el movimiento de los materiales elásticos y el de las partículas submicroscópicas así como para explicar el origen y propagación de las ondas, como son las ondas sonoras o las ondas electromagnéticas.

Para deducir la ecuación que nos da la posición del móvil que realiza un MAS, trataremos de relacionar este con otro movimiento ya conocido.

De los movimientos estudiados, el MCU es un movimiento periódico, es decir que su posición se repite continuamente a intervalos regulares de tiempo. Así que para deducir la ecuación de movimiento de un objeto con un MAS trataremos de relacionarlo con el MCU.

En la figura 2 hay un objeto que realiza un MCU con radio A y una velocidad angular de ω. Dicho objeto emplea un tiempo T e dar una vuelta completa a la circunferencia (2π rad) .Como el movimiento es uniforme, $\omega = \dfrac{2\pi}{T} \implies T = \dfrac{2\pi}{\omega}$

Para simplificar supondremos que en el instante inicial (t_0 = 0) la posición angular es φ_0 = 0 y que el objeto gira en el sentido señalado en la figura.

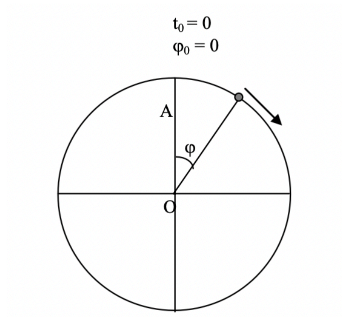


FIGURA-2

A.4. Si proyectamos este objeto sobre el diámetro horizontal obtenemos un punto que se mueve sobre dicho diámetro a la vez que el objeto sobre la circunferencia. ¿Qué tipo de movimiento sería?

Es fácil darse cuenta de que mientras el objeto realiza un giro completo de radio A, el punto proyectado realiza una vibración completa de amplitud A. Si el objeto gira continuamente con un periodo T, el punto proyectado sobre el eje X vibra continuamente sobre el diámetro con el mismo periodo. (Ver figura -3)

Si tomamos como eje X la dirección de ese diámetro, situando el origen en el centro de a circunferencia, la posición de la proyección del punto P vendrá dada por "x" y su valor oscilaría periódicamente entre +A y -A de forma que realizaría una oscilación completa cada vez que el punto que se mueve sobre la circunferencia diese una vuelta completa. Si obtenemos la aceleración sobre la trayectoria de la proyección y resulta ser directamente proporcional y de signo contrario a la posición x, concluiremos que dicho punto posee un MAS y las ecuaciones que podamos deducir para la posición y la rapidez de ese punto también corresponderán a las ecuaciones de un MAS. [ver simulación]

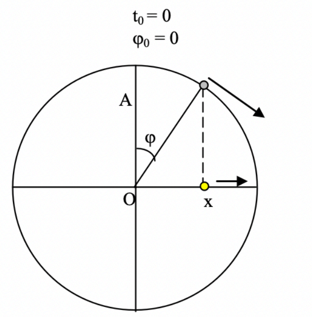


FIGURA - 3

Sabemos que sen $\varphi = \dfrac{x}{A}$, y por tanto $x = A\text{sen }\varphi$.

Por otra parte, de acuerdo con las ecuaciones del movimiento circular uniforme y teniendo en cuenta las condiciones iniciales, podemos escribir que $\varphi = \omega t$, siendo ω la velocidad angular, de modo que:

$$x = A\text{sen }(\omega t) \qquad \textbf{(1)}$$

Como $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$, la ecuación (1) también puede escribirse como:

$$x = A\text{sen }(\frac{2\pi}{T}t) \qquad \textbf{(2)}$$

O bien, teniendo en cuenta la relación con la frecuencia, $T = \dfrac{1}{f}$:

$$x = A\text{sen }(2\pi f t) \qquad \textbf{(3)}$$

Esta ecuación, en cualquiera de sus tres formas, sirve para conocer la posición x de un objeto (representado por una masa puntual) que se mueve con un MAS, sin más que conocido el valor de la amplitud (A), del periodo (T) o la frecuencia (f), del movimiento, sustituir en ella el valor de t y operar.

A partir de la ecuación para la posición, derivando con respecto del tiempo, es posible obtener sucesivamente las ecuaciones que nos dan la rapidez y la aceleración en cualquier instante. Estas ecuaciones son:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos\,(\omega t) \qquad \textbf{(4)}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\text{sen }(\omega t) \qquad \textbf{(5)}$$

Si en (5) sustituimos el valor de (1) se obtiene que $a = -\omega^2 x$, y como ω es constante, la aceleración tangencial resulta ser directamente proporcional y de signo contrario a la elongación x. Esto confirma que la proyección sobre el eje X realiza un MAS. La constante ω se denomina

frecuencia angular (pulsación) (difiere de la frecuencia en un factor de 2π) Dicha constante, ω, tomará un valor característico para cada MAS dependiendo del valor que tenga el periodo (o la frecuencia) de dicho movimiento.

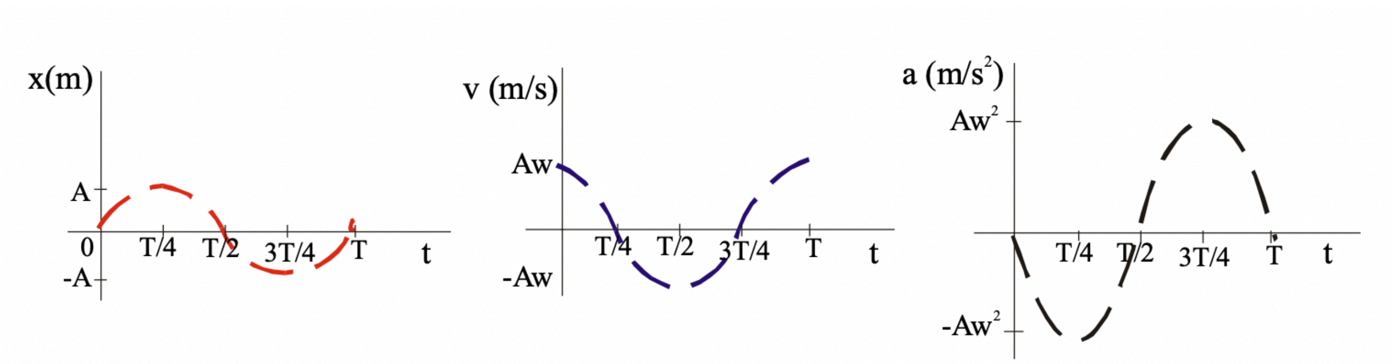
Una cuestión interesante es la representación gráfica de las ecuaciones anteriores para ver de forma global y rápida cómo van cambiando con el tiempo cada una de las tres magnitudes.

A.5. Representad cualitativamente las gráficas x=x(t), v = v(t) y a=a(t) a lo largo de un periodo (Tomad intervalos de tiempo iguales a un cuarto de periodo desde t = 0 hasta t = T)

La resolución de este actividad nos lleva en primer lugar a utilizar las ecuaciones anteriores del MAS para elaborar una tabla como la siguiente:

	Tiempo				
Magnitud	0	T/4	T/2	3T/4	T
x	**0**	**A**	**0**	**-A**	**0**
v	**A** ω	**0**	**-A** ω	**0**	**A** ω
A	**0**	**-A** ω^2	**0**	**A** ω^2	**0**

Utilizando los datos de la tabla, podemos construir las gráficas correspondientes:



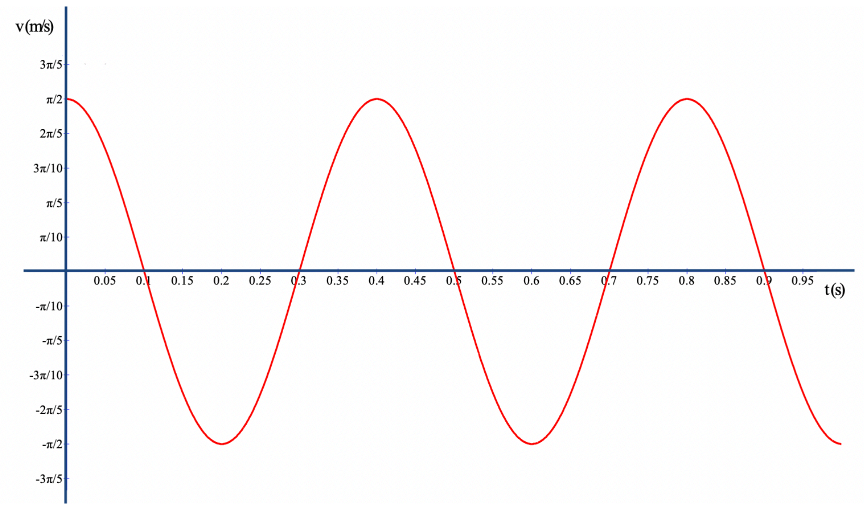
Las gráficas muestran claramente la evolución de cada una de las magnitudes con el tiempo. Podemos ver que en las tres hay una variación periódica de valores de forma que cada intervalo de tiempo T el móvil se encuentra en idéntico estado de movimiento que T segundos antes.

Podemos ver en ellas las principales características de un MAS. Así, por ejemplo, en el instante en el que la x vale 0, la velocidad es máxima y la aceleración (y por tanto la fuerza) es nula. Sin embargo, cuando la x alcanza el valor máximo A, la velocidad es nula y la aceleración es máxima (en valor absoluto). Este tipo de movimiento constituye un claro ejemplo de cómo un objeto puede moverse con su máxima velocidad y ser nula la fuerza resultante sobre el mismo (o estar momentáneamente en reposo y la fuerza resultante tome su valor máximo en ese preciso instante).

Las ecuaciones manejadas hasta aquí corresponden a un caso particular de MAS, aquel en que el móvil en el instante t =0 se encuentra en el origen. Naturalmente esto no tiene por qué ser siempre así. En cursos posteriores se verá cómo serían las ecuaciones en otros casos.

2. ACTIVIDADES Y PROBLEMAS

1. Un objeto posee un MAS de amplitud 1 m y periodo 2s. Determinad: a) la ecuación de la posición en cualquier instante; b) Posición que ocupará en los instantes 1/2, 1, 3/2 y 2 (todos ellos en segundos) c) Gráficas de x(t), v(t) y a(t)
2. Una partícula posee un MAS tal que cuando pasa por su posición central lleva una velocidad de 1,8 m/s. La amplitud es de 1 mm. Determinad la frecuencia de vibración y escribid una ecuación que exprese su posición en función del tiempo. (Suponed que en instante inicial (t=0) se encontraba en la posición central moviéndose con velocidad máxima y en sentido positivo).
3. Un cuerpo de 2 g de masa se mueve con un MAS de 3 mm de amplitud. Sabiendo que su aceleración en uno de los puntos extremos del recorrido es de 500 m/s^2, y que en el instante inicial se encontraba en O (es decir para t =0 , x =0), se pide: a) frecuencia del movimiento y ecuaciones de x=x(t), v=v(t) y a=a(t). b) Valor máximo de la rapidez; c) rapidez con que se moverá cuando x=1,8 m
4. Una partícula que en t=0 se encontraba en = (x=0), vibra con una frecuencia de 150 Hz y una amplitud de 4 mm (MAS). Determinad: a) Obtened la ecuación del movimiento x=x(t); b) la rapidez y la aceleración en el punto central de la trayectoria. c) la rapidez y la aceleración en uno de los extremos de la trayectoria.
5. Un objeto suspendido de un muelle se mueve verticalmente según la ecuación $x = 2 \cdot 10^{-2}$ sen $(20\pi t)$ m. Determinad la elongación, la rapidez y la aceleración en el instante 0,02 s.
6. En la figura se muestra el gráfico rapidez-tiempo de un móvil que describe un MAS. Determinad la función posición-tiempo y aceleración-tiempo y representadlas en un gráfico.



Bibliografía
Carrascosa Alís, Jaime y otros. Física y Química. 1° Bachillerato LOMCE.