SISTEMA DIÉDRICO ORTOGONAL

SDO

SUPERFICIES SECCIONES DESARROLLOS

Francisco M Jurado Molina

IES SAN JUAN DE LA CRUZ (Úbeda)

Sistema diédrico. Superficies

Así como un punto al desplazarse genera una línea, una recta al desplazarse genera una superficie, esta recta se denomina *generatriz.* Entendemos como superficie a los infinitos puntos de contacto que un cuerpo o volumen tiene con el espacio. Las superficies no tienen volumen propio, son simplemente un límite.

Según sean las superficies, se denominan

- **Superficies Geométricas,** cuando responden a una ley geométrica determinada.
- **Superficies Regladas,** cuando la generatriz es recta y no curva.

Las superficies pueden ser, a su vez

- **Superficie Desarrollable,** cuando puede desplegarse y adosarse a un plano sin sufrir rotura ni deformación lineal.
- **Superficie Alabeada,** cuando no puede desplegarse y adosarse a un plano sin sufrir rotura ni deformación lineal.

Superficies, clasificación.

A. SUPERFICIES REGLADAS

Entre las superficies regladas se pueden distinguir las **Superficies radiadas**. Son superficies geométricas y desarrollables. La ley geométrica que define a una superficie radiada es la siguiente: la generatriz desde un punto fijo propio o impropio, recorre la directriz. En el primer caso las generatrices concurren en el vértice de la superficie (cono, pirámide) y en el segundo la superficie no tiene vértice pues las generatrices son paralelas entre sí (prisma, cilindro). La directriz puede ser cualquier polígono cerrado regular o irregular o cualquier curva cerrada. (Triángulo, cuadrado, pentágono, circulo, elipse, etc.)
Dentro de las **superficies radiadas** podemos distinguir:

SUPERFICIES POLIÉDRICAS PIRAMIDALES.

Poliedro significa varias caras. Estas superficies tienen de base o directriz un polígono, las generatrices concurren en el vértice, que es punto propio. **El cuerpo que esta superficie envuelve es la PIRÁMIDE**. Fig.1

SUPERFICIES POLIÉDRICAS PRISMÁTICAS.

La directriz es también un polígono pero las generatrices concurren en un punto impropio o del infinito, por lo que son paralelas entre sí. **El cuerpo envuelto por esta superficie es el PRISMA**. Fig. 2.

SUPERFICIES CÓNICAS.

La directriz es una curva y las generatrices concurren en un punto propio. En las *superficies cónicas de revolución* la curva directriz es una circunferencia y por tanto, las generatrices mantienen un ángulo constante con el eje. **El cuerpo envuelto por esta superficie es el CONO**. Fig.3.

SUPERFICIES CILÍNDRICAS.

La directriz es también una curva, las generatrices son paralelas entre sí y al eje por concurrir en un punto impropio o del infinito. Al igual que en las superficies cónicas se puede distinguir entre las *superficies cilíndricas de revolución* y las que no lo son, en las primeras se mantienen sus generatrices a una distancia constante del eje y en las segundas no. **El cuerpo envuelto por esta superficie es el CILINDRO**. Fig.4.

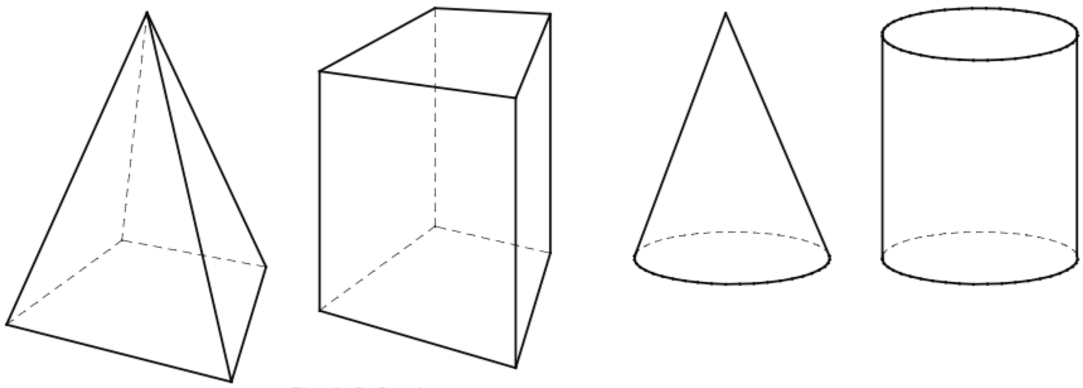

Fig. 1, 2, 3 y 4

Superficies radiadas

SUPERFICIES POLIÉDRICAS

Se denominan así a las superficies que están formadas por múltiples caras planas (por ejemplo las superficies radiadas prismáticas y piramidales estudiadas). Si estas caras son todas iguales se denominan superficies poliédricas regulares y el cuerpo al que envuelven, *Poliedro regular.*

POLIEDROS REGULARES.

Son cinco los poliedros regulares existentes, a saber:

- **TETRAEDRO:** Tiene cuatro caras, estas son triángulos equiláteros.
- **HEXAEDRO:** Tiene seis caras, son cuadrados.
- **OCTAEDRO:** Tiene ocho caras, son triángulos equiláteros.
- **DODECAEDRO:** Formado por doce caras pentagonales.
- **ICOSAEDRO:** Formado por veinte caras que son triángulos equiláteros.

B. SUPERFICIES NO REGLADAS.

La generatriz es una línea curva. **Las superficies no regladas más importantes son las de revolución** generadas por una curva que gira alrededor de una recta fija denominada eje y contenida en su plano. Destacan en este grupo:

- **La esfera.** Su generatriz es una circunferencia girando sobre uno de sus diámetros.
- **El toro.** Su generatriz es una circunferencia girando sobre un eje que no contiene a su centro.
- **La escocia.** Engendrada por dos o más arcos de circunferencia tangentes entre sí.

Cuerpos radiados.

A continuación analizaremos los elementos y variables de los cuerpos radiados.

PRISMA

El cuerpo cuya superficie está constituida lateralmente por una superficie prismática limitada en sus dos sentidos por dos planos secantes paralelos entre sí, se denomina prisma.

ELEMENTOS.

- Aristas laterales: pertenecen a la superficie prismática lateral.
- Aristas básicas: producidas sobre la superficie lateral por los planos secantes.
- Caras laterales: caras contenidas en la superficie lateral, son siempre cuadriláteros paralelogramos o trapecios según se trate de un prisma de bases paralelas o truncado respectivamente.
- Bases: caras contenidas en los planos secantes, siendo polígonos de tantos lados como caras laterales tenga el Poliedro.
- Altura: distancia a la que se encuentran sus bases paralelas.
- Sección plana es el polígono que produce al ser cortado el prisma por un plano.
- Sección recta: polígono producido cuando el plano secante es perpendicular a las aristas laterales.

CASOS PARTICULARES.

- Prisma truncado: Cuando estos dos planos secantes no son paralelos entre sí.
- Prisma recto: Cuando las aristas laterales son perpendiculares a las bases.
- Prisma oblicuo: Cuando las aristas laterales no son normales a las bases.
- Prisma regular: Cuando el prisma, además de recto, tiene por bases un polígono regular.
- Paralelepípedo: Sus bases son cuadriláteros paralelogramos.
- Paralelepípedo rectángulo: Cuando el paralepípedo es recto.

PIRÁMIDE

La pirámide puede ser considerada como un prisma, en donde el punto de concurso de sus aristas es propio. De aquí que este cuerpo es el formado lateralmente por una superficie piramidal limitada en un sentido por el punto de intersección de sus aristas, llamado *vértice principal* y en el otro sentido por un plano secante.

ELEMENTOS.

- Aristas laterales: pertenecen a la superficie prismática lateral.
- Aristas básicas: producidas sobre la superficie lateral por el plano secante.
- Caras laterales: caras contenidas en la superficie lateral, son siempre triángulos, con vértice común en el vértice principal.
- Base: cara contenida en el plano secante es un polígono de tantos lados como caras laterales tenga el poliedro.
- Altura: distancia a la que se encuentra su vértice principal del plano de su base.
- Sección plana es el polígono que produce al ser cortada la pirámide por un plano.

CASOS PARTICULARES.

- Pirámide regular y recta: Siendo el polígono de la base regular, la altura coincide en el centro del polígono de la base.
- Pirámide oblicua: Cuando la altura no coincide en el centro del polígono de la base.

CILINDRO

El cilindro puede ser considerado como un prisma de infinito número de caras. Resulta de cortar una superficie cilíndrica por dos planos secantes paralelos.

ELEMENTOS.

- Generatriz: toda recta contenida en la superficie y paralela al eje del cuerpo. Es equivalente a la arista lateral en el prisma.
- Bases: curvas cerradas y planas que se producen en los planos secantes.
- Altura: es la distancia a la que se encuentran sus bases paralelas.
- Sección plana es la curva cerrada y plana producida al ser cortado el cilindro por un plano secante.
- Sección recta: cuando el plano secante antedicho es perpendicular al eje del cilindro, resulta circular cuando se trata de un cilindro de revolución.

CASOS PARTICULARES.

- Cilindro truncado: Cuando los planos secantes no son paralelos
- Cilindro de revolución: Cuando las generatrices equidistan del eje. Las bases son circulares o elípticas según sea recto u oblicuo respectivamente.
- Cilindro recto: Cuando las bases son perpendiculares al eje o a las generatrices.

- Cilindro oblicuo: Cuando las bases no son perpendiculares al eje o a las generatrices.

CONO

El cono puede ser considerado como una pirámide con infinito número de caras. Resulta de cortar una superficie cónica por un plano secante. El sólido o cuerpo queda limitado por este plano secante y el vértice.

ELEMENTOS.

- Vértice: punto de concurso de todas sus generatrices.
- Generatriz: toda recta contenida en la superficie.
- Altura: distancia del vértice al plano de la base.
- Base: curva cerrada y plana que se produce en el plano secante.
- Sección plana: curva producida al ser cortado el cono por un plano secante. Cuando el plano secante es oblicuo al eje se obtiene si el cilindro es de revolución una curva cónica, elipse, parábola o hipérbola según sea el ángulo entre el plano secante y el eje del cono mayor que el que forman las generatrices con el eje, igual o menor respectivamente.
- Sección recta: sección generada en el cono cuando el plano secante mencionado es perpendicular al eje. Será un círculo cuando el cono sea de revolución.

CASOS PARTICULARES.

- Cono de revolución: Cuando el ángulo de las generatrices y el eje es constante.
- Cono recto: Cuando la altura es normal al plano de la base.
- Cono oblicuo: Cuando la altura no es normal al plano de la base.

Secciones, desarrollo y transformada.

SECCIONES PLANAS.

CONCEPTO

Se denomina así al **polígono o curva formado por la intersección de un plano, denominado plano secante, y una superficie**. Si la superficie es poliédrica, los vértices de dicho polígono se corresponden con las intersecciones entre dicho plano y las aristas del poliedro y los lados son las rectas intersección del plano secante con las caras del poliedro, se obtienen al unir los vértices ordenadamente.

PLANOS SECANTES

Los **planos secantes** suelen ser: Oblicuos, proyectantes horizontales o verticales, frontales, horizontales o de perfil.
MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DE SECCIONES.

Para calcular las intersecciones entre las caras o aristas de un poliedro (o las generatrices de una superficie de revolución) y un plano secante podemos emplear varios métodos:

PLANOS AUXILIARES.

Tomando planos auxiliares que contengan las caras, aristas o generatrices de la superficie, calculamos la recta intersección de estos con el plano secante, donde esta recta corte a las aristas o generatrices tomadas tendremos puntos de la sección buscada.

Generalmente se tomarán como auxiliares planos de fácil trazado y que generen una intersección fácil con el plano secante, los más usuales son:

- **Planos proyectantes verticales u horizontales**: para aristas o generatrices oblicuas a los planos de proyección.
- **Planos horizontales o frontales**: para caras, aristas o generatrices paralelas a los planos de proyección.

CAMBIOS DE PLANO.

En ocasiones resulta aconsejable convertir un plano secante oblicuo en proyectante donde la sección es directa, mediante un cambio de plano.

HOMOLOGÍA Y AFINIDAD.

Se puede simplificar el trazado de secciones mediante homología o afinidad entre la base de la superficie y la sección cuando trabajemos con superficies radiadas. Para ello calculamos algún punto de la sección mediante los métodos descritos y tomamos como eje de homología la intersección entre el plano secante y el plano que contiene a la base de la superficie.

VERDADERA MAGNITUD DE LA SECCIÓN

Las proyecciones de la sección obtenidas pueden o no estar en **verdadera magnitud lineal y angular**. La verdadera magnitud de la sección se obtiene por *abatimiento* del plano secante sobre uno de los de proyección salvo que el plano secante sea horizontal o frontal, en cuyo caso se aprecia la sección, en una de sus proyecciones, en verdadera magnitud.
Los métodos empleados en el cálculo de verdaderas magnitudes son los que se emplean en abatimientos, pudiendo simplificarse este proceso mediante *afinidad* entre las proyecciones de la sección y la propia sección abatida sobre uno de los planos de proyección, siendo el eje de afinidad la

charnela de abatimiento, la dirección de afinidad perpendicular a esta y conociendo un punto ya abatido.

DESARROLLO.

Como vimos, **superficie desarrollable es aquella que se puede adosar a un plano sin sufrir deformación lineal ni rotura**. En el caso de un poliedro, el resultado es una figura plana formada al situar sobre un plano cada una de sus caras ordenadas de tal modo que tengan *el mayor número de aristas comunes*. La esfera y el toro no son desarrollables.

TRANSFORMADA.

Transformada de la sección no es sino la **representación sobre el desarrollo de la superficie de las intersecciones generadas entre ésta (caras, aristas, generatrices) y el plano secante**. Desarrollo y transformada se representan siempre con sus elementos en verdadera magnitud.

Representación Prisma

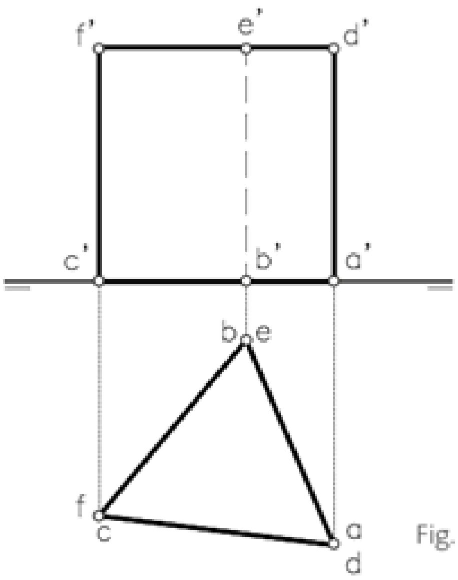

Fig. 5

Prisma recto con la base contenida en el plano horizontal de proyección.

Prisma recto con la base contenida en el plano horizontal de proyección.

Representaremos en la figura 5 un prisma recto de altura arbitraria y base triangular determinada y contenida en el plano horizontal de proyección. Las aristas laterales son rectas verticales en proyecciones diédricas. Su representación no ofrece dificultad alguna. Las aristas ocultas en proyección vertical se determinan mirando en proyección horizontal por debajo de la pieza y en proyección horizontal mirando en proyección vertical por encima de la pieza.

Prisma oblicuo con la base contenida en el plano horizontal de proyección y aristas frontales.

Su trazado en este caso tampoco ofrece dificultad. Las aristas son frontales y tendrán que darnos a conocer el ángulo que estas forman con el plano horizontal de proyección que en el ejemplo de la figura 6 es arbitrario. Como en el ejercicio anterior las aristas laterales están en proyección vertical en verdadera magnitud por ser frontales.

Prisma oblicuo a ambos planos, con la base contenida en el plano horizontal de proyección.

Representaremos en la figura 7 un prisma de base triangular oblicuo a ambos planos de proyección. Sus aristas laterales no se muestran en proyecciones diédricas en verdadera magnitud.

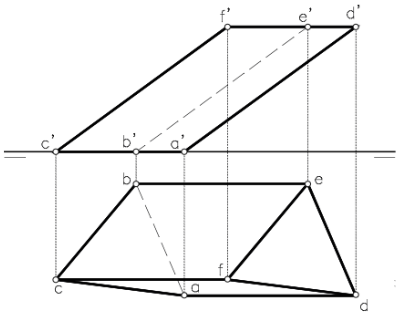

Fig. 6

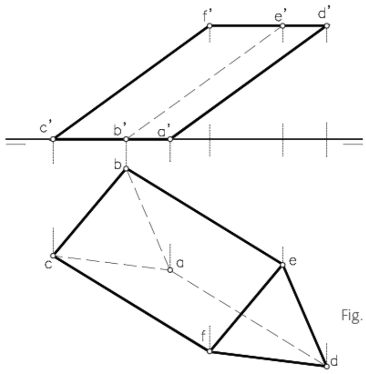

Fig. 7

Prisma oblicuo, con la base contenida en el plano horizontal de proyección.

Prisma con la base contenida en un plano oblicuo.

En la figura 8 representamos un prisma recto y regular de altura arbitraria cuya base es un pentágono regular contenido en un plano oblicuo Q, conocemos las proyecciones diédricas del centro O del pentágono, perteneciente al plano dado Q, y sabemos de él que tiene un vértice en el plano horizontal de proyección.

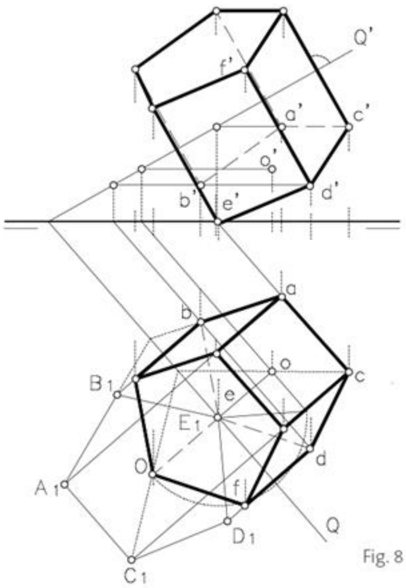

Fig. 8

Prisma con la base contenida en un plano oblicuo.

Primero dibujamos las proyecciones diédricas del pentágono de la base contenida en el plano Q abatiendo el centro O sobre, por ejemplo, el plano horizontal de proyección, dibujando el pentágono regular en verdadera magnitud y desabatiéndolo como vimos ya en el tema de abatimientos. Posteriormente dibujamos las aristas laterales del prisma. Para ello, trazamos segmentos perpendiculares al plano Q por los vértices del pentágono que en proyecciones diédricas consistirá en trazar segmentos perpendiculares a las trazas verticales y horizontales del plano por las proyecciones verticales y horizontales de los puntos obtenidos (recordemos que la perpendicularidad se conserva entre las proyecciones de las rectas y las trazas de los planos en Sistema Diédrico Ortogonal).

Por los extremos de estos segmentos trazamos las bases superiores de la figura paralelas a las contenidas en el plano Q. Por último, determinamos las partes vistas y ocultas del prisma. Obsérvese que las aristas no están en verdadera magnitud por ser estas oblicuas a los planos de proyección.

Representación Pirámide.

Pirámide recta con la base contenida en el plano horizontal de proyección.

Representaremos en el ejercicio de la figura 9 una pirámide recta, de base cuadrada y altura -h- definida, sobre el plano horizontal de proyección. Dibujamos la base cuadrada de vértices A, B, C y D por sus proyecciones. Para ubicar el vértice superior trazamos por el centro del cuadrado de la base el eje que es una recta vertical con la altura -h- dada.

Pirámide oblicua a ambos planos de proyección con la base contenida en el plano horizontal de proyección.

Para representar la pirámide de base y vértice superior conocidos, bastará con unir el vértice superior con los vértices de la base para obtener las proyecciones de las aristas laterales. La altura de la pirámide es la distancia entre el vértice superior y el plano que contiene la base. Fig. 10

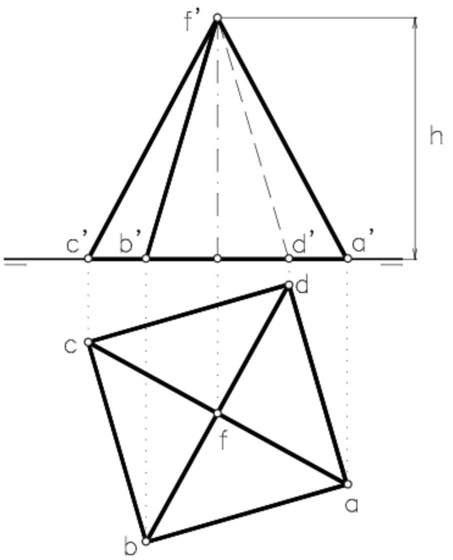

Fig. 9

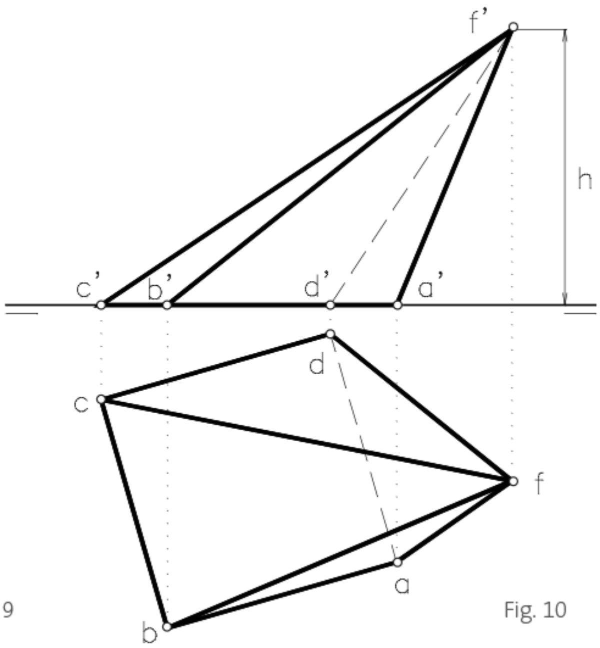

Fig. 10

Pirámide recta y oblicua con la base contenida en el plano horizontal de proyección.

Pirámide con la base contenida en un plano oblicuo.

Representaremos una pirámide recta de altura determinada y cuya base, perteneciente a un plano Q dado, es un triángulo equilátero del que conocemos su centro O perteneciente al plano Q. Representamos la base para un triángulo de lado y orientación arbitrarias pues no están definidas en el ejercicio.

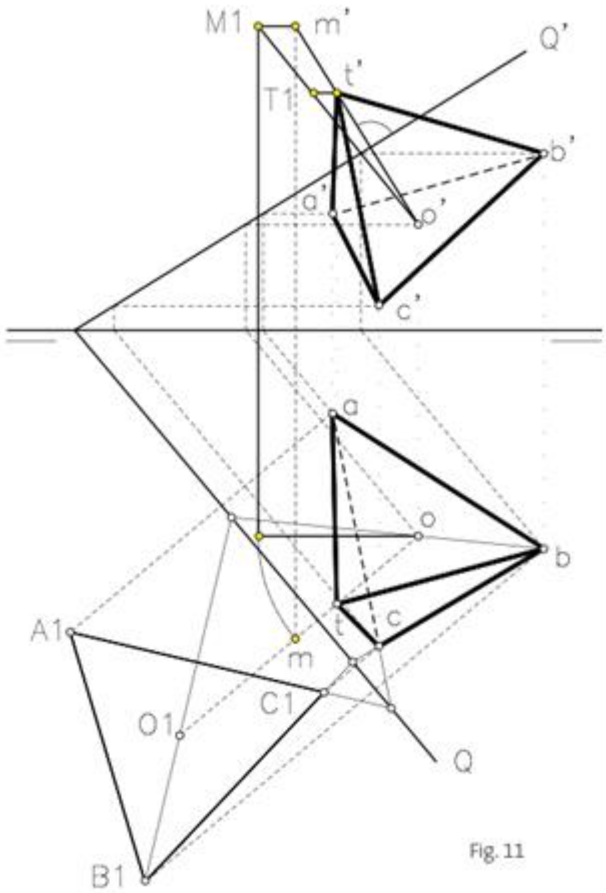

Fig. 11

Pirámide con la base contenida en un plano oblicuo.

Al ser una pirámide recta y regular, el eje es perpendicular a la base (y por tanto al plano Q de la base) en el centro del triángulo equilátero, trazamos por tanto por las proyecciones diédricas del centro rectas perpendiculares a las trazas del plano. La altura, recta perpendicular trazada desde el vértice superior T al plano de la base (coincidente con el eje), nos viene determinada en verdadera magnitud.

Para situar la altura en proyecciones diédricas tomaremos un punto arbitrario M del eje y calcularemos, mediante giro, la verdadera magnitud del segmento MO. Sobre el segmento M1-O en verdadera magnitud situaremos a partir de O la altura dada y deshacemos el giro obteniendo de este modo las proyecciones diédricas del vértice superior T.

Definido el vértice superior T, lo unimos con los vértices de la base A, B y C obteniendo de este modo las proyecciones diédricas de las aristas laterales. Concluimos el ejercicio dibujando las aristas vistas y ocultas del cuerpo. Fig.11

Representación Cilindro

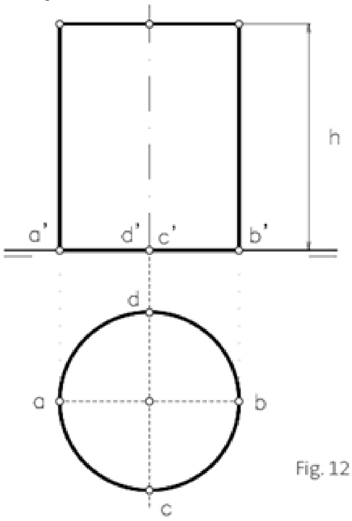

Fig. 12

Cilindro recto y de revolución con la base contenida en el plano horizontal de proyección.

Cilindro recto y de revolución con la base contenida en el plano horizontal de proyección.

Dibujaremos el cilindro de revolución conocida su altura -h- y el radio de su circunferencia generatriz. Por ser un cilindro recto y tener una de sus bases contenida en el plano horizontal de proyección, su eje es perpendicular a este plano. Por ser un cilindro de revolución, su generatriz es una circunferencia y su sección recta será por tanto un círculo. Las bases no son sino secciones rectas producidas por el propio plano horizontal de proyección y un plano paralelo a este de cota -h- luego las bases son círculos de radios iguales al de la circunferencia generatriz.

Dibujamos en proyección horizontal la base de radio dado y en proyección vertical el contorno aparente de las generatrices del cuerpo que no son sino segmentos verticales de proyecciones horizontales a y b y de cota la altura -h- dada. Las bases circulares se muestran en proyección vertical como segmentos horizontales de longitud igual al diámetro de la circunferencia generatriz (a’, b’). Fig. 12.

Cilindro oblicuo y de revolución con la base contenida en el plano horizontal de proyección y eje frontal.

Conocido el eje frontal del cilindro por sus proyecciones diédricas r’ y r, representaremos el cilindro de revolución oblicuo de altura -h- siendo el radio de la circunferencia generatriz R dado. Las generatrices del contorno aparente del cilindro serán paralelas y distaran 2R entre sí y R del eje dado en proyección horizontal y en vertical. En proyección vertical las bases se verán como segmentos horizontales trazados por los extremos del eje hasta cortar a las generatrices del contorno aparente (f’-e’ y b’-a’).

Las bases son secciones entre el cilindro y los planos horizontal de proyección y uno paralelo a este de cota -h-. Los ángulos que forman el eje del cilindro y estos planos no son perpendiculares por lo que las secciones que generan las bases no son rectas y dan como resultado elipses. Estas elipses tienen de centro los propios extremos del eje del cilindro, quedando la dirección y ubicación de los ejes menores definida por rectas perpendiculares trazadas al eje por sus extremos. La magnitud de los semiejes menores c-d y g-k es igual al radio R de la circunferencia generatriz. Los ejes mayores f-e y b-a se calculan buscando sobre el eje o su prolongación las proyecciones horizontales de los extremos de las bases representadas ya en proyección vertical. Trazamos las elipses por métodos geométricos y determinamos las partes vistas y ocultas del cuerpo.

Podemos calcular puntos de las elipses (por ejemplo el punto x) a partir de algunas generatrices del cuerpo (en el ejemplo la t’, t). Para determinar más generatrices del cilindro calcularemos la sección recta en el cilindro producida por un plano auxiliar P que sea perpendicular a su eje.

Dividimos la circunferencia sección ya en verdadera magnitud en, por ejemplo, ocho partes iguales obteniendo de este modo el trazado de otras tantas generatrices. En proyección vertical los puntos de incidencia de estas generatrices con las bases representadas determinarán nuevos puntos de la curva que nos servirán para mejorar gráficamente su trazado en proyección horizontal. Fig. 13

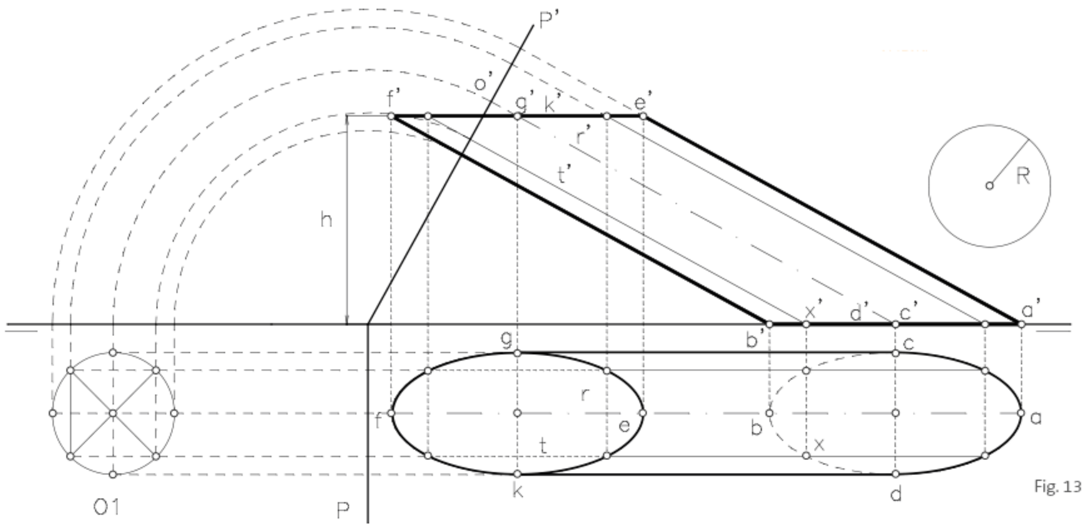

Fig. 13

Cilindro oblicuo y de revolución con la base contenida en el plano horizontal de proyección y eje frontal.

Cilindro oblicuo y de revolución con la base contenida en el plano horizontal de proyección y eje oblicuo.

Conocidas las proyecciones del eje E (e’, e) la altura H y el radio de la circunferencia generatriz, representaremos el cilindro. Las generatrices del contorno distarán del eje el radio R dado en ambas proyecciones, completamos la representación en proyección vertical del cilindro que es un romboide. En proyección horizontal, las bases son elipses, para determinar sus ejes y poder trazarlas geométricamente procederemos del siguiente modo.

Tomamos un plano auxiliar proyectante vertical P que contenga al eje E del cilindro, eje que abatimos sobre el plano horizontal de proyección tomando como charnela la traza horizontal del plano auxiliar. Determinaremos los ejes mayores de las elipses f-n y a-b, a partir del eje abatido, trazándole paralelas a distancia R hasta cortar en F1, N1, A1 y B1 a la propia traza P del plano auxiliar y a una paralela a esta trazada por el extremo del eje abatido. Trazamos rectas normales a la proyección horizontal del eje por los puntos obtenidos y encontramos en su intersección con este los extremos de los ejes de las elipses buscados. Los ejes menores c-d y g-k no presentan dificultad pues están en las intersecciones de las generatrices del contorno en proyección horizontal con rectas perpendiculares trazadas al eje del cilindro por sus extremos.

Para determinar con exactitud la situación en proyección horizontal de las generatrices del contorno en proyección vertical (Y-W y X-Z) trazaremos por un punto O del eje un plano proyectante vertical Q y uno frontal T. El plano T contiene a las generatrices mencionadas y el plano Q las corta en los puntos 1 y 2. Las proyecciones horizontales de estos puntos están necesariamente sobre la traza T. Por las proyecciones horizontales de 1 y 2 deben pasar las proyecciones horizontales de las generatrices W-Y y X-Z respectivamente que trazamos paralelas al eje. Fig. 14

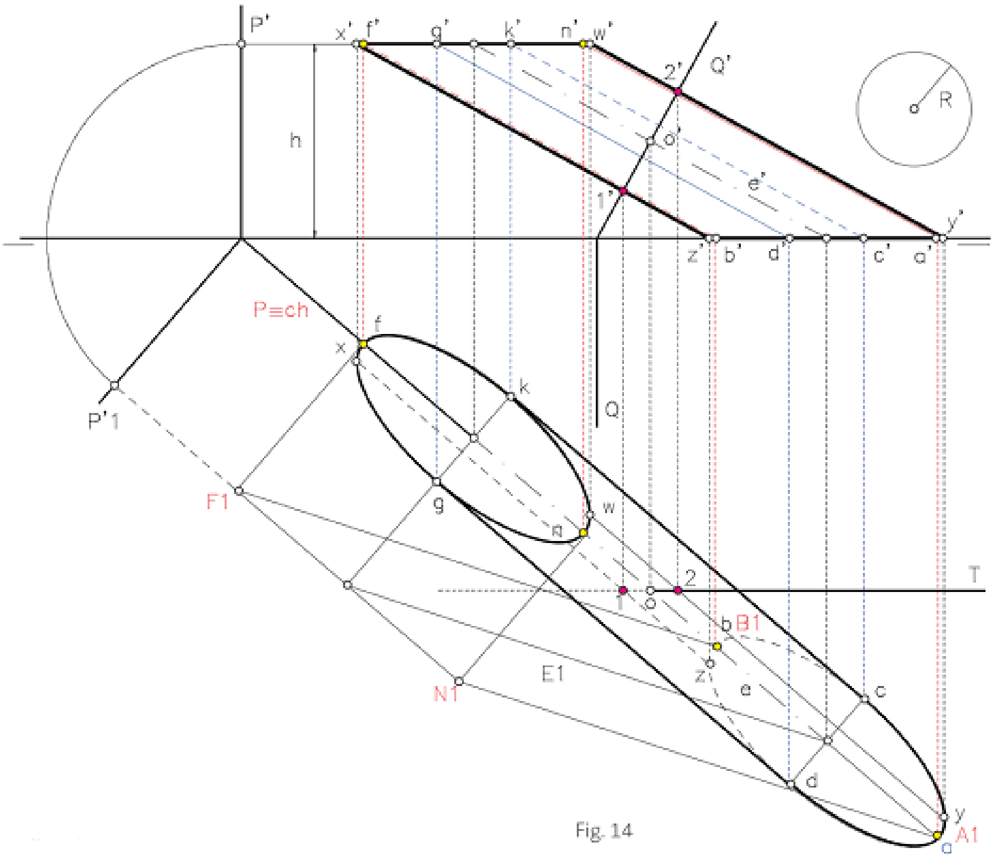

Fig. 14

Cilindro oblicuo y de revolución con la base contenida en el plano horizontal de proyección y eje oblicuo.

Representación Cono

Cono recto y de revolución con la base contenida en el plano horizontal de proyección.

Conocida la altura y el radio de la base, su representación no ofrece dificultad. Fig. 15

Cono oblicuo y de revolución con la base contenida en el plano horizontal de proyección y eje frontal.

Conocidas las proyecciones del eje frontal, la altura H y el ángulo a que las generatrices forman con este, representaremos en proyección vertical el cono que se ve reducido en contorno aparente al triángulo a’, b’, v’. En proyección horizontal el problema se reduce a determinar los ejes de la elipse de centro m, proyección horizontal de m’, siendo m’ el punto medio de la base recién dibujada en proyección vertical a’-b’. Los extremos del eje mayor de la elipse los determinan las proyecciones horizontales de los puntos A y B sobre el eje del cono.

El eje menor c-d, lo calculamos trazando por m una recta perpendicular al eje del cono. El valor del semieje menor es d/2, radio de la circunferencia generatriz en el punto M. Para calcular este radio d/2 calculamos la sección recta del cono en el punto M trazando por m´ un plano proyectante vertical. La sección generada la reabatimos y obtenemos la circunferencia de centro o’ siendo el punto o’ la intersección entre el eje del cono y el plano secante.

Dibujada la circunferencia trazamos por m’ una recta normal a la traza vertical del plano secante hasta cortarla y obtenemos de este modo la cuerda -d-, la mitad de esta cuerda es el valor del semieje menor buscado. Dibujada la elipse de la base, tendremos que trazar las generatrices del contorno en proyección horizontal que no son sino rectas tangentes a la elipse desde un punto exterior v, siendo v la proyección horizontal del vértice del cono. Fig. 16

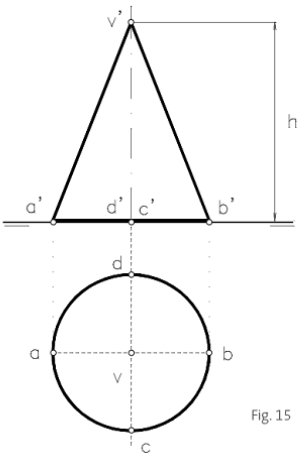

Fig. 15

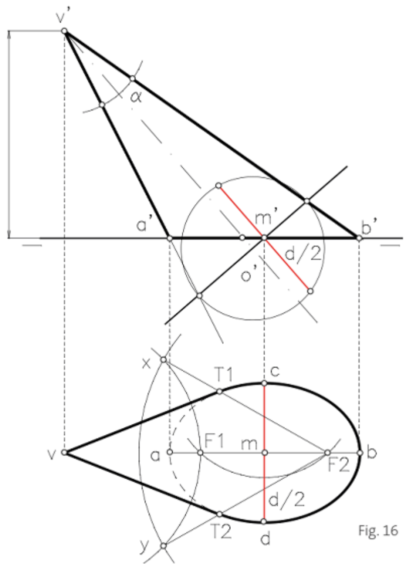

Fig. 16

Cono recto y oblicuo, de revolución, con la base contenida en el plano horizontal de proyección y eje frontal.

Secciones. Prisma

Sección oblicua de un prisma recto por un plano proyectante.

La sección producida por el plano P proyectante vertical en el prisma recto dado, es el triángulo de vértices HJG, puntos definidos por la intersección del plano P con las aristas del cuerpo. En este caso no hay intersección con las aristas de la base.

Por ser el plano secante proyectante vertical, su traza vertical contiene las proyecciones verticales de todos los puntos en él contenidos. Los puntos de intersección g’, h’ y j’ de las aristas laterales del cuerpo con el plano secante se aprecian por tanto directamente en proyecciones verticales sobre dicha traza estando las proyecciones horizontales de dichas intersecciones sobre las proyecciones horizontales de las aristas correspondientes (los vértices g h y j sobre las aristas fc, be y ad respectivamente). La proyección horizontal de la sección coincide con las proyecciones horizontales de las bases por tratarse de un prisma recto apoyado por una de sus bases en el plano horizontal de proyección.

VERDADERA MAGNITUD.

Determinar la verdadera magnitud de la sección producida por el plano P en el cuerpo consistirá en situar el triángulo HJG en uno de los planos de proyección mediante abatimiento del plano que contiene a dicha sección que no es sino el plano secante P. Abatiremos en el ejemplo de la figura 17 el plano P en el plano horizontal de proyección y con él los puntos H, J y G en H1, J1 y G1 obteniendo de este modo la verdadera magnitud del triángulo obtenido en la sección.

Sección recta de un prisma oblicuo por un plano proyectante.

La sección producida en el prisma de la figura 18 es recta pues el plano secante P es perpendicular a las aristas laterales del prisma como se puede comprobar. Por tratarse de un prisma de base triangular y no haber intersección entre el plano P y las aristas de las bases, la sección es un triángulo. Calculamos las proyecciones de sus vértices se calculan como en el ejercicio anterior. Para determinar la verdadera magnitud de la sección procedemos de forma idéntica que en el ejercicio anterior. Obsérvese que la sección en este ejemplo, por ser recta, es además el polígono generatriz de la superficie prismática.

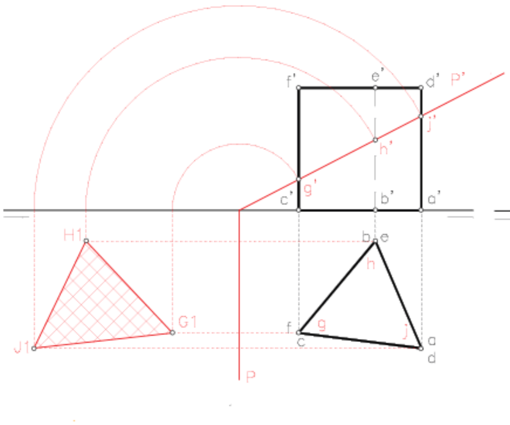

Fig. 17

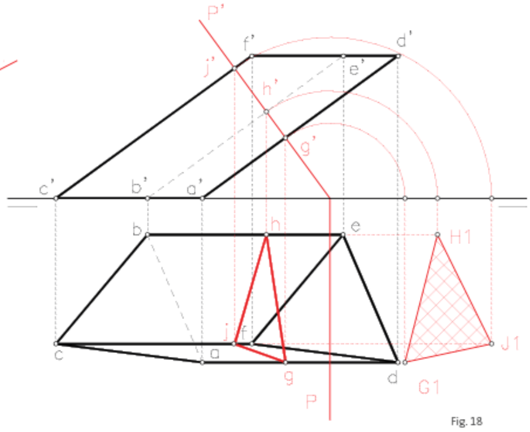

Fig. 18

Sección recta de un prisma recto y oblicuo por un plano proyectante.

Sección oblicua de un prisma recto.

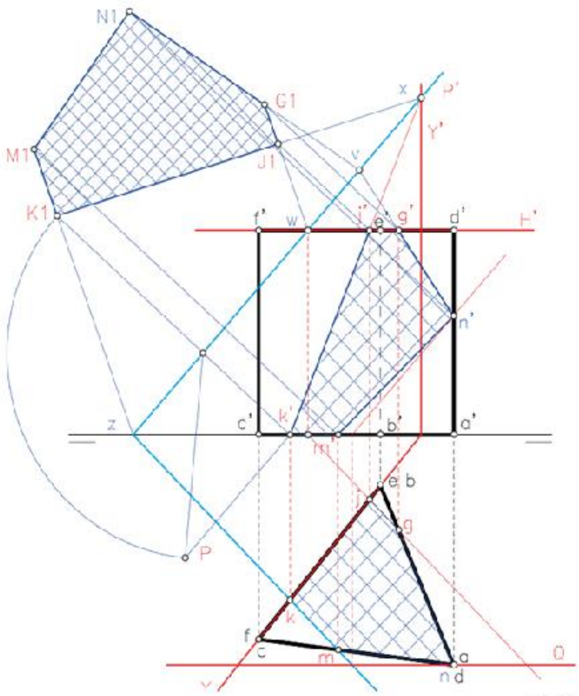

Fig. 19

Sección oblicua de un prisma recto.

Cuando el plano secante no es proyectante ni es un plano horizontal, frontal o de perfil (es decir no es un plano perpendicular a uno de los planos de proyección), la sección producida en el cuerpo dado no se aprecia directamente en la correspondiente traza como si ha sucedido en los dos ejercicios anteriores.

La sección producida por un plano oblicuo P en el prisma recto dado será en cualquier caso un polígono cerrado, siendo los vértices de este polígono los puntos de intersección de las aristas del cuerpo con el plano secante dado y sus lados las rectas de intersección entre las caras del poliedro y dicho plano. Estos lados se determinan generalmente uniendo ordenadamente los vértices una vez calculados.

Para determinar los vértices de la sección, puntos de intersección como hemos dicho entre las aristas del cuerpo y el plano secante, tendremos que auxiliarnos de planos que contengan a dichas aristas, calcular las rectas intersección de estos con el plano secante y obtener finalmente los puntos de corte, si los hay, de estas rectas intersección con las aristas del prisma (intersección recta-plano).

Para proceder ágilmente, se toman generalmente como planos auxiliares planos de sencillo trazado cuyas intersecciones con el plano secante dado se prevean también sencillas de calcular. Este es el caso de los tres planos auxiliares H horizontal, Q frontal e Y proyectante vertical que conteniendo a las aristas de la base superior, a la arista AD y a las aristas de la cara lateral FCEB respectivamente, han generado sobre ellas los puntos de intersección y por tanto vértices del polígono sección GJ, N y KJ. El punto J de intersección aparece dos veces pues la arista EF está contenida en los planos auxiliares H e Y simultáneamente.

El punto M de la sección es fruto de la intersección del plano secante con la arista CA siendo el plano auxiliar tomado el propio plano horizontal de proyección y la recta intersección resultante entre este y el plano P la propia traza horizontal de P. Esta traza no corta solo en M a la arista CA, también la corta en el punto K que ya conocíamos pues la arista CB que contiene a este último vértice estaba también contenida en el plano auxiliar Y proyectante. Tenemos que comprobar todas las aristas del cuerpo según los métodos descritos para determinar si son o no cortadas por el plano secante P. Obtenidos las proyecciones diédricas de los vértices del polígono sección resultante las unimos ordenadamente y obtenemos de este modo las proyecciones diédricas de la sección.

VERDADERA MAGNITUD.

Para determinar la verdadera magnitud del polígono NMKGJ de la sección, abatiremos el plano P que la contiene sobre uno de los planos de proyección y con él los vértices del polígono.

En el ejemplo de la figura 19 hemos abatido el plano P sobre el plano vertical de proyección utilizando afinidad. En esta afinidad el punto afín conocido ha sido el vértice K1 abatido por métodos habituales. Como en toda afinidad establecida entre las proyecciones diédricas de una superficie plana y su verdadera magnitud el eje de afinidad ha sido la charnela de abatimiento (P’) y la dirección de afinidad normal a la charnela. Los puntos x, v, w y z son puntos dobles de la transformación afín.

Sección oblicua de un prisma oblicuo. Mediante afinidad.

Calculamos el primer punto de la sección por el método descrito en el ejercicio anterior. Así pues, tomamos en el ejemplo de la figura 21 un plano auxiliar proyectante horizontal Q que contiene a la arista BE y obtenemos el punto de intersección G de esta arista con el plano secante dado P. El resto de los vértices del polígono resultante de la sección los podemos calcular mediante la **afinidad existente entre la base perteneciente al plano horizontal y la propia sección.**

En esta afinidad, el eje será la recta intersección (traza horizontal de P) entre los planos secante P y plano horizontal de proyección que son los dos que contienen a las dos superficies afines y la dirección de afinidad queda definida por las aristas laterales del prisma. Conocido un punto afín G, calculamos las proyecciones horizontales de los vértices H y J. Los puntos n y ñ son puntos dobles. Finalmente determinamos las proyecciones verticales de los vértices del polígono obtenido.

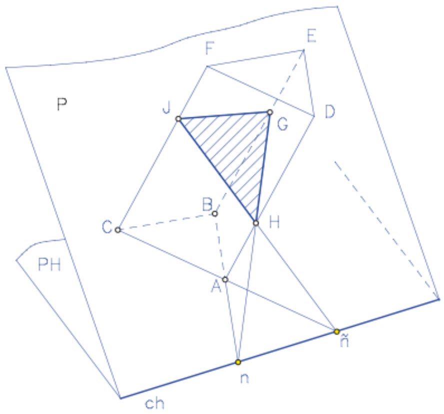

Fig. 20

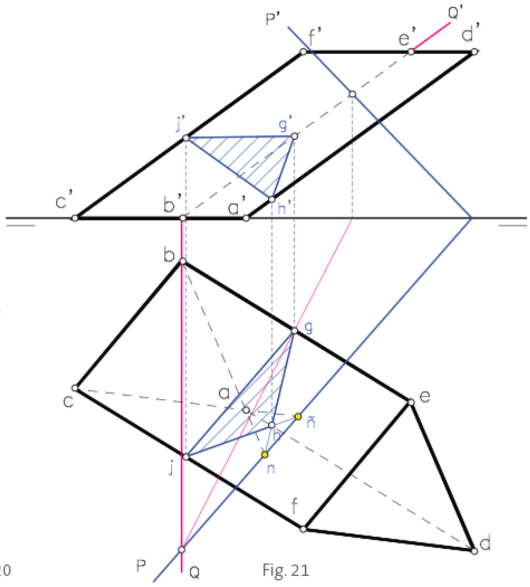

Fig. 21

Sección oblicua de un prisma oblicuo. Mediante afinidad.

Secciones. Pirámide

Sección plana de la pirámide

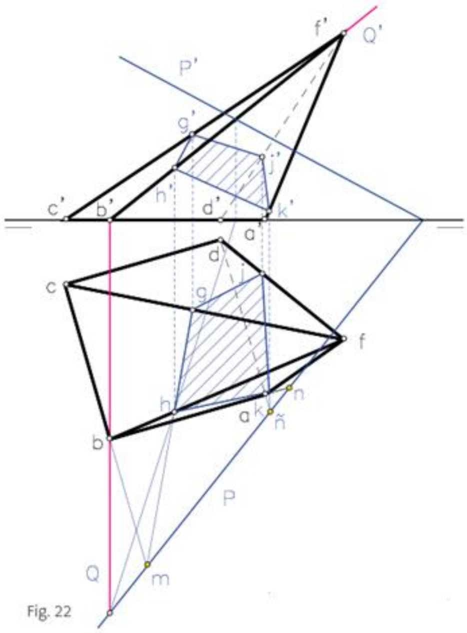

Fig. 22

Sección oblicua de una pirámide. Mediante homología.

Sección oblicua de una pirámide. Mediante homología.

Dada la pirámide oblicua y un plano secante oblicuo P. Cuando trabajamos con pirámides podemos resolver la sección simplificando por la homología existente entre la base de la pirámide y la sección buscada (en realidad ambas son secciones, una la generada por el propio plano horizontal de proyección y otra la buscada).

Recordemos que la homología es, como la afinidad, una transformación geométrica en donde a diferencia de esta, en lugar de una dirección de afinidad, las rectas dobles concurren en un punto fijo denominado centro de la homología y que, en nuestro caso, coincide con el vértice F de la pirámide. Como en los casos resueltos por afinidad (caso particular de la homología), el eje de homología es la intersección entre los planos que contienen a las secciones homologas y que, en este caso coincide con la traza horizontal de P dado.

Calculamos un punto homólogo H de la base por alguno de los métodos habituales. Obtenido un punto H de la sección auxiliándonos de un plano proyectante vertical en el ejemplo de la figura 22, resolvemos el resto de la proyección horizontal de la sección por homología. Finalmente calculamos las proyecciones verticales de los vértices así obtenidos y unimos ordenadamente en ambas vistas. Los puntos n, m, y ñ son puntos dobles de la homología.

Sección oblicua de una pirámide recta. Mediante cambio de plano.

Sabemos que la sección producida por un plano P en un cuerpo se aprecia directamente en una de las trazas del plano si este es perpendicular a alguno de los planos de proyección. Mediante un cambio de plano podemos colocar un plano oblicuo dado P perpendicular a uno de los de proyección convirtiéndolo, por ejemplo, en proyectante.

En el ejercicio de la figura 23 hemos cambiado el plano de proyección vertical hasta colocarlo normal al plano oblicuo P, P1 es por tanto un plano proyectante vertical tras el cambio. Dibujamos las nuevas proyecciones verticales de la pirámide y podremos apreciar directamente sobre ellas las proyecciones j’1, k’1, h’1 y g’1 de los vértices del polígono de la sección producida por el plano secante P. Calculamos las proyecciones horizontales y proyecciones verticales originales de los vértices así obtenidos y las unimos ordenadamente para apreciar las proyecciones de la sección buscada.

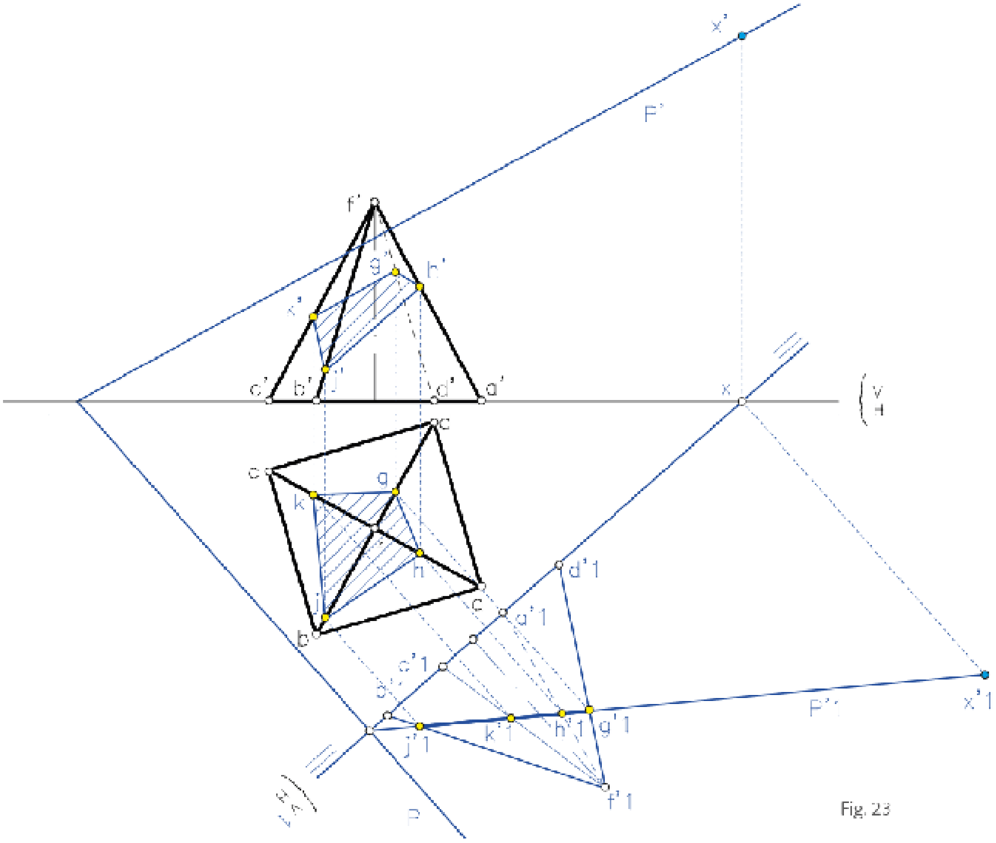

Fig. 23

Sección oblicua de una pirámide recta. Mediante cambio de plano.

Secciones. Cilindro

Sección plana del cilindro

Sección de un cilindro por un plano proyectante.

Dado el cilindro de revolución por sus proyecciones, calcularemos la sección en él producida por un plano secante P proyectante. Por ser el plano secante oblicuo al cilindro, la sección resultante será una elipse y por ser además el plano proyectante vertical, dicha sección se apreciará directamente en las proyecciones verticales del cilindro.

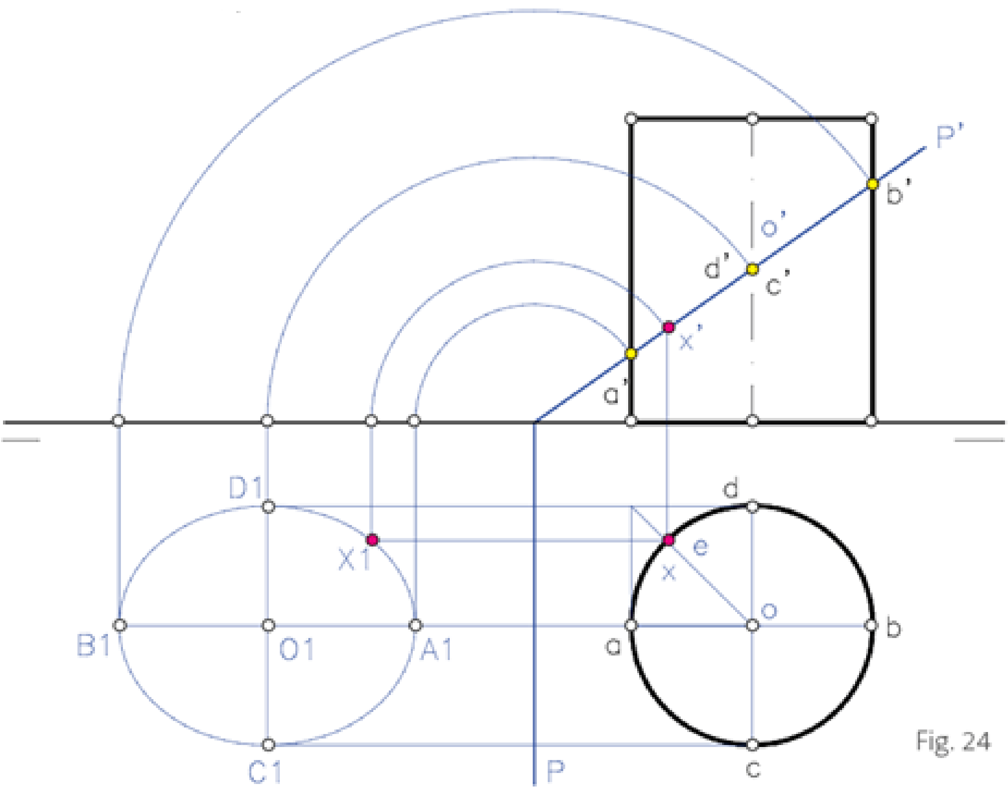

Fig. 24

Sección de un cilindro por un plano proyectante.

La proyección vertical de la elipse coincide con el segmento a'b', proyección vertical del eje mayor. El eje menor CD tiene de magnitud el diámetro de la circunferencia generatriz del cilindro y se muestra en el ejercicio de la figura 24 como una recta de punta. La proyección horizontal de la elipse coincide, por ser el cilindro recto y estar su eje dispuesto verticalmente, con la propia base del cilindro.

Para determinar la verdadera magnitud de la sección, abatimos los ejes AB y CD de la elipse y la trazamos geométricamente a partir de ellos. Podemos calcular más puntos de la elipse dividiendo la circunferencia generatriz, coincidente con la base del cilindro, en cualquier número de partes y localizando los puntos de intersección de las generatrices correspondientes a estas divisiones y el plano secante dado.

Así sucede en el ejemplo realizado para la generatriz que pasa por la proyección horizontal del punto E, que nos determina un punto X de la sección y por tanto un punto X1 que puede ayudarnos a trazar la elipse.

Sección de un cilindro por un plano oblicuo.

El método más adecuado para resolver este ejercicio es realizar un cambio de plano hasta convertir el plano secante oblicuo dado en proyectante. La sección se calcula, realizado el cambio, como en el ejercicio anterior.

Para determinar las proyecciones verticales de los extremos A, B, C y D en la proyección vertical dada originalmente tendremos en cuenta que las cotas de estos puntos no varían en el cambio de plano pues se ha tratado de un cambio de plano vertical. Las proyecciones así obtenidas a', b', c' y d', son extremos de los diámetros conjugados de la elipse resultante de la sección. La elipse se trazará geométricamente. Fig. 25.

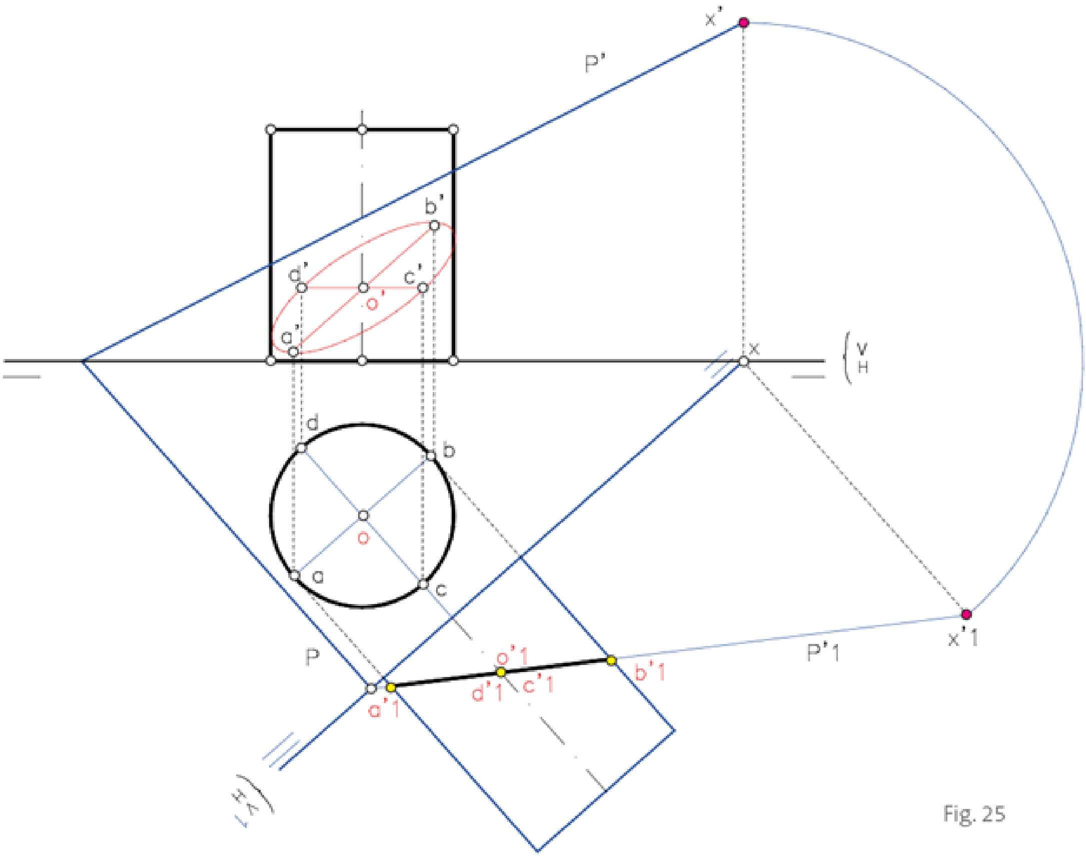

Fig. 25

Sección de un cilindro por un plano oblicuo.

Secciones. Cono

Sección plana del cono

Sección oblicua de un cono recto y de revolución.

Para calcular la sección de un cono por un plano P oblicuo realizaremos un **cambio de plano hasta convertir al plano secante en proyectante.** La

sección se aprecia así directamente sobre las nuevas proyecciones verticales del cono.
La curva resultado de la sección es una elipse pues el plano secante y el eje del cono no son entre sí perpendiculares y forman entre sí un ángulo mayor que el existente entre las generatrices del cono y su eje.

Para determinar la proyección horizontal de la elipse conocemos directamente el **eje mayor AB** (a'1, b'1) del que calcularemos sus proyecciones horizontales a y b directamente. El **eje menor CD** es eje de punta tras el cambio. Para determinar su proyección horizontal *nos auxiliaremos de un plano Q horizontal que contenga al punto medio O del eje mayor*. Este plano genera de sección recta en el cono una circunferencia de centro Z y diámetro XY, con centro en la proyección horizontal de Z trazamos la *circunferencia sección*. Por el punto -o- trazamos una perpendicular a la nueva línea de tierra que cortará a la circunferencia trazada, *la cuerda dc así obtenida determina la proyección horizontal del eje menor*. Trazamos la elipse por métodos geométricos.
Para determinar la proyección vertical de la elipse, calculamos las proyecciones verticales de los extremos de los ejes que en proyección vertical serán **diámetros conjugados**. Para hacerlo tendremos en cuenta que *las cotas de estos puntos son idénticas antes y después del cambio de plano vertical y que cada uno de ellos pertenece a una generatriz del cono que tendremos que dibujar en proyección vertical.*

VERDADERA MAGNITUD.

Calculamos la verdadera magnitud de la sección abatiéndola a partir del plano P sobre uno de los planos de proyección. En el ejemplo de la figura 26 se ha abatido el plano secante P sobre el plano horizontal de proyección.

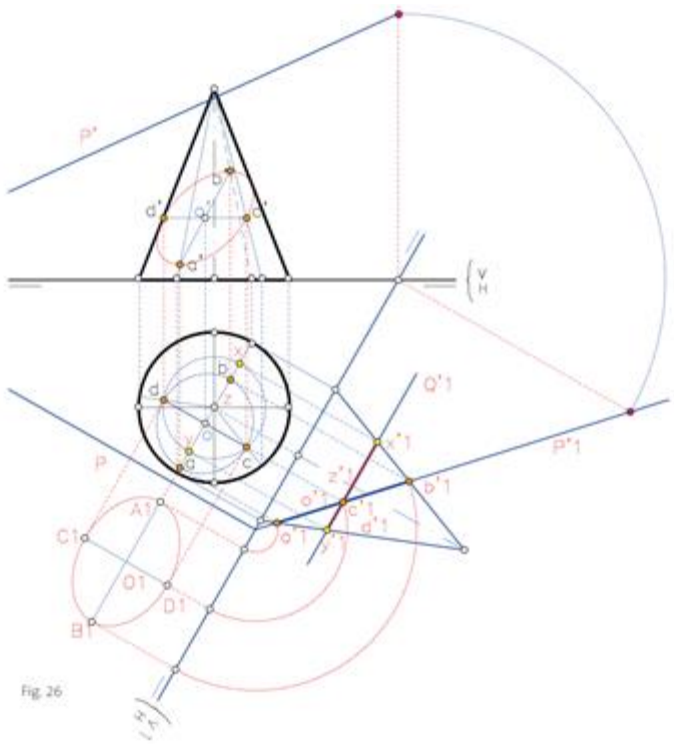

Fig. 26

Sección oblicua de un cono recto y de revolución, mediante cambio de plano.

Desarrollo. Prisma

Desarrollo de un prisma.

Desarrollo. Transformadas de las secciones.

Para calcular el desarrollo de cualquier superficie radiada:

Calculamos previamente una de sus secciones rectas y dividimos ordenadamente un segmento igual al perímetro de dicha sección en partes iguales a los lados del polígono obtenido, este nos servirá de referencia para desarrollar totalmente el cuerpo.

Cuando trabajemos con **superficies de revolución**, **la sección recta será una circunferencia**, *tendremos entonces que dibujar un segmento de magnitud igual a su longitud mediante rectificación directa*. El procedimiento general es similar al empleado para el prisma que a continuación se detalla.

Desarrollo de un prisma recto.

La sección recta es en este caso la propia base AB, sección plana generada en el prisma por el plano horizontal de proyección. Extendiendo su *perímetro* sobre una recta cualquiera (BB), dividimos el segmento así obtenido en partes iguales a los lados del triángulo de la base (B-A, A-C, C-B). *Levantamos por estas divisiones segmentos normales a la recta BC y de magnitudes iguales a la verdadera magnitud de las aristas del prisma* obteniendo en sus extremos los vértices de la otra base (E, D, F y E). Unidos estos extremos obtenemos el desarrollo del tronco del prisma.
Para completar el desarrollo del cuerpo **adosamos las bases superior e inferior en verdadera forma y magnitud**. En este ejercicio, tanto las bases como las aristas laterales están, en proyecciones diédricas, en verdadera magnitud, por tratarse de un prisma recto y frontal. Fig. 27

TRANSFORMADA DE LA SECCIÓN.

Transformar la sección no es sino colocar sobre el desarrollo del cuerpo los vértices del polígono (polígono generado por una sección efectuada al cuerpo) sobre sus aristas correspondientes y unir ordenadamente.

En el ejemplo, se traza la *transformada de la sección (1, 2 y 3) producida por el plano proyectante P en el prisma*.

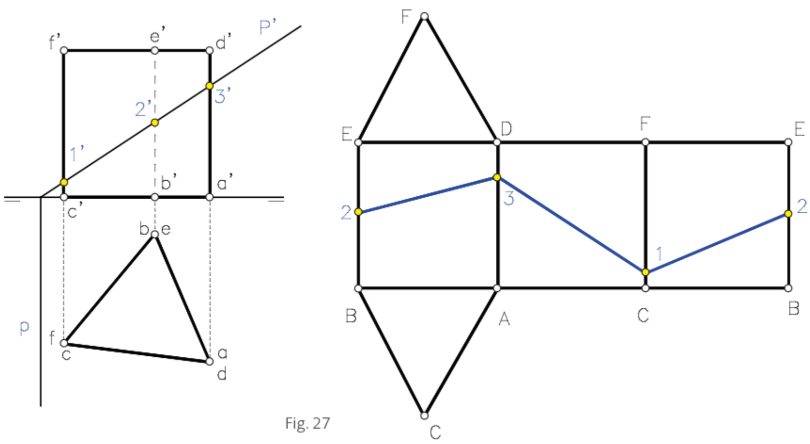

Fig. 27

Desarrollo de un prisma recto y transformada de la sección.
Desarrollo de un prisma oblicuo y frontal.

Calculamos la sección recta del prisma JHG auxiliándonos del plano secante P y dibujamos el **segmento (HH) de longitud igual al perímetro del polígono de la sección** que *dividimos en partes iguales a los lados del mencionado polígono*. Trazamos, por las divisiones del segmento H, J, G y H, *rectas normales* a este sobre las que llevamos las *distancias en verdadera magnitud existentes entre los puntos de intersección del plano secante con cada una de las aristas del prisma y los extremos correspondientes de dichas aristas*. Así por ejemplo llevamos sobre la perpendicular trazada al segmento HH por J las distancias hasta F y C por encima y por debajo respectivamente. F y C son vértices de las bases.
Uniendo los extremos así obtenidos (E, F, D, E y B, C, A, B) *cerramos el desarrollo del tronco*. Al ser todos estos puntos vértices de las bases, podemos observar que en realidad estamos dibujando la transformada de las bases.
Las bases son en definitiva secciones producidas en el prisma por el plano horizontal de proyección y por un plano horizontal de altura igual a la altura del prisma.

Para completar el desarrollo **dibujamos en verdadera magnitud las bases** a continuación de una cualquiera de las caras laterales desarrolladas. Por estar las bases en el plano horizontal de proyección la inferior y en un plano horizontal la superior, muestran en proyecciones diédricas directamente su *verdadera magnitud*. Fig. 28
Las aristas laterales del prisma también están en proyecciones diédricas en verdadera magnitud y por tanto las distancias desde los puntos de la sección a los extremos correspondientes luego las distancias se toman directamente de las proyecciones.
[quote]Los desarrollos y transformadas requieren trabajar siempre con verdaderas magnitudes.

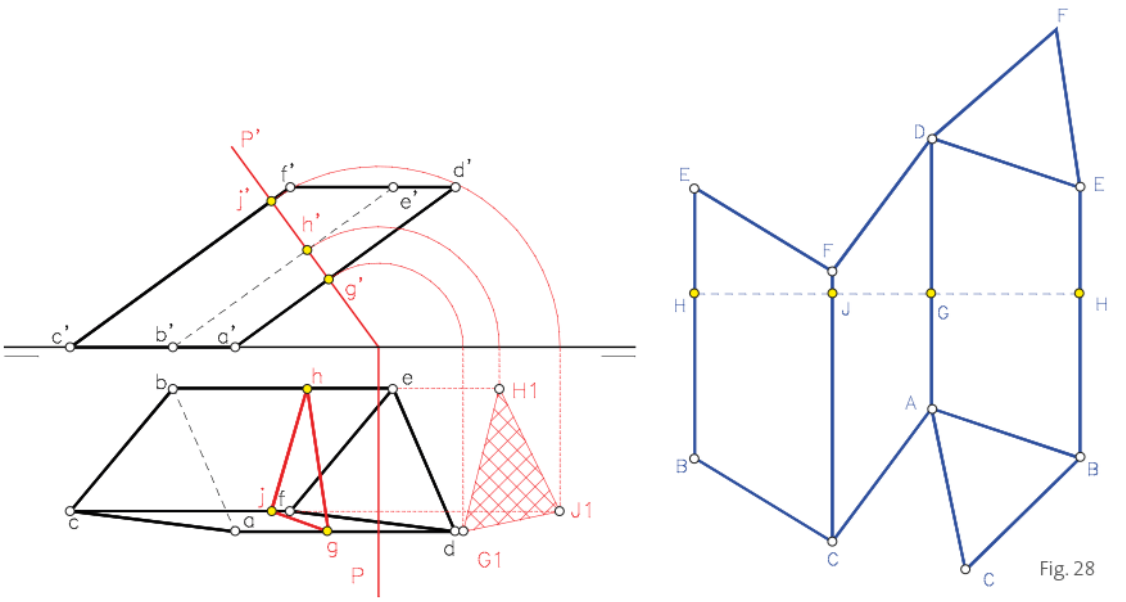

Fig. 28

Desarrollo de un prisma oblicuo y frontal.

Desarrollo de un prisma oblicuo, oblicuo a los planos de proyección

Para poder trazar el desarrollo de cualquier cuerpo necesitamos la **verdadera magnitud de todas sus aristas**, por ello *colocaremos el prisma oblicuo dado en prisma frontal mediante un cambio de plano vertical*. De este modo tenemos todas las aristas del prisma en verdadera magnitud.
Calculamos la sección recta generada por un plano secante P perpendicular a las aristas laterales del prisma y concluimos el ejercicio de forma idéntica al ejercicio anterior. *Trabajamos siempre en las nuevas proyecciones verticales tras el cambio*.
Las distancias de los puntos de intersección del plano secante a los vértices correspondientes de las bases del prisma se toman directamente pues, gracias al cambio, se encuentran en verdadera magnitud. Fig. 29

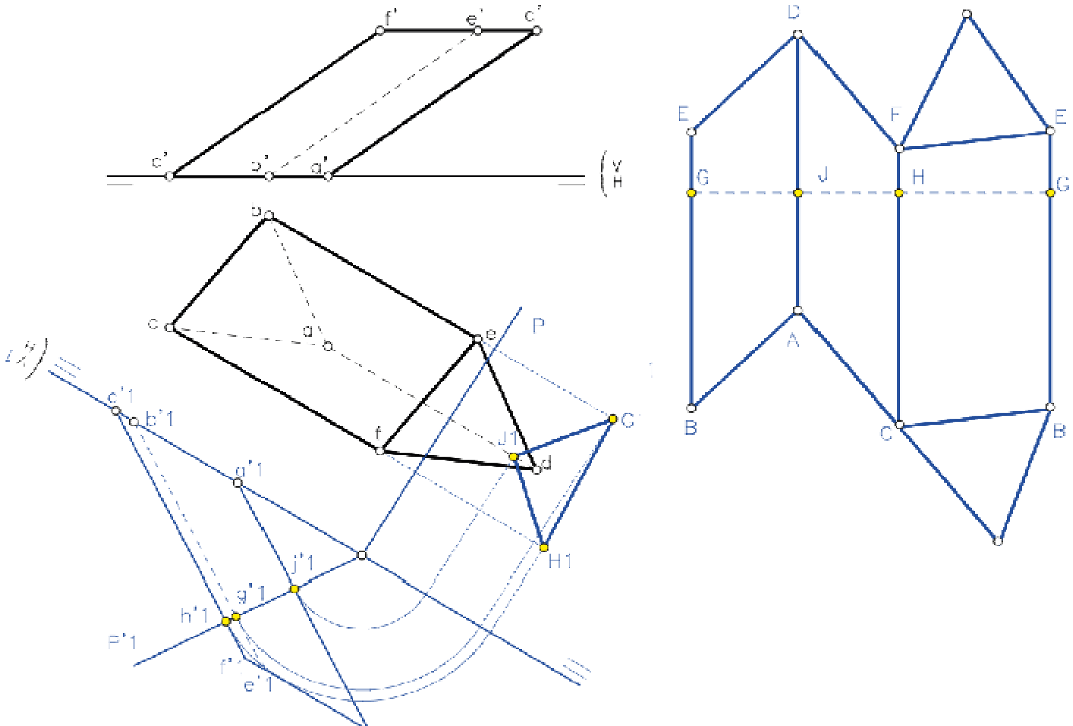

Fig. 29

Desarrollo de un prisma oblicuo, oblicuo a los planos de proyección

Desarrollo. Pirámide

Desarrollo de una pirámide.

Desarrollo y transformada de una pirámide recta.

Calculamos la verdadera magnitud de las aristas laterales, *por tratarse de una pirámide recta y regular todas ellas medirán lo mismo luego calculamos la verdadera magnitud de una de ellas*, en el ejemplo de la figura 30 **giramos la arista FD hasta convertirla en frontal.**
Para desarrollar la pirámide trazamos una circunferencia de radio igual a la verdadera magnitud de las aristas, el centro de la circunferencia será el punto F, vértice superior de la pirámide. *A partir de cualquier punto de esta circunferencia transportamos uno a uno los lados del polígono de la base*, que en este caso son iguales y están en verdadera magnitud en la proyección horizontal. Obtenemos de este modo, comenzando por el vértice C los vértices de la base B, A y D que unidos entre sí determinan la ubicación en el desarrollo de las aristas de la base y unidos con el centro de la circunferencia la de las aristas laterales.

TRANSFORMADA.

Trasladamos las distancias en verdadera magnitud desde el vértice F hasta los vértices de la sección G, J, K y H sobre sus aristas correspondientes y unimos ordenadamente.

Podemos calcular la verdadera magnitud de las distancias desde F a cada uno de los vértices del polígono de la sección, trasladando sus proyecciones verticales hasta cortar a la arista FD en verdadera magnitud. Las distancias desde J1, H1, G1 y K1 a f' son las distancias buscadas. En el ejemplo no se ha dibujado el plano secante que ha originado la sección.

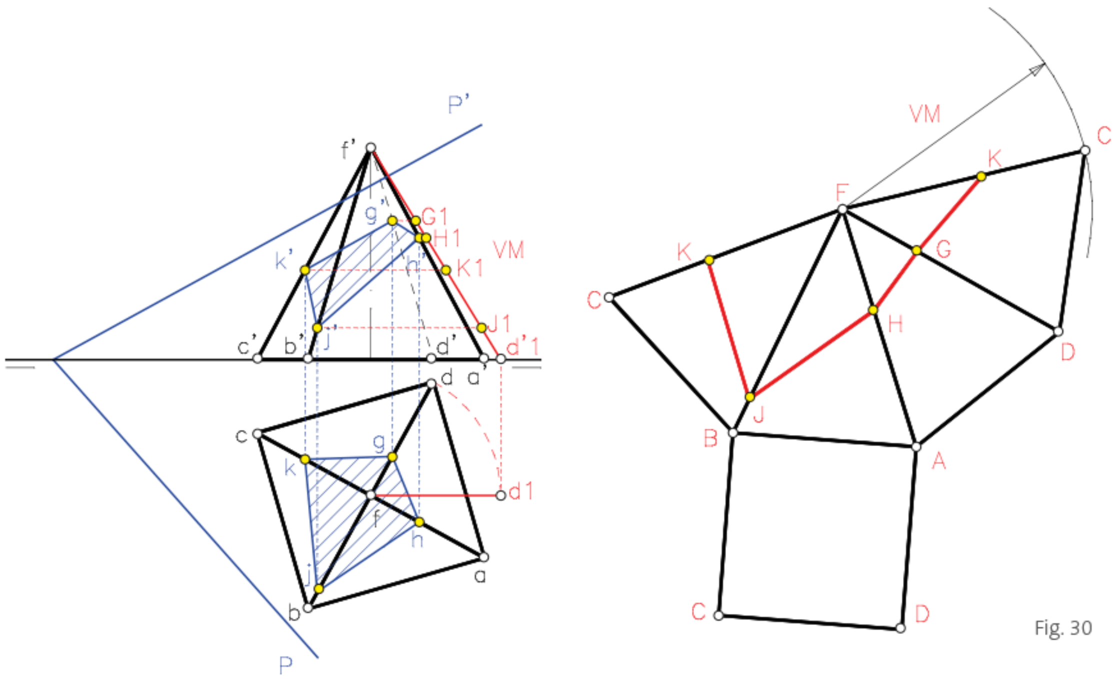

Fig. 30

Desarrollo y transformada de una pirámide recta.

Desarrollo y transformada de una pirámide oblicua.

Se resuelve como en el ejercicio anterior si bien hay que tener en cuenta que **las aristas laterales no miden igual** salvo coincidencia. *Tendremos pues que calcular la verdadera magnitud de cada una de ellas.* En el ejercicio de la figura 31 se ha resuelto la verdadera magnitud de las aristas laterales *mediante giro* de cada una de ellas.
Para el desarrollo *consideraremos como vértice superior F un punto arbitrario y a partir de él iremos construyendo los triángulos de las caras laterales* conocidos el vértice F y las magnitudes de los lados (aristas laterales y básicas). Así por ejemplo, a partir de F dibujamos en posición arbitraria la arista FA, con centro en F trazamos un arco de radio FB y con centro en A un arco de radio AB donde ambos arcos se corten tendremos el punto B. Obtenido el triángulo FAB, *se procede de igual modo con el resto de las caras del poliedro* teniendo en cuenta que **en el desarrollo se debe procurar que estas tengan el mayor número posible de aristas comunes**. *Las aristas de la base están en verdadera magnitud* por estar ésta contenida en el plano horizontal de proyección.

TRANSFORMADA.

La transformada de la sección producida en la pirámide por un plano secante *se resuelve transportando la distancia en verdadera magnitud desde los vértices del polígono de la sección hasta el vértice superior* (o correspondientes vértices de la base), *sobre sus correspondientes aristas en desarrollo*. Los puntos K, H, J y G así obtenidos se unen ordenadamente.
Para calcular la **verdadera magnitud** de las distancias desde estos puntos al vértice superior F tendremos que *girar los segmentos FK, FH, etc.* Como *estos segmentos están sobre las aristas laterales y estas están ya giradas*, podemos transportar los vértices sobre rectas horizontales hasta cortar en H1, K1 etc.. a sus correspondientes aristas obteniendo de este modo sin más, la verdadera magnitud buscada de cada uno de estos segmentos.

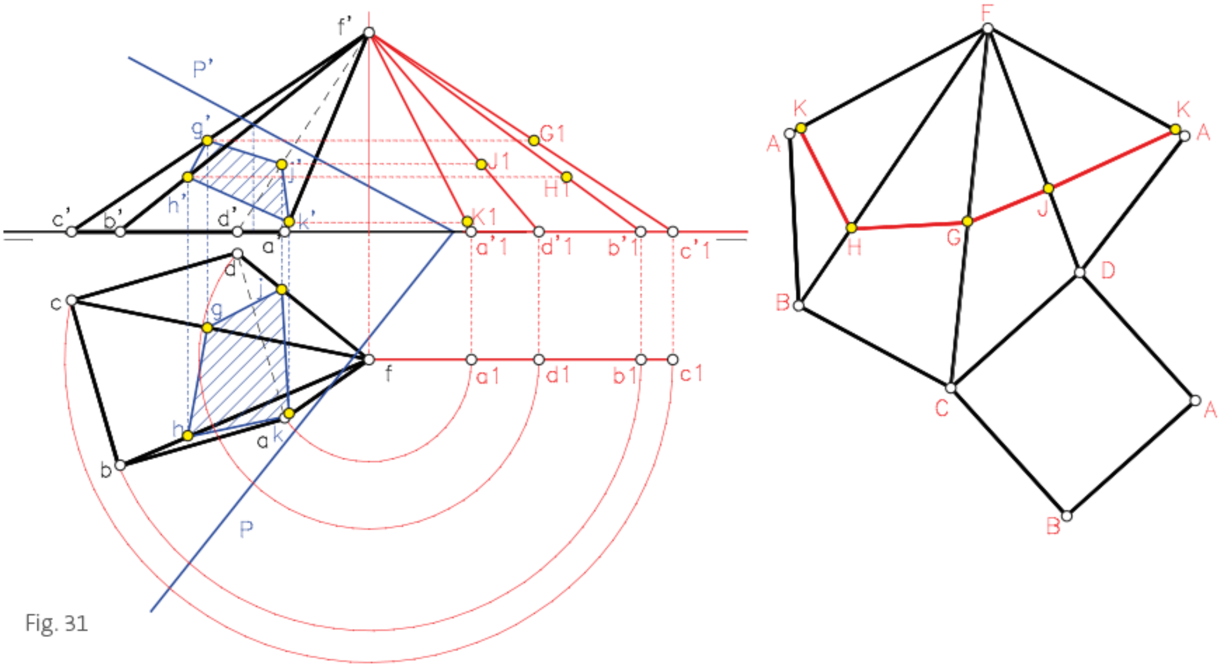

Fig. 31

Desarrollo y transformada de una pirámide oblicua.

Desarrollo de una pirámide recta situada en un plano oblicuo.

El desarrollo de esta pirámide recta y regular es idéntico al de la figura 30.
Solo **hay que tener en cuenta que, por estar su base en un plano oblicuo Q ésta no se muestra en verdadera magnitud, tendremos pues que abatirla.** En el ejemplo de la figura 32 se ha abatido el polígono de la base sobre el plano horizontal de proyección *empleando afinidad.*
Conocida la verdadera magnitud de la base, se calcula **mediante giro** por ejemplo, la **verdadera magnitud de sus aristas**. *Por tratarse de una pirámide recta y regular* sus aristas laterales tienen la misma magnitud, *calculamos pues la verdadera magnitud de una sola de ellas*, en el ejemplo la VB. Siendo V el vértice superior se procede a desarrollar el cuerpo.

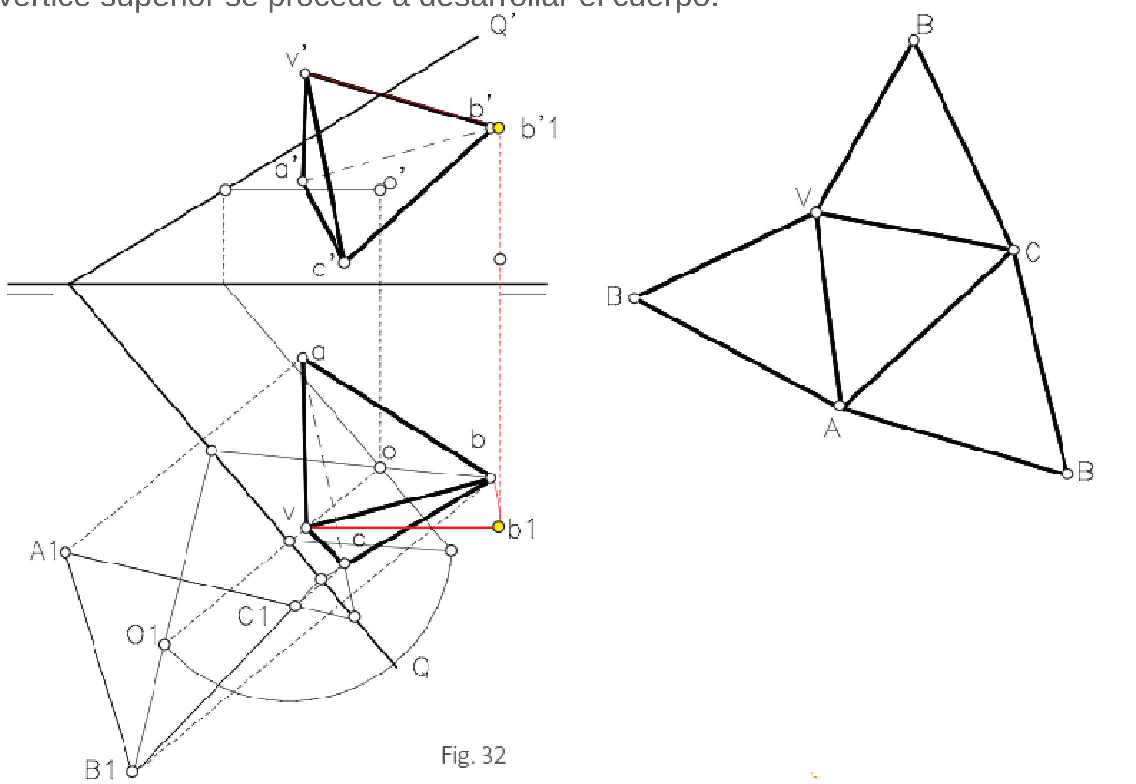

Fig. 32

Desarrollo de una pirámide recta situada en un plano oblicuo.

Desarrollo. Cilindro

Desarrollo de un cilindro.

Desarrollo y transformada del cilindro de revolución recto.

El desarrollo de un cilindro de revolución recto **será un rectángulo donde uno de sus lados es la rectificación de su circunferencia directriz** (sección recta), **y el otro la verdadera magnitud de la generatriz del cuerpo. Tendremos que añadir a este rectángulo para completar el desarrollo las bases que son circunferencias** de radio igual al radio de la circunferencia directriz. Fig. 33

TRANSFORMADA.

Para calcular la transformada de la sección producida en el cilindro por un plano secante (proyectante en el ejemplo), *dividiremos la circunferencia de la base en un número arbitrario de partes iguales* dibujando las generatrices correspondientes y calculando los puntos de intersección entre estas y el plano secante (A, X, D, F, B, G, C y H).
Dividimos el segmento de la rectificación en el mismo número de partes iguales y trazamos por ellas perpendiculares a dicho segmento. Identificamos, ordenadamente, cada una de estas rectas con las generatrices del cuerpo trazadas y *llevamos sobre ellas los puntos de intersección correspondientes considerando las distancias en verdadera magnitud de estos puntos a sus bases*. Uniendo ordenadamente estos puntos a mano alzada o con plantilla de curvas, obtenemos la curva cónica de la sección, rectificada.

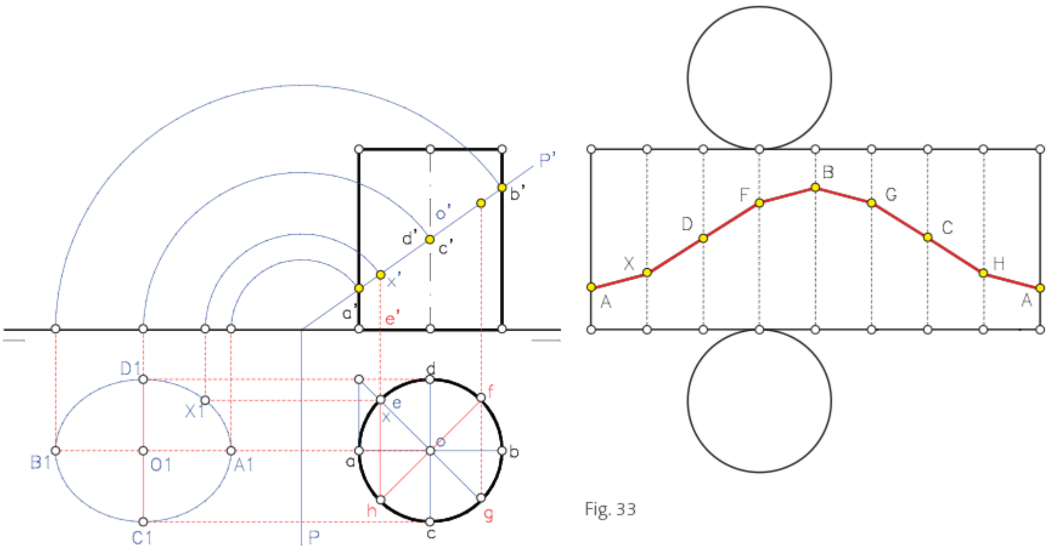

Fig. 33

Desarrollo y transformada del cilindro de revolución recto.

Desarrollo del cilindro de revolución oblicuo.

Rectificamos una sección recta del cilindro (en el ejemplo la generada por el plano P) *y la dividimos en tantas partes iguales como dividamos la verdadera magnitud de la sección*.
Dibujamos, en proyecciones y en el desarrollo las generatrices del cilindro correspondientes a cada una de estas divisiones y *trasladamos sobre ellas, en el desarrollo, las distancias en verdadera magnitud* desde los puntos de la sección recta (W, Y, N, M, Ñ, L, P y S) a las bases superior e inferior.
Uniendo los puntos así obtenidos, ordenadamente, obtenemos las transformadas de las bases (secciones oblicuas) y por tanto el desarrollo del tronco del cilindro. **Añadimos las bases elípticas en verdadera magnitud**.
Fig. 34.
[quote]En el dibujo solo se han nombrado cuatro de las ocho generatrices dibujadas. Las distancias de los puntos de la sección a sus bases están en verdadera magnitud en proyección vertical, pues estas están dispuestas frontalmente.[/quote]

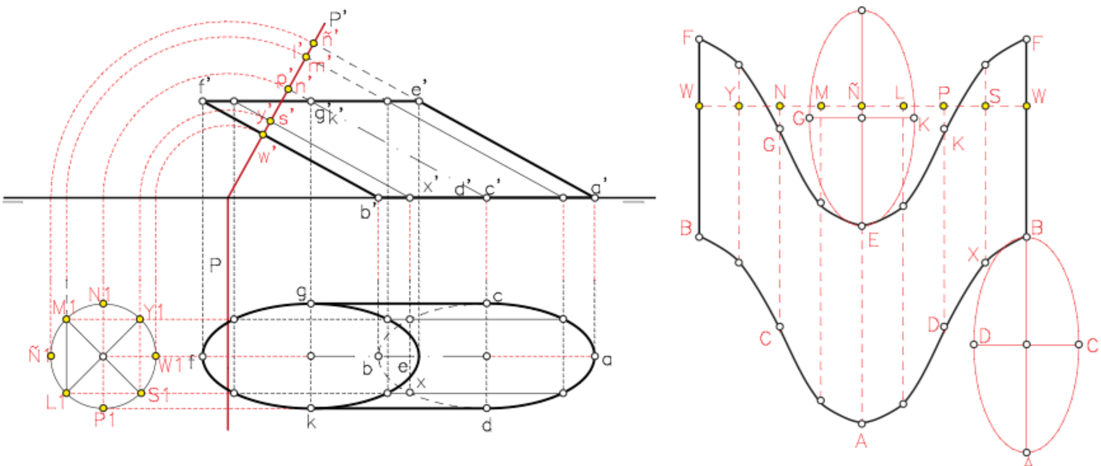

Fig. 34

Desarrollo del cilindro de revolución oblicuo.

Desarrollo. Cono

Desarrollo y transformada del cono de revolución recto.

Para poder desarrollar el **tronco del cono** tendremos que **rectificar la longitud de la circunferencia de la base sobre otra de radio igual a la longitud en verdadera magnitud de las generatrices del cono** (rectificación directa e inversa).
Finalmente unimos los extremos del arco así obtenido con el centro de dicha circunferencia. *Para completar el desarrollo añadimos la base circular, tangente al arco.*

TRANSFORMADA.

Para calcular la transformada de la sección producida en el cono por un plano secante, dividimos la base del cono en un número arbitrario de partes iguales (ocho en el ejemplo).

Trazamos en proyección vertical las generatrices correspondientes a estas divisiones y *calculamos la verdadera magnitud* de las distancias existentes entre los puntos de la sección pertenecientes a las generatrices trazadas y el vértice del cono.
Dividimos el sector circular del desarrollo del cono en igual número de partes iguales y trazamos sus generatrices *trasladando las distancias al vértice* calculadas sobre las generatrices del desarrollo correspondientes. Figura 35.
En el dibujo del ejemplo no se han dibujado en proyecciones diédricas los puntos E, F, G y H de intersección entre las generatrices y el plano secante para no restar claridad. El cálculo de la sección generada en el cono por el plano secante P está resuelto en el ejercicio de la figura 26.

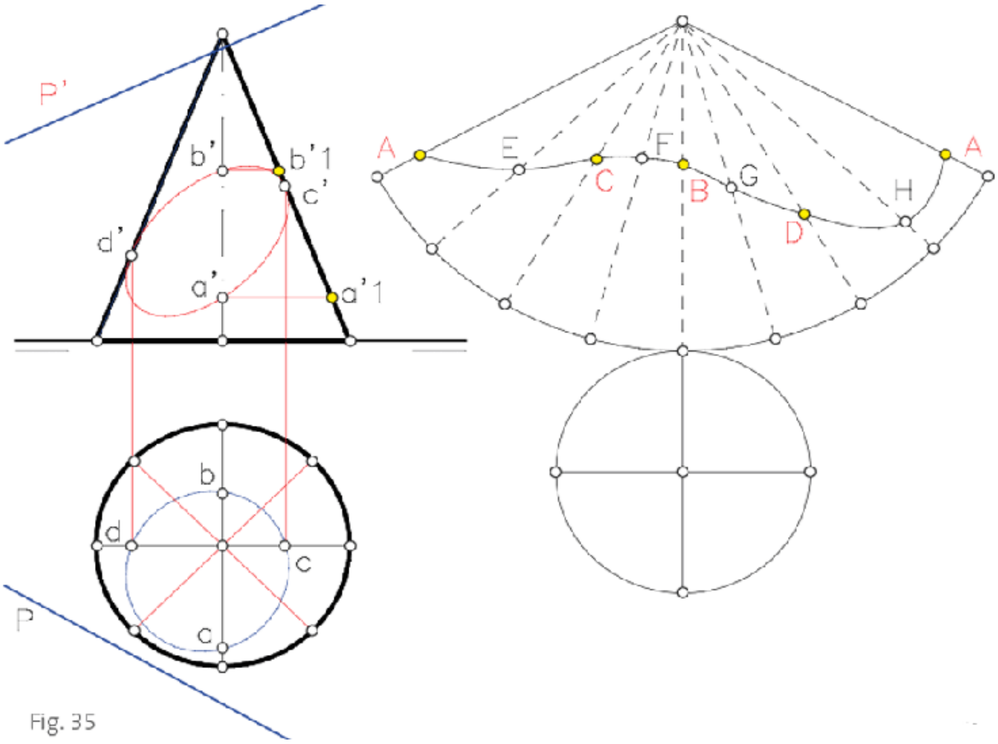

Fig. 35

Desarrollo y transformada del cono de revolución recto.

Desarrollo del cono de revolución oblicuo.

Desarrollamos un cono auxiliar de sección recta, la generada en el cono dado por el plano Q perpendicular al eje, tomado arbitrariamente. Dividimos en un número cualquiera de partes iguales (ocho en el ejemplo) la base reabatida del cono auxiliar tomado y el sector circular resultante de su desarrollo.

Dibujamos en proyección vertical ya sobre el cono original y sobre el desarrollo auxiliar realizado las generatrices correspondientes a las divisiones efectuadas, llevando ordenadamente sobre estas y a partir del vértice V la **verdadera magnitud de las distancias de dichas generatrices** (VA, VG, VC, VE, VB, VH, VD y VF).
Uniendo ordenadamente los extremos A, G, C, E, B, H, D y F, obtenemos el desarrollo buscado (que no es sino la transformada de la base sobre el cono auxiliar trazado) que completamos dibujando la base elíptica en verdadera magnitud, preferentemente en alguna de sus posiciones más adecuadas (con su eje mayor a continuación de las generatrices VA o VB). Figura 36.

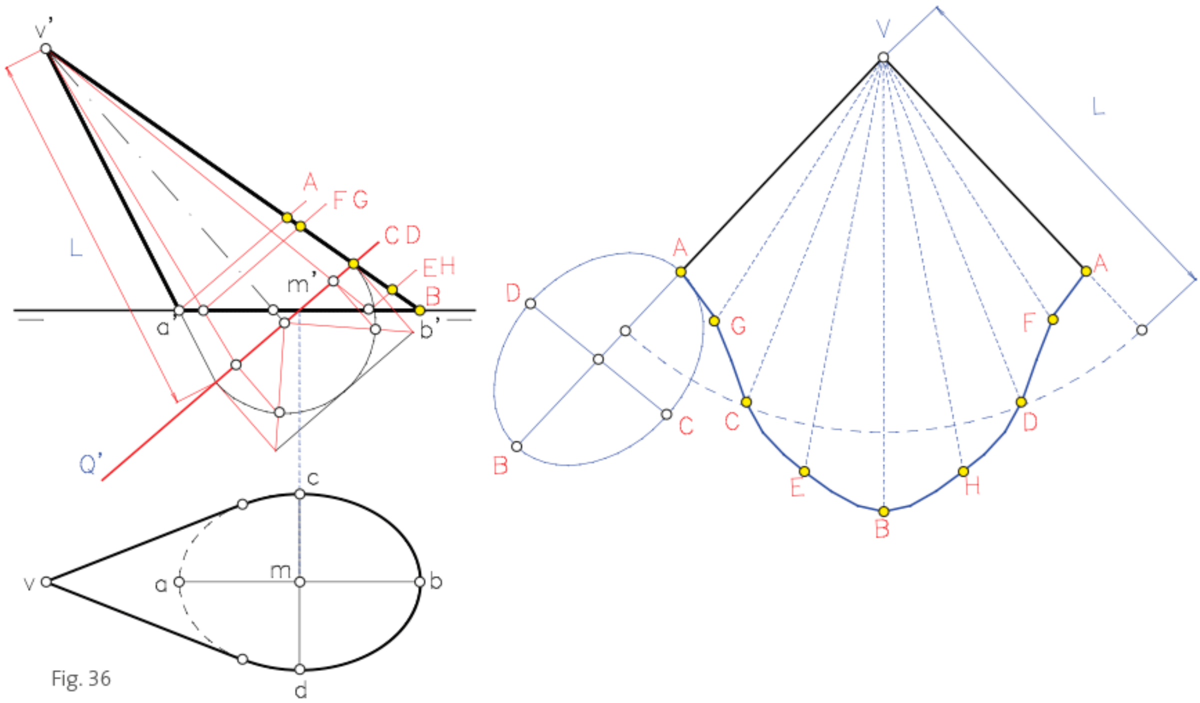

Fig. 36

Desarrollo del cono de revolución oblicuo.