SISTEMA DIÉDRICO ORTOGONAL

SDO

Francisco M Jurado Molina

IES SAN JUAN DE LA CRUZ (Úbeda)

Sistema diédrico ortogonal. Fundamentos

Introducción

Forma parte de los llamados Sistemas de Representación Gráfica (Sistemas Axonométrico, Acotado, Cónico, etc…) estudiados en **Geometría Descriptiva**, esta tiene por objeto la representación en el plano de elementos o superficies tridimensionales distribuidos en el espacio.

Surge de la necesidad de sistematizar la estereometría y estereotomía (corte y mesura) de las piedras empleadas en las construcciones de la época y es en el siglo XVIII cuando **Gaspar Monge**, geómetra, físico y matemático francés (nacido en 1746 en Francia y considerado como el verdadero padre de la Geometría Descriptiva), sistematiza y hace gráficas las transformaciones y procesos estudiados hasta entonces por medios exclusivamente matemáticos, por lo que también se le denomina Sistema de Monge.

Significado

Se denomina **Sistema** por pertenecer a los Sistemas de Representación Gráfica (Diédrico, cónico, axonométrico…)

Se denomina **Diédrico**, por utilizar, como sistema de referencia un ángulo Diédro o ángulo comprendido entre dos planos (di= dos, edro= plano), en este caso recto.

Se denomina **Ortogonal** por emplear proyecciones Cilíndricas Ortogonales para la representación de los diversos elementos distribuidos en el espacio.

Proyecciones.

La representación gráfica de puntos, rectas, planos superficies o cuerpos se lleva a cabo mediante la **proyección** de estos o de sus elementos sobre planos determinados para cada sistema, estos planos son *sistemas de referencia y planos de proyección a la vez.*

Las proyecciones que utilizamos en estos Sistemas de Referencia, pueden ser de varios tipos, según sean los**rayos proyectantes** o el **tipo deincidencia** de estossobre la superficie antedicha.

Atendiendo a estas variables tenemos.

1.- PROYECCIONES CILÍNDRICAS:

- ORTOGONALES.
- OBLICUAS.

2.- PROYECCIONES CÓNICAS.

Los rayos proyectantes (como un haz de luz), tienen su origen en un foco de proyección concreto y la proyección de un elemento cualquiera sería ‘la sombra’ generada por este haz en la superficie cuando el elemento se sitúa entre la superficie y el foco.

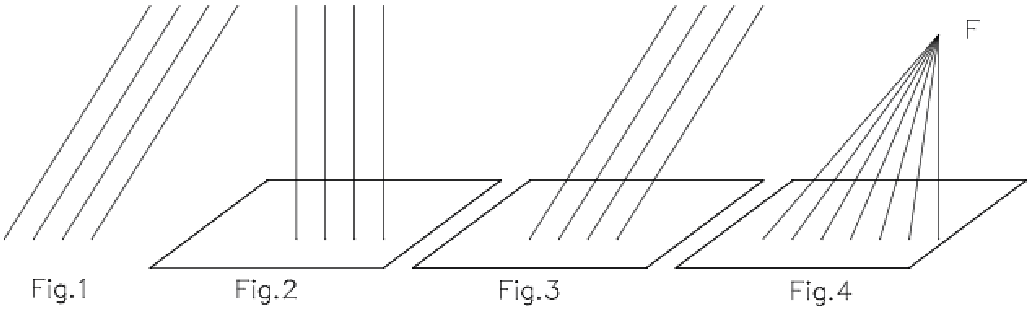
PROYECCIONES CILÍNDRICAS

Son **Proyecciones Cilíndricas** aquellas que tienen sus *rayos proyectantes paralelos entre sí*, consecuencia de estar situado el foco en el infinito o punto impropio (un ejemplo de este tipo de proyección serían los rayos del Sol, que resultan paralelos entre sí a efectos prácticos pues la distancia a la que éste está situado puede considerarse, en cuanto a proyecciones se refiere, como infinita). Se denominan cilíndricas por su similitud con la disposición de las generatrices de un **cilindro**, que son también paralelas. Fig.1

- Serán además de **Cilíndricas, Ortogonales,** cuando la incidencia de los Rayos Proyectantes sobre la superficie de proyección, (generalmente plana) sea *Ortogonal*, es decir, perpendicular, normal o en ángulo recto. Fig.2 Emplean Proyecciones Cilíndricas Ortogonales los **Sistemas Diédrico Ortogonal, Axonométrico Ortogonal y Acotado**
- Son **Cilíndricas Oblicuas** cuando la incidencia de los Rayos proyectantes sobre la superficie de proyección no sea Ortogonal. Fig.3. Emplea proyecciones de este tipo el **Sistema Axonométrico Oblicuo o Perspectiva caballera.**

PROYECCIONES CÓNICAS

Son **PROYECCIONES CÓNICAS** las que tienen sus rayos proyectantes convergentes. No son paralelos pues el foco está situado en un lugar finito o punto propio. Fig.4. (Es el caso de una bombilla, sus rayos de luz divergen a medida que se alejan de esta). Se denomina cónica por la similitud entre la disposición de estos rayos y las generatrices del cono. Emplea esta proyección el **Sistema Cónico.**



Tipos de proyecciones

Elementos del sistema diédrico ortogonal (SDO)

Los planos de proyección (diedro ortogonal) y referencia se denominan en SDO, **PLANO VERTICAL (PV) y PLANO HORIZONTAL (PH)**, en ellos se proyectan ortogonalmente las proyecciones verticales y horizontales respectivamente, de los elementos a representar.

La recta intersección de ambos planos se denomina **LÍNEA DE TIERRA** (LT).

Los espacios o regiones comprendidos entre los planos horizontal y vertical, se denominan DIEDROS, son cuatro en total, designándose como se indica en la ilustración.

Además de estos elementos, principales, se utilizan con frecuencia otros como son:

- **PLANO DE PERFIL** (PP), que es un plano perpendicular al vertical y horizontal, se utiliza cuando con las proyecciones horizontal y vertical no obtenemos suficientes datos del elemento representado y necesitamos por tanto otra proyección más, la de perfil en este plano.
- **PLANOS BISECTORES**, son planos que *dividen en dos ángulos iguales* a los Diedros, son dos los bisectores. El espacio formado entre estos y los planos de proyección horizontal y vertical se denomina OCTANTE, son ocho los octantes, de

ahí su nombre, se designan del 1º al 8º tal y como se indica en la ilustración de la figura 6.

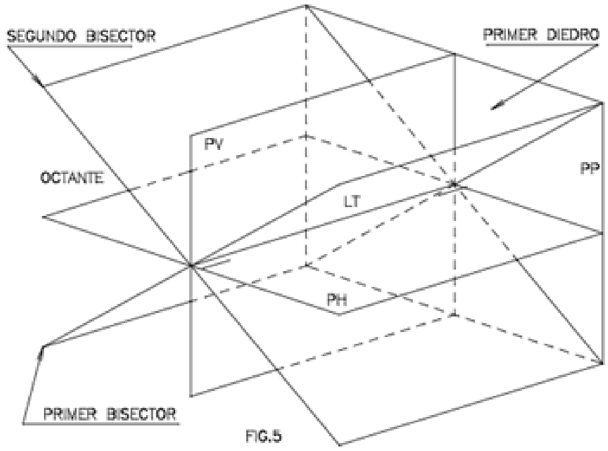


FIG.5

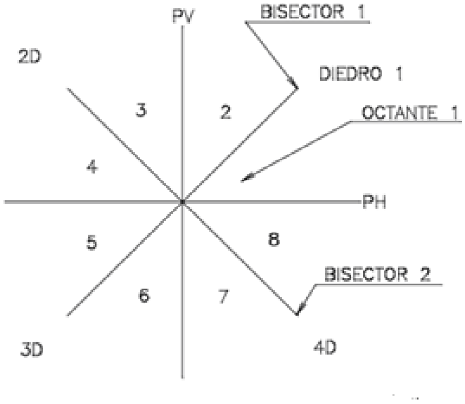


FIG.6

Sistema diédrico ortogonal. Elementos

Sistema diédrico. El punto

Sistema diédrico. Punto: Representación, coordenadas y alfabeto del punto.

REPRESENTACIÓN DE UN PUNTO.

Un punto “A” se representa en este sistema mediante sus proyecciones ortogonales sobre el plano vertical y el horizontal. Estas proyecciones se denominan **vertical y horizontal** y se designan, con minúscula prima o mayúscula y subíndice 2 (a’ · A_2) y minúscula o mayúscula y subíndice 1 (a · A_1) respectivamente. Fig.7

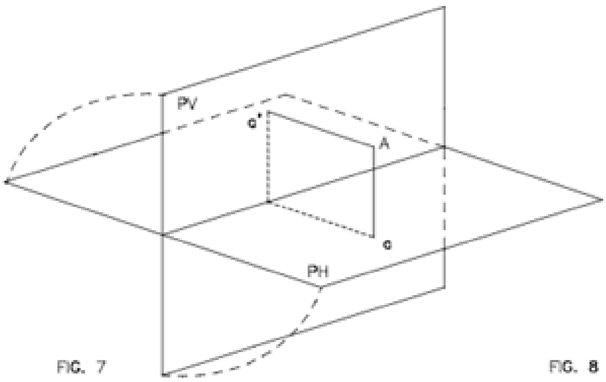


FIG. 7

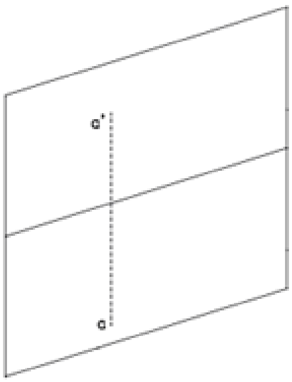


FIG. 8

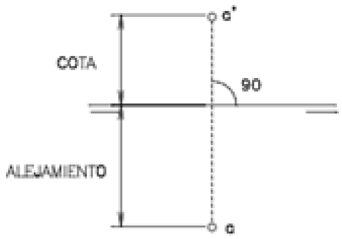


FIG. 9

Sistema diédrico ortogonal. Proyecciones de un punto

Cuando trabajamos en Sistema Diédrico, hacemos coincidir el **Plano Vertical** de proyección del sistema de referencia con el **papel del dibujo**, representamos la línea de tierra quedando, de este modo, encima o debajo de ella las proyecciones efectuadas en este plano.

Lo proyectado sobre el **Plano Horizontal** queda sin embargo escorzado en la propia Línea de Tierra por lo que no es representativo. Para evitar esta situación **abatimos dicho plano 90º** en el sentido de las agujas del reloj, empleando como charnela o "bisagra" la propia Línea de Tierra, hasta hacerlo coincidir con el vertical de proyección. De este modo tenemos sobre el papel también las proyecciones horizontales de los elementos y ambos planos, Horizontal y Vertical, superpuestos sobre el papel del dibujo. Fig.8

El punto queda así representado por sus proyecciones horizontal y vertical entorno a la Línea de Tierra, sobre una perpendicular a esta trazada (en línea de puntos) y a unas distancias determinadas: la distancia de la proyección vertical a LT denominada **COTA** y la distancia de la proyección horizontal a LT denominada **ALEJAMIENTO.** Fig.9

La Cota es positiva cuando la proyección vertical del punto está por encima de LT, negativa si está por debajo y nula si está en ella.

El Alejamiento se considera positivo si la proyección horizontal está debajo de LT, negativo si está por encima y nulo cuando coincide con LT.

COORDENADAS DE UN PUNTO.

Un punto A, puede venir dado por sus COORDENADAS A (x, y, z), en donde "x" es la distancia sobre la línea de tierra desde la intersección de la perpendicular que contiene las proyecciones del punto con la propia línea de tierra hasta donde situemos el origen de coordenadas, "y" es el alejamiento y "z" la cota.

EJEMPLO: Para un origen de coordenadas situado en el extremo izquierdo de la línea de tierra, representamos el punto A (3, 2, 1).

El eje X es positivo del origen de coordenadas hacia la derecha y negativo en caso contrario. Fig.10

FIG. 10

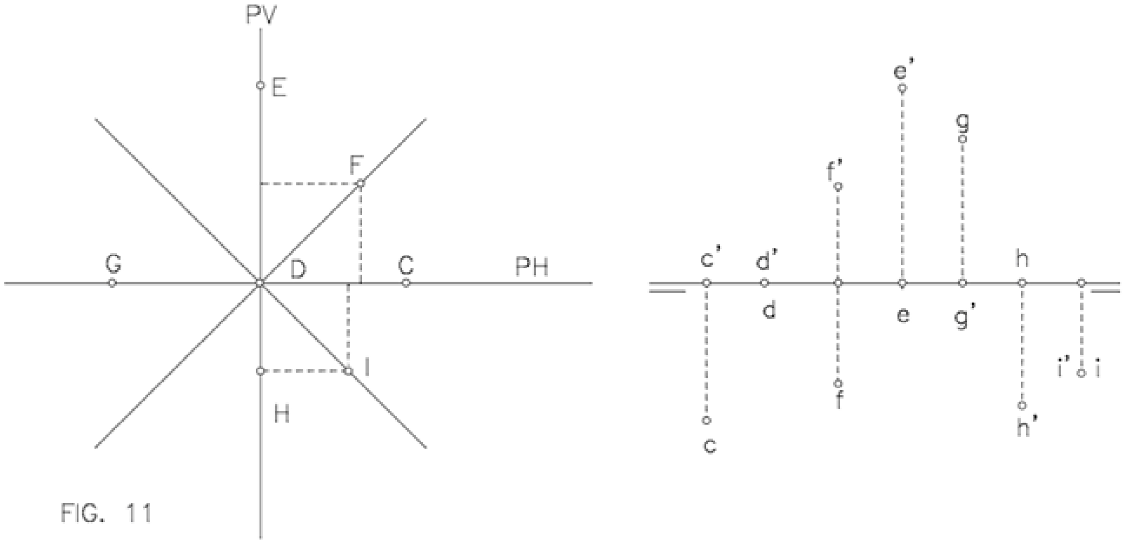
Sistema diédrico. Coordenadas del punto

ALFABETO DEL PUNTO.

Según la ubicación de un punto respecto del sistema de referencia establecido, así serán su cota y alejamiento y por tanto su representación en S.D.O. Un punto puede estar situado:

1. En uno de los cuatro Diedros, (si está en el primero tendrá cota y alejamiento positivos, negativos ambos en el 3º, positiva la cota y negativo el alejamiento en el 2º y viceversa en el 4º.)

2. Contenido en los Planos de Proyección, en cuyo caso tendrá nula la cota si está en el PH o el alejamiento si está en PV.
3. Contenido en un plano bisector (tendrán igual magnitud su cota y su alejamiento, positivos ambos en el 1º diedro, negativos ambos en el 3º diedro y uno positivo y otro negativo en los diedros 2º y 4º).
4. En la Línea de Tierra. En este caso son nulos los valores para la cota y el alejamiento.



Sistema diédrico. Alfabeto del punto

EJEMPLO (FIG 11): En la figura 11 están representados los siguientes puntos en:

- C: PH, delante de LT.
- D: LT.
- F: 1º Bisector, 1º Diedro.
- E: PV, por encima de LT.
- G: PH por detrás de LT.
- H: PV por debajo de LT
- I: 2º Bisector, 4º Diedro.

Sistema diédrico. La recta

Recta. Representación, trazas y tipos de rectas.

REPRESENTACIÓN DE LA RECTA EN SDO

Sabemos que una recta es una sucesión de puntos y que dos puntos determinan una recta. En SDO una recta se representa mediante sus proyecciones sobre el Plano Vertical y el Plano Horizontal, denominadas **Proyección Vertical y Proyección Horizontal** de la recta respectivamente y designadas por minúscula prima y minúscula respectivamente (r', r). Según algunos autores por minúscula con subíndices 2 y 1 respectivamente (r_2, r_1).
Para poder representar dichas proyecciones, bastará con representar las proyecciones de dos de los puntos de la recta y unir las proyecciones homólogas. Por ejemplo, para representar la recta R, representamos primero las proyecciones verticales y horizontales de A y B,

puntos contenidos en ella. Uniendo -a'- con -b'- tendremos la proyección vertical de R, r'. Uniendo -a- con -b-, la proyección horizontal de "R", r. Fig.12.

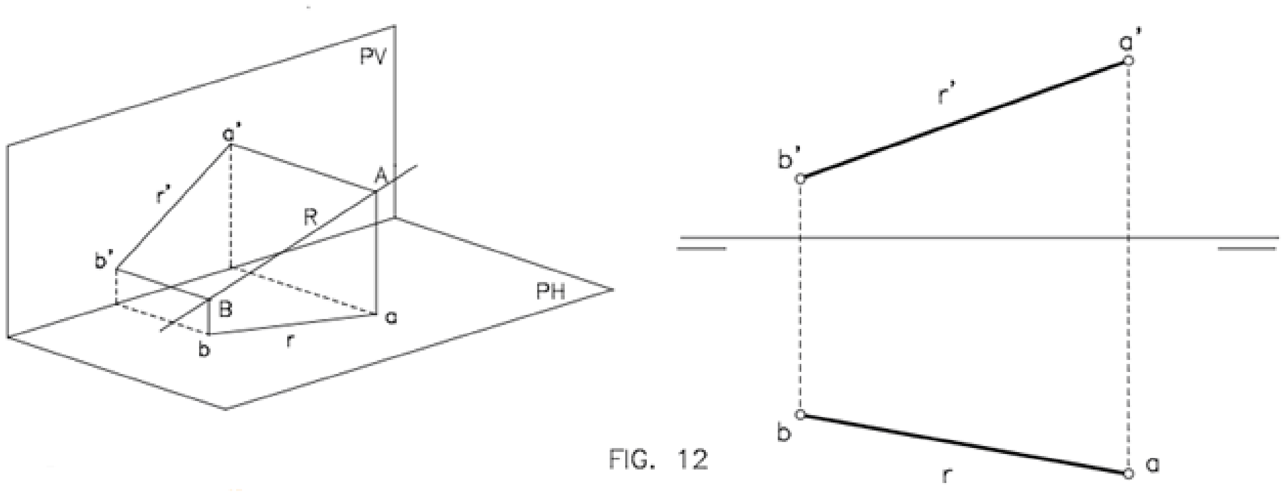


FIG. 12

Sistema diédrico. Determinación de una recta.

PERTENENCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA.

Un punto pertenece a una recta cuando las proyecciones vertical y horizontal del punto pertenecen a las proyecciones vertical y horizontal de la recta respectivamente.

Ejemplo.:

- El punto C pertenece a R pues c' y c pertenecen a r' y r respectivamente. Los puntos D,E y F no pertenecen a R pues alguna de sus proyecciones o ambas no pertenecen a R. Fig.13.
- El punto G no pertenece a R pues las proyecciones que coinciden con r' y r no son las homólogas sino las contrarias, g está sobre r' y g' está sobre r, están invertidas y por tanto la pertenencia es solo aparente. Fig.14

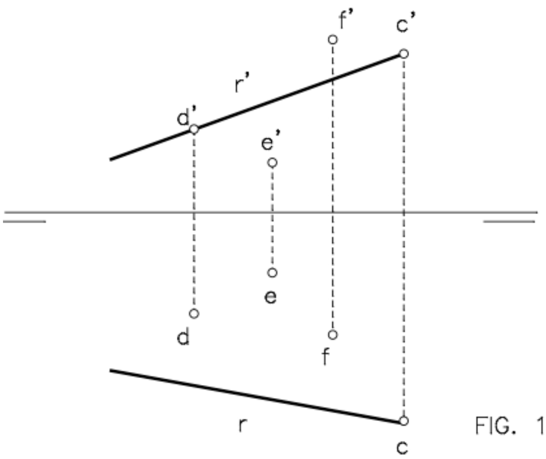


FIG. 13

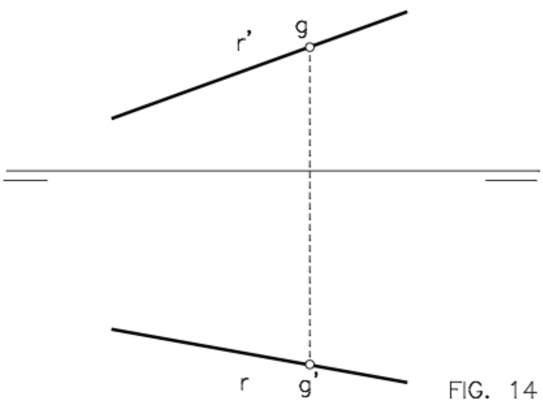


FIG. 14

Sistema diédrico. Pertenencia de un punto a una recta.

TRAZAS DE LA RECTA

Se denominan Trazas de la recta a los **puntos de intersección de esta con los planos de proyección horizontal, vertical y, en su caso, de perfil.** Como cualquier otro punto, las trazas de la recta se representan por sus proyecciones horizontales y verticales.

- Se denomina **Traza Horizontal** de una recta a la intersección de la recta con el plano horizontal de proyección, se designa con hache mayúscula, H y como cualquier otro punto, tiene proyección vertical (h’) y proyección horizontal (h), esta última coincidente con la verdadera traza. Fig.15.
- Se denomina **Traza Vertical** de una recta a la intersección de la recta con el plano vertical de proyección, se designa con uve mayúscula, V y como cualquier otro punto tiene proyección vertical (v’) coincidente con la verdadera traza y proyección horizontal (v). Fig.15.

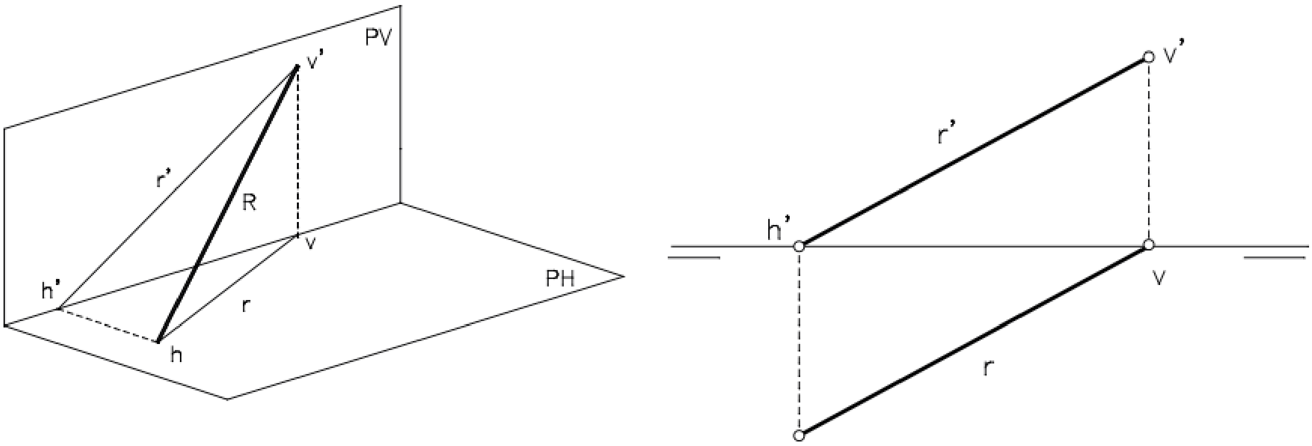


FIG. 15

Sistema diédrico. Trazas de una recta.

Conocidas las trazas de la recta se pueden dibujar las proyecciones horizontal y vertical de la misma. También se puede dar el caso inverso, **conocidas sus proyecciones, calcular las trazas**. En la figura 16 se calculan las de una recta que pasa por el segundo diedro, tiene la proyección horizontal de la traza horizontal (h), con alejamiento negativo. Según algunos autores, la designación de las trazas debe ser V” y V’ para las proyecciones vertical y horizontal de la traza vertical respectivamente y H”, H’ para las proyecciones vertical y horizontal de la traza horizontal, respectivamente.

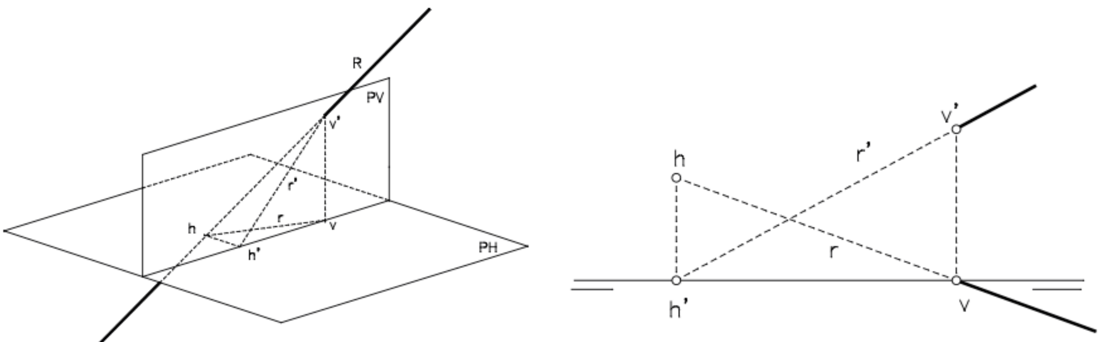


FIG. 16

Sistema diédrico. Determinación de las trazas de una recta.

TIPOS DE RECTAS

PARALELAS A ALGUNO DE LOS PLANOS DE PROYECCIÓN O A AMBOS:

Recta horizontal. La que es paralela al plano de proyección horizontal. Su proyección vertical es paralela a LT. Fig.17

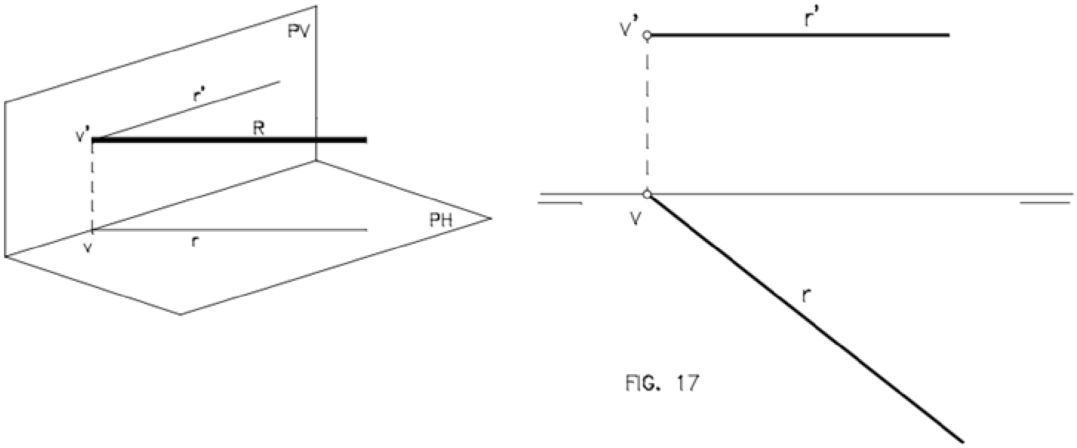


FIG. 17

Sistema diédrico. Recta horizontal.

Recta frontal. La que es paralela al plano de proyección vertical. Su proyección horizontal es paralela a LT. Fig.18

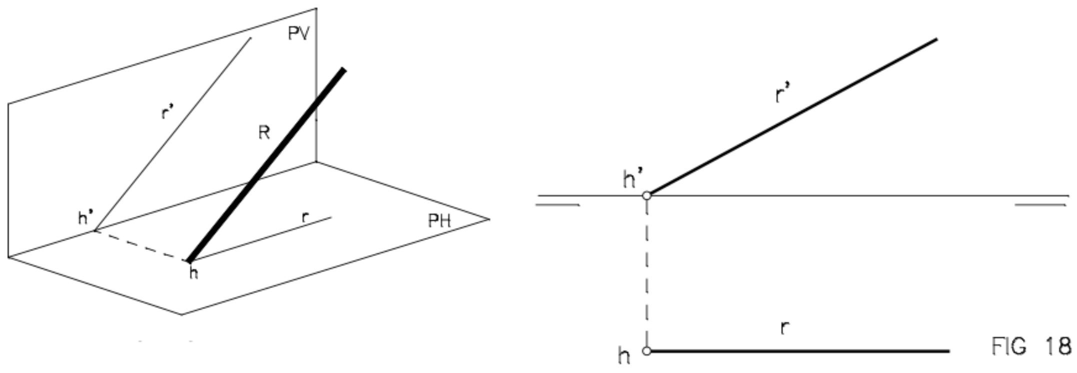


FIG 18

Sistema diédrico. Recta frontal.

Recta paralela a la línea de tierra. Sus proyecciones son paralelas a LT. Fig. 19

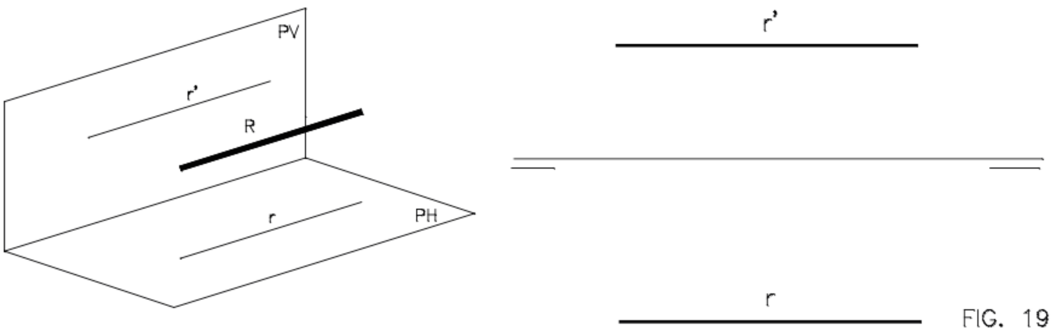


FIG. 19

Sistema diédrico. Recta paralela a la línea de tierra.

PERPENDICULARES A ALGUNO DE LOS PLANOS DE PROYECCIÓN:

Recta vertical. Perpendicular al plano horizontal de proyección. Su proyección vertical es perpendicular a LT. y su proyección horizontal queda representada por un punto. Fig.20

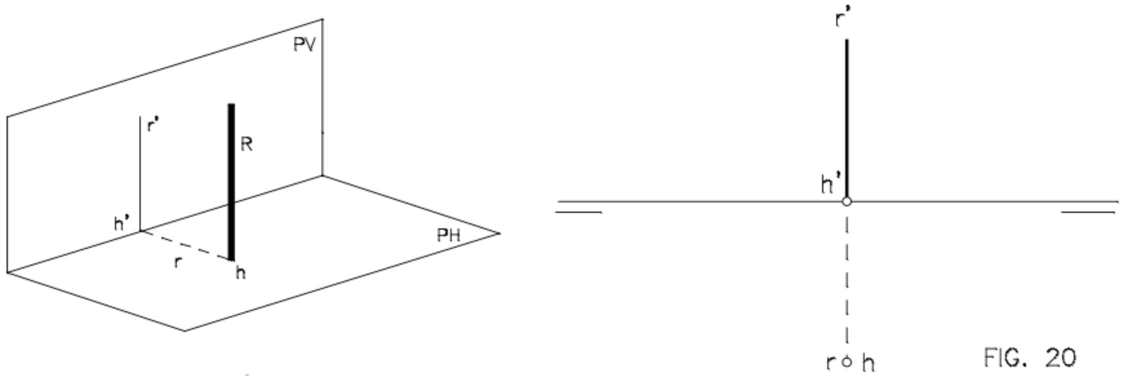


FIG. 20

Sistema diédrico. Recta vertical.

Recta de punta. Perpendicular al plano vertical de proyección. Su proyección horizontal es perpendicular a LT. y su proyección vertical queda representada por un punto. Fig.21

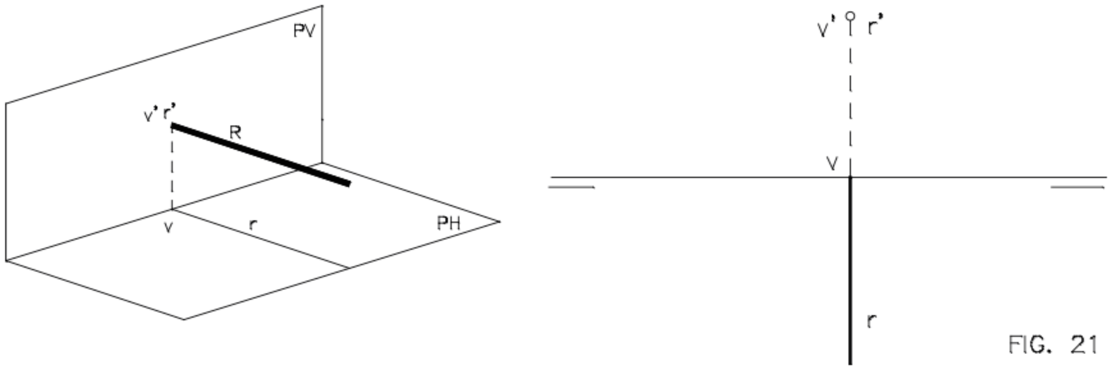


FIG. 21

Sistema diédrico. Recta de punta.

Recta de perfil. Presenta sus proyecciones normales a LT por pertenecer a un plano de perfil. Ver plano de perfil en este mismo tema. Fig 22.

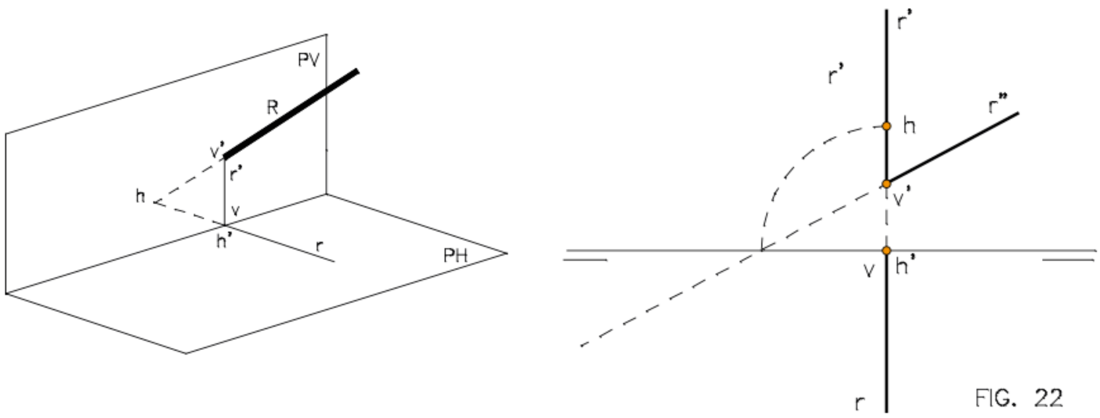
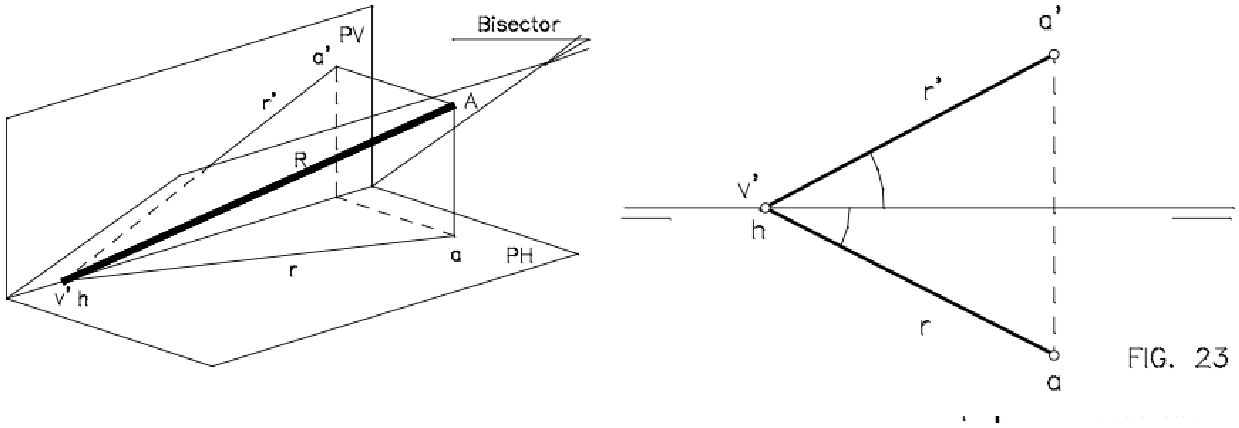


FIG. 22

Sistema diédrico. Recta de perfil.

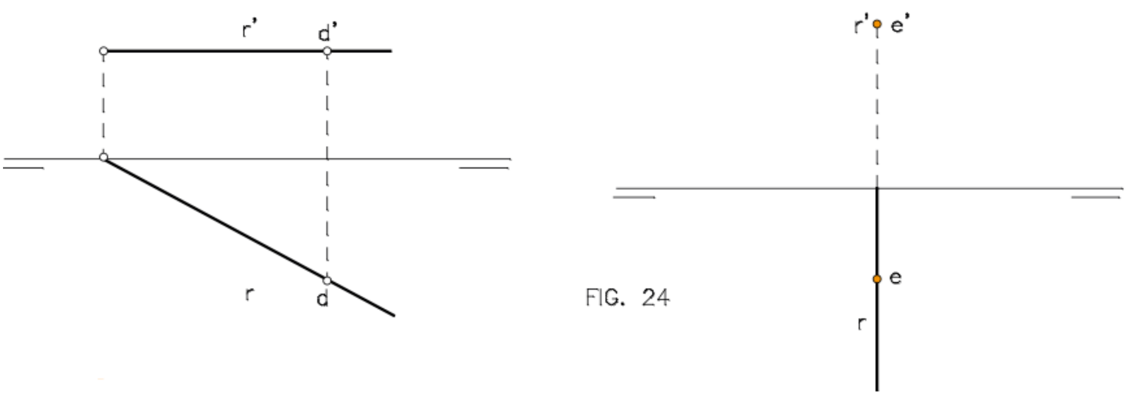
Recta contenida en un bisector. Sus proyecciones forman un mismo ángulo con LT. En la figura 23 se representa una contenida en el primer bisector, primer diédro.



Sistema diédrico. Recta contenida en un bisector.

PERTENENCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA.

En la ilustración de la Fig.24 observamos la pertenencia de un punto D a una recta horizontal S y la de un punto E a una recta de punta T.



Sistema diédrico. Pertenencia de un punto a una recta.

Sistema diédrico. El plano

El plano. Representación y designación de un plano en S.D.O. Trazas.

El plano se representa en S.D.O. por sus **TRAZAS**. Se denominan Trazas del plano a las **rectas intersección de este con los planos vertical y horizontal de proyección.**

La **Traza Horizontal** del plano es la recta intersección de este con el Plano Horizontal de proyección y la **Traza Vertical** es la intersección del plano con la el Plano Vertical de proyección. Si el plano es oblicuo, proyectante o de perfil, dichas trazas coinciden en un punto sobre la Línea de Tierra.

El plano en el espacio se designa con letra mayúscula, Q, con mayúscula prima la Traza Vertical, Q' y mayúscula la Traza Horizontal, Q. Según algunos autores la designación correcta debe ser a_1, a_2 o cualquier otra letra griega acompañada de los subíndices 1 y 2 para las trazas horizontal y vertical respectivamente. Fig.25

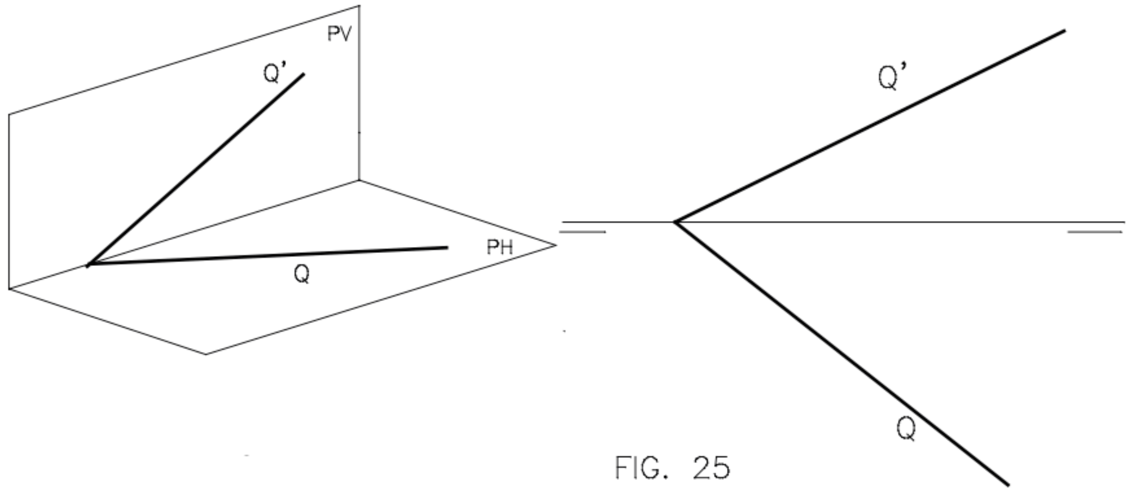


FIG. 25

Sistema diédrico. Trazas del plano

PERTENENCIA DE UN PUNTO Y UNA RECTA A UN PLANO.

Sabemos que una recta y un punto pertenecen a un plano cuando están contenidos en él. **En proyección diédrica podemos afirmar que una recta pertenece a un plano cuando las trazas horizontal y vertical de la recta están contenidas en las trazas horizontal y vertical del plano respectivamente. Un punto pertenecerá a un plano cuando a su vez pertenezca a una recta contenida en este.** En la Fig. 26 el punto A y la recta R pertenecen al plano Q.

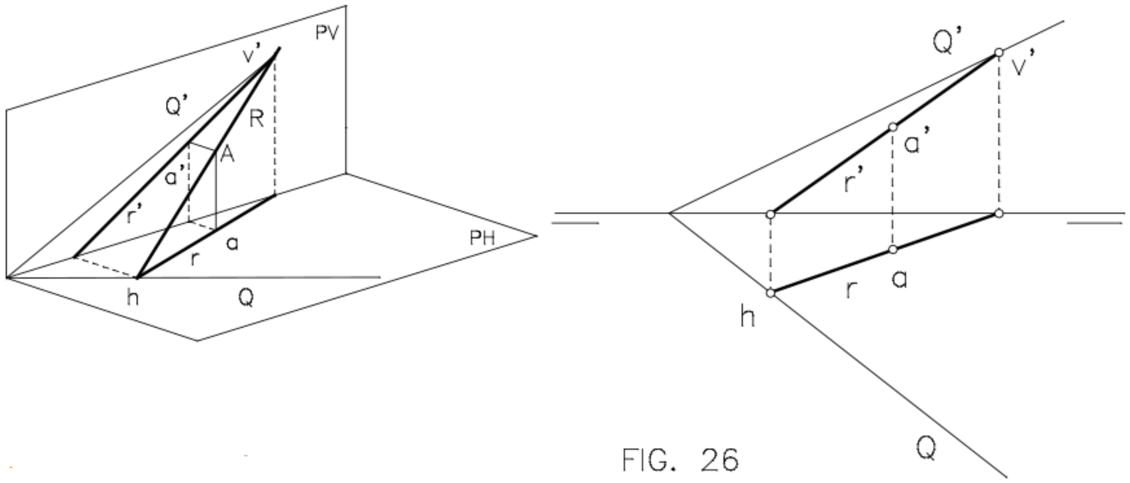


FIG. 26

Pertenencia de un punto y una recta a un plano.

Las rectas que son paralelas a alguno de los planos de proyección (frontales, verticales, de punta, etc…), **solo tienen una traza**, la que se genera con el plano que no es paralelo a ellas, *pertenecerán estas rectas a un plano cuando además de coincidir la traza existente de la recta con su homóloga del plano, la proyección contraria de la recta a esta traza sea paralela a su homóloga en el plano.*

Así por ejemplo una recta horizontal R (Fig.27), que solo dispone de traza vertical (v'_r) debe tener coincidente esta con la traza vertical del plano Q (Q') y su proyección contraria (proyección horizontal de R, r) será paralela a la traza horizontal Q del plano en cuestión.

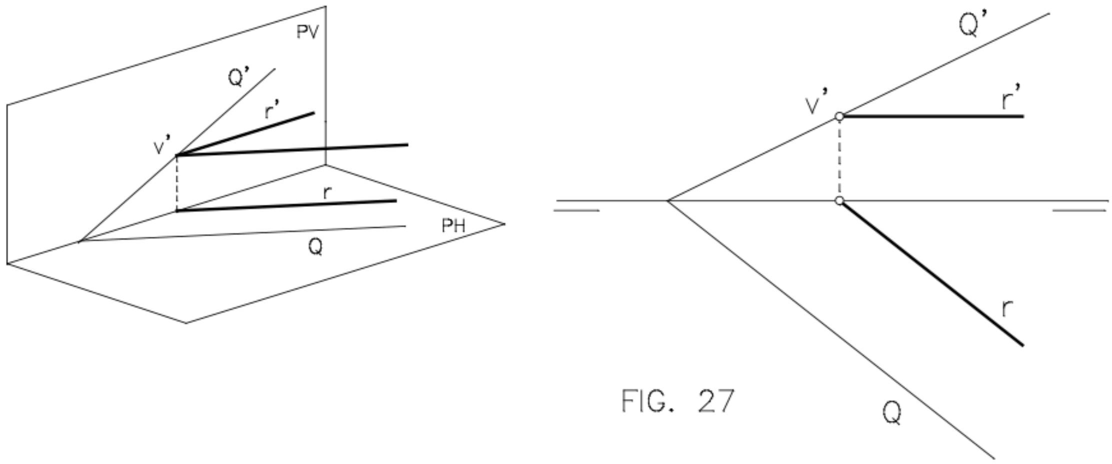


FIG. 27

Pertenencia de un punto y una recta a un plano.

Determinación de un plano.

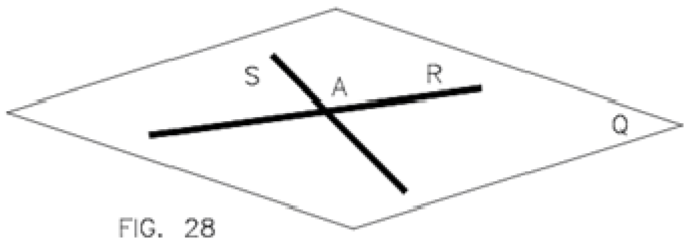


FIG. 28

Dos rectas que se cortan determinan un plano

Un plano puede venir dado directamente en sistema diédrico si nos aclaran la situación exacta de sus trazas. Frecuentemente tendremos que hallar las trazas de un plano que venga determinado de otro modo. Un plano puede venir determinado (cuatro casos).:

1. DETERMINACIÓN DE UN PLANO POR DOS RECTAS QUE SE CORTAN, R Y S.

- Por una recta pueden pasar infinitos planos pero por dos rectas que se cortan solo pasa un plano. Fig. 28
- Dadas las rectas R y S que se cortan en un punto A si queremos trazar un plano Q que contenga a R, debemos hacer pasar las trazas de este por las de la recta, son infinitos los planos que se pueden trazar que contengan a la recta.
- Si queremos que, además de contener a R, el plano trazado Q contenga a S, haremos pasar las trazas de Q no solo por las de R sino también por las de S, de esta forma obtenemos el único plano determinado por R y S que se cortan. Fig. 29A y B.

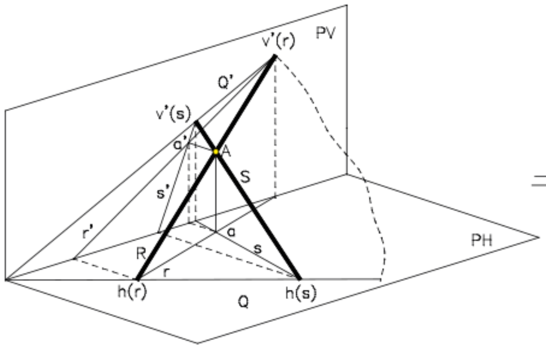


FIG. 29A

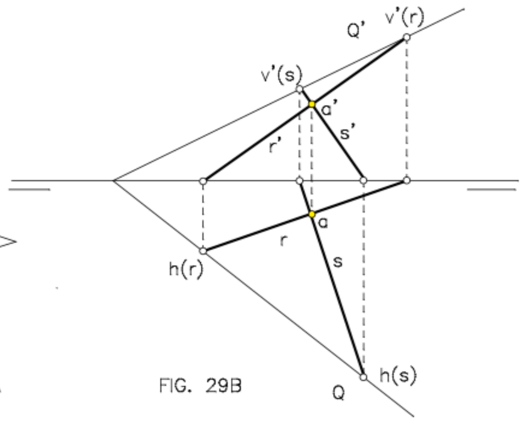


FIG. 29B

Determinación de un plano por dos rectas que se cortan.

2. DETERMINACIÓN DE UN PLANO POR UN PUNTO Y UNA RECTA, B Y T.

- Si trazamos desde el punto B una recta L que se corte con la dada T en un punto cualquiera P, estamos en la misma situación del ejercicio anterior, tenemos dos rectas L y T que se cortan, calculamos sus trazas y hacemos pasar por las homologas las trazas del plano buscado N. Fig.30.

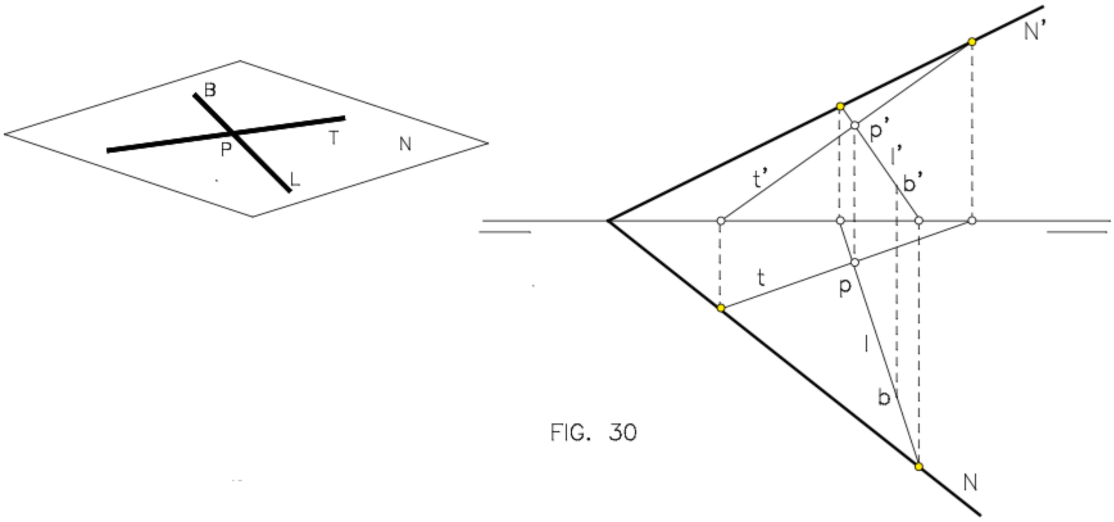


FIG. 30

Determinación de un plano por un punto y una recta.

3. DETERMINACIÓN DE UN PLANO POR TRES PUNTOS NO ALINEADOS, C, D Y E.

- Uniendo los puntos dos a dos (el C con el D y el E con el D, por ejemplo), mediante las rectas X y W, nos situamos de nuevo en el primer caso, siendo D en este caso el punto donde se cortan. Fig.31.

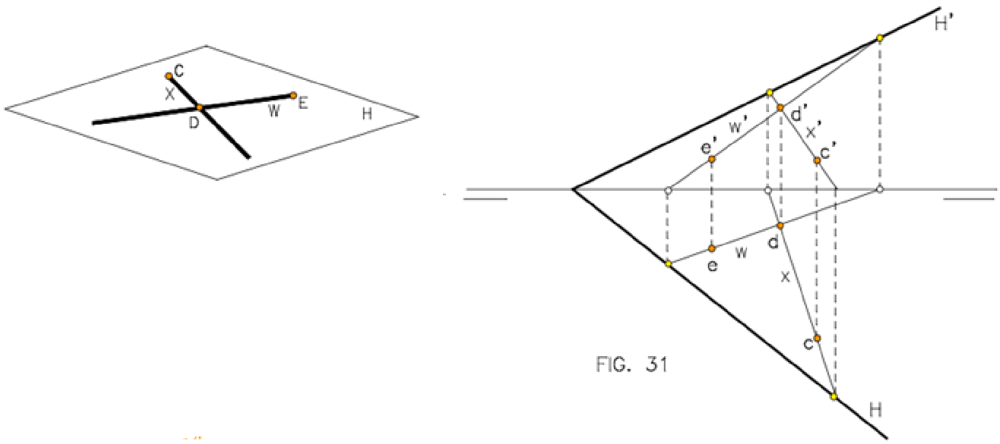


FIG. 31

Determinación de un plano por 3 puntos no alineados.

4. DETERMINACIÓN DE UN PLANO POR DOS RECTAS PARALELAS ENTRE SÍ, M Y Ñ.

- Por dos rectas paralelas pasa un solo plano.
- En SDO, dos rectas paralelas mantienen sus proyecciones homólogas también paralelas. Uniendo las trazas homólogas de estas tendremos definido el plano que determinan o en el que están contenidas, O. Fig.32.

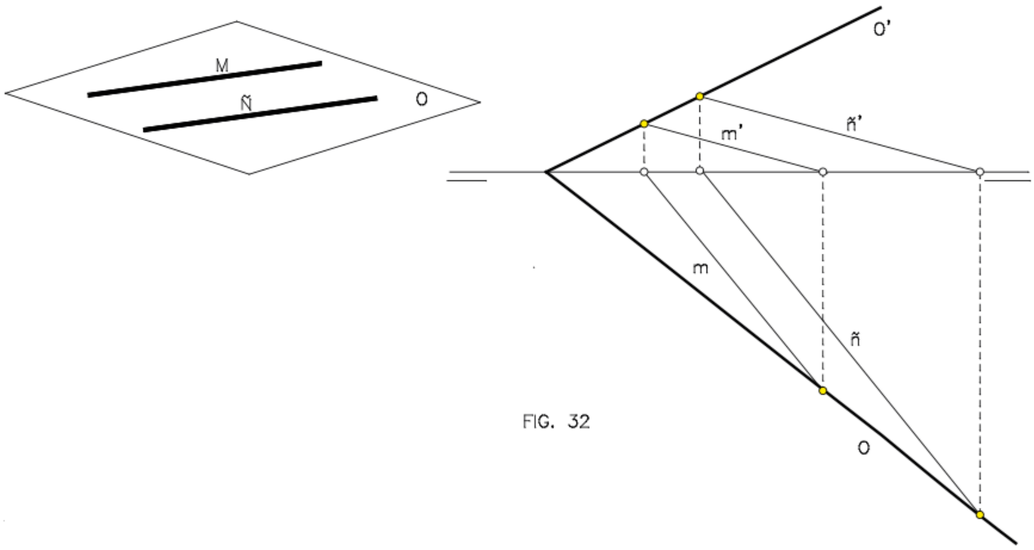


FIG. 32

Determinación de un plano por 2 rectas paralelas.

Tipos de planos.

En base a la posición de los planos dibujados respecto del sistema de referencia, se pueden tipificar los siguientes grupos y subgrupos:

1. PLANOS OBLICUOS A LOS PLANOS DE PROYECCIÓN

Los que no son paralelos ni perpendiculares a los planos de referencia del sistema. Presentan sus**trazas oblicuas respecto de la línea de tierra**. Fig.33.

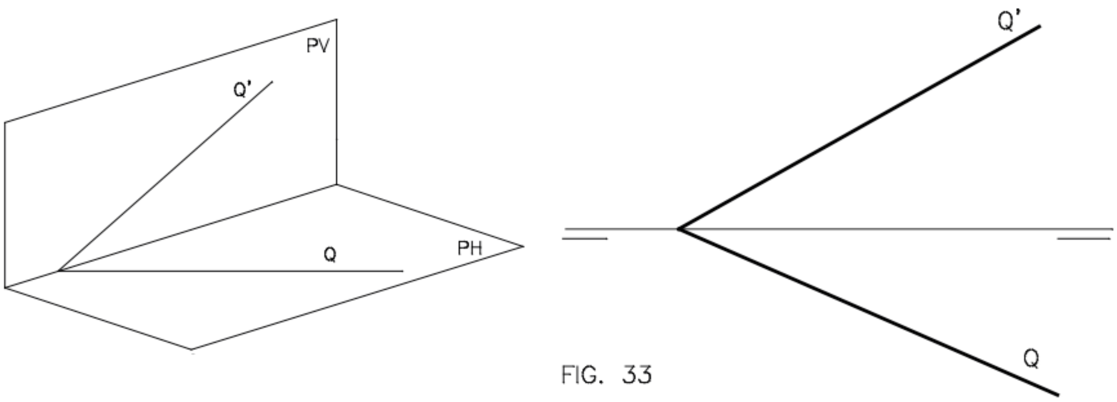


FIG. 33

Plano oblicuo a los planos de proyección.

2. PLANOS PERPENDICULARES A LOS PLANOS DE PROYECCIÓN

Son **perpendiculares a alguno de los planos de proyección o a ambos**, se utilizan frecuentemente como planos auxiliares. Hay tres tipos:

PLANO PROYECTANTE HORIZONTAL.

Es **perpendicular al plano horizontal de proyección**. Su traza vertical es perpendicular a la línea de tierra. Se denomina Proyectante Horizontal pues las proyecciones horizontales de todos los elementos contenidos en él coinciden en la traza horizontal de dicho plano. Fig.34

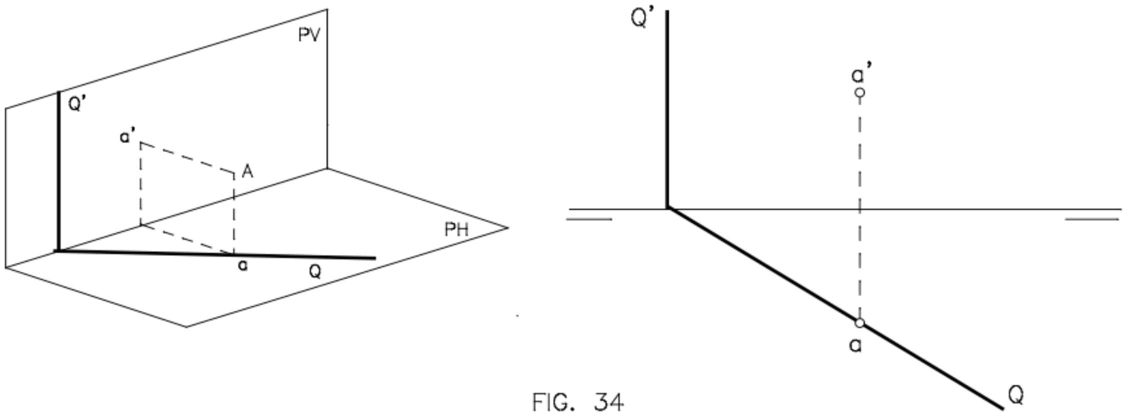


FIG. 34

Plano proyectante horizontal.

PLANO PROYECTANTE VERTICAL.

Es **perpendicular al plano vertical de proyección**. Su traza horizontal es perpendicular a la línea de tierra. Se denomina Proyectante Vertical pues las proyecciones verticales de todos los elementos contenidos en él coinciden en la traza vertical de dicho plano. Fig.35

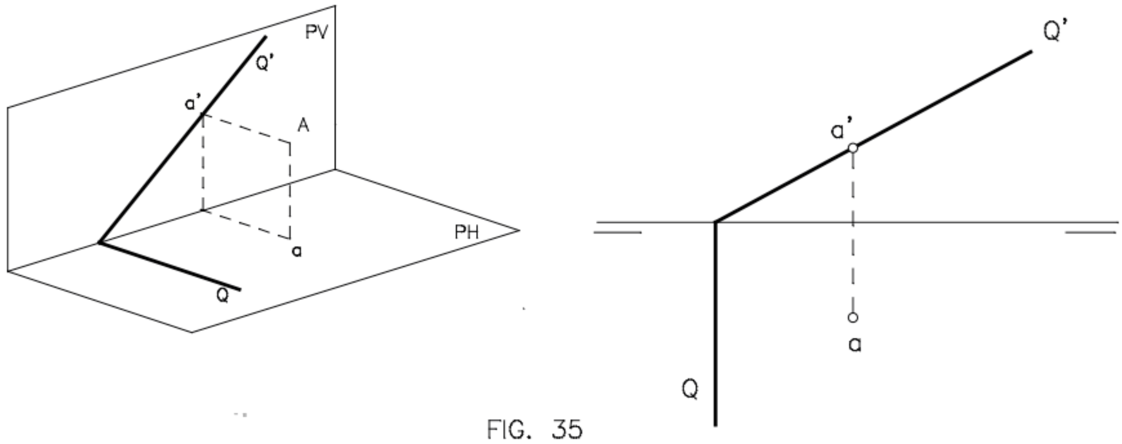


FIG. 35

Plano proyectante vertical.

PLANO DE PERFIL.

Son **perpendiculares al plano vertical y horizontal de proyección**. Sus trazas se presentan normales a la línea de tierra. Las proyecciones de los elementos en ellos contenidos, coinciden con sus trazas por lo que, y con objeto de obtener una proyección más representativa de sus elementos, abatimos este plano sobre el vertical de proyección presentándose de este modo en verdadera magnitud y forma. En la figura 40, abatimos un plano de perfil y apreciamos de este modo la ubicación de los puntos A y B en él contenidos. Fig.36

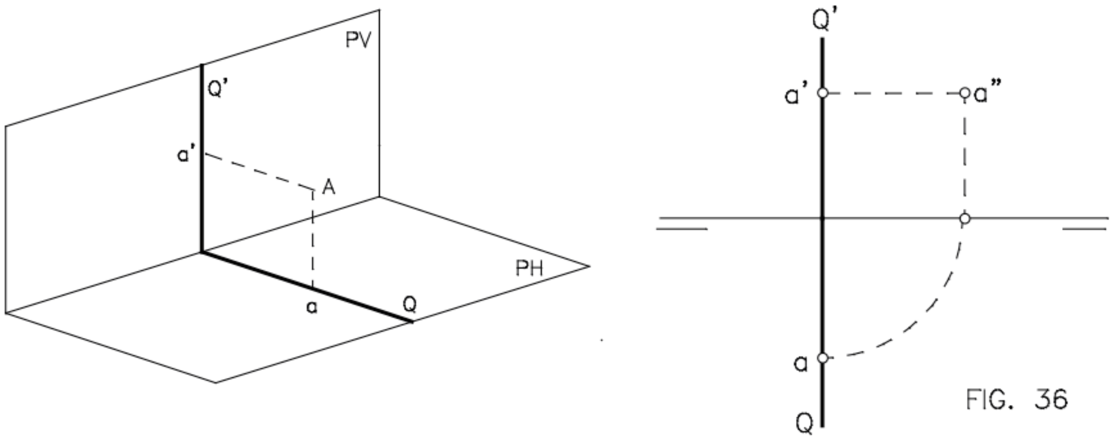


FIG. 36

Plano de perfil

3. PLANOS PARALELOS A LOS PLANOS DE PROYECCIÓN.

Son **paralelos a alguno de los planos de proyección**, hay dos tipos:

PLANO HORIZONTAL.

Paralelo al horizontal de proyección. Su traza vertical es paralela a la línea de tierra y contiene las proyecciones verticales de los elementos contenidos en él. Por ser paralelo al plano horizontal no tiene traza horizontal. Fig. 37.

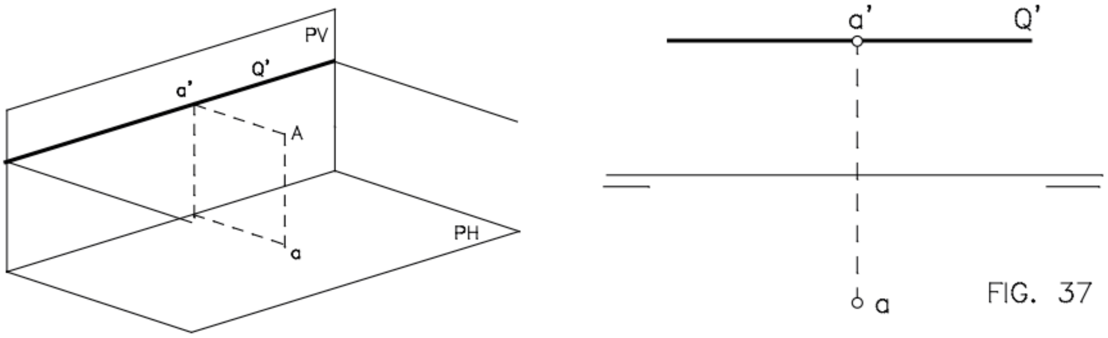


FIG. 37

Plano Horizontal.

PLANO FRONTAL.

Paralelo al vertical de proyección. Su traza horizontal es paralela a la línea de tierra y contiene las proyecciones horizontales de los elementos contenidos en él. Por ser paralelo al plano vertical no tiene traza vertical. Fig. 38.

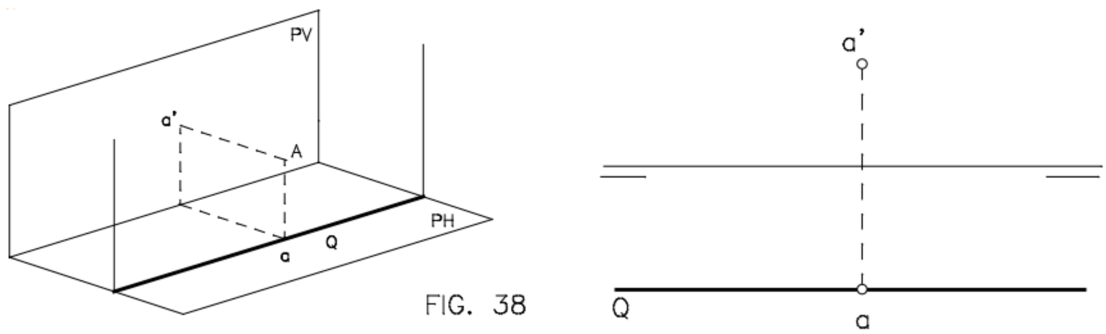


FIG. 38

Plano Frontal.

4. PARALELOS A LA LÍNEA DE TIERRA.

Presentan sus trazas vertical y horizontal paralelas a la línea de tierra. En la figura se traza un punto A perteneciente al plano, auxiliándonos de una recta R del plano. Fig. 39.

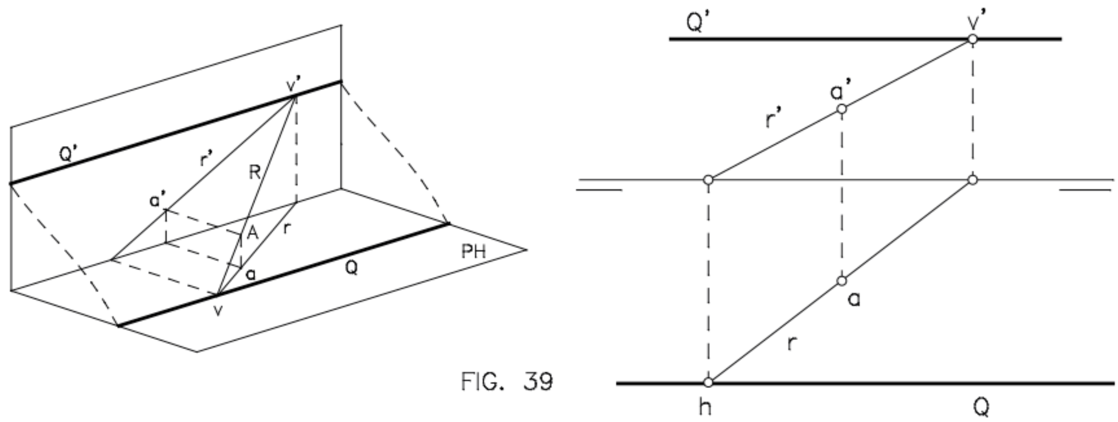


FIG. 39

Plano paralelo a la línea de tierra.

5. PLANOS QUE PASAN POR LT

Su intersección con los planos de referencia es la propia línea de tierra por lo que sus trazas no son representativas. Para representarlos se trazan las proyecciones de uno de sus puntos y se dibujan dos trazos por debajo de la línea de tierra, entorno a la recta de perfil que pasa por dicho punto. En la figura, se ha abatido la recta de perfil antedicha obteniéndose de este modo una idea clara de la ubicación relativa del plano. Obsérvese que esta recta es normal y corta a LT. Fig. 40.

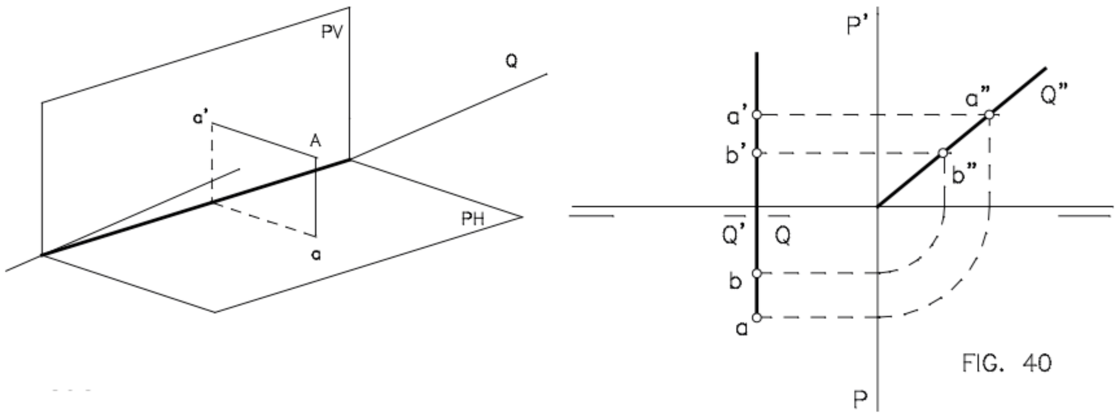


FIG. 40

Planos que pasan por LT.

6. PLANOS PERPENDICULARES A LOS PLANOS BISECTORES.

PLANO PERPENDICULAR AL PRIMER BISECTOR.

Calculamos la traza de perfil del plano bisector (coincidente con r") y le trazamos una perpendicular en cualquiera de sus puntos (a"), quedando así determinada la traza de perfil Q" del plano buscado. Deshacemos el abatimiento del plano de perfil P y obtenemos Q y Q'. R es la recta intersección del bisector y el plano Q trazado, contiene al punto A equidistante a los planos de proyección y a X punto perteneciente a LT.

Son infinitos los planos normales al primer bisector, la única condición es que muestren sus trazas sobre un tercer plano de perfil, normales entre sí, las trazas vertical y horizontal del plano trazado, forman en cualquier caso idénticos ángulos con la línea de tierra. El trazado Q pasa además por X y A. Fig. 41. Un caso particular de plano normal a los bisectores es el plano de perfil, perpendicular a ambos bisectores y a los propios de proyección.

PLANO PERPENDICULAR AL SEGUNDO BISECTOR.

Los ángulos que forman sus trazas con LT son idénticos pero en sentido contrario.

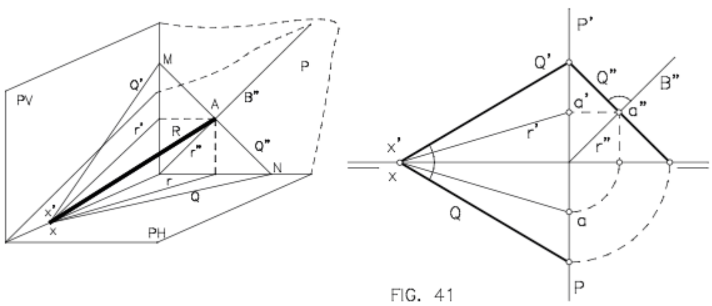


FIG. 41

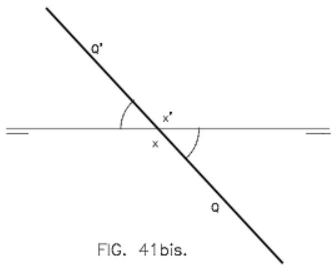


FIG. 41bis.

Planos perpendiculares a los planos bisectores.

Rectas particulares del plano.

RECTAS HORIZONTALES DEL PLANO.

Son rectas horizontales y pertenecientes al plano. Fig 42

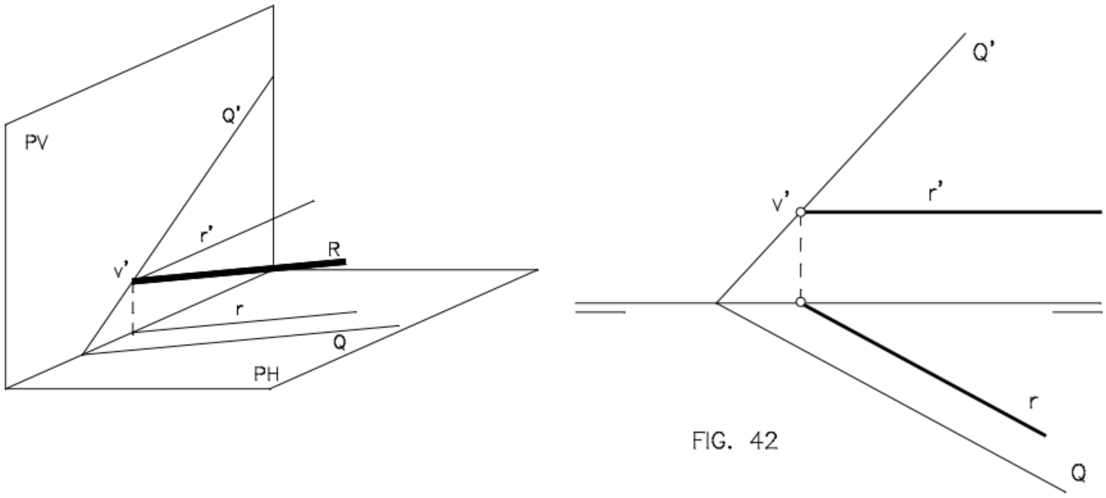


FIG. 42

Rectas horizontales del plano.

RECTAS FRONTALES DEL PLANO.

Son rectas frontales y pertenecientes al plano. Fig 43

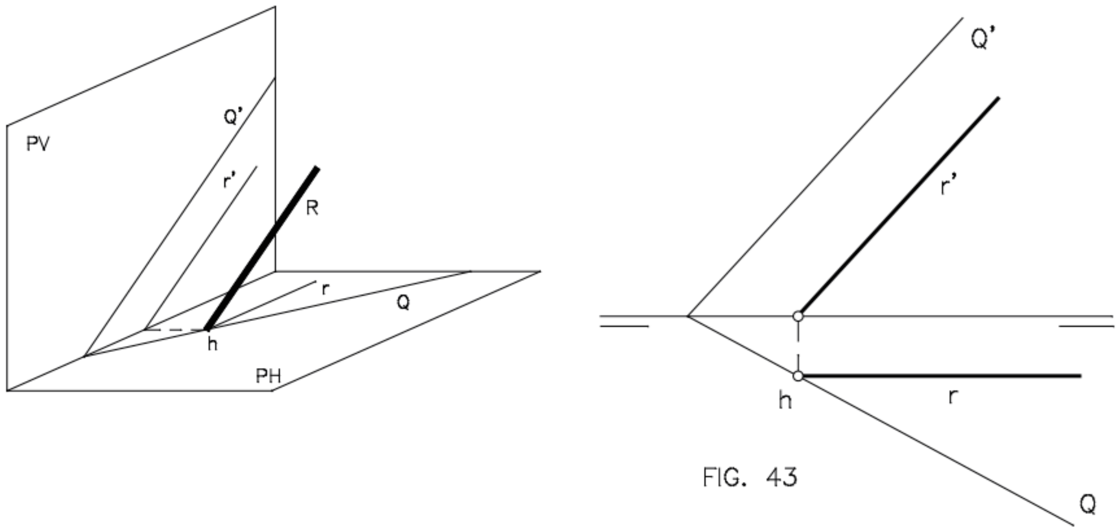


FIG. 43

Rectas frontales del plano.

RECTAS DE MÁXIMA PENDIENTE E INCLINACIÓN DEL PLANO.

Definen la dirección de máxima pendiente o inclinación de un plano, según se mida con el plano horizontal o vertical de proyección respectivamente.

RECTA DE MÁXIMA PENDIENTE.

Es la dirección R por donde discurriría una gota de agua en un plano cualquiera Q, si hiciéramos coincidir el plano horizontal de proyección con el suelo. Será por tanto la recta del plano que forme mayor ángulo con el plano horizontal de proyección. En S.D.O. muestra esta recta R su proyección horizontal, r, perpendicular a la traza horizontal del plano. Naturalmente, esta recta está contenida en el plano Q, y por tanto sus trazas coincidentes con las homólogas de dicho plano. Fig.44

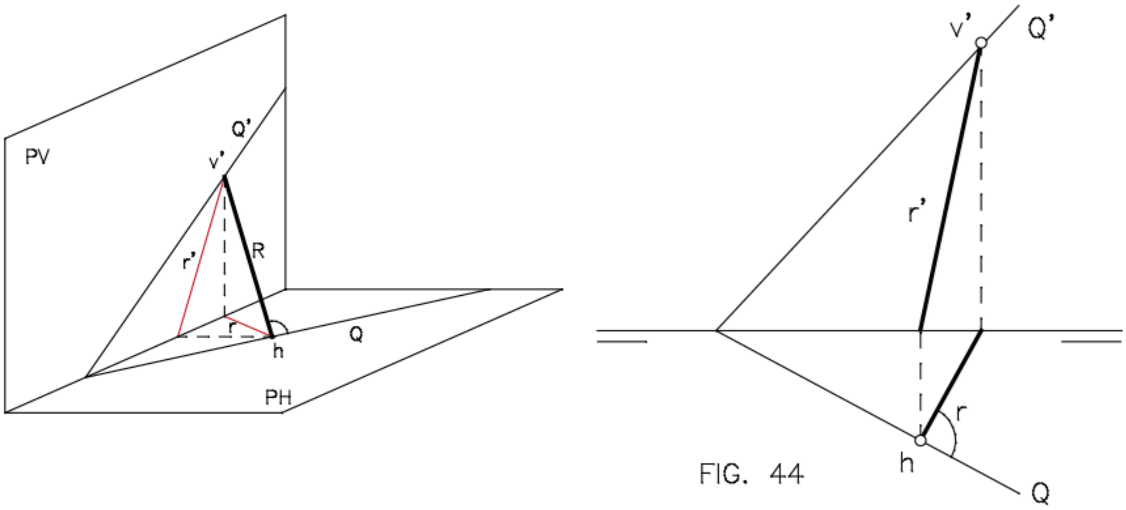


FIG. 44

Recta de máxima pendiente.

RECTA DE MÁXIMA INCLINACIÓN.

Es la dirección T por donde discurriría una gota de agua en un plano cualquiera P, si hiciéramos coincidir el plano vertical de proyección con el suelo. En S.D.O. muestra esta recta T su proyección vertical, t', perpendicular a la traza vertical del plano. Naturalmente, esta recta está contenida en el plano P y por tanto sus trazas coincidentes con las homólogas de dicho plano. Fig. 45.

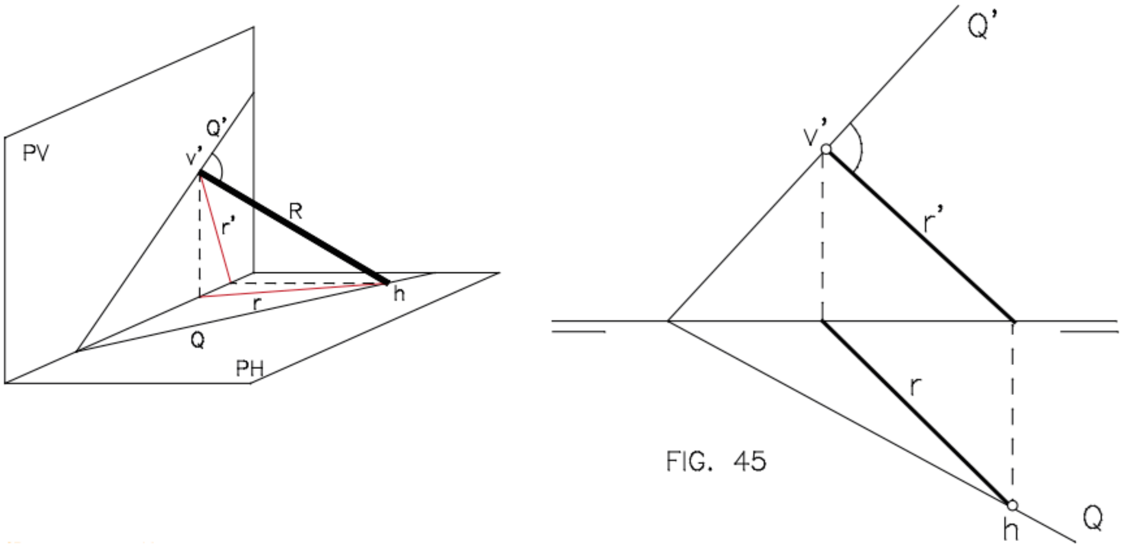
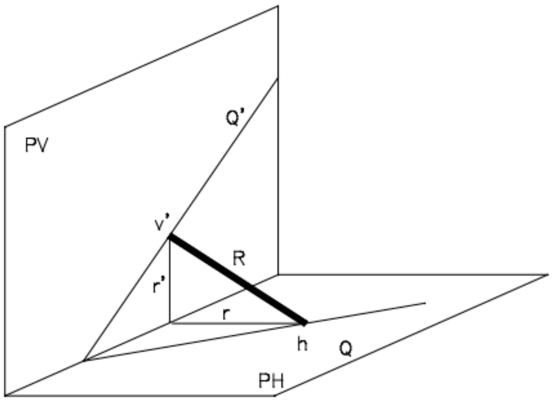


FIG. 45

Recta de máxima inclinación.

RECTAS DE PERFIL DE UN PLANO.

Las trazas de una recta de perfil R contenida en un plano Q coinciden con las trazas del plano, para conocer la ubicación de la recta con relación a los planos de referencia, abatimos en el plano vertical su proyección sobre un plano de perfil auxiliar P. Fig 46.



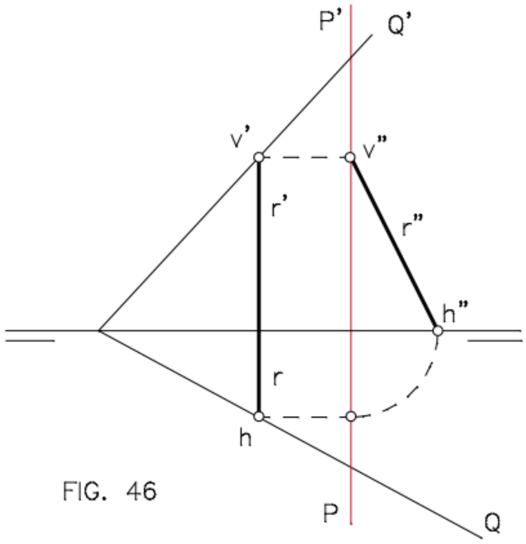


FIG. 46

Recta de perfil.

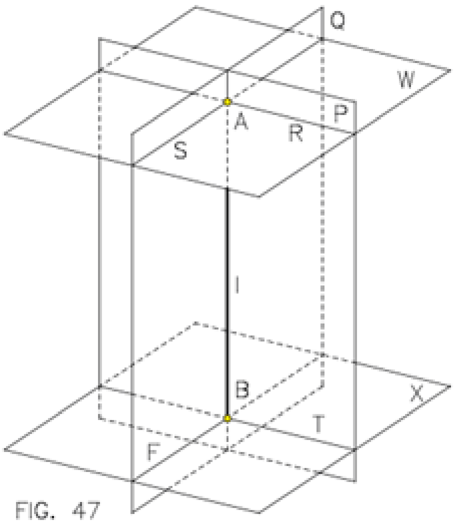
.

Sistema diédrico. Intersecciones

Todos los Sistemas de representación gráfica basan sus principios en las intersecciones de los rayos proyectantes que contienen a los puntos a representar, con los planos de proyección. Los propios sistemas de referencia, están formados a partir de la intersección de planos formando diedros o triedros con sus respectivas intersecciones que no son sino la línea de tierra en SDO o los ejes de coordenadas en el Sistema Axonométrico. Estudiaremos a continuación las intersecciones entre diversos elementos en SDO.

Intersección de rectas.

Dos rectas que se cortan muestran las proyecciones de su punto de corte alineadas.



Intersección de planos

Intersección de planos.

La intersección de dos planos P y Q, genera una recta I. El método general para calcular la intersección entre dos planos P y Q consiste en calcular las rectas intersección R, S, T y F de estos con otros dos auxiliares W y X de fácil trazado. Unimos seguidamente los puntos de intersección A y B de las rectas intersección pertenecientes a un mismo plano auxiliar y obtenemos de este modo la recta intersección I buscada. Fig. 47

INTERSECCIÓN DE DOS PLANOS OBLICUOS.

Dados dos planos oblicuos P y Q, aplicaremos el método general comentado siendo en este caso los planos auxiliares a tomar X y W los de proyección vertical y horizontal y las rectas intersección de los auxiliares con los planos dados sus trazas correspondientes.

Así pues, la intersección de las trazas homónimas o correspondientes al plano vertical y la intersección de las trazas horizontales de ambos planos determinarán los puntos A y B anteriormente mencionados y que unidos definen como sabemos a la recta intersección I entre P y Q buscada.

Obsérvese que además, A y B se corresponden con las trazas vertical v’ y horizontal h de la recta en cuestión. Fig. 48

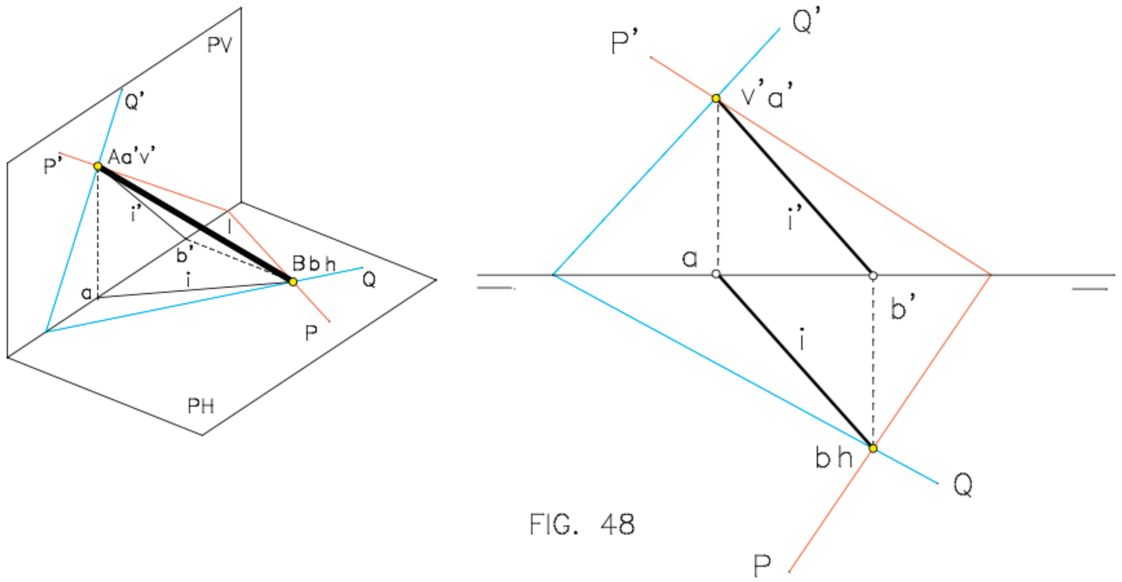


FIG. 48

Intersección de dos planos oblicuos.

INTERSECCIÓN DE PLANO OBLICUO P CON PLANO HORIZONTAL Q.

La recta intersección resultante ha de pertenecer al plano horizontal Q dado luego será horizontal. También ha de pertenecer al plano oblicuo P por lo que será una horizontal de P. Como sabemos, los planos y las rectas horizontales no presentan traza horizontal pues son paralelos al plano horizontal de proyección.

Empleamos el mismo método que en el ejercicio anterior y obtenemos la traza vertical v' de la recta solución en la intersección de P' y Q', no podemos sin embargo operar de igual modo para calcular la traza horizontal de la recta horizontal solución pues Q no presenta traza horizontal pero sabemos que la recta horizontal, por pertenecer a P tiene que ser paralela a la traza horizontal de éste. Trazamos por tanto una recta horizontal de P que pase por v'. La proyección vertical de I, i' coincidirá con la traza vertical de Q, Q' pues éste es proyectante vertical. Fig. 49.

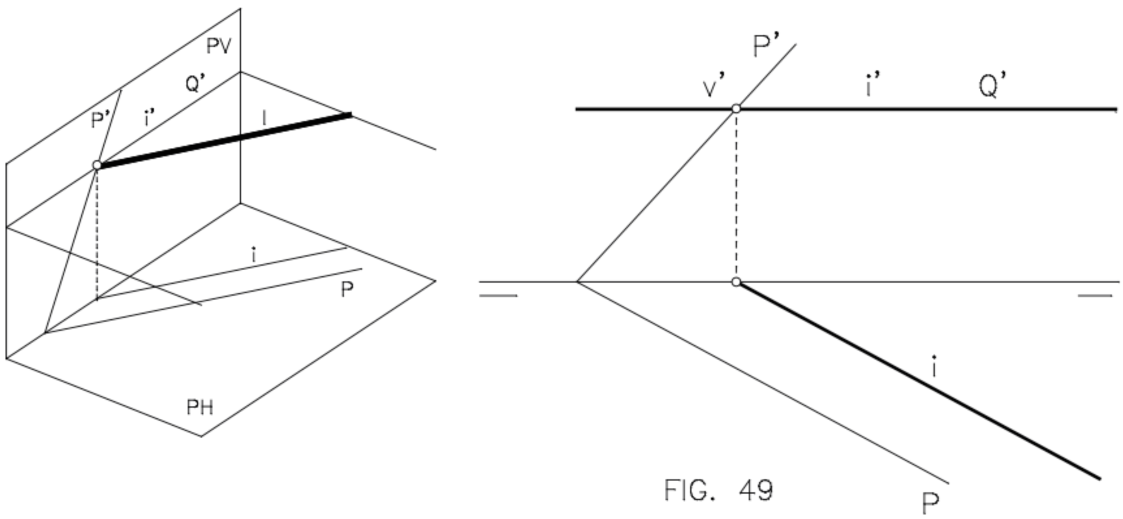
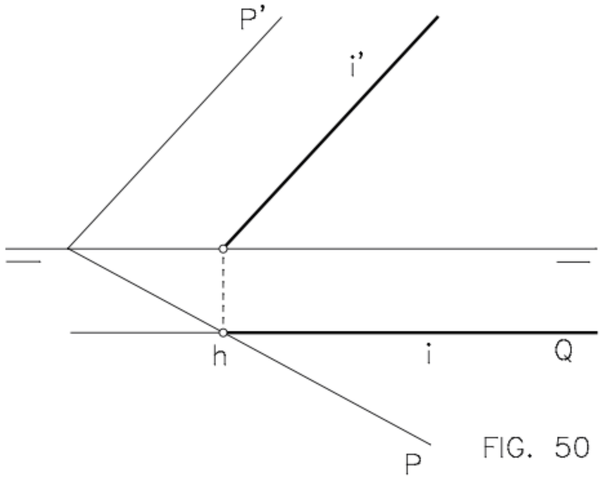


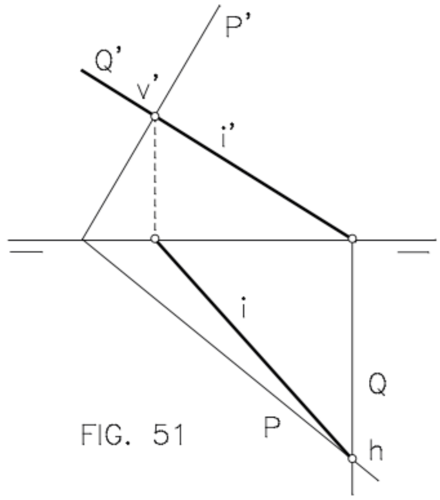
FIG. 49

Intersección de plano oblicuo p con plano horizontal Q.

INTERSECCIÓN DE PLANO OBLICUO P, CON PLANO FRONTAL Q.

Este caso es idéntico al anterior, está resuelto en la Figura 50.





Intersección de plano oblicuo con plano frontal y con plano proyectante vertical.

INTERSECCIÓN DE UN PLANO OBLICUO P CON UN PLANO PROYECTANTE VERTICAL Q.

El trazado es idéntico al empleado para calcular la intersección entre dos planos oblicuos. Observaremos que la proyección vertical de I, i', coincide con la traza vertical de Q por ser éste un plano proyectante vertical. Fig. 51

INTERSECCIÓN DE PLANO OBLICUO CON PLANO PROYECTANTE HORIZONTAL.

Esta intersección es similar a la anterior, resultando coincidentes en proyección diédrica la proyección horizontal i y la traza horizontal de Q, por ser este plano proyectante horizontal. Fig.52.

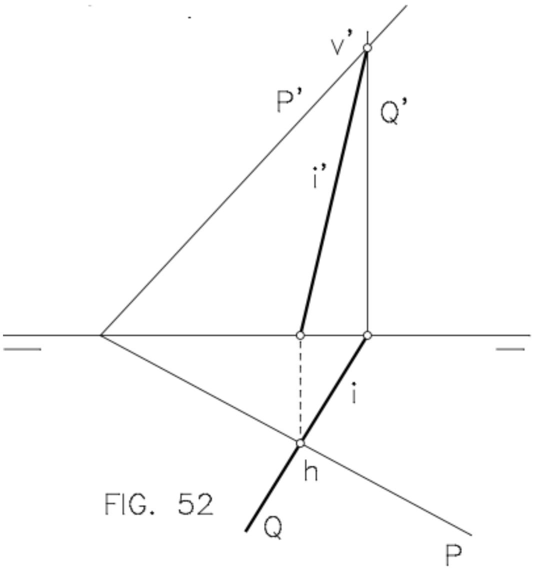


FIG. 52

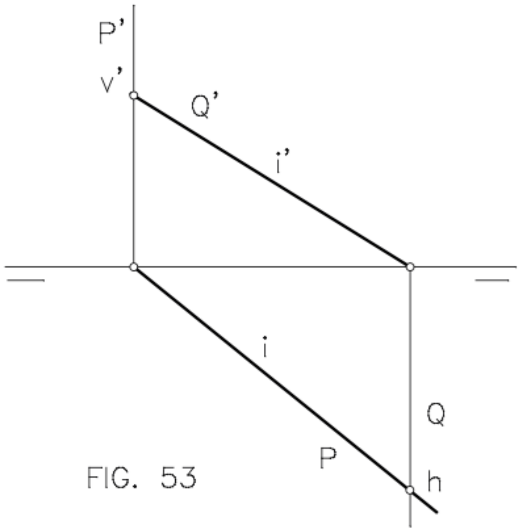


FIG. 53

Intersección de plano oblicuo con plano proyectante horizontal e intersección de proyectante horizontal y vertical entre sí.

INTERSECCIÓN DE PLANOS PROYECTANTES ENTRE SÍ.

INTERSECCIÓN DE PLANOS PROYECTANTES HORIZONTAL Y VERTICAL.

Se emplea el método general estudiado. Donde se cortan las trazas homólogas de los planos, tenemos las trazas de la recta intersección. Las proyecciones de la recta son coincidentes en este caso con las trazas de los planos por ser éstos proyectantes. Fig.53

INTERSECCIÓN DE PROYECTANTES VERTICALES ENTRE SÍ.

La traza vertical de la recta v' está en la intersección de las trazas verticales de los planos. La recta resultante será de punta siendo su proyección horizontal i perpendicular a la línea de tierra. La proyección vertical i' coincide con v'. Fig. 54

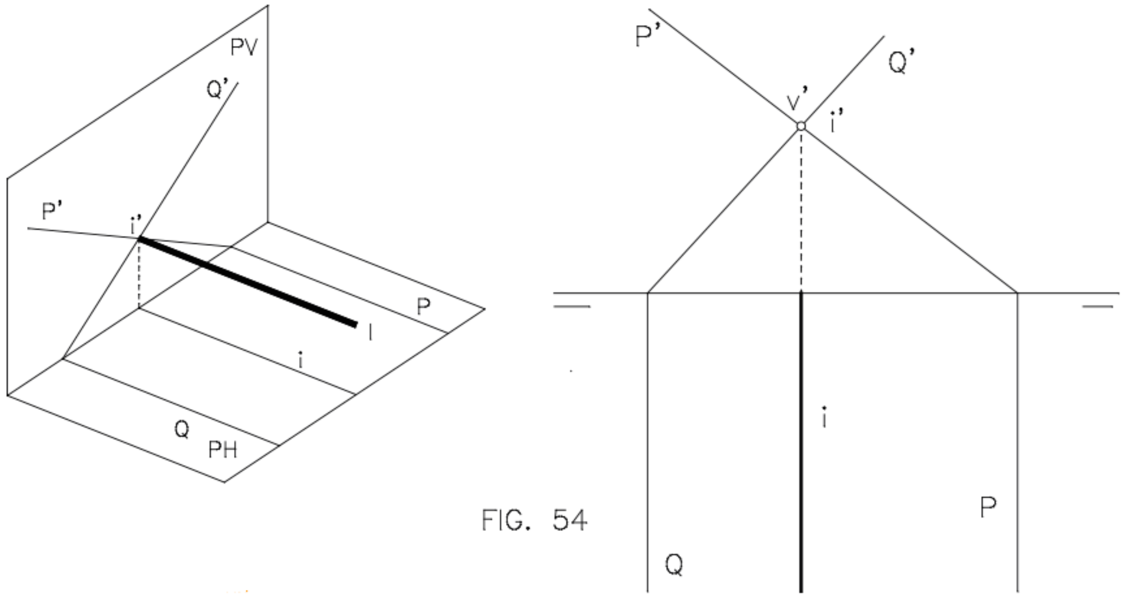


FIG. 54

Intersección de proyectantes verticales entre sí.

INTERSECCIÓN DE PROYECTANTES HORIZONTALES ENTRE SÍ.

Este caso es similar al anterior. La proyección vertical de la recta será perpendicular ahora a la línea de tierra por ser I una recta vertical y su proyección horizontal será un punto coincidente con la traza horizontal h por esta misma razón. Fig.55

INTERSECCIÓN DE UN PLANO OBLICUO CON UNO PARALELO A LT.

Se procede según el método habitual y obtenemos v' y h, trazas de la recta buscada. Fig.56

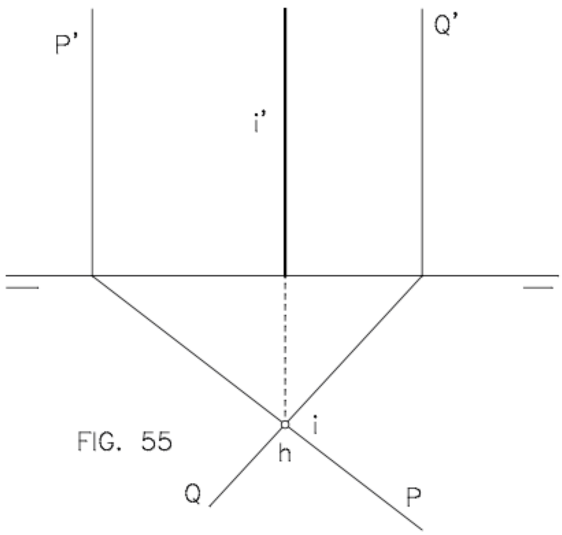


FIG. 55

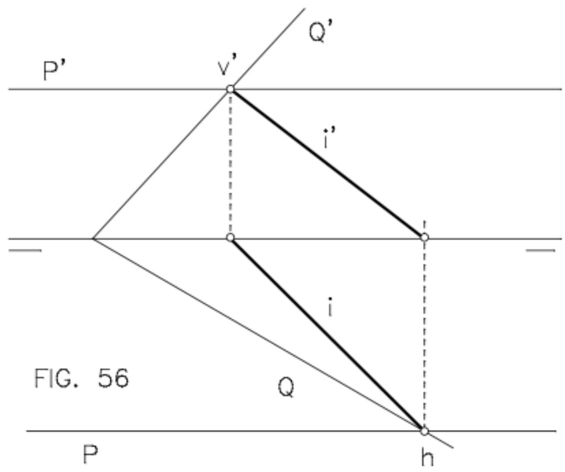


FIG. 56

Intersección de proyectantes horizontales entre sí. Intersección de plano oblicuo con paralelo a la línea de tierra.

INTERSECCIÓN DE PLANOS PARALELOS A LT.

La intersección resultante será una recta paralela a la línea de tierra. No se puede proceder del modo habitual pues las trazas homónimas de los planos son paralelas entre sí. Podemos resolver este ejercicio por dos métodos:

1. AUXILIÁNDONOS CON UN PLANO OBLICUO.

Si trazamos un tercer plano oblicuo O y calculamos su intersección con los planos P y Q dados, obtenemos dos rectas intersección r y s una con cada plano, estas se cortarán en X punto por el que pasa la recta I que como sabemos a de ser paralela a LT. Fig. 57

2. MEDIANTE UN PLANO DE PERFIL.

Trazamos un plano de perfil O y abatimos las trazas con este Q” y P” sobre el plano vertical, ambas se cortarán en el punto X representado por su tercera proyección x” y que estará contenido en la recta solución. Obtenemos las proyecciones x y x’ del punto X y pasamos por ellas las proyecciones i’ y i de la recta solución, paralelas a LT. Fig. 58

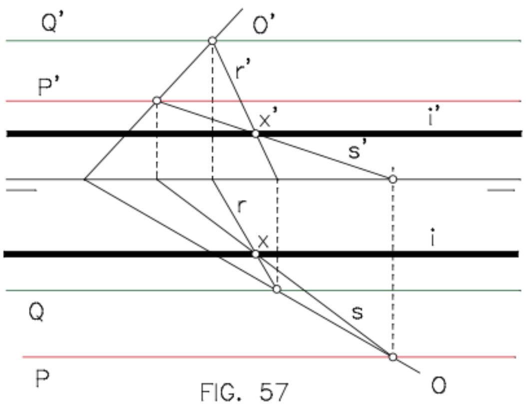


FIG. 57

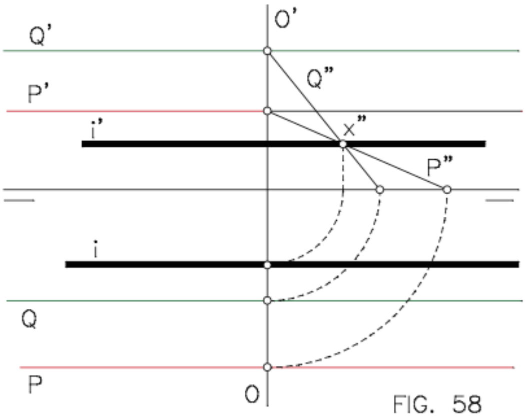


FIG. 58

Intersección de planos paralelos a la línea de tierra.

INTERSECCIÓN DE UN PLANO CON LOS PLANOS BISECTORES.

Por tener los planos bisectores sus trazas confundidas con LT, no podemos proceder según el método habitual. Sabemos que todos los puntos pertenecientes a un bisector equidistan de los planos de proyección, es decir, tienen igual cota que alejamiento.

Para resolver este problema dibujaremos las proyecciones de un punto A perteneciente al plano bisector Q, primer bisector en el ejemplo y al propio plano P dado auxiliándonos de una recta del plano, en el ejemplo horizontal. A es un punto de la recta intersección solución pues pertenece a ambos planos (pertenece a P por estar situado en una recta horizontal del plano P y al bisector por tener igual cota que alejamiento), calculamos otro punto B por el mismo procedimiento quedando determinada la recta. Para mayor simplicidad, el punto B tomado es el de concurrencia sobre la línea de tierra de las trazas del plano P. B pertenece a P y al bisector. Fig. 59.

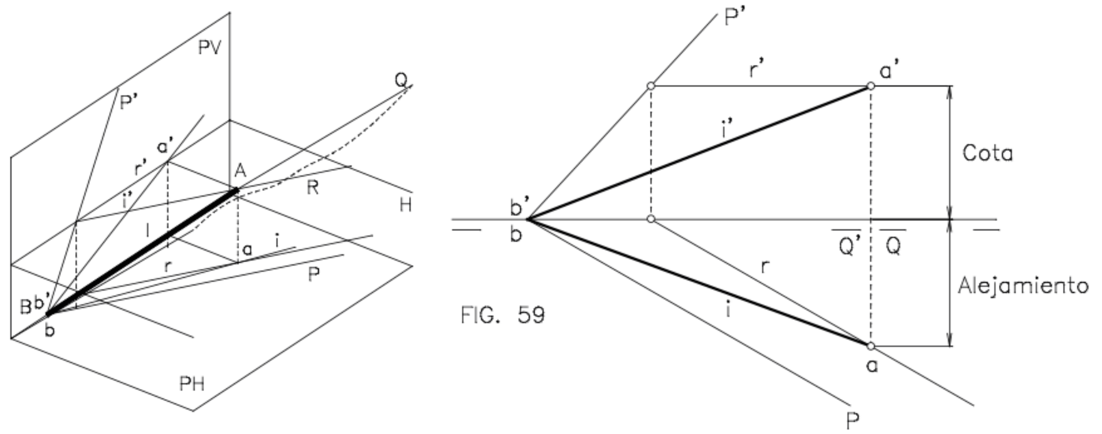


FIG. 59

Intersección de un plano oblicuo con un plano plano bisector.

INTERSECCIÓN DE PLANOS CUANDO SUS TRAZAS SE CORTAN FUERA DE LOS LÍMITES DEL DIBUJO.

Las trazas, rectas intersección de los planos dados con los planos de proyección, se cortan fuera de los límites del dibujo de modo que no podemos operar como viene siendo habitual. Para resolver el problema empleamos el método general expuesto al comienzo del tema de intersecciones, tomando como auxiliares planos que no sean los de proyección como hasta ahora sino otros de sencillo trazado, generalmente horizontales o frontales. Pueden darse tres casos generales:

1. INTERSECCIÓN DE PLANOS CUANDO SUS TRAZAS VERTICALES SE CORTAN FUERA DE LOS LÍMITES DEL DIBUJO.

Tomamos como plano auxiliar un plano horizontal O, este corta a los dos dados P y Q en las rectas R y S siendo la intersección de ambas entre sí el punto A. Las trazas horizontales de los planos dados se cortan en el punto H. Uniendo los puntos H y A obtenemos la recta intersección buscada I. Fig. 60 En la figura 61, se resuelve el problema en sistema diédrico, las rectas R y S por pertenecer al plano horizontal O, son rectas horizontales de los planos Q y P respectivamente. La recta definida por las proyecciones de los puntos H y A (a', a y h', h) es la recta solución.

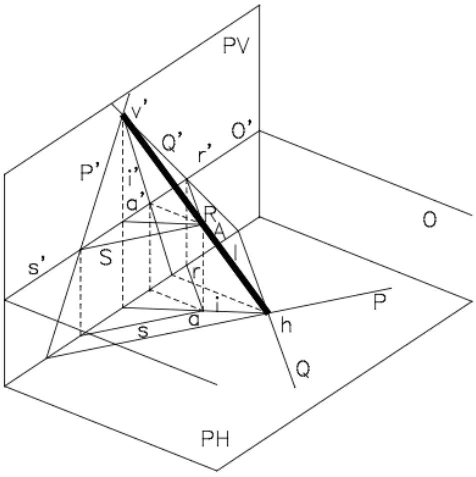


FIG. 60

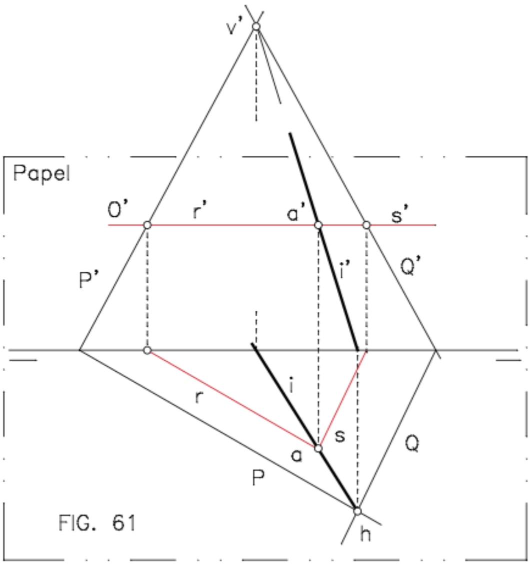


FIG. 61

Intersección de planos cuando sus trazas verticales se cortan fuera de los límites del dibujo.

2. INTERSECCIÓN DE PLANOS CUANDO SUS TRAZAS HORIZONTALES SE CORTAN FUERA DE LOS LÍMITES DEL DIBUJO.

El ejercicio se resuelve en la figura 62 de igual modo que en el ejercicio precedente. Tomamos como plano auxiliar en este caso un plano frontal.

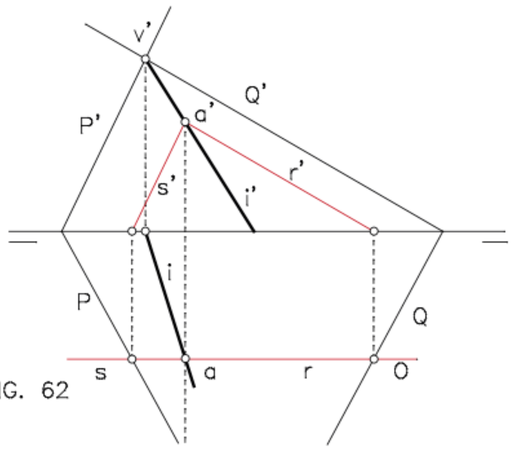


FIG. 62

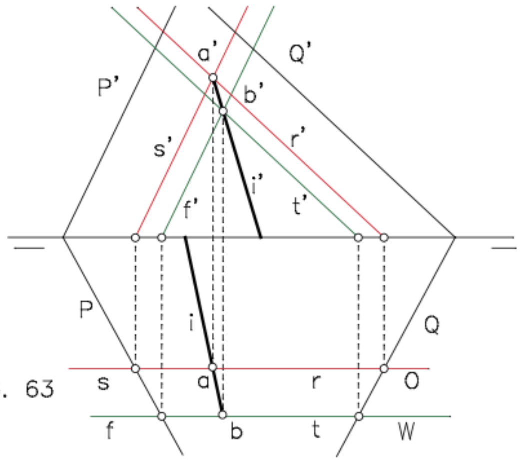


FIG. 63

Intersección de planos cuando sus trazas horizontales se cortan fuera de los límites del dibujo, y cuando tanto trazas verticales como horizontales se cortan fuera de los límites del dibujo.

3. INTERSECCIÓN DE PLANOS CUANDO SUS TRAZAS HORIZONTALES Y VERTICALES SE CORTAN FUERA DE LOS LÍMITES DEL DIBUJO.

En este caso tomamos dos planos auxiliares que en el ejercicio de la figura 63 son frontales, estos generan con los planos dados P y Q dos rectas intersección cada uno, el plano O genera con los planos Q y P las rectas frontales R y S que se cortan en el punto A. El plano

W genera con los planos Q y P dados las rectas frontales F y T que se cortan en el punto B. Uniendo las proyecciones diédricas homónimas de los puntos A y B obtenemos las proyecciones i' e i de la recta I intersección de P y Q buscada. Fig 63.

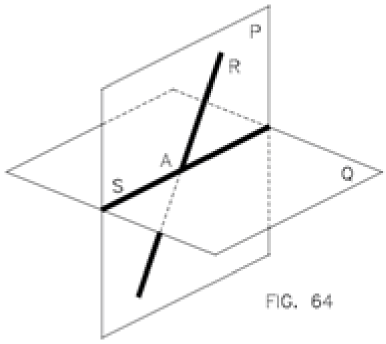


FIG. 64

Intersección recta-plano

Intersección recta plano

INTERSECCIÓN DE UNA RECTA CON UN PLANO OBLICUO.

La intersección de una recta R y un plano Q es un punto A. Para saber dónde está situado este punto A, hacemos pasar por R, un plano cualquiera P auxiliar, generalmente proyectante y calculamos la intersección S de éste con el plano dado. El punto de corte de las rectas S obtenida y R dada, será el punto buscado. Fig. 64. Por ser el plano auxiliar tomado proyectante horizontal, las proyecciones horizontales de las rectas R dada, S intersección de los planos Q dado y auxiliar y el punto de intersección I, están contenidas en su traza horizontal P. Fig. 65

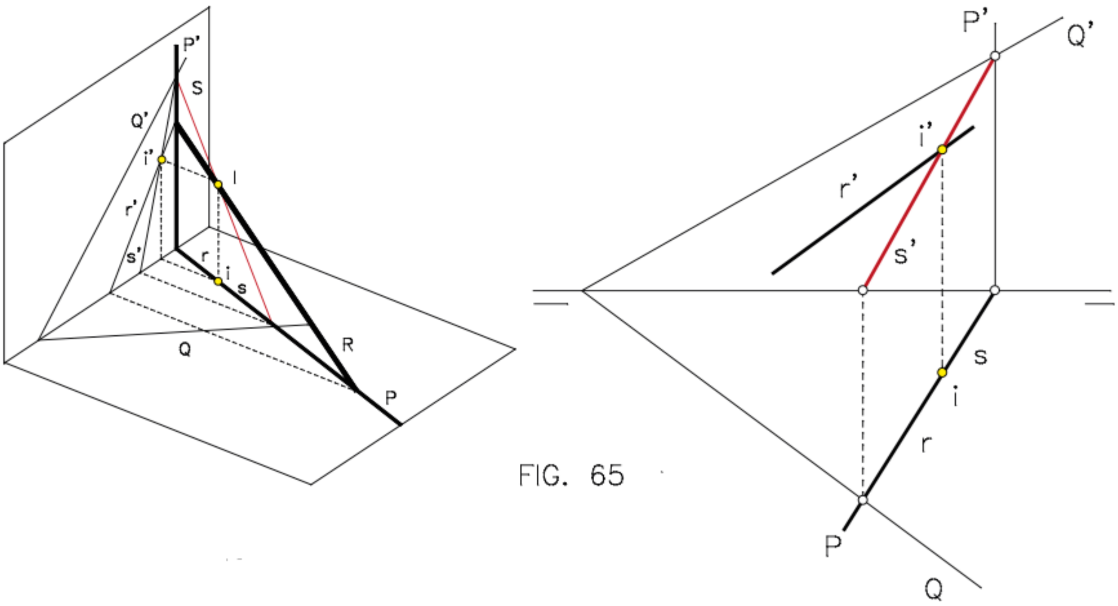


FIG. 65

Intersección de una recta con un plano oblicuo.

INTERSECCIÓN RECTA CON PLANO QUE PASA POR LT.

Dado el plano Q definido por el punto A en él contenido, para determinar su intersección con la recta R, trazamos un plano auxiliar F frontal que pase por A y uno proyectante horizontal P que contenga a R. El plano frontal F se corta con el plano Q dado generando la recta G frontal y con el plano P auxiliar la recta T vertical, ambas rectas pertenecen al plano frontal F y se cortan en el punto B. Uniendo el punto B hallado con el punto O perteneciente a los planos Q y P obtenemos la recta S perteneciente al plano P auxiliar y a Q dado. La recta S hallada, intersección de los planos Q y P y la recta R dada son coplanarias, ambas pertenecen al plano auxiliar P y se cortan en el punto X, punto de intersección buscado entre la recta R y el plano Q. Fig. 66.

El método para calcular puntos de intersección entre una recta y un plano consiste, como hemos visto, en hacer pasar por la recta un plano auxiliar que genere una intersección (recta) rápida sobre el plano dado, el punto de corte entre la intersección obtenida y la recta dada es el punto de intersección de la recta y el plano. Este ejercicio se resuelve de idéntico modo que el ejercicio anterior, siendo P el plano auxiliar y S la recta intersección obtenida. Su trazado se complica pues el plano dado pasa por la línea de tierra teniendo por tanto sus trazas coincidentes con esta, es por esto por lo que y para calcular la recta intersección S entre P y Q, tenemos que tomar el plano auxiliar frontal F y un punto O de la línea de tierra perteneciente a P. (Véase *intersección de un plano con el primer bisector* en este mismo tema).

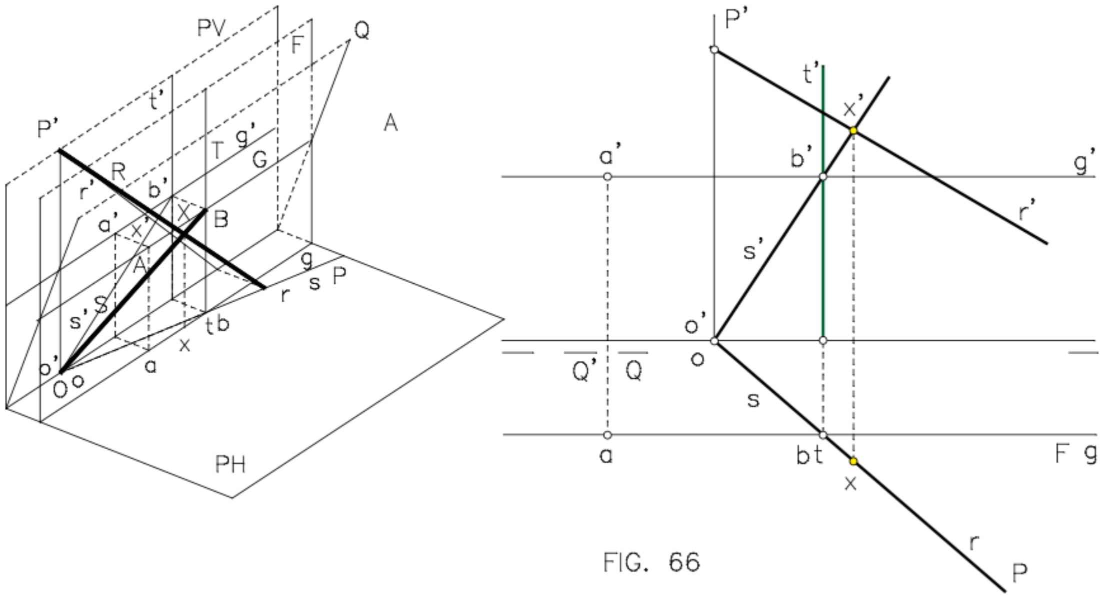


FIG. 66

Intersección recta con plano que pasa por LT.

Intersección de tres planos.

La intersección de tres planos es un punto cuando los planos no son paralelos entre sí, un ejemplo lo es el propio ángulo triedro (ángulo formado por tres planos) formado entre los planos vertical, horizontal y de perfil del sistema diédrico, se generan tres rectas de intersección que concurren en un mismo punto, vértice del ángulo. **Para calcular el punto de intersección de tres planos dados calculamos la recta intersección entre dos de ellos y seguidamente el punto de intersección de la recta así obtenida con el tercer plano.** En el ejercicio de la figura 67, se calcula la intersección de tres planos dados P oblicuo, T paralelo a la línea de tierra y Q proyectante vertical. Para ello calculamos la recta R intersección entre los planos P y T. Auxiliándonos de un cuarto plano proyectante horizontal O, que contiene a R y genera la recta intersección S sobre Q, calculamos el punto de intersección A entre R y Q.

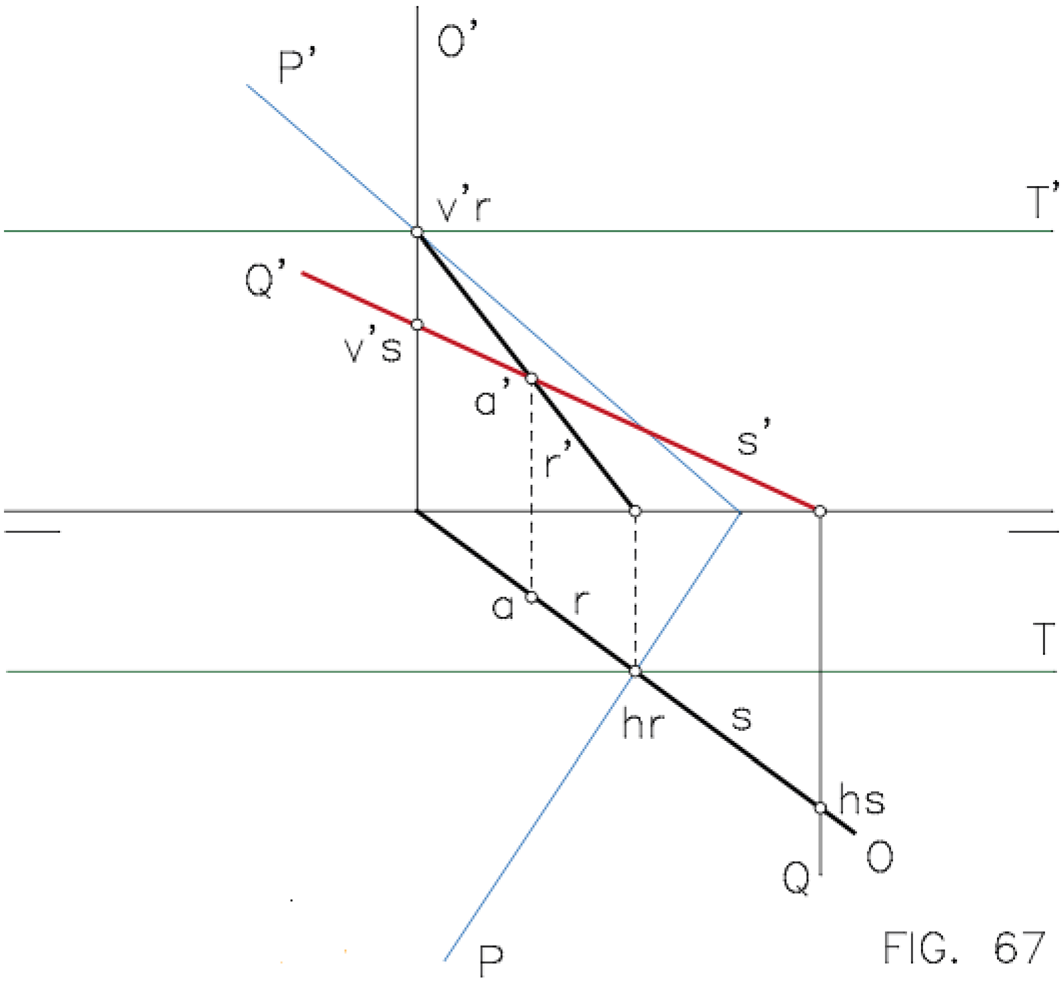


FIG. 67

Intersección de tres planos.

Sistema diédrico. Paralelismo

Dos rectas o dos planos son paralelos cuando no se cortan nunca, lo hacen en el infinito o permanecen equidistantes.

Rectas paralelas.

En sistema diédrico, **dos rectas paralelas presentan sus proyecciones correspondientes también paralelas**. En general y siempre que se trate de proyecciones cilíndricas, dos rectas paralelas siempre presentan sus proyecciones paralelas. El teorema recíproco no tiene por qué ser cierto, dadas dos proyecciones paralelas entre sí, las rectas que las generan no tienen necesariamente que ser paralelas entre sí. Fig. 1

RECTAS OBLICUAS PARALELAS ENTRE SÍ.

Las rectas R y S de la figura 2 son paralelas pues sus proyecciones homónimas lo son.

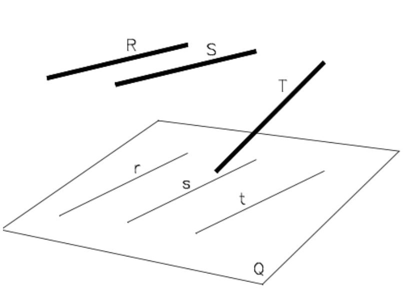
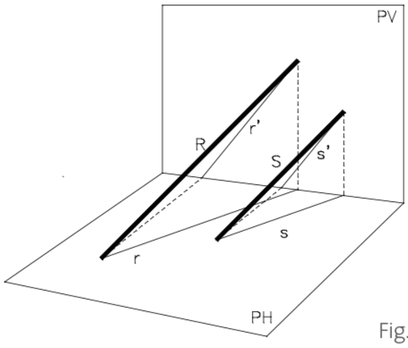


Fig. 1



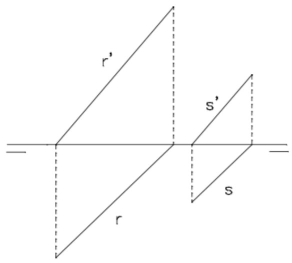


Fig. 2

Paralelismo. Rectas oblicuas paralelas entre sí.

RECTAS DE PERFIL PARALELAS.

Las proyecciones diédricas de las rectas de perfil son siempre paralelas. Para poder comprobar si dos rectas de perfil son paralelas entre sí *tenemos que recurrir a la tercera proyección* o proyección sobre el plano de perfil de ambas. En la figura 3 se aprecia que R y S son efectivamente paralelas entre sí, pues lo son en la tercera proyección.

RECTA PARALELA A OTRA, PASANDO POR UN PUNTO.

Bastará con hacer pasar las proyecciones de la recta S buscada por las proyecciones homónimas del punto A dado, y paralelas a las correspondientes proyecciones de la recta R dada. Fig. 4.

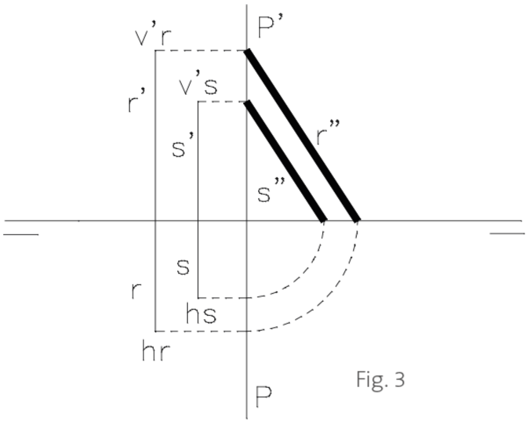


Fig. 3

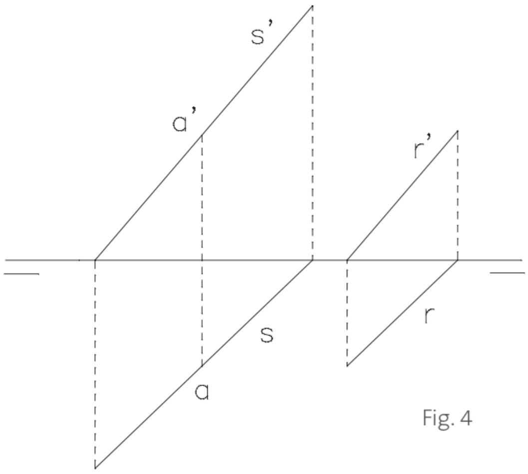


Fig. 4

Rectas de perfil paralelas y recta paralela a otra, pasando por un punto.

Planos paralelos.

En general, la intersección de un tercer plano con otros dos paralelos entre sí, genera trazas paralelas. En sistema diédrico las trazas homónimas de dos planos paralelos entre sí son por tanto paralelas. Fig. 5

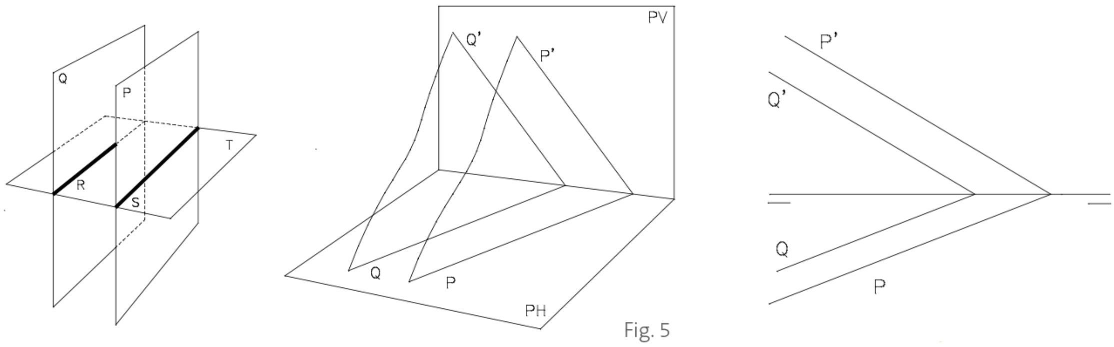


Fig. 5

Planos paralelos.

PLANO PARALELO A OTRO DADO Y PASANDO POR UN PUNTO DEFINIDO.

Para que un plano contenga a un punto, debe contener las trazas correspondientes de una recta que a su vez, contenga al punto.

- En el ejercicio de la figura 6 trazaremos una recta R auxiliar horizontal del plano Q dado por la proyección vertical del punto A dado.
- Por el punto dado A trazamos una recta R_1, paralela a la anteriormente trazada.
- Por la traza vertical de esta nueva recta R_1 trazamos el plano buscado P, de trazas paralelas al plano Q dado.
- El plano P es paralelo a Q y contiene al punto A pues este pertenece a una recta del plano.

Paralelismo entre recta y plano.

El paralelismo no se conserva entre las proyecciones diédricas de una recta y las trazas de un plano que lo sean entre sí**.** En Sistema diédrico, **una recta es paralela a un plano si es paralela a una de las rectas del plano**. Son infinitas las rectas del plano e infinitas las rectas paralelas a una de ellas.

RECTA PARALELA A UN PLANO, PASANDO POR UN PUNTO.

Dado el plano P y el punto A, *bastará con trazar por A una recta paralela a una recta cualquiera de P*, en el ejemplo S, para obtener una recta R paralela al plano. Fig. 7

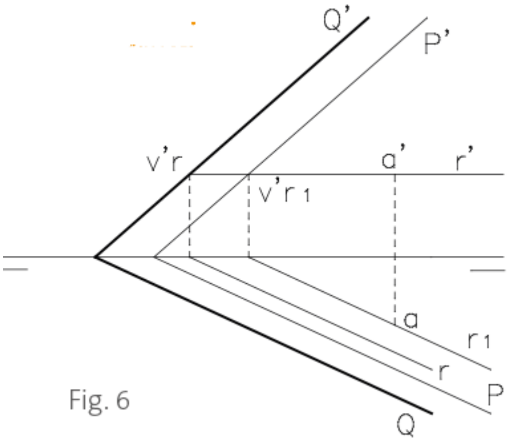


Fig. 6

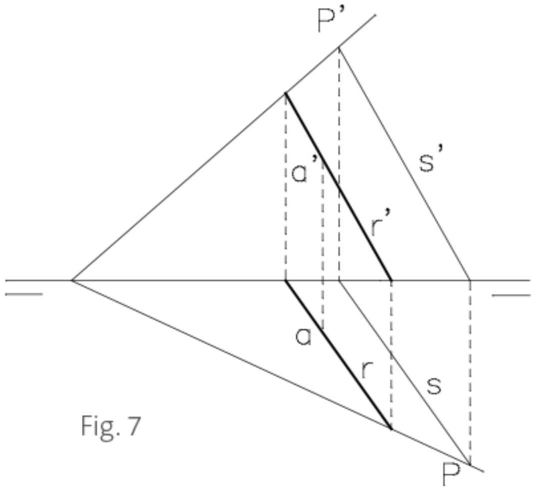


Fig. 7

Paralelismo entre recta y plano.

PLANO PARALELO A UNA RECTA, PASANDO POR UN PUNTO.

Dada la recta R y el punto A, **trazaremos una recta paralela S a R pasando por el punto dado y por sus trazas dibujaremos el plano P buscado**. Como en el ejercicio anterior, son infinitas las soluciones. Fig. 8

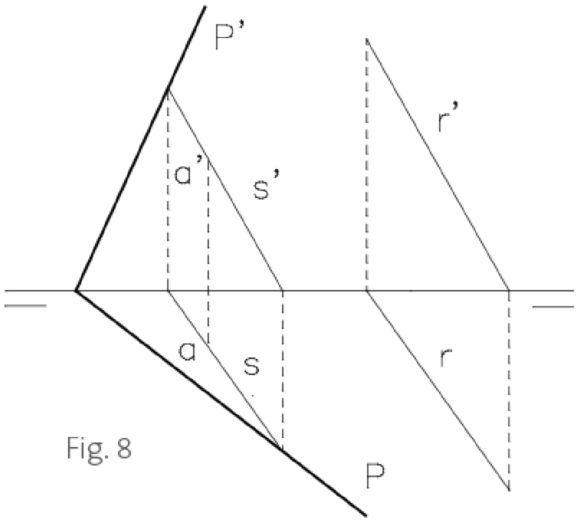


Fig. 8

Sistema diédrico. Perpendicularidad

Dos rectas son perpendiculares entre sí cuando se cortan o se cruzan formando un ángulo recto. Dos planos o una recta y un plano son perpendiculares entre sí cuando se cortan formando un ángulo recto. En sistema diédrico y en general en los sistemas que utilizan proyecciones cilíndricas, **la perpendicularidad no se conserva entre las proyecciones homónimas de las rectas ni entre las trazas correspondientes de los planos.**
Sin embargo en sistema diédrico si **se conserva la perpendicularidad entre las trazas de un plano y las proyecciones correspondientes de las rectas perpendiculares a este**.

Teorema de las tres perpendiculares.

Sabemos que 2 rectas R y S perpendiculares entre sí, muestran sus proyecciones cilíndricas también perpendiculares entre sí cuando una de estas rectas es paralela o está contenida en el mencionado plano. Por otro lado, es evidente que *una recta R normal a un plano P es perpendicular a todas las rectas de este plano*. El **Teorema de las tres perpendiculares** nos dice que *una recta R normal a un plano P muestra su proyección cilíndrica r sobre un segundo plano Q normal a la traza Pt existente entre los planos*.
Al ser R normal a P lo es a todas sus rectas y por tanto a Pt, traza entre Q y P. Por otra parte, Pt es una recta de Q por lo que la proyección r de R sobre Q debe ser perpendicular a la traza Pt.

Extrapolando este teorema al sistema diédrico, objeto de nuestro estudio, podemos comprender como efectivamente, la perpendicularidad entre las trazas y las proyecciones homónimas de planos y rectas normales entre sí, se conserva. Fig. 9, 10 y 11.

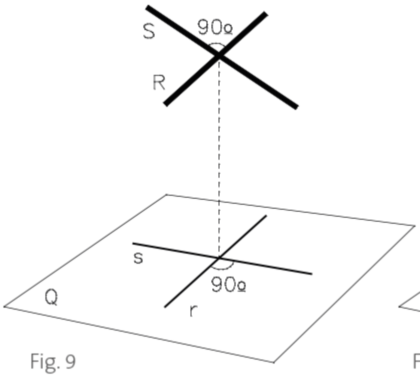


Fig. 9

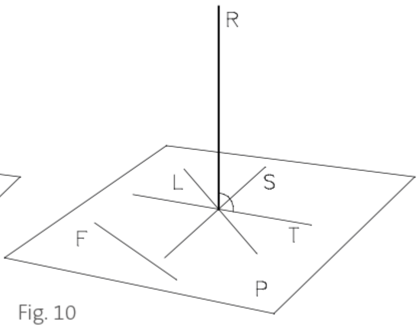


Fig. 10

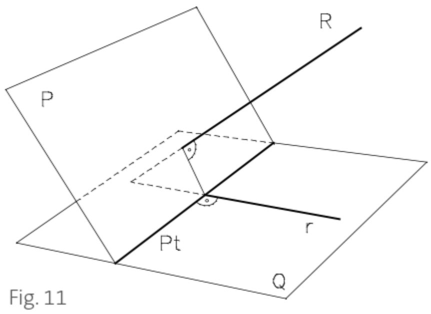


Fig. 11

Teorema de las tres perpendiculares.

Perpendicularidad entre recta y plano.

Al conservarse la perpendicularidad entre las trazas del plano y las proyecciones homónimas de una recta, el trazado de rectas normales a planos o viceversa no ofrece dificultad.

RECTA PERPENDICULAR A UN PLANO, PASANDO POR UN PUNTO.

Para trazar una recta R normal a un plano Q dado por un punto determinado A *bastará con pasar por la proyección vertical del punto A la proyección vertical de la recta r’* *perpendicular a la traza Q' vertical del plano y por la proyección horizontal del punto A la proyección horizontal r de la recta normal a la traza horizontal Q del plano*. Si el punto A pertenece al plano dado, será además punto de intersección entre la recta y el plano como sucede en la figura 12.

PLANO PERPENDICULAR A UNA RECTA.

1. CONTENIENDO UN PUNTO A CUALQUIERA.

Trazaremos por el punto A dado una **recta auxiliar horizontal** S colocando su proyección horizontal normal a la recta R dada, determinamos su traza vertical v's y *hacemos pasar por ella la traza vertical Q' del plano buscado perpendicular a la proyección vertical de R*. Desde el punto de intersección de la traza vertical Q' con la línea de tierra *dibujamos la traza horizontal del plano normal a la traza horizontal de R*. Fig. 13
El plano Q dibujado es perpendicular a R pues muestra sus trazas perpendiculares a las correspondientes proyecciones de R y contiene al punto A dado pues este pertenece a una recta del plano, la recta auxiliar S tomada.

2. CONTENIENDO UN PUNTO A DE LA RECTA.

Operamos de modo exactamente igual que en el ejercicio anterior. *En este ejercicio el punto A es además punto de intersección entre la recta R y el plano Q*. Fig. 14

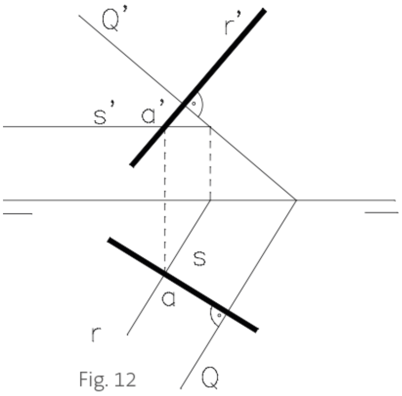


Fig. 12

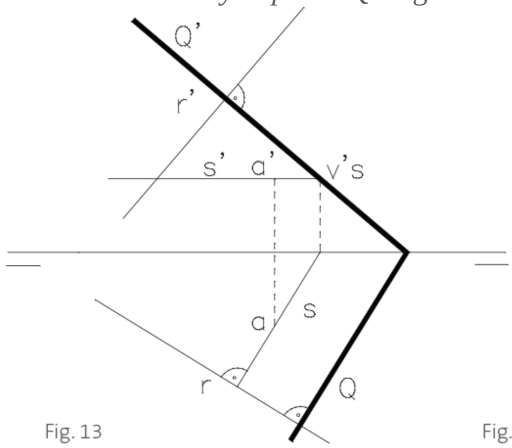


Fig. 13

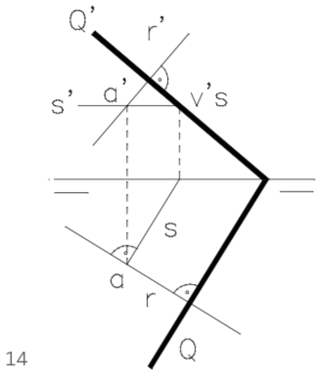


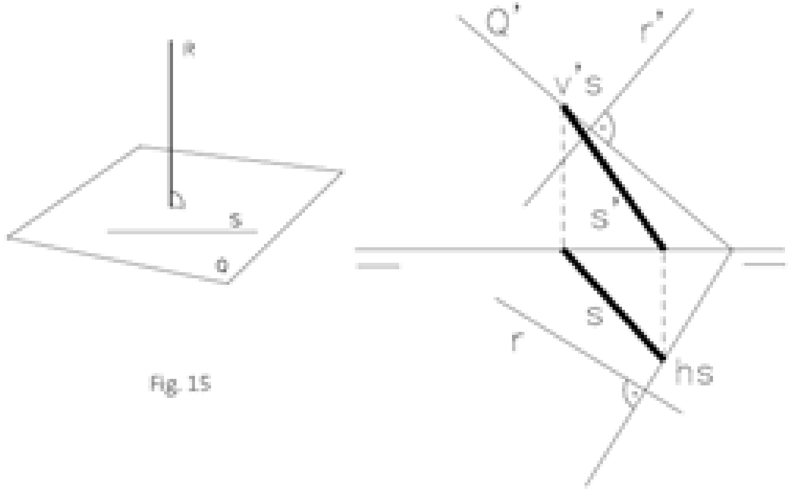
Fig. 14

Perpendicularidad entre recta y plano.

Rectas perpendiculares entre sí.

Debido a la deformación angular que se experimenta en toda proyección, **no se conserva en sistema diédrico ortogonal la perpendicularidad entre las proyecciones homónimas de rectas perpendiculares**. Sabemos que toda recta perpendicular a un plano es perpendicular a todas las rectas de este plano y sabemos también, por el teorema de las tres perpendiculares, que *la perpendicularidad si se conserva entre las trazas y las proyecciones correspondientes de una recta y un plano perpendiculares entre sí.* Dada la recta R, trazaremos en proyecciones diédricas una recta S normal a ella **auxiliándonos de un plano**

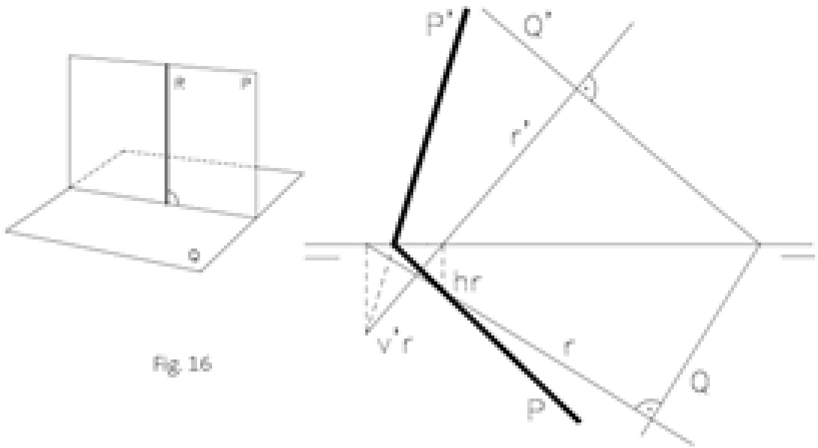
Q perpendicular a la recta dada. Obtenido el plano Q, bastará con trazar una recta S contenida en él. Son *infinitas las soluciones posibles*. Fig. 15



Rectas y planos, perpendiculares entre sí.

Planos perpendiculares entre sí.

La perpendicularidad tampoco se conserva entre las trazas homónimas de planos perpendiculares. *Un plano P que contenga a una recta R perpendicular a otro plano Q es perpendicular también a Q*. De modo que y **dado un plano Q le trazaremos una recta R perpendicular y haremos pasar por esta recta un plano P que será perpendicular a Q y por tanto el plano buscado**. Hay infinitas soluciones. Fig. 16



Planos perpendiculares entre sí.

Sistema diédrico. Distancias.

Generalidades.

Los problemas de distancias entre rectas, planos, rectas y planos, puntos y rectas etc., se reducen siempre a **calcular la distancia entre dos puntos**. La verdadera distancia entre dos puntos no viene, en sistema diédrico ortogonal, reflejada en sus proyecciones salvo que el segmento que estos dos puntos definen **sea paralelo o se encuentre contenido en uno de los planos de proyección**. Para poder apreciar en verdadera magnitud lineal la distancias entre dos puntos, colocaremos pues el segmento que entre los dos definen paralelo a uno de los planos de proyección, contenido en él o viceversa, **colocamos uno de los planos de proyección paralelo al segmento en cuestión, utilizando para ello métodos como abatimientos, cambios de plano o giros.**

Distancia entre dos puntos.

Podemos resolver este ejercicio por *4 métodos distintos*. Dados dos puntos A y B por sus proyecciones diédricas, situaremos en los dos primeros métodos una de las proyecciones del segmento que definen paralela a uno de los planos de proyección convirtiéndolo en frontal u horizontal para apreciar la distancia entre A y B en verdadera magnitud.

1ER MÉTODO: MEDIANTE GIRO.

Convertimos el segmento AB en, por ejemplo, **recta frontal**, es decir paralelo al plano vertical, tomando como eje de giro una *recta vertical* que pasa en el ejemplo de la figura 17 por el extremo B del segmento. La nueva proyección vertical del segmento determina la verdadera magnitud del mismo y por tanto la distancia real existente entre los puntos A y B.

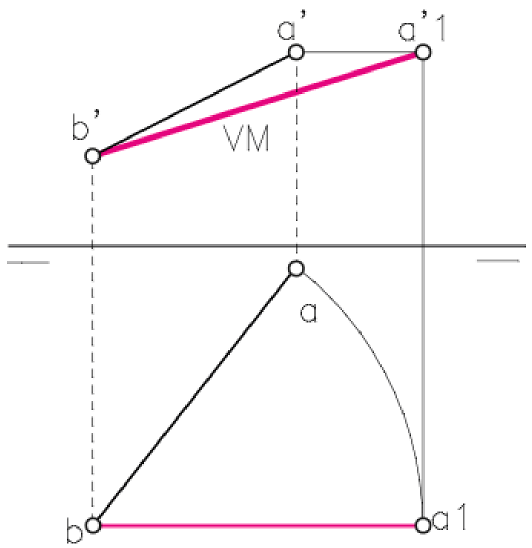


Fig. 17

2º MÉTODO: MEDIANTE CAMBIO DE PLANO.

Convertimos el segmento AB en una **recta horizontal** en el ejemplo de la figura 18 mediante *cambio de plano horizontal*. La nueva proyección horizontal del segmento se apreciará en verdadera magnitud.

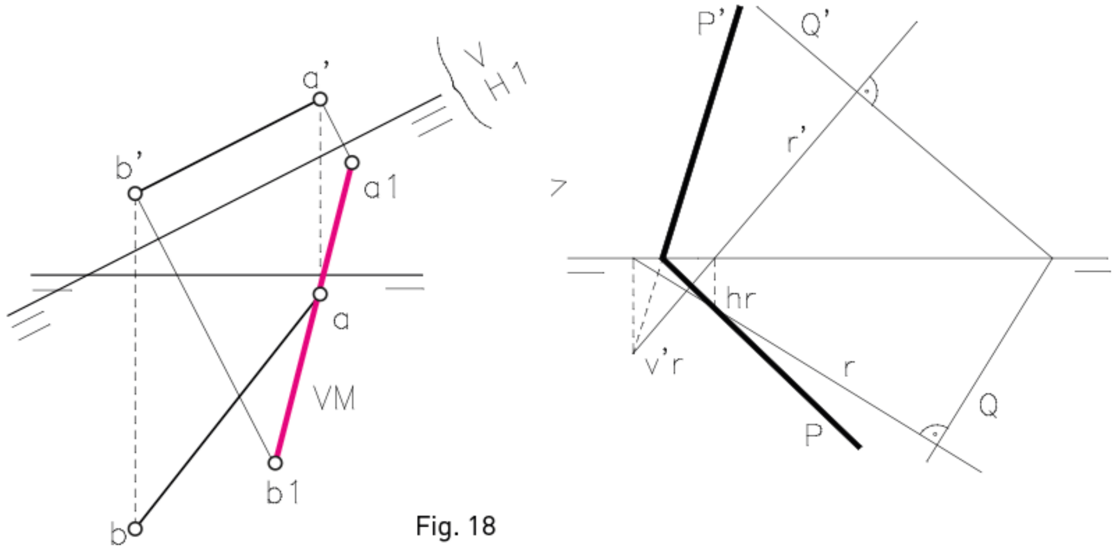


Fig. 18

Distancia entre dos puntos

3ER MÉTODO: MEDIANTE ABATIMIENTO.

Calculamos las trazas de un plano Q que contenga a la recta definida por los punto A y B dados y abatimos el segmento sobre uno de los planos de proyección, en el ejemplo de la figura 19 *abatimos sobre el plano horizontal de proyección* a partir de la traza horizontal del plano. El segmento AB abatido está en verdadera magnitud.

4º MÉTODO: SIMPLIFICANDO EL ABATIMIENTO.

En la figura 20 podemos apreciar que la distancia entre los puntos A y B es la *hipotenusa de un triángulo rectángulo* en donde los catetos, conocidos, son uno la proyección horizontal del segmento AB y el otro la diferencia de cotas entre los puntos A y B. En realidad se está abatiendo el triángulo rectángulo abB sobre un plano paralelo al plano horizontal de proyección, tomando como charnela el cateto ab. Esta misma operación podemos realizarla tomando como catetos la proyección vertical del segmento a'b' y la diferencia de alejamientos entre los puntos A y B.

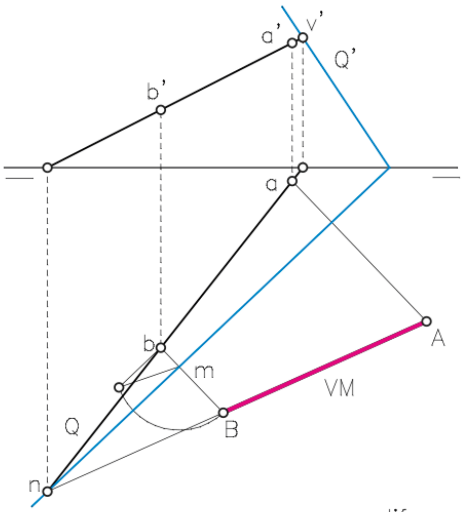
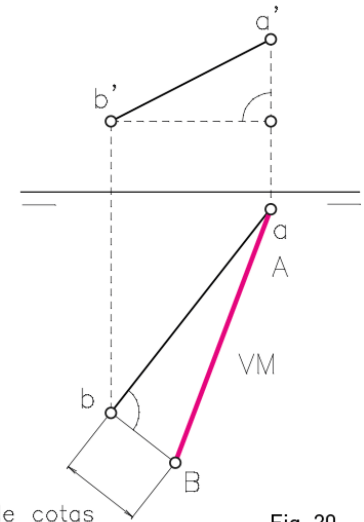


Fig. 19



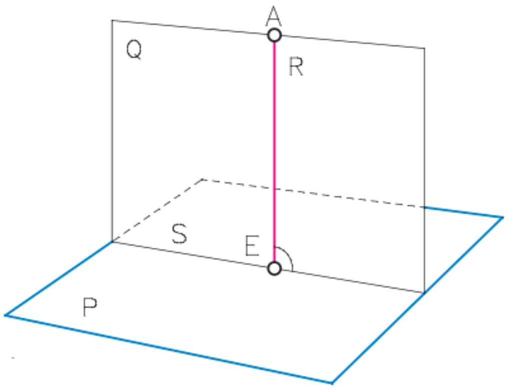
diferencia de cotas
entre A y B

Fig. 20

Distancia entre dos puntos

Distancia de un punto a un plano.

La distancia de un punto A a un plano P es el segmento AE, siendo E el punto de *intersección entre el plano P y una recta perpendicular a él trazada por el punto dado A.* En proyecciones diédricas, trazamos directamente por A una recta R normal al plano dado P. Para calcular el punto de intersección E entre la recta trazada R y el plano P nos auxiliamos de un plano que contenga a la recta, en el ejemplo de la figura 21 hemos tomado el plano Q proyectante vertical, la distancia entre los puntos A y E es la distancia buscada. Para apreciarla en verdadera magnitud operamos según alguno de los cuatro métodos descritos en el ejercicio anterior. En el ejemplo se ha calculado la verdadera magnitud girando el segmento AE hasta convertirlo en frontal.



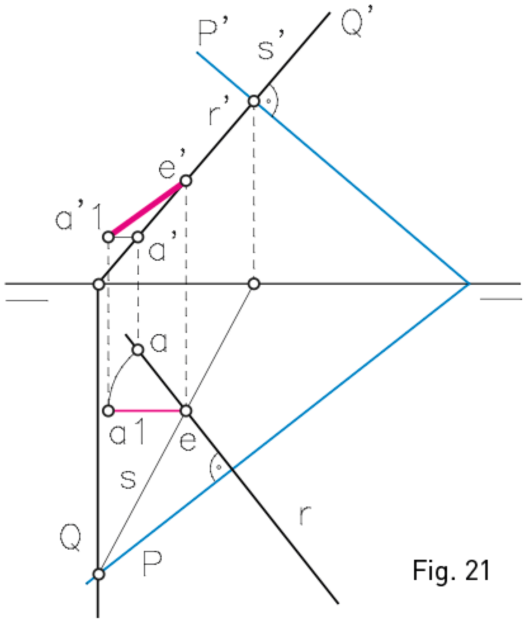


Fig. 21

Distancia de un punto a un plano

Distancia de un punto a una recta.

La distancia de un punto A a una recta R es un segmento AE siendo E el punto de *intersección de una recta D perpendicular a R y trazada desde A*. En proyecciones diédricas, *la perpendicularidad entre rectas no se conserva* por lo que *no podemos trazar directamente* por A la recta D mencionada.
Para resolver este ejercicio, *trazaremos por A un plano P normal a la recta R*. Conteniendo a la recta R trazaremos un plano Q que genera con el plano P la recta T de intersección entre ambos. El punto de intersección E entre las rectas R y T será el extremo del segmento AE buscado. Fig. 22. A continuación detallo esta construcción en proyecciones diédricas.

1. Como ha quedado visto, para localizar el segmento AE, *tendremos que auxiliarnos de un plano P perpendicular a R, este lo trazaremos auxiliándonos a su vez de una recta S horizontal que, conteniendo al punto A presente su proyección horizontal normal a la proyección horizontal de R*. (Véase rectas perpendiculares entre sí). Conteniendo a la recta S y por tanto al punto A, trazamos el plano P perpendicular a la recta R.
2. El plano P trazado corta a la recta R en el punto E, extremo buscado del segmento. Para localizar dicho punto (intersección recta-plano), trazamos un plano auxiliar Q proyectante vertical en el ejemplo, que contenga a la recta R, la intersección de los planos P y Q genera la recta T y esta se corta con la recta R en el punto E.
3. El segmento AE, perteneciente a la recta D, nos proporciona en verdadera magnitud la distancia buscada entre el punto A y la recta R.
4. La verdadera magnitud del segmento se ha calculado por giro. Fig. 23

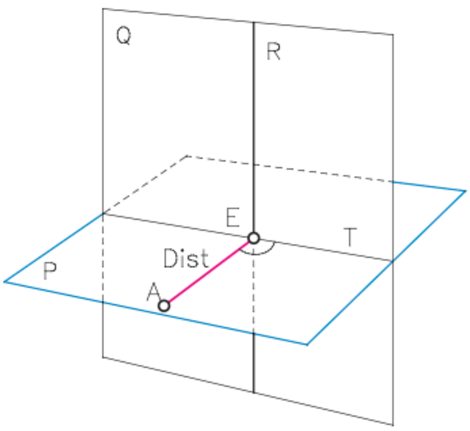


Fig. 22

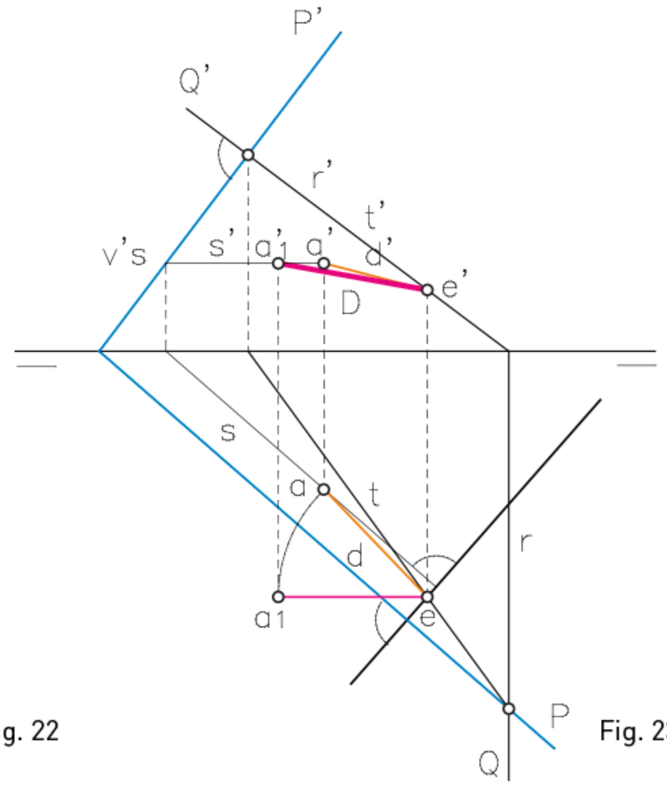


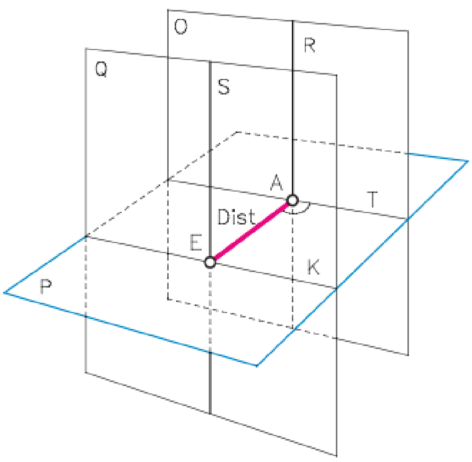
Fig. 23

Distancia de un punto a una recta

Distancia entre dos rectas paralelas.

La distancia entre dos rectas paralelas R y S viene definida por un segmento AE perpendicular a ambas. Al no poder trazar directamente en Sistema Diédrico Ortogonal rectas perpendiculares entre sí, tendremos que trabajar del siguiente modo:

1. Trazamos un plano P perpendicular a ambas rectas y calculamos los puntos de intersección A y E de este con las rectas R y S. Calculamos la verdadera magnitud del segmento AE.
2. Para calcular la intersección de las rectas R y S con el plano P, nos auxiliaremos de planos proyectantes O y Q que contengan a R y S respectivamente, estos generarán con el plano P las rectas de intersección T y K respectivamente. Los puntos de intersección de las rectas T con R y K con S son los puntos A y E buscados.
3. La verdadera magnitud del segmento AE no se resuelve en el ejemplo de la figura 24 para no restar claridad al dibujo.



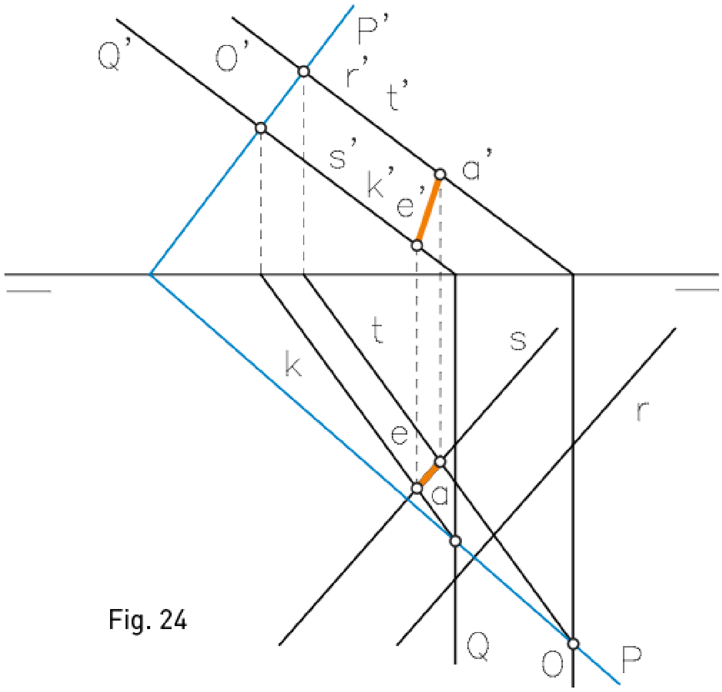


Fig. 24

Distancia entre dos rectas paralelas

Distancia entre dos planos paralelos.

Para calcular la distancia existente entre dos planos P y Q paralelos, bastará con trazar una recta R perpendicular a ambos. El segmento AE definido por los puntos de intersección de la recta R con los planos P y Q determinará la distancia buscada. En proyecciones diédricas, trazaremos la recta R directamente perpendicular a P y Q.

Para calcular los puntos A y E (intersección recta-plano), trazaremos por R un plano O auxiliar (en el ejercicio de la figura 25, proyectante vertical) que contenga a la recta R, este genera en los planos P y Q las rectas intersección T y K. Los puntos de corte de estas rectas con R y S son los puntos A y E buscados. La verdadera magnitud del segmento AE se resuelve por cualquiera de los métodos estudiados.

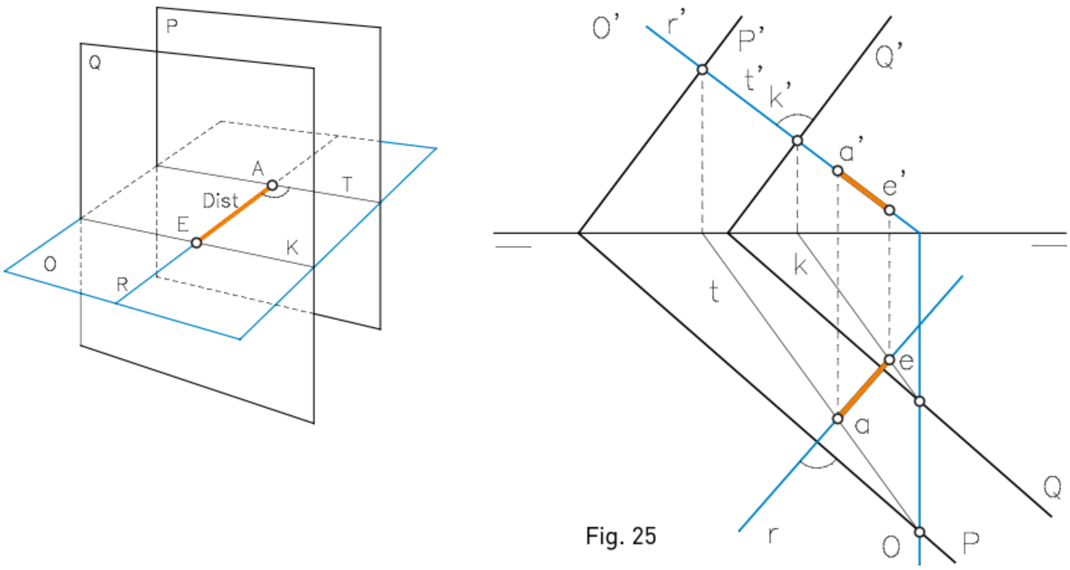


Fig. 25

Distancia entre dos planos paralelos

Mínima distancia entre dos rectas que se cruzan.

Para calcular la mínima distancia existente entre dos rectas que se cruzan K y R, trazamos por cualquier punto de una de las dos rectas una recta paralela a la otra recta dada (en el ejemplo del ejercicio 26 por el punto A de la recta R trazamos una recta T paralela a K). Obtenemos de este modo dos rectas que se cortan y que por tanto definen un plano, el plano P.

Podremos obtener la distancia entre las rectas K y R sin más que trazar desde cualquier punto de la recta K (en el ejemplo el punto O) una recta S perpendicular al plano P, el segmento OE determina dicha distancia siendo E el punto de intersección entre la recta S y el plano P. Queda de este modo el ejercicio reducido a calcular la distancia de un punto a un plano ya estudiado en este tema.

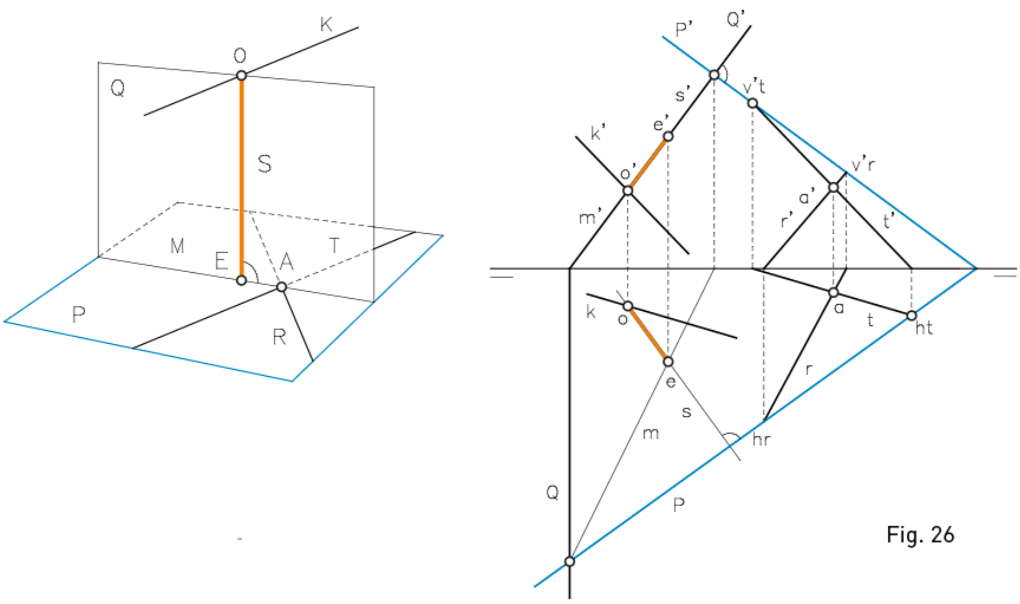


Fig. 26

Mínima distancia entre dos rectas que se cruzan

Sistema diédrico. Ángulos.

Generalidades.

Como sabemos, **las proyecciones cilíndricas producen deformaciones lineales y angulares de modo que en proyecciones diédricas un ángulo no se presenta en magnitud real salvo que este pertenezca a un plano paralelo o contenido en uno de los de proyección**. **Para determinar la verdadera magnitud de los ángulos representados en Sistema Diédrico Ortogonal, los situaremos en los planos de proyección o en planos paralelos a estos.**

Podemos distinguir, dentro de los ejercicios relacionados con ángulos, 3 bloques generales: el primero se referirá a los **ángulos que forman entre sí los diversos elementos** representados por sus proyecciones diédricas, el segundo bloque se refiere a los **ángulos formados entre los elementos representados con los planos de proyección** y entre los elementos y la **línea de tierra** el tercero.

1. Ángulos entre elementos.

ÁNGULO ENTRE DOS RECTAS QUE SE CORTAN.

Dos rectas que se cortan determinan un plano. Para conocer en verdadera magnitud el ángulo formado entre estas dos rectas bastará con abatirlas *a partir de una de las trazas del plano que determinan, sobre uno de los planos de proyección.*

En la figura 27, dadas las rectas R y T que se cortan entre sí en el punto A, dibujaremos las trazas del plano que determinan y las abatiremos seguidamente sobre el plano horizontal de proyección por ejemplo a partir de la traza horizontal del plano. Cualquiera de los ángulos existentes entre R y T abatidas son válidos (los contiguos son suplementarios y los opuestos por el vértice idénticos) pero **tomaremos sistemáticamente como resultado el ángulo opuesto a la charnela.**

ÁNGULO ENTRE DOS RECTAS QUE SE CRUZAN.

Dos rectas que se cruzan también determinan un ángulo, para obtenerlo, dadas las rectas K y T, trazaremos por un punto A de una de ellas, por T en el ejemplo, una recta R paralela a la otra. Las rectas T y R determinan un plano P pues se cortan en A, las abatiremos, como en el ejercicio anterior sobre uno de los planos de proyección y determinaremos así el ángulo existente entre ellas que es el mismo que el formado entre las dos rectas dadas T y K. Figura 28.

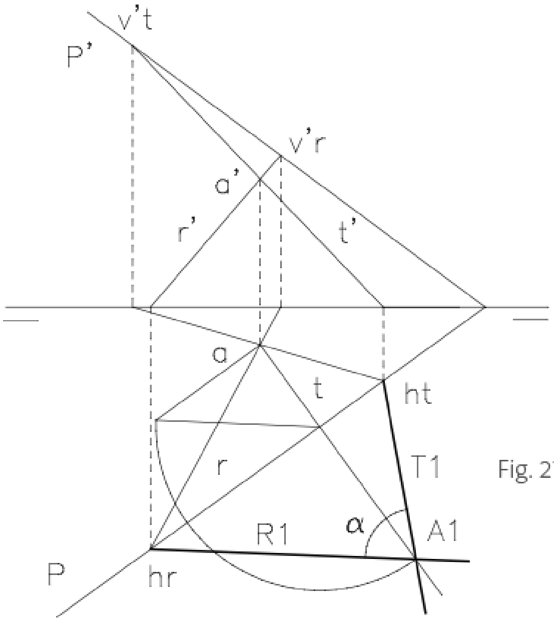


Fig. 27

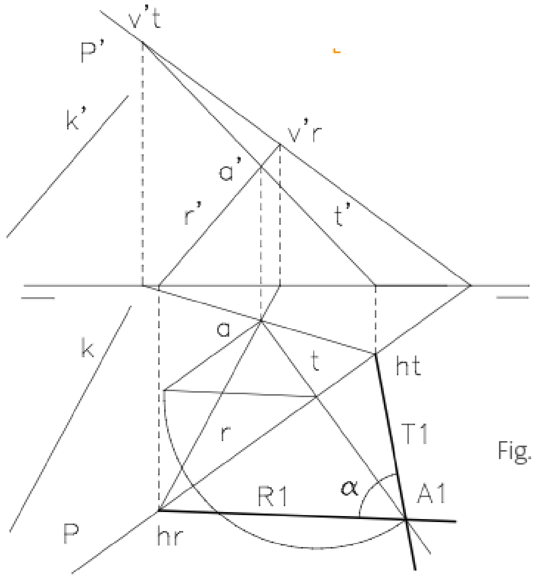


Fig. 28

Ángulo entre dos rectas que se cortan y que se cruzan.

ÁNGULO ENTRE RECTA Y PLANO.

El ángulo α que una recta R forma con un plano P es el mismo que la recta R forma con su proyección ortogonal r en dicho plano. Para resolver en proyecciones diédricas este ejercicio, trazaremos desde un punto A arbitrario de la recta R una recta perpendicular S al plano P. El ángulo β que las rectas R y S forman entre sí es el complementario (90º-β) del ángulo buscado α.

Podemos apreciar mejor esta cuestión si trazamos por A una recta paralela a la proyección r de la recta R sobre el plano P. Fig. 29. Calcularemos el ángulo formado entre R y S como en ejercicios anteriores abatiendo el plano Q que determinan sobre uno de los planos de proyección. Fig.30. Podemos calcular el ángulo formado entre la recta R y el plano P de otro modo: determinamos el punto de intersección M de P con la recta S trazada perpendicular al plano P por el punto A y el punto E de la propia recta R con el plano P. M y E determinan un segmento perteneciente a la recta r, proyección de la recta dada R sobre el plano P por lo que calcularemos directamente el ángulo entre el segmento ME y la recta R (ángulo entre rectas).

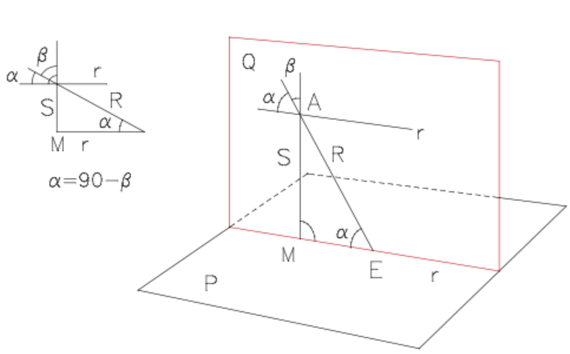


Fig. 29

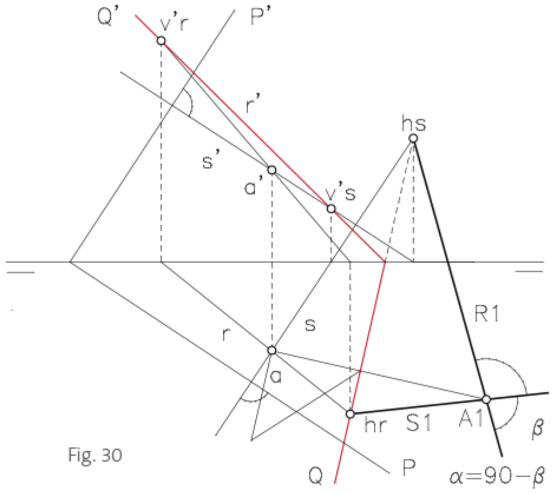


Fig. 30

Ángulo entre recta y plano.

ÁNGULO ENTRE DOS PLANOS.

Para determinar el ángulo α formado entre dos planos P y Q trazamos desde un punto arbitrario A exterior a ambos, dos rectas R y S perpendiculares a ellos. El ángulo β formado entre las rectas R y S es el suplementario del ángulo buscado, luego α=180-β.

En proyecciones diédricas no apreciamos el ángulo entre las rectas R y S en verdadera magnitud, por lo que tendremos que abatirlas sobre uno de los planos de proyección, en el ejemplo de la figura 31 abatimos sobre el plano horizontal de proyección a partir de la traza horizontal O del plano que las rectas R y S determinan.

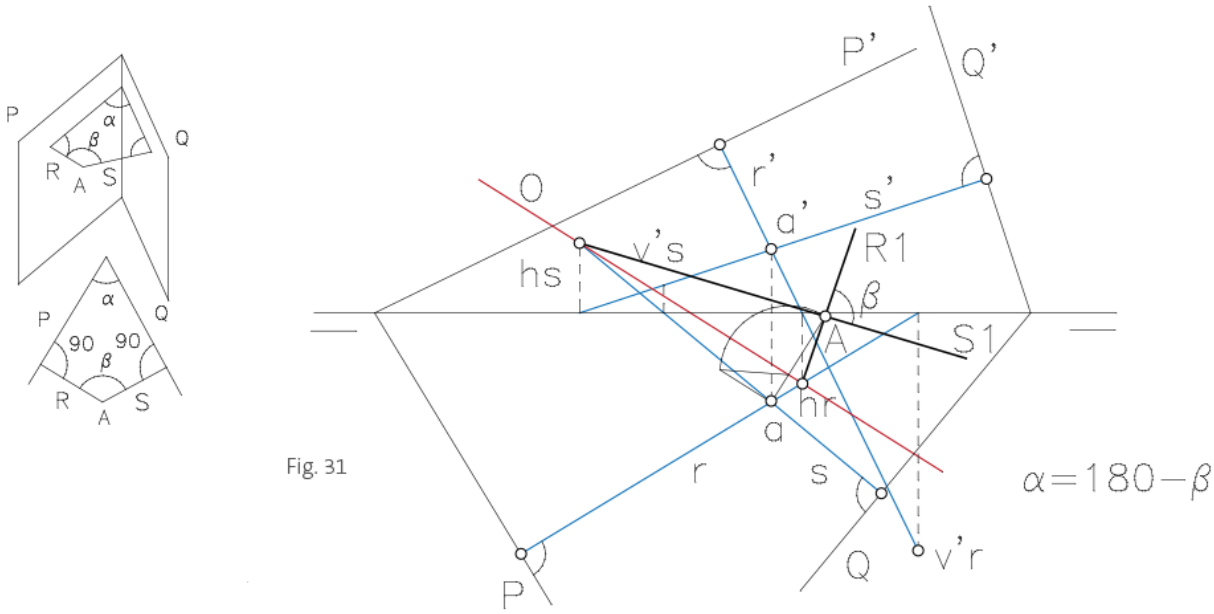


Fig. 31

Ángulo entre dos planos.

2. Ángulos con los planos de proyección.

ÁNGULO DE UNA RECTA CON LOS PLANOS DE PROYECCIÓN.

1ER MÉTODO, MEDIANTE ABATIMIENTO:

Para calcular el ángulo que una recta R forma con los planos de proyección la abatiremos sobre ambos planos.

En el abatimiento sobre el plano horizontal de proyección apreciaremos en verdadera magnitud el ángulo β que forma con este plano y abatiendo sobre el plano vertical de proyección observaremos el ángulo a que la recta R forma con él. **(Fig. 32)**

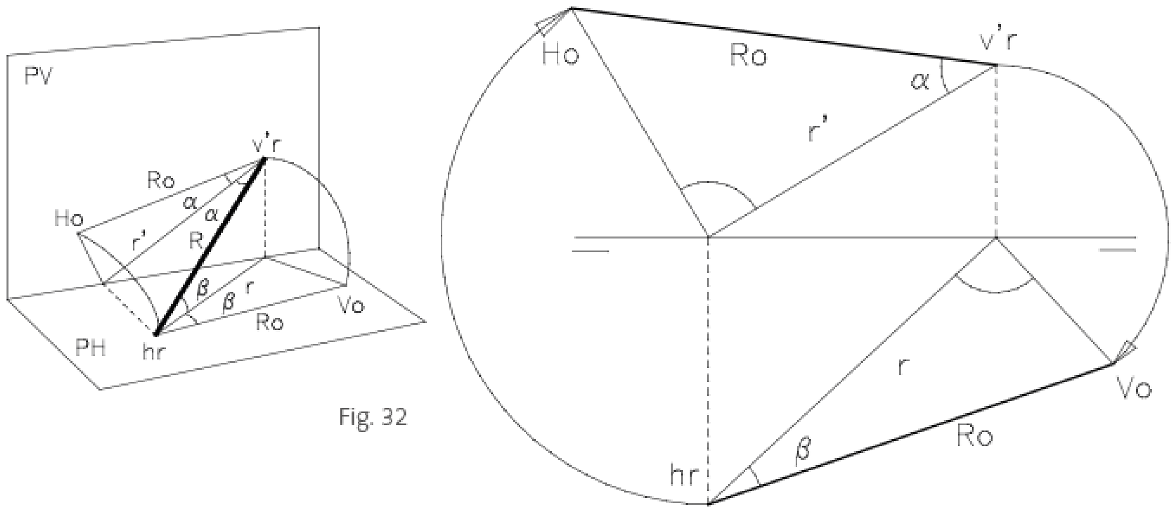


Fig. 32

Ángulo de una recta con los planos de proyección.

2º MÉTODO, MEDIANTE GIROS:

Tomaremos 2 ejes de giro, el primero E1 vertical y conteniendo a la traza vertical de la recta v'r que giraremos hasta hacerla coincidir con el plano vertical de proyección para apreciar en verdadera magnitud el ángulo β que la recta forma con el plano horizontal de proyección. El segundo eje de giro E2 será de punta y coincidente con la traza horizontal hr de la recta R que giraremos hasta hacerla coincidir con el plano horizontal de proyección de modo que podamos apreciar el ángulo α que la recta forma con el plano vertical de proyección. Fig. 33.

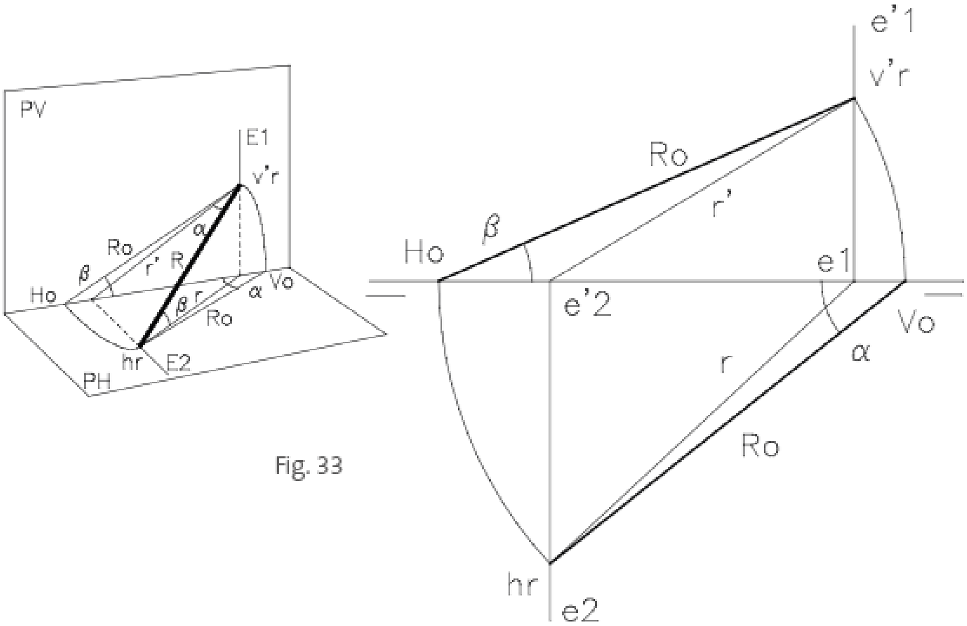


Fig. 33

Ángulo de una recta con los planos de proyección.

PROYECCIONES DE LA RECTA A PARTIR DE LAS ÁNGULOS QUE FORMA CON LOS PLANOS DE PROYECCIÓN.

Este ejercicio se resuelve de modo inverso al resuelto anteriormente por giro.

Conocida la verdadera magnitud del segmento (VMR) comprendido entre la traza vertical y horizontal de R y los ángulos β y α que ésta forma con el plano horizontal y el plano vertical de proyección respectivamente, determinaremos sus proyecciones.

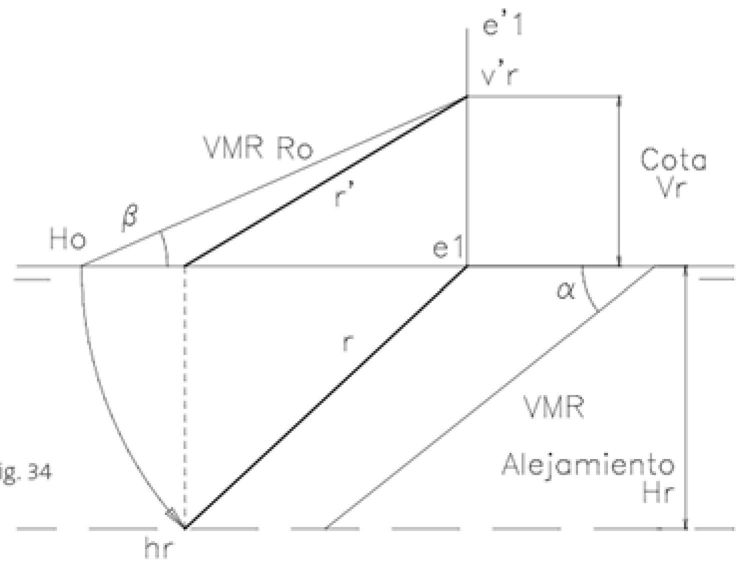


Fig. 34

Proyecciones de la recta a partir de los ángulos que forma con los planos de proyección.

Dibujamos en posición arbitraria la recta en verdadera magnitud formando con la línea de tierra los ángulos dados que deberán venir dados gráficamente para evitar confusiones. **Quedan de este modo determinados los lugares geométricos del alejamiento de la traza horizontal y de la cota de la traza vertical de la recta.**

Consideramos una de las dos rectas trazadas en verdadera magnitud, como la verdadera recta R abatida en Ro supuesto el ejercicio a la inversa, en el ejercicio de la figura 34, hemos considerado la recta Ro, como la recta R girada sobre el plano vertical de proyección.

A partir de Ro conocida, podemos determinar la traza vertical de la recta en su extremo, extremo por donde además pasará el eje de giro E1 del ejercicio anterior. Conocido el eje de giro, deshacemos el giro trazando un arco de radio Ro y centro en e1 hasta cortar a la recta que ha definido el lugar geométrico del alejamiento de la traza horizontal y obtenemos en el extremo de este arco la proyección horizontal hr de la traza horizontal de la recta. Conocidas la traza horizontal y la vertical de la recta, podemos trazar las proyecciones vertical y horizontal buscadas. El ejercicio está en cualquier caso indeterminado pues no se ha dado a conocer la ubicación exacta de la recta.

ÁNGULO DE UNA RECTA QUE CORTA A LÍNEA DE TIERRA CON LOS PLANOS DE PROYECCIÓN.

1ER MÉTODO, POR ABATIMIENTO.

Para apreciar en verdadera magnitud los ángulos que una recta R que pasa por la línea de tierra forma con los planos de proyección la abatimos (como cuando se trataba de una recta oblicua cualquiera) sobre cada uno de ellos auxiliándonos, en este caso, de un punto A arbitrario contenido en ella. Fig. 35 En el abatimiento sobre el plano vertical de proyección apreciamos en verdadera magnitud el ángulo a que la recta forma con dicho plano.

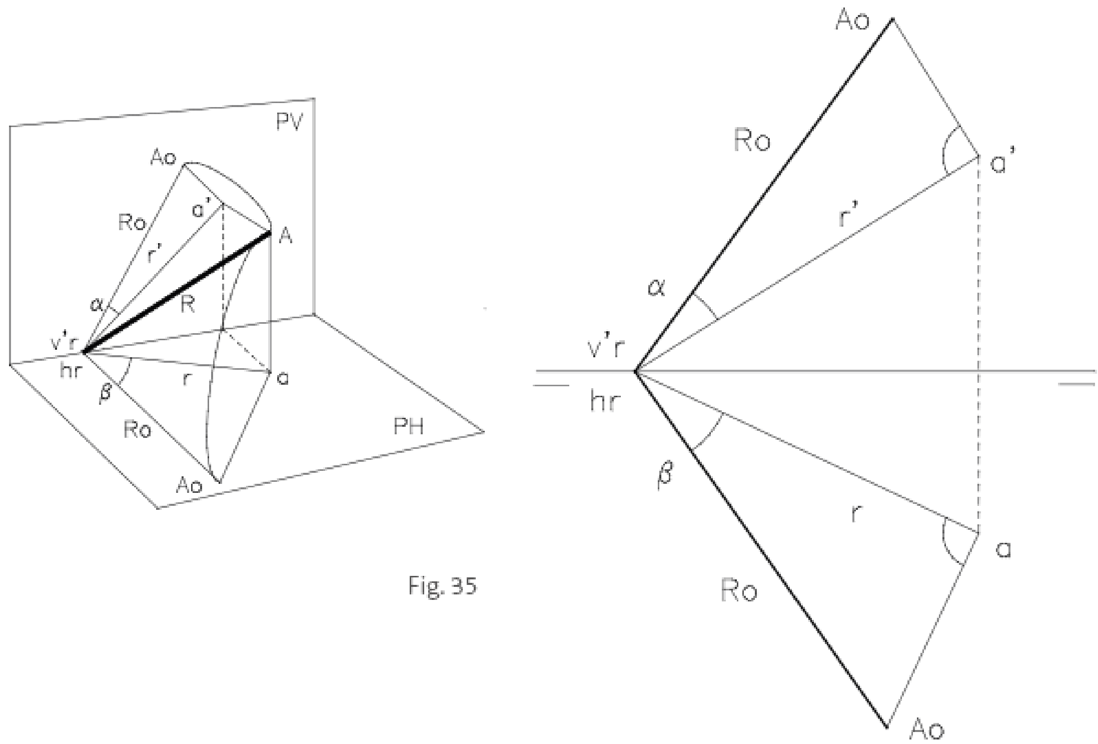


Fig. 35

Ángulo de una recta que corta a línea de tierra con los planos de proyección.

2º MÉTODO: MÉDIATE GIRO.

Tomamos como ejes de giro rectas de punta y verticales que contengan a las trazas de la recta que en esta ocasión permanecerán inmóviles tras el giro. Giramos de este modo la recta R, a partir de un punto A de ella, sobre los planos vertical y horizontal según se tome el eje vertical o de punta respectivamente. La recta R abatida en Ro sobre el plano vertical de proyección está en verdadera magnitud y podemos apreciar por tanto el ángulo b que forma con el plano horizontal de proyección idéntico al que forma Ro con la línea de tierra. El ángulo a de la recta R con el plano vertical de proyección es en verdadera magnitud el mismo que forma la recta girada sobre el plano horizontal de proyección con la línea de tierra. Fig.36.

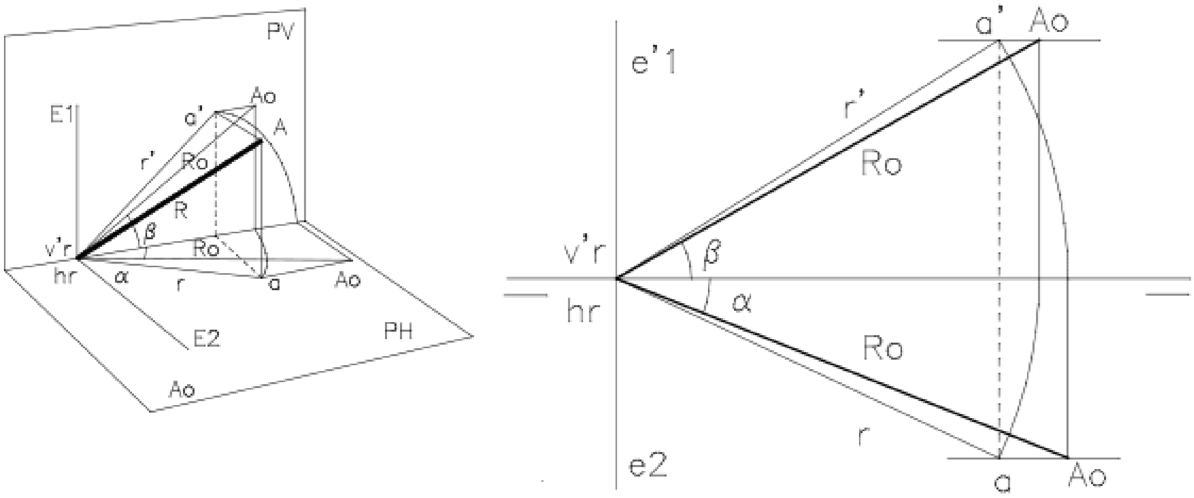


Fig. 36

Ángulo de una recta que corta a línea de tierra con los planos de proyección.

PROYECCIONES DE UNA RECTA QUE CORTA A LA LÍNEA DE TIERRA A PARTIR DE LAS ÁNGULOS QUE FORMA CON LOS PLANOS DE PROYECCIÓN.

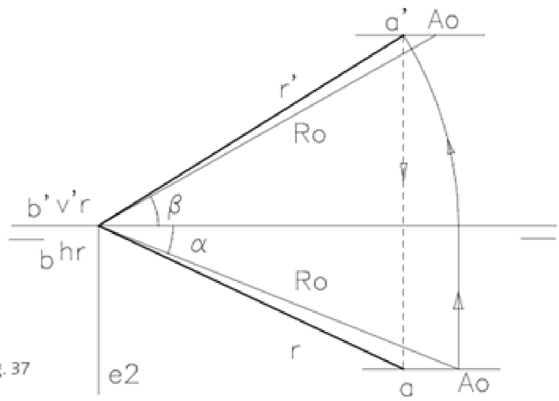


Fig. 37

Proyecciones de una recta que corta a la línea de tierra a partir de los ángulos que forma con los planos de proyección.

Igual que en el ejercicio de la figura 34, podemos determinar invirtiendo el giro, las proyecciones de una recta que pase por la línea de tierra si conocemos la verdadera magnitud de un segmento de ella y los ángulos que esta forma con los planos de proyección. Conocido el segmento AB y los ángulos α y β que este forma con los planos horizontal y vertical de proyección respectivamente calcularemos sus proyecciones. B es punto a su vez de la línea de tierra y por tanto en él coinciden las trazas de la recta.

Dibujaremos a partir de B el segmento en verdadera magnitud formando con la línea de tierra los ángulos dados. Los extremos Ao determinan la cota y el alejamiento del extremo A. Deshacemos el giro utilizando cualquiera de los dos ejes, en el ejemplo utilizando el eje de punta E2, y determinamos de este modo la proyección vertical de A, a'. Determinaremos a trazando por a' una recta normal a la línea de tierra hasta cortar al lugar geométrico de los alejamientos de A. Conocidas las proyecciones de los extremos A y B del segmento podemos trazar las proyecciones r' y r de la recta. Fig.37

ÁNGULOS QUE FORMA UN PLANO CON LOS PLANOS DE PROYECCIÓN

El ángulo que un plano forma con el plano horizontal de proyección es el mismo que forma una de sus rectas de máxima pendiente con dicho plano y el ángulo que un plano forma con el plano vertical de proyección es el mismo que forma una de sus rectas de máxima inclinación con este.

Bastará pues con abatir alguna de las rectas de máxima pendiente y máxima inclinación en el plano horizontal de proyección y el plano vertical de proyección respectivamente para apreciar estos ángulos en verdadera magnitud. Fig. 38.

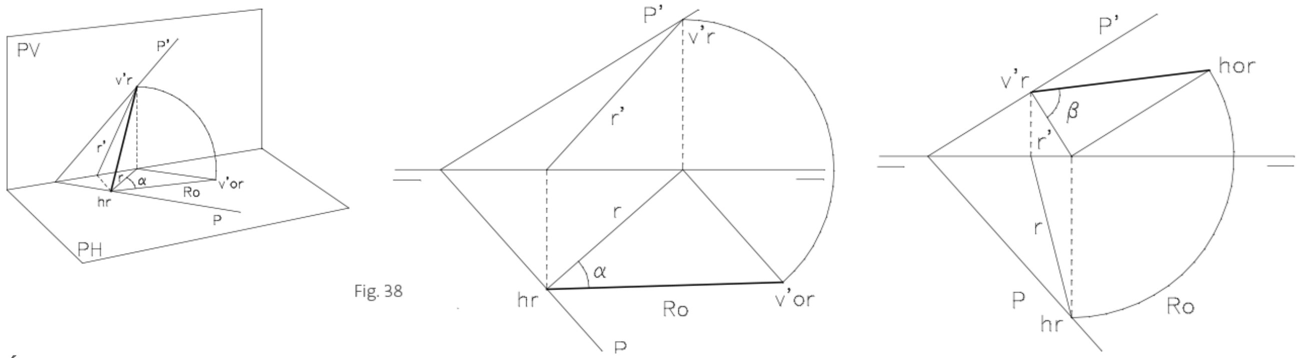


Fig. 38

Ángulos que forma un plano con los planos de proyección.

TRAZAS DE UN PLANO CUYOS ÁNGULOS CON LOS PLANOS DE PROYECCIÓN SE CONOCEN.

Para trazar un plano a partir de sus ángulos con los planos de proyección, nos auxiliaremos de una recta R que pase por la línea de tierra y sea normal a él. En la figura 39 podemos observar como la recta R perpendicular al plano P, forma con el plano horizontal de proyección un ángulo β complementario del ángulo a que forma el plano P con el propio plano horizontal de proyección. Lo mismo sucede con el plano vertical de proyección, la recta R forma con él un ángulo δ complementario del ángulo d que forma el plano.

Esto es así pues, por ejemplo con relación al plano horizontal de proyección, el triángulo MJX (siendo M el punto de intersección de la recta R con la línea de tierra, J el punto de intersección de la recta y el plano y X el pié de la recta de *máxima pendiente del plano que pasa por J), es rectángulo en su vértice J por lo que los ángulos β y α son complementarios entre sí, es decir, suman 90º.*

El procedimiento para dibujar las trazas de un plano conocidos los ángulos que este forma con los planos de proyección consistirá por tanto en dibujar la recta auxiliar R que corte a la línea de tierra en un punto arbitrario M conocidos sus ángulos que no son sino los complementarios de los dados para el plano, para dibujar a continuación las trazas del plano P perpendiculares a las proyecciones correspondientes de la recta R. Dibujaremos a continuación las trazas de un plano P conociendo sus ángulos δ y α con los planos de proyección vertical y horizontal respectivamente y que pase por un punto B dado. Lo primero que tenemos que hacer es calcular los ángulos complementarios de los dados pues serán los que la recta R auxiliar forme con los planos de proyección.

El ángulo β que la recta R formará con plano horizontal de proyección será 90-α. El ángulo γ que la recta R formará con plano vertical de proyección será 90-δ. Dibujamos las proyecciones de la recta R a partir de los ángulos que esta forma con los planos de proyección situando el punto M de intersección de ella con la línea de tierra de modo arbitrario y considerando en verdadera magnitud un segmento MA cualquiera (Ro). (Este ejercicio está resuelto en la figura 34).

Obtenidas las proyecciones r’ y r de la recta bastaría dibujar las trazas del plano P perpendiculares a ellas pero en el enunciado se pide que el plano pase además por un punto dado por sus proyecciones B. Trazaremos una recta S auxiliar, por ejemplo horizontal, que contenga al punto B y muestre su proyección horizontal normal a la proyección horizontal de la recta. La traza vertical del plano debe contener a la traza vertical de la recta S, v’s y ser normal a la proyección r’ vertical de la recta R. La traza horizontal del plano será paralela a la proyección horizontal de la recta S y concurrirá en el punto de intersección de la traza vertical del plano P y la línea de tierra. El plano P así dibujado, forma con los planos de proyección los ángulos requeridos y contiene al punto B por contener a una recta S que pasa por él. Fig. 40

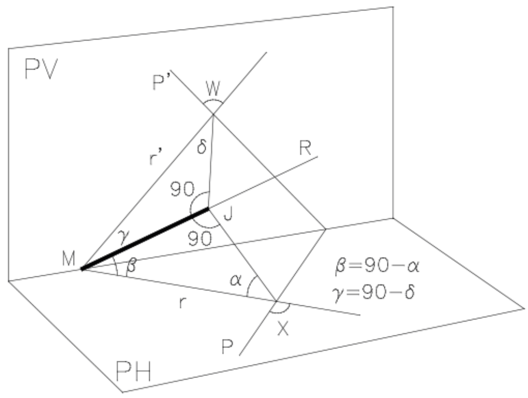


Fig. 39

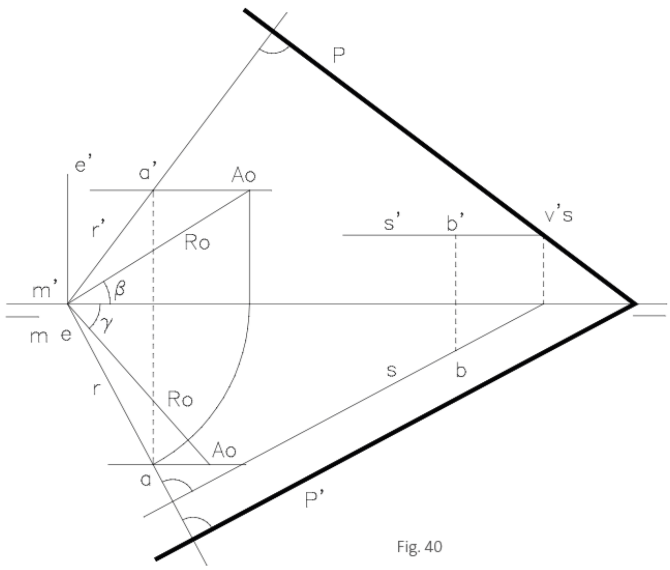


Fig. 40

Trazas de un plano cuyos ángulos con los planos de proyección se conocen.

3. Ángulos con la línea de tierra.

ÁNGULO QUE FORMA UNA RECTA CON LA LÍNEA DE TIERRA.

Para determinar el ángulo α que una recta R dada forma con la línea de tierra bastará con abatir esta en Ro sobre uno de los planos de proyección.

Por la recta R dada pasan infinitos planos pero para determinar el ángulo que la recta forma con la línea de tierra nos interesa abatirla contenida en un plano P que pase también por la línea de tierra siendo esta además charnela del abatimiento. Determinamos el plano P a partir de un punto A arbitrario de la recta R. Para abatir la recta abatimos dos de sus puntos y los unimos. Tomamos el punto A y el de intersección B de la recta con la línea de tierra que permanece inmóvil en el abatimiento por pertenecer a la charnela.

Para abatir sobre el plano horizontal de proyección el punto A procedemos como de costumbre, es decir, trazamos por la proyección horizontal de A una recta perpendicular y otra paralela a la charnela. Sobre la recta paralela llevamos la cota de A obteniendo Ao y trazamos con centro en M, pie de la recta normal a la charnela trazada, y radio MAo un arco en uno u otro sentido hasta obtener en su intersección con la normal trazada por -a- el punto abatido A1 en el plano horizontal de proyección. Abatido el punto A en A1 lo unimos con el punto B inmóvil en el abatimiento y obtenemos la recta R abatida en Ro. La recta Ro forma con la línea de tierra el ángulo α buscado. Fig.41.

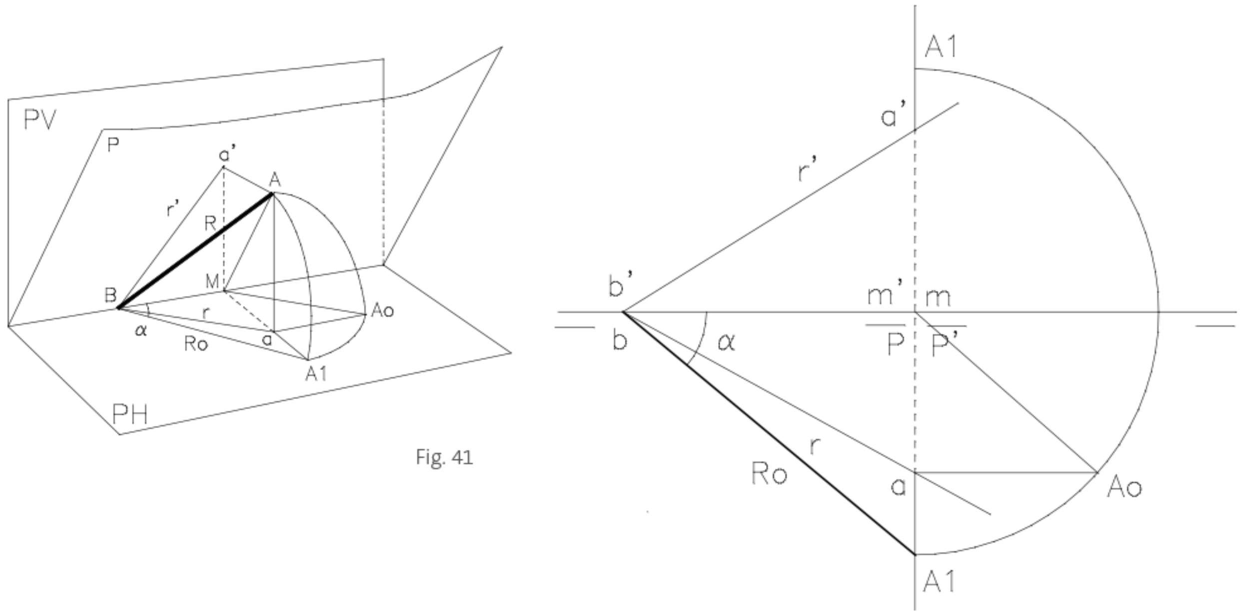


Fig. 41

Ángulo que forma una recta con la línea de tierra.

ÁNGULO QUE FORMA UN PLANO CON LA LÍNEA DE TIERRA.

El ángulo que un plano Q forma con la línea de tierra es el mismo que el que forma la recta R con la línea de tierra siendo la recta R recta intersección entre el mencionado plano Q y un plano perpendicular a este y que contiene a la línea de tierra.

Determinamos el plano P perpendicular al plano Q abatiendo un plano de perfil. La mencionada recta R quedará definida si conocemos dos puntos de ella. Uno de ellos es B, punto que pertenece a ambos planos y a la línea de tierra y el otro A, punto de intersección de las trazas de perfil de ambos planos. Desabatiendo la tercera proyección de A determinamos las proyecciones horizontal y vertical de R uniendo las proyecciones horizontales y verticales de los puntos A y B. Abatimos la recta R sobre uno de los planos de proyección como en el ejercicio anterior. En este caso se ha abatido la recta sobre el plano vertical de proyección. El ángulo α formado entre la recta R abatida y la línea de tierra es el ángulo buscado. Fig.42. Obsérvese que el arco de abatimiento, de centro M y radio MAo es tangente a la traza de perfil del plano dado Q en el punto a”.

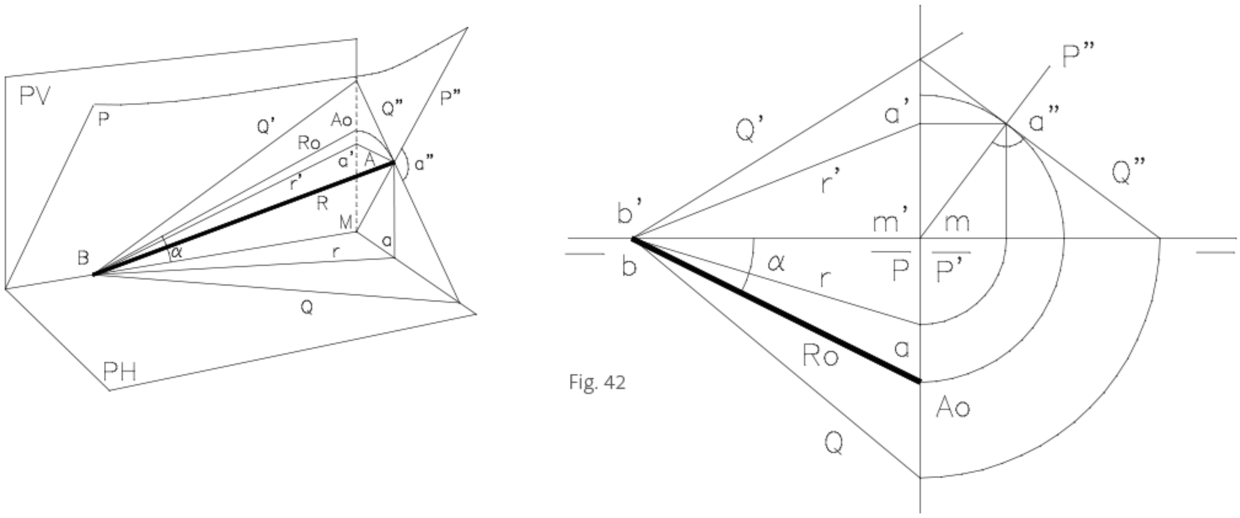


Fig. 42

Ángulo que forma un plano con la línea de tierra.

DETERMINAR LAS PROYECCIONES DE UNA RECTA R, CONOCIDO EL ÁNGULO QUE FORMA CON LA LÍNEA DE TIERRA Y UNA DE SUS PROYECCIONES.

Este ejercicio así como el siguiente, se resuelven invirtiendo los pasos de los ejercicios resueltos en las figuras 41 y 42 respectivamente. Siendo la recta R una recta que corta a la línea de tierra, conociendo el ángulo que esta forma con dicha línea y conociendo también una de sus proyecciones, en el ejemplo la horizontal, podemos determinar la proyección restante.

Dibujaremos, a partir del punto de intersección B de la recta R con la línea de tierra, dispuesto arbitrariamente, la proyección conocida y la recta abatida Ro con el ángulo dado. Situamos la proyección horizontal (en este ejemplo) de un punto A cualquiera de la recta R. Donde Ro corte a una recta normal a la línea de tierra que contenga a la proyección -a- tenemos la posición del punto A abatido en A1 sobre el plano horizontal de proyección (ver figura 41). Trazamos un arco de centro M y radio MA1 hasta cortar a una recta paralela a la línea de tierra trazada por la proyección horizontal de A quedando determinado el punto Ao y con él la cota de A. Conocida la cota de A dibujamos la proyección vertical del punto A que unida con la proyección vertical del punto B determinará la proyección vertical r’ buscada. Fig.43

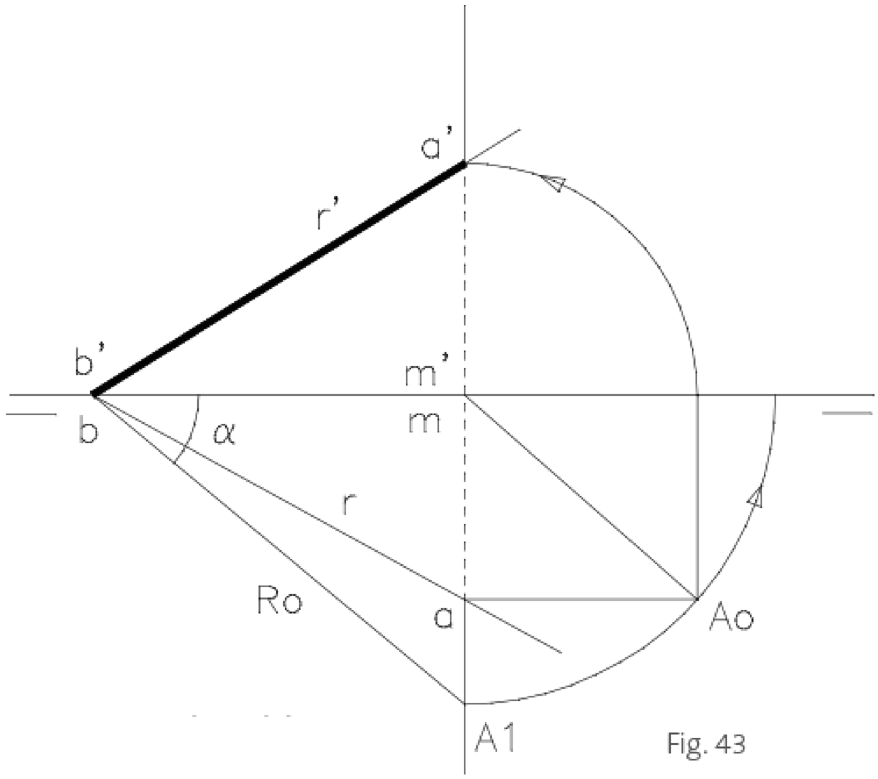


Fig. 43

Determinación de las proyecciones de una recta r, conocido el ángulo que forma con la línea de tierra y una de sus proyecciones.

DETERMINAR LAS TRAZAS DE UN PLANO, CONOCIDA UNA DE ELLAS Y EL ÁNGULO QUE ESTE FORMA CON LA LÍNEA DE TIERRA.

Dado el ángulo que un plano Q forma con la línea de tierra y conocida una de sus trazas, la vertical Q’ en el ejemplo de la figura 44, determinaremos la traza horizontal Q. Dibujamos, a partir del punto B de concurrencia sobre la línea de tierra del plano Q, la traza conocida y la recta Ro abatida con el ángulo dado (R es la recta intersección del plano Q con un plano P perpendicular a este y que contiene a la línea de tierra según vimos en la figura 42. El ángulo que esta recta forma con la línea de tierra es igual al que con ella forma el plano Q).

Dibujamos un plano de perfil auxiliar y obtenemos el punto M. Con centro en M trazamos un arco de radio Ma’. Desde el punto de intersección de la traza Q’ con el plano de perfil trazamos la tercera traza Q” del plano, tangente al arco trazado, esta corta a la línea de tierra en x. Con centro en M y radio Mx trazamos un arco hasta cortar en w al plano de perfil. Unimos la proyección horizontal de B con w y queda de este modo dibujada la traza horizontal Q buscada.

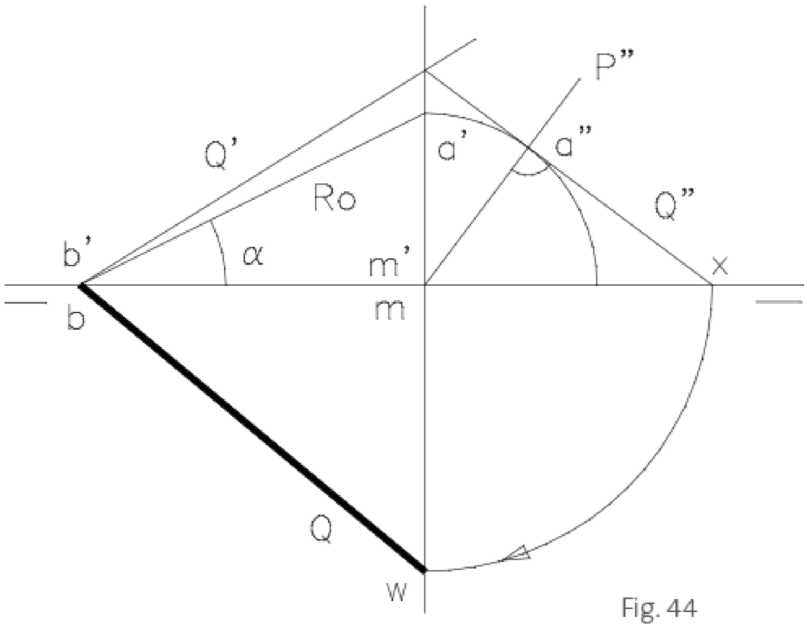


Fig. 44

Determinación las trazas de un plano, conocida una de ellas y el ángulo que este forma con la línea de tierra.

- La suma de los ángulos que un plano forma con los planos de proyección ha de estar necesariamente comprendida entre 90º y 180º así como la suma de los ángulos que una recta forma con los planos de proyección estará comprendida entre 0º y 90º.
- Los casos extremos son para planos, los horizontales y frontales donde sus ángulos sumarían 90º en total, y los planos de perfil, con un máximo de 180º.
- Para las rectas, la suma de ángulos en las paralelas a la línea de tierra es de 0º y las de punta, verticales, oblicuas o de perfil sumarían 90º.