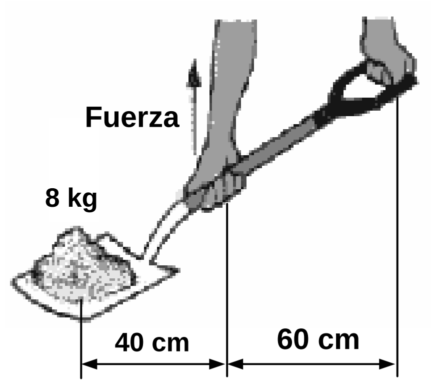
EJERCICIOS RESUELTOS. PALANCAS

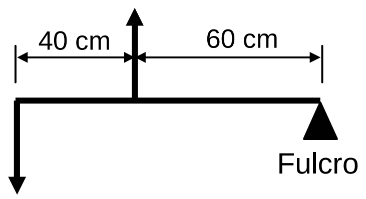


1.- Calcular la fuerza que tiene que realizar el brazo sobre el punto medio del mango de la pala para levantar la tierra situada en la cuchara que pesa 8 kg.

Solución

Primero vemos el tipo de palanca que es. Lo mejor es localizar el fulcro. No puede estar en la pala donde está la arena. No puede estar en la mano situada en medio, pues ahí se realiza una fuerza y en el fulcro de las palancas no se realiza fuerza. Por tanto el fulcro está en la mano de atrás. Dibujamos el esquema de la palanca:

P = Potencia (fuerza que realiza la mano)



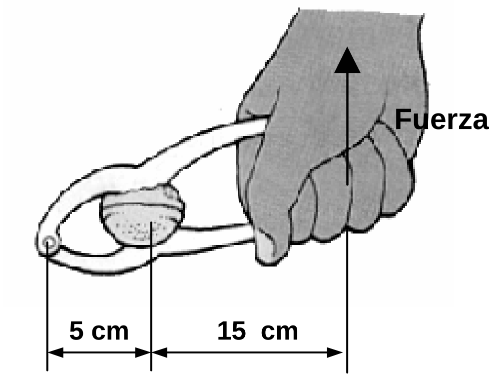
R = Resistencia (peso de la tierra) = **8 kgf**

Ahora tenemos que calcular el brazo de potencia (Bp) y el brazo de resistencia (Br). Recordemos que Bp es la distancia desde P hasta el fulcro y Br la distancia desde R al fulcro. No siempre coinciden con los datos que me dan, como por ejemplo en este caso.

$$\text{Bp} = 60\,\text{cm} \qquad \text{Br} = 40 + 60 = 100\,\text{cm}$$

Ahora aplicamos la fórmula de la ley de la palanca. Nos preguntan la fuerza que hay que hacer en la mano de en medio, o sea, la potencia P. La fórmula sería:

$$P = \frac{R \cdot Br}{Bp} = \frac{8 \cdot 100}{60} = 13{,}33\ Kgf$$

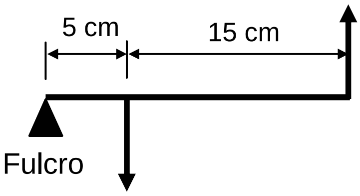


2.- Para partir la nuez del dibujo hay que aplicarle una fuerza de 60 kgf. Calcular la fuerza que hay que realizar con la mano para partir la nuez.

Solución

Primero localizamos el fulcro. No puede estar en la mano, pues aquí se realiza la fuerza (es la potencia). No puede estar en la nuez, pues es lo que se opone a que cerremos el cascanueces (es la resistencia). Por tanto, está en la articulación del lado izquierdo.

Dibujamos el esquema de la palanca:



P = Potencia (fuerza que realiza la mano)

R = Resistencia (fuerza necesaria para romper la nuez) = **60 kgf**

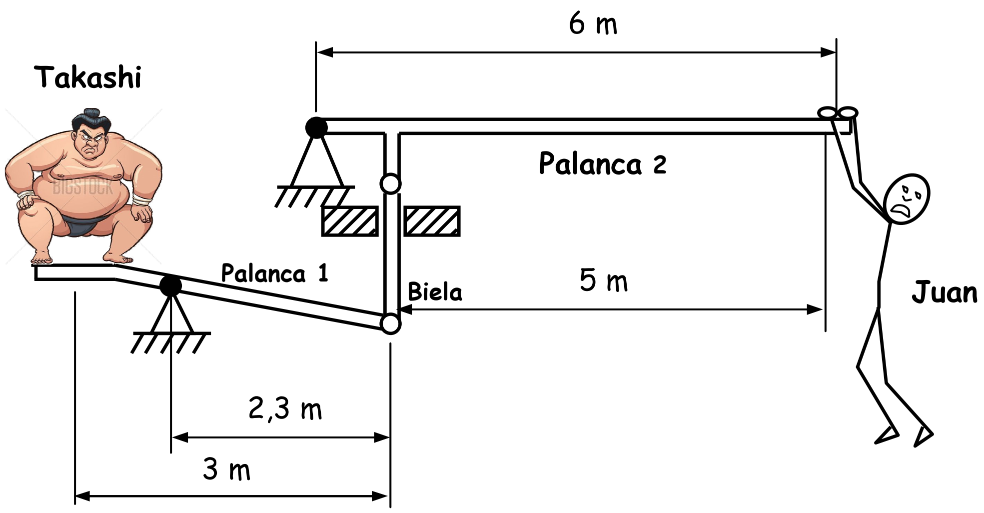
Ahora tenemos que calcular el brazo de potencia (Bp) y el brazo de resistencia (Br). Recordemos que Bp es la distancia desde P hasta el fulcro y Br la distancia desde R al fulcro. No siempre coinciden con los datos que me dan, como por ejemplo en este caso.

$$\text{Bp} = 5 + 15 = 20\,\text{cm} \qquad \text{Br} = 5\,\text{cm}$$

Ahora aplicamos la fórmula de la ley de la palanca. Nos preguntan la fuerza que hay que hacer en la mano, o sea, la potencia P. La fórmula sería:

$$P = \frac{R \cdot Br}{Bp} = \frac{60 \cdot 5}{20} = 15\ Kgf$$

3.- En el sistema de palancas de la figura, si Takaxhi pesa 200 kg, ¿Qué fuerza debe realizar Juan para levantarlo?



Solución

Tenemos una combinación de palancas. Vamos a considerar que el peso de Takashi es la resisntencia de la palanca 1. A la palanca 1 la potencia le llega a través de la biela desde la palanca 2. Vamos a calcular dicha potencia con lo datos que tenemos aplicando la ley de la palanca a la palanca 1.

$$\mathbf{P_1 \cdot Bp_1 = R_1 \cdot Br_1}$$

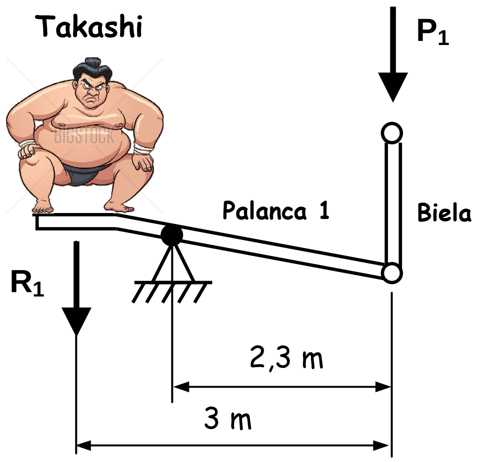
Datos: R_1 = 200 kgf (peso de Takashi)

Bp_1 = 2,3 m

Br_1 = 3 – 2,3 = 0,7 m

Despejamos:

$$P_1 = \frac{R_1 \cdot Br_1}{Bp_1} = \frac{200 \cdot 0{,}7}{2{,}3} = 60{,}87\ Kgf$$



Ahora viene la clave del problema. Tenemos que darnos cuenta de que la potencia de la palanca 1 es, a su vez, la resistencia de la palanca 2. O sea: $\mathbf{P_1 = R_2}$.

Aplicamos la ley de la palanca a la palanca 2:

$$\mathbf{P_2 \cdot Bp_2 = R_2 \cdot Br_2}$$

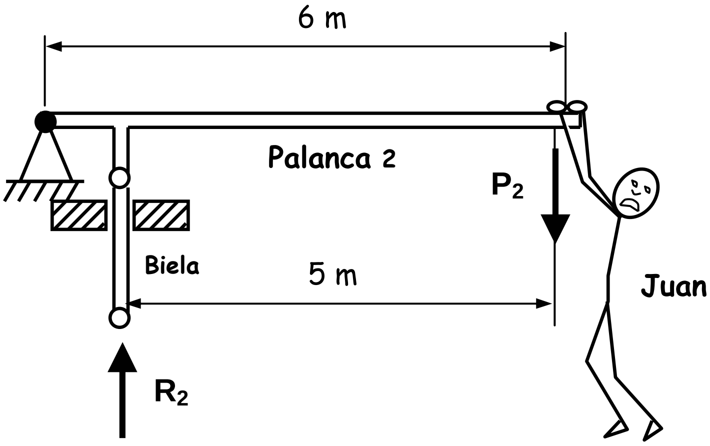
Datos: R2 = 60,87 kgf

Bp_2 = 6 m

Br_2 = 6 – 5 = 1 m

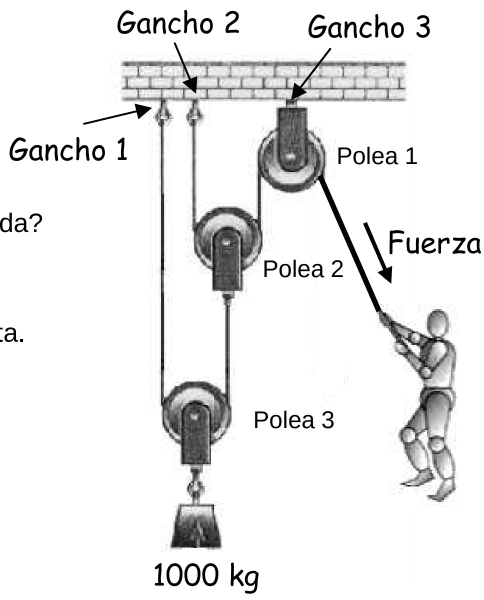
Despejamos:

$$P_2 = \frac{R_2 \cdot Br_2}{Bp_2} = \frac{60{,}87 \cdot 1}{6} = 10{,}14\ Kgf$$



Por tanto, la fuerza que tiene que hacer Juan es de solo 10,14 kgf

EJERCICIO RESUELTO POLIPASTOS (POLEAS MÓVILES)



1.- En el mecanismo de poleas de la figura, calcular:

a) La fuerza que tiene que realizar el hombre para subir la carga.

b) La fuerza que tiene que aguantar cada uno de los tres ganchos

c) ¿Cuántos metros sube la carga si el hombre recoge 10 m de cuerda?

Solución

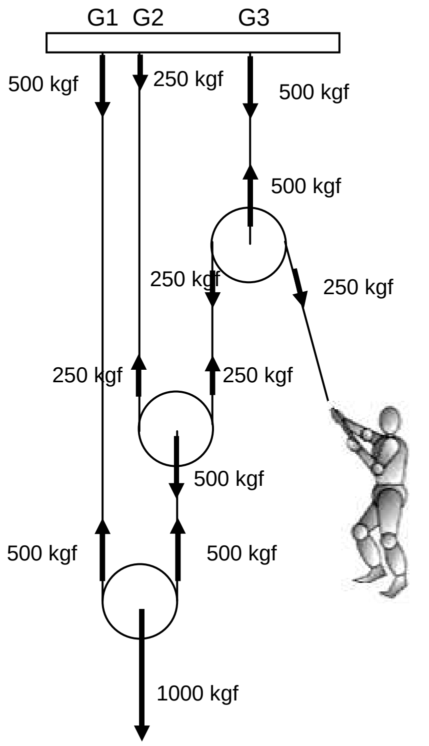
Es un mecanismo de 2 poleas móviles. No son 3 pues la fija no se cuenta.

Las fórmulas que se tienen que utilizar son: $\mathrm{P} = \frac{\mathrm{R}}{2^{\mathrm{N}}}$

- P es la potencia (fuerza que hace el hombre)
- R es la resistencia (peso de la carga)
- H es la altura que sube la carga
- L es la cantidad de cuerda que tiene que recoger el hombre
- N = nº de poleas móviles (no se cuentan las fijas).

a) Preguntan la potencia

$$\mathrm{P} = \frac{\mathrm{R}}{2^{\mathrm{N}}} = \frac{1000}{2^2} = 250\ kgf$$



b) Fuerza de los ganchos. La carga cuelga de la polea 3, que está sujeta por dos cuerdas; cada una aguanta la mitad de la carga, o sea, 500 kgf. Como la cuerda izquierda está sujeta al gancho 1, éste soportará los 500 kgf. La cuerda derecha tira de la polea 2 con 500 kgf, pero como dicha polea está sujeta por dos cuerdas, cada una tira con la mitad, o sea, 250 kgf. La cuerda derecha va directamente al gancho 2, que aguantará, por tanto, 250 kgf. De la cuerda izquierda tira el hombre, que realizar una fuerza de 250 kgf. De la polea 1 tiran hacia abajo dos cuerdas (la derecha va a la polea 2 y de la izquierda tira el hombre.) cada una tira con 250 kgf, por lo que el gancho 3 al que está sujeta debe aguantar la suma de ambas, o sea, 500 kgf.

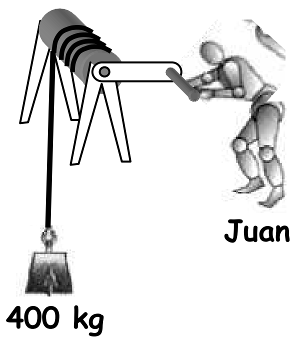
c) Aplicamos la fórmula: $\mathrm{L} = 2^{\mathrm{N}} \cdot \mathrm{H}$

Pero hay que tener en cuenta que lo que nos preguntan es H, por lo que hay que despejarla:

$$\mathrm{H} = \frac{\mathrm{L}}{2^{\mathrm{N}}} = \frac{10}{2^2} = 2{,}5\ m$$

EJERCICIO RESUELTO. TORNO

1.- Tenemos un torno de radio 8 cm y longitud de la manivela 50 cm. Juan hace girar el torno a razón de 30 vueltas por minuto. Se pide:



a) ¿Qué fuerza tiene que hacer Juan para subir la carga?

b) ¿Cuántas vueltas tiene que darle al torno para subir la carga 20 m?

c) ¿Cuánto tiempo tarda la carga en subir dichos 20 m?

d) ¿A qué velocidad sube la carga? Puede expresarse en m/min o en m/s.

Solución

Datos del problema: m = 50 cm, r = 8 cm, R = 400 kgf, ω = 30 rpm

a) Lo que nos preguntan en la potencia (fuerza que hace el hombre en la manivela).

Utilizamos la fórmula de fuerzas del torno: **P · m = R · r**

Despejamos P:
$$P = \frac{R \cdot r}{m} = \frac{400 \cdot 8}{50} = 64 \text{ kgf}$$

b) Utilizamos la fórmula del torno que relaciona lo que sube la carga (H), con el número de vueltas (Nv):

$$Nv = \frac{H}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{2000}{2 \cdot \pi \cdot 8} = 39{,}8 \text{ vueltas}$$

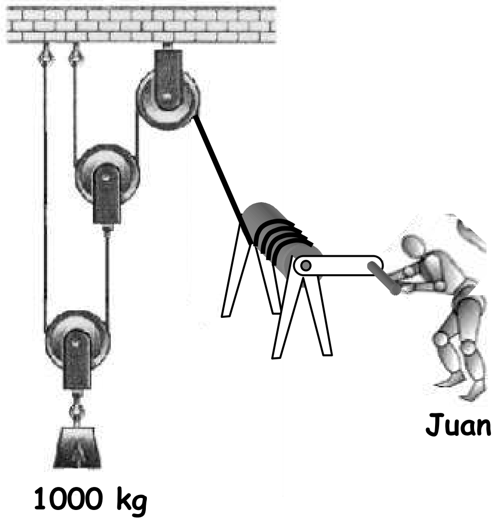
c) Usamos el dato de la velocidad de giro del torno ω = 30 rpm. Esto quiere decir que gira 30 vueltas en un minuto (60 segundos). Podemos resolverlo con una regla de tres directa.

$$\left.\begin{array}{lcl} 30 \text{ vueltas} & \longrightarrow & 1 \text{ minuto} \\ 39{,}8 \text{ vueltas} & \longrightarrow & x \end{array}\right\} \quad x = \frac{39{,}8 \cdot 1}{30} = 1{,}33 \text{ minutos}$$

d) Aquí podemos utilizar la fórmula de la velocidad, que es el espacio recorrido (20 m) entre el tiempo empleado para ello (1,33 minutos).

$$v = \frac{e}{t} = \frac{20}{1{,}33} = 15 \text{ m/minuto}$$

EJERCICIO RESUELTO. TORNO COMBINADO CON POLIPASTO (POLEAS MÓVILES)



1.- El mecanismo de la figura es una combinación de un polipasto exponencial con un torno. El cilindro del torno tiene un diámetro de 15 cm y la manivela una longitud de 0,5 m. Calcular:

a) ¿Qué fuerza tiene que realizar Juan sobre la manivela para subir la carga?

b) ¿Qué número de vueltas tendrá que darle al torno para subir la carga una altura de 10 m?

Solución

Datos del problema: m = 0,5 m = 50 cm, r = 7,5 cm,

R = 1000 kgf.

a) El primer **error** que podríamos cometer es utilizar la fórmula del torno: **P · m = R · r** utilizando el valor de R = 1000 kgf, como si entre la carga y el torno no estuviera por medio el polipasto. Sería un error pues supondría considerar que en la cuerda de la que tira el torno hay que realizar una fuerza de 1000 kgf, cuando esto no es así.

Para distinguir cuando la potencia y la resistencia se refiereN a un mecanismo o a otro, utilizaremos el subíndice P cuando se refiera al polipasto y el subíndice T cuando se refiera al torno.

Tenemos que aplicar primero la fórmula del polipasto exponencial para averiguar la fuerza que hay que realizar en la cuerda de la que tira el torno.

$$P_P = \frac{R_P}{2^N} = \frac{1000}{2^2} = 250\ kgf$$

Esta fuerza será de la que tire el torno, por lo tanto es su resistencia R_T. O sea: $P_P = R_T$

Aplicamos la fórmula de fuerzas del torno. $P_T \cdot m = R_T \cdot r$

Despejo P_T

$$P_T = \frac{R_T \cdot r}{m} = \frac{250 \cdot 7{,}5}{50} = 37{,}5\ kgf$$

b) En este apartado podemos cometer otro **error**, suponiendo que la altura que tiene que subir la carga, 10 m, es la cantidad de cuerda que tiene que subir el torno, cuando esto no es así. Para distinguir la H de la fórmula del polipasto y del torno utilizaremos los subíndices P y T igual que antes.

Tenemos que utilizar la fórmula del polipasto que relaciona la altura que sube la carga (H_P) con la cantidad de cuerda que hay que recoger (L_P).

$$L_P = 2^N \cdot H_P = 2^2 \cdot 10 = 40\ \text{m}$$

La cuerda que debe recoger el polipasto (L_P) es igual a la H de la fórmula del torno (H_T).

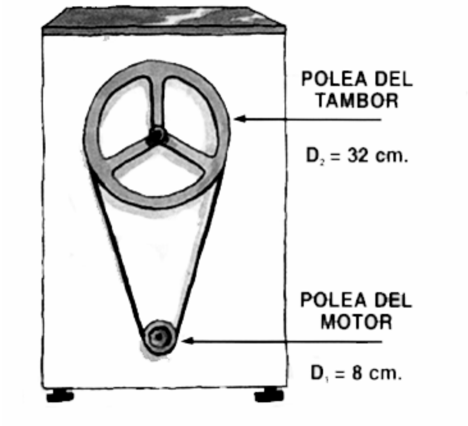
Ahora aplicamos la fórmula del torno:

$$Nv = \frac{H_T}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{4000}{2 \cdot \pi \cdot 7{,}5} = 84{,}9\ \text{vueltas}$$

EJERCICIOS RESUELTOS. POLEAS ENLAZADAS

1.- En la figura se muestra la parte trasera de una lavadora. El motor le transmite el movimiento al tambor a través de un sistema de poleas y correa. La polea de motor tiene un diámetro de 8 cm y la polea del tambor de 32 cm. Cuando lava, el motor gira a 500 rpm y cuando centrífuga gira a 3.000 rpm. Calcular:

- **a)** La velocidad a la que gira el tambor cuando lava.
- **b)** La velocidad a que gira el tambor cuando centrifuga.
- **c)** Cuántas vueltas da el tambor en 5 segundos cuando centrifuga.



Solución

La fórmula que relaciona las velocidades de giro de las poleas (ω) con los diámetros de las poleas (D) es: $\omega_1 \cdot D_1 = \omega_2 \cdot D_2$

Llamaremos con el subíndice 1 a la polea del motor y con el subíndice 2 a la del tambor.

Ahora bien, hay que tener cuidado, pues me dan la velocidad del motor en dos casos diferentes, cuando lava (va más despacio) y cuando centrifuga (va más rápido) pero en ambos casos se refiere a la velocidad de la polea del motor, no a la del tambor, que es lo que nos piden. Para distinguirlas, añadiremos el subíndice L cuando la lavadora lava y el subíndice C cuando centrifuga.

Los datos del problema son: D_1 = 8 cm, D_2 = 32 cm, ω_{1L} = 500 rpm, ω_{1C} = 3000 rpm

a) Nos piden ω_{2L}

La fórmula sería: $\omega_{1L} \cdot D_1 = \omega_{2L} \cdot D_2$ despejamos $\omega_{2L} = \frac{\omega_{1L} \cdot D_1}{D_2} = \frac{500 \cdot 8}{32} = 125 \text{ rpm}$

b) Nos piden ω_{2C}

La fórmula sería: $\omega_{1C} \cdot D_1 = \omega_{2C} \cdot D_2$ despejamos $\omega_{2C} = \frac{\omega_{1C} \cdot D_1}{D_2} = \frac{3000 \cdot 8}{32} = 750 \text{ rpm}$

c) Hemos averiguado que ω_{2C} = 750 rpm. Esto quiere decir que el tambor gira 750 vueltas en un minuto (60 segundos). Nos piden el número de vueltas que da en 5 segundos. Podemos resolverlo con una regla de tres directa:

$$\left.\begin{array}{l} 750 \text{ vueltas} \longrightarrow 60 \text{ segundos} \\ x \text{ vueltas} \longrightarrow 5 \text{ segundos} \end{array}\right\} \quad x = \frac{750 \cdot 5}{60} = 62{,}5 \text{ vueltas}$$

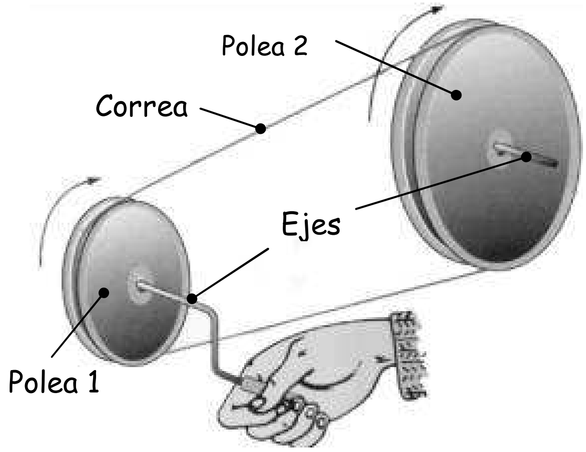
2.- En la figura, la polea 1 tiene un diámetro de 15 cm y la polea 2 de 30 cm.

a) ¿Cuántas vueltas da la polea 2 por cada vuelta que da la polea 1?

b) ¿Cuántas vueltas da la polea 1 cuando la polea 2 da 10 vueltas?

c) ¿A qué velocidad gira la polea 2 si la polea 1 gira a 500 rpm?

d) ¿Qué diámetro tendría que tener la polea 2 para que cuando la polea 1 girara a 500 rpm, la polea 2 girara a 150 rpm?



<u>Solución</u>

Los datos del problema son: D_1 = 15 cm, D_2 = 30 cm

La fórmula de las poleas $\omega_1 \cdot D_1 = \omega_2 \cdot D_2$ se puede utilizar para el número de vueltas, quedando:

$$Nv_1 \cdot D_1 = Nv_2 \cdot D_2$$

Los casos siguientes son independientes entre sí.

a) Nos piden Nv_2 y nos dan Nv_1 = 1 vuelta $\quad Nv_2 = \frac{Nv_1 \cdot D_1}{D_2} = \frac{1 \cdot 15}{30} = 0{,}5 \text{ vueltas}$

b) Nos piden Nv_1 y nos dan Nv_2 = 10 vueltas $\quad Nv_1 = \frac{Nv_2 \cdot D_2}{D_1} = \frac{10 \cdot 30}{15} = 20 \text{ vueltas}$

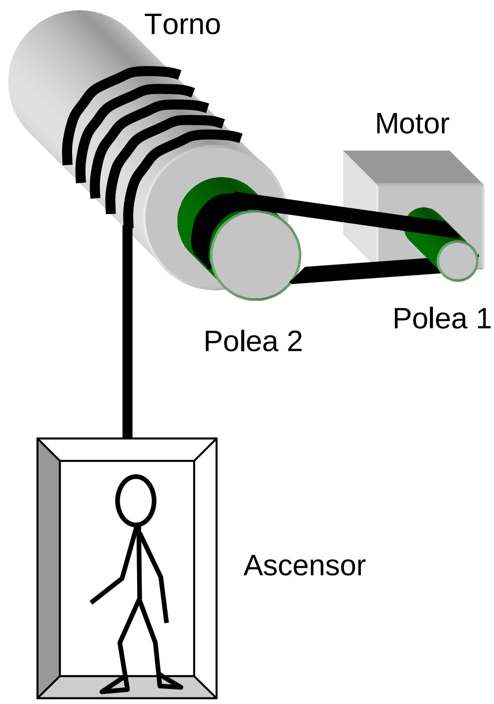
c) Nos piden ω_2 y nos dan ω_1 = 500 rpm $\quad \omega_2 = \frac{\omega_1 \cdot D_1}{D_2} = \frac{500 \cdot 15}{30} = 250 \text{ rpm}$

d) Nos piden cuánto debe valer D_2 para que cuando ω_1 = 500 rpm fuera ω_2 = 150 rpm

Despejamos D_2.

$$D_2 = \frac{\omega_1 \cdot D_1}{\omega_2} = \frac{500 \cdot 15}{150} = 50 \text{ cm}$$

EJERCICIOS RESUELTOS DE TORNOS Y POLEAS COMBINADOS



1.- Tenemos un ascensor que es movido por el mecanismo combinado de poleas y torno de la figura. El movimiento parte de un motor que gira a 400 rpm y tiene acoplada en su eje una polea de 5 cm de diámetro.

La polea acoplada al eje del torno tiene un diámetro de 15 cm. El diámetro del cilindro del torno es de 20 cm. Se pide:

a) ¿A qué velocidad gira el torno?

b) ¿Cuánto sube el ascensor en un minuto?

c) ¿A qué velocidad sube el ascensor expresada en m/s?

d) ¿Cuánto tardará el ascensor en subir desde la planta baja a la planta alta de un edificio, si la diferencia de altura es de 40 m?

<u>Solución</u>

Los datos del problema son: D_1 = 5 cm, D_2 = 15 cm, radio torno r = 10 cm, ω_1 = 450 rpm

a) Nos piden ω_2

$$\omega_2 = \frac{\omega_1 \cdot D_1}{D_2} = \frac{450 \cdot 5}{15} = 150 \text{ rpm}$$

b) Utilizamos la fórmula del torno que relaciona lo que sube la carga (H), con el número de vueltas (Nv).

$$Nv = \frac{H}{2 \cdot \pi \cdot r} \qquad H = Nv \cdot 2 \cdot \pi \cdot r$$

Nos piden H en un minuto por lo que necesitamos Nv en un minuto.

Sin embargo esto es fácil pues el dato calculado ω_2 = 150 rpm nos indica que el torno da 150 vueltas en un minuto. Por tanto:

$$H = Nv \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = 150 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10 \text{ cm} = 9424{,}8 \text{ cm} = 94{,}25 \text{ m}$$

c) La velocidad del ascensor es de v = 94,25 m/minuto y hay que pasarla a m/segundos.

$$v = 94{,}25 \frac{m}{min} \times \frac{1 \text{ min}}{60 seg} = 1{,}57 \frac{m}{seg}$$

d) Podemos resolverlo con una regla de tres directa a partir de la velocidad:

$$\left.\begin{array}{l} 1{,}57 \text{ metros} \longrightarrow 1 \text{ segundo} \\ 40 \text{ metros} \longrightarrow x \text{ segundos} \end{array}\right\} \quad x = \frac{40 \cdot 1}{1{,}57} = 25{,}5 \text{ segundos}$$