



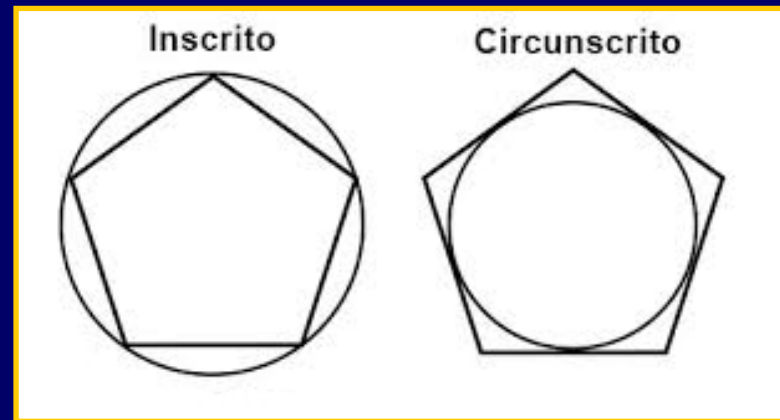
# Polígonos

IES BELLAVISTA

# Polígonos: definiciones

Un **polígono** es la porción de plano limitada por rectas que se cortan.

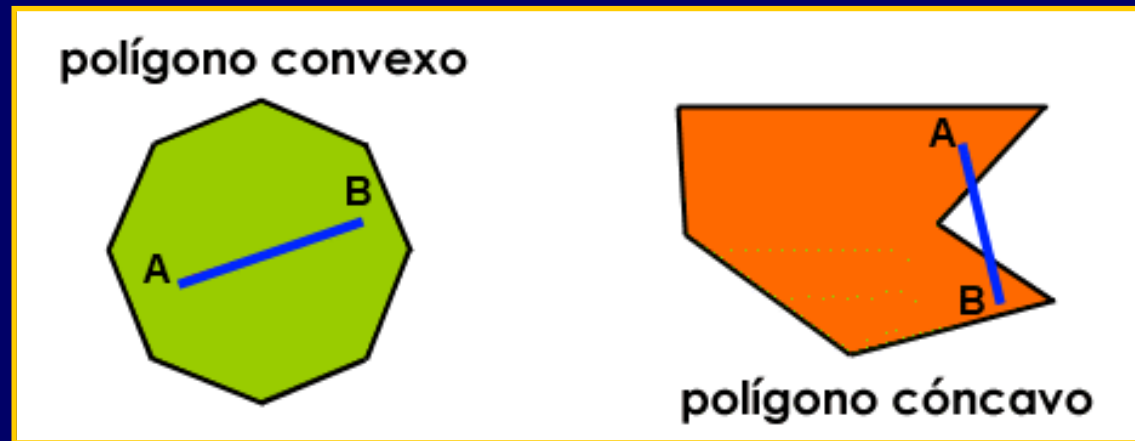
- Polígono **regular**: el que tiene todos los lados y ángulos iguales.
- Polígono **irregular**: el que no tiene todos los lados y ángulos iguales.
- Polígono **inscrito**: el que tiene sus vértices en una circunferencia.
- Polígono **circunscrito**: el que tiene sus lados tangentes a una circunferencia.



Todos los polígonos regulares se pueden inscribir y circunscribir en una circunferencia.

# Polígonos: definiciones

- Polígono **convexo**: todos sus ángulos interiores son inferiores a  $180^\circ$ .
- Polígono **cóncavo**: al menos uno de sus ángulos interiores es superior a  $180^\circ$ .

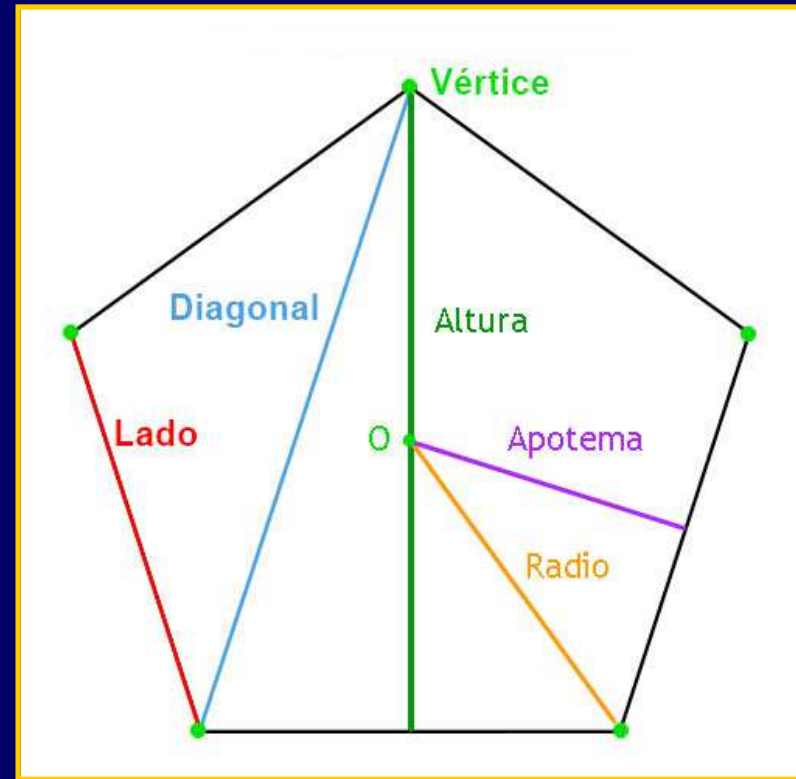


En un **polígono convexo** si se toman cualesquiera dos puntos interiores (A y B) el segmento que los une queda dentro del polígono.

En un **polígono cóncavo** se pueden encontrar dos puntos interiores (A y B) de forma que alguna porción del segmento que los une queda fuera del polígono.

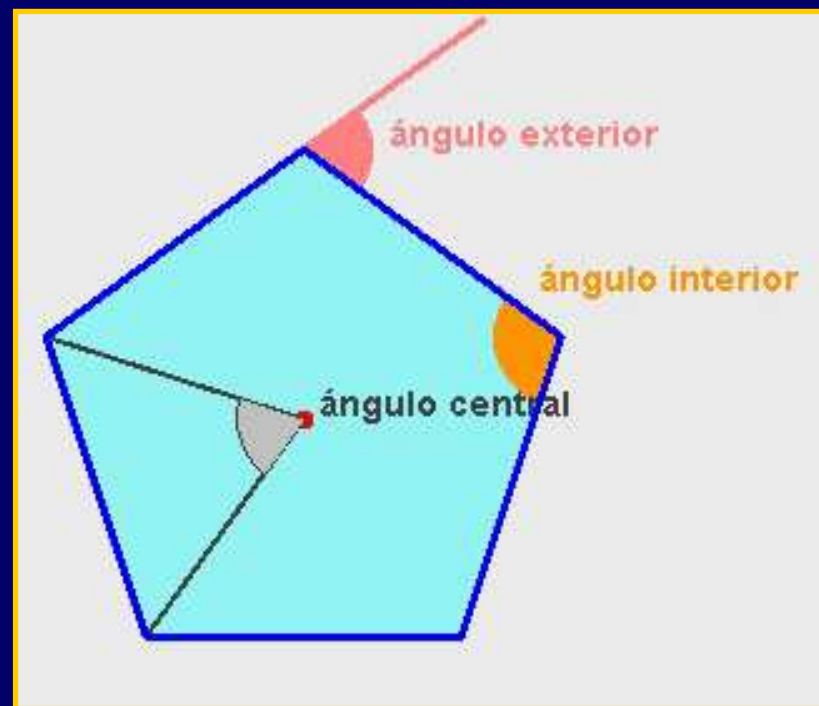
# Polígonos: elementos lineales

- **Lado:** cada uno de los segmentos que forman el polígono.
- **Diagonal:** segmento que une dos vértices no consecutivos.
- **Radio:** segmento trazado desde el centro a uno de los vértices.
- **Apotema:** segmento perpendicular a un lado trazado desde el centro del polígono.
- **Altura:** distancia de un vértice al lado opuesto o la distancia entre dos lados paralelos según el tipo de polígono.
- **Perímetro:** contorno formado por el conjunto de todos sus lados. Su valor es la suma de las longitudes de los lados.



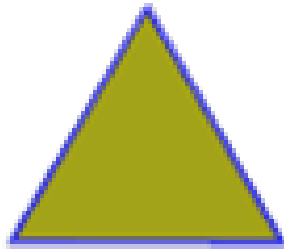
# Polígonos: elementos angulares

- **Ángulo interior:** el formado por dos lados consecutivos. En un polígono convexo de **n** lados su **suma** es  **$180^\circ \cdot (n - 2)$**
- **Ángulo exterior:** el formado por un lado y la prolongación del lado contiguo. Cada ángulo interior y exterior contiguos son suplementarios (suman  $180^\circ$ )
- **Ángulo central:** el que tiene el vértice en el centro del polígono y los lados pasan por dos vértices consecutivos. En un polígono regular de **n** lados vale  **$360^\circ / n$**

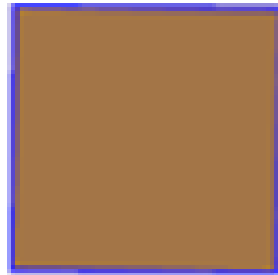


# Tipos de polígonos

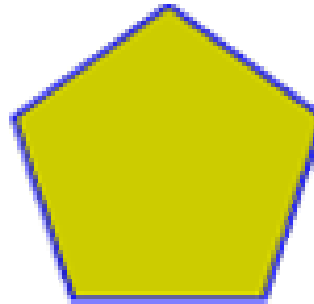
Los polígonos regulares se designan por el número de sus lados.



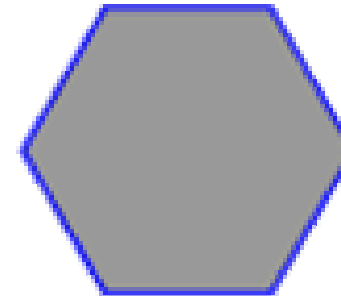
Triángulo  
equilátero



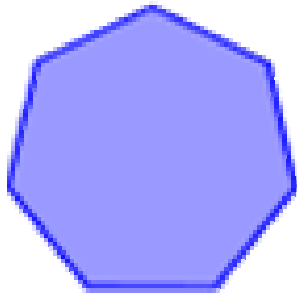
Cuadrado



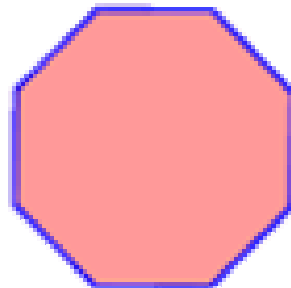
Pentágono  
regular



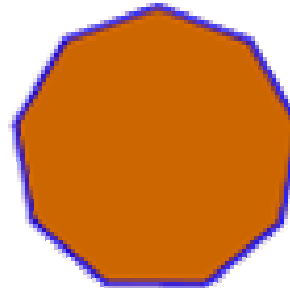
Hexágono  
regular



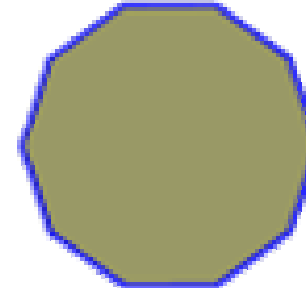
Heptágono  
regular



Octógono  
regular



Eneágono  
regular



Decágono  
regular



# Polígonos

CONSTRUCCIÓN DE  
POLÍGONOS REGULARES

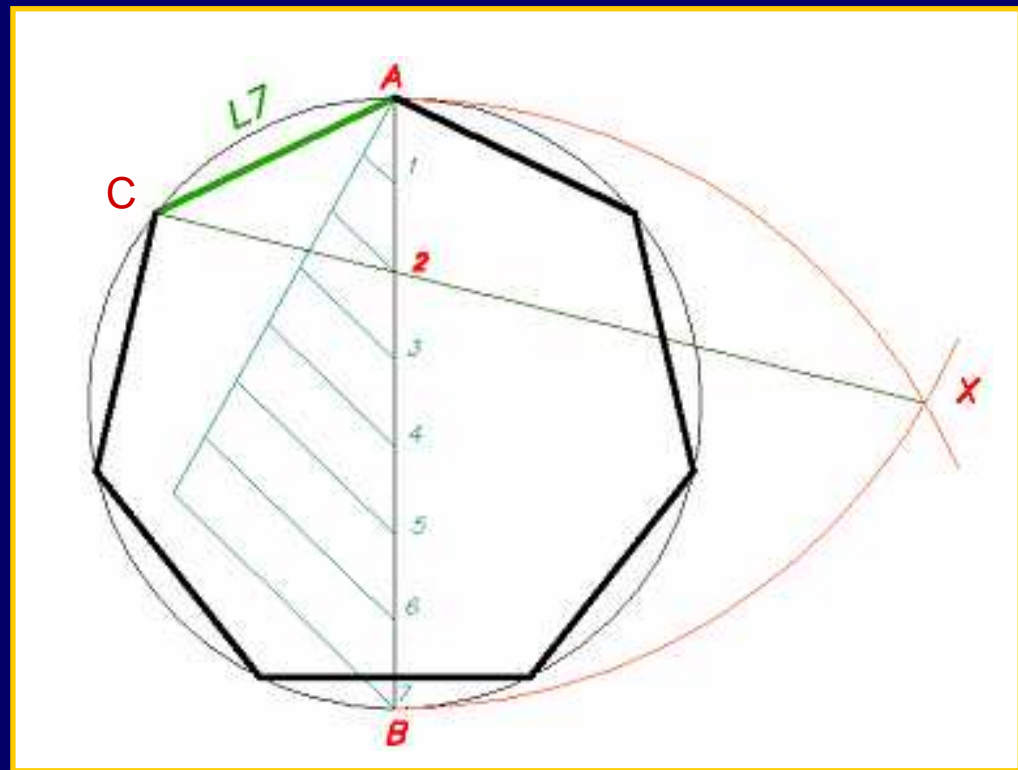
## Polígono regular de $n$ lados conocido el radio

Dibujada la circunferencia circunscrita se trazan arcos de radio el diámetro (AB) y centros en A y B obteniendo el punto X.

Se divide el diámetro AB en  $n$  partes iguales.

Se une X con la 2ª división y se prolonga hasta que corte a la circunferencia en C. AC es el lado del polígono buscado.

Para determinar los otros lados transportamos AC con el compás o unimos X con el resto de divisiones pares.



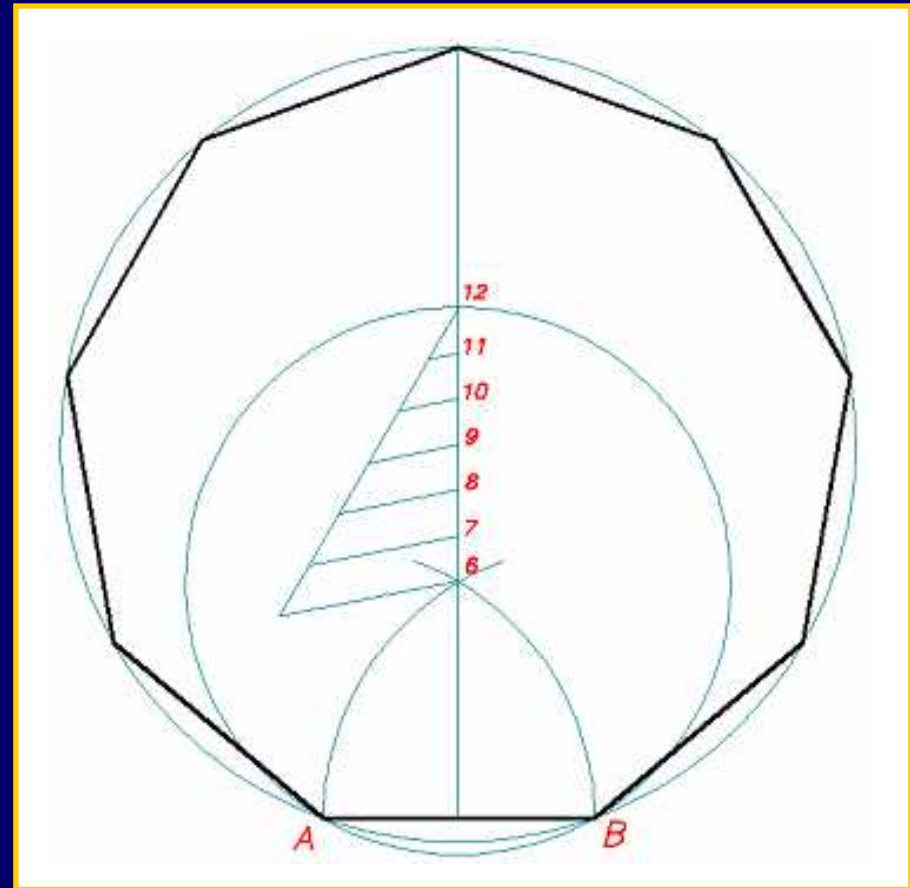


## Polígono regular de $n$ lados conocido el lado (V1)

Dado el lado  $AB$ , se trazan arcos de radio  $AB$  y centros en  $A$  y  $B$ . Se obtiene el punto  $6$  y se traza una circunferencia con centro en  $6$  y radio  $6A$ .

Se divide el radio  $6-12$  en 6 partes iguales, obteniendo los puntos  $6, 7, 8, 9, 10, 11$  y  $12$ . Cada uno de estos puntos es centro de una circunferencia que pasando por  $A$  y  $B$ , contendrá un número de lados igual al número que designa al punto.

Así, en la figura el punto  $9$  es centro de una circunferencia que contendrá 9 veces el lado  $AB$ . Será un eneágono regular.



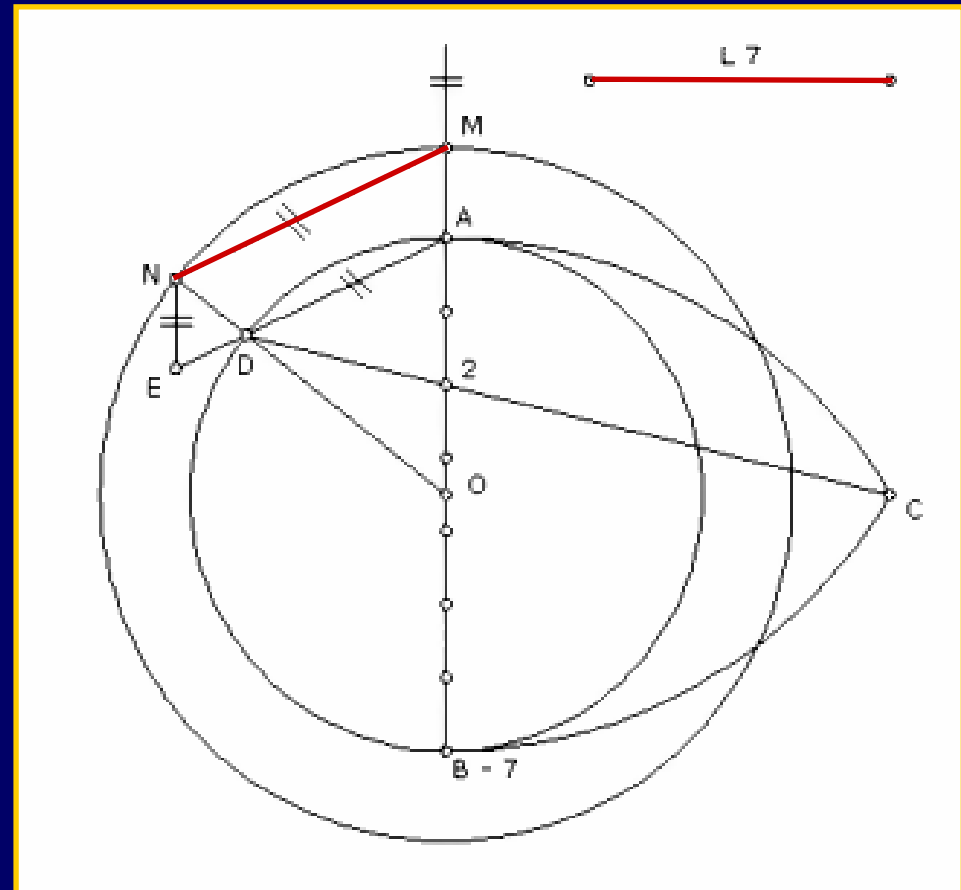
## Polígono regular de n lados conocido el lado (V2)

Se traza una circunferencia de cualquier diámetro (AB en la figura) y se divide en  $n$  partes iguales por el procedimiento general conocido.

Se obtiene el lado AD, el cual se prolonga hasta que mida el lado dado (AE en la figura).

Se traza una paralela a OA por E cortando en N a la prolongación de OD. Trazo paralela a AE por N y obtengo M. El segmento NM es uno de los lados.

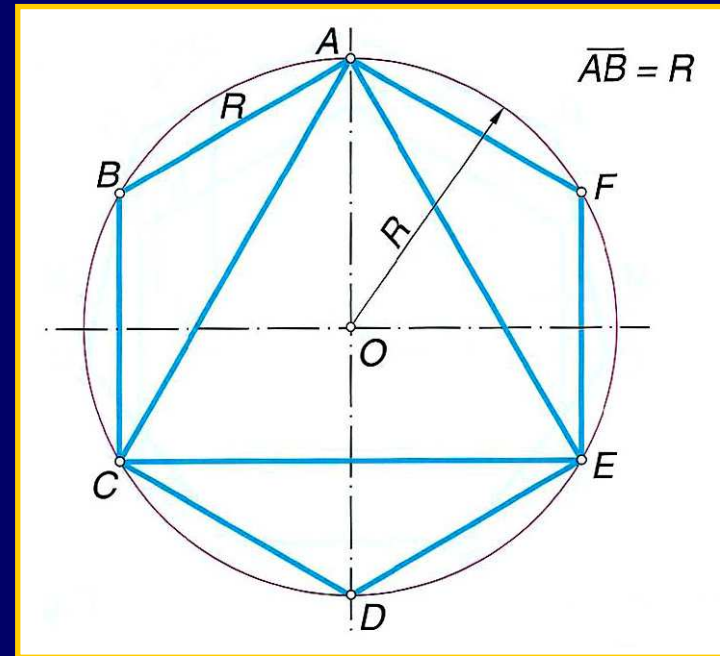
La circunferencia de centro O y radio ON es la circunferencia circunscrita que contiene  $n$  veces el lado dado (7 en el ejemplo).



# División circunferencia en 6, 3 y 12 partes

Permite construir el hexágono, el triángulo y el dodecágono conocido el radio de la circunferencia circunscrita.

**Hexágono:** Dibujada la circunferencia, con centro en  $A$  y radio  $R$  trazamos arco que corta a la circunferencia en  $B$ . Con el compás se lleva el radio  $R$  sucesivas veces a partir de  $B$ .



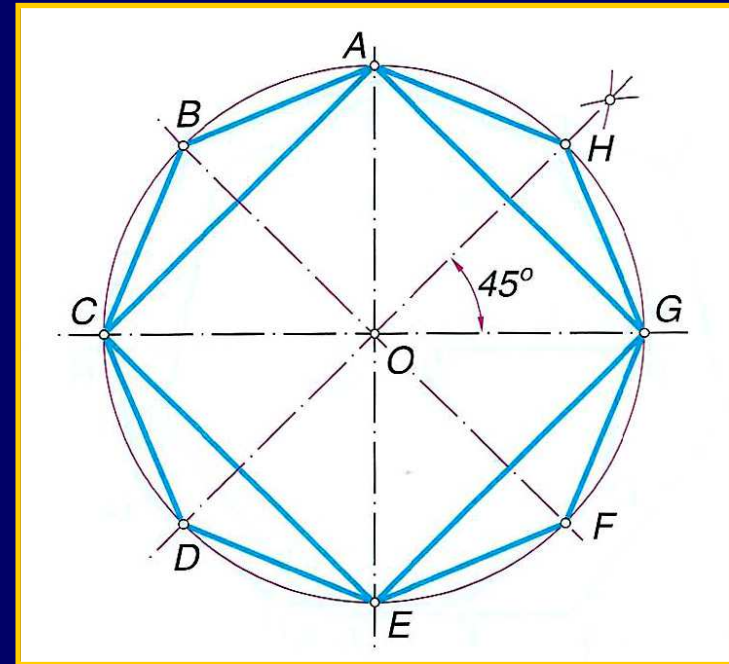
**Triángulo:** Basta unir los vértices del hexágono de forma alterna ( $AC$ ,  $CE$ ,  $EA$ ).

**Dodecágono:** La mediatriz a un lado del hexágono cortará a la circunferencia en un punto que unido con uno de los extremos del lado del hexágono constituye el lado del dodecágono.

# División circunferencia en 4 y 8 partes

Permite construir el cuadrado y el octógono conocido el radio de la circunferencia circunscrita.

**Cuadrado:** Dibujada la circunferencia, dibujamos dos diámetros perpendiculares que la dividen en cuatro partes que son los vértices del cuadrado inscrito.

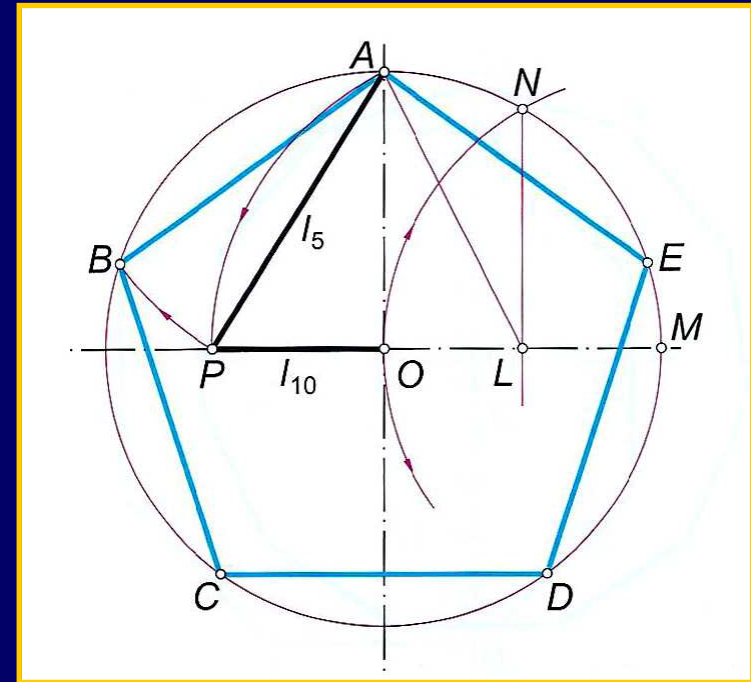


**Octógono:** La mediatriz a un lado del cuadrado cortará a la circunferencia en un punto que unido con uno de los extremos del lado del cuadrado constituye el lado del octógono.

# División circunferencia en 5 y 10 partes

Permite construir el pentágono y el decágono conocido el radio de la circunferencia circunscrita.

**Pentágono:** Dibujada la circunferencia, trazamos el diámetro horizontal y el vertical. Hallamos el punto L, punto medio del radio OM. Con centro en L y radio LA trazamos arco y obtenemos el punto P sobre el diámetro horizontal. El segmento AP es el lado del pentágono.

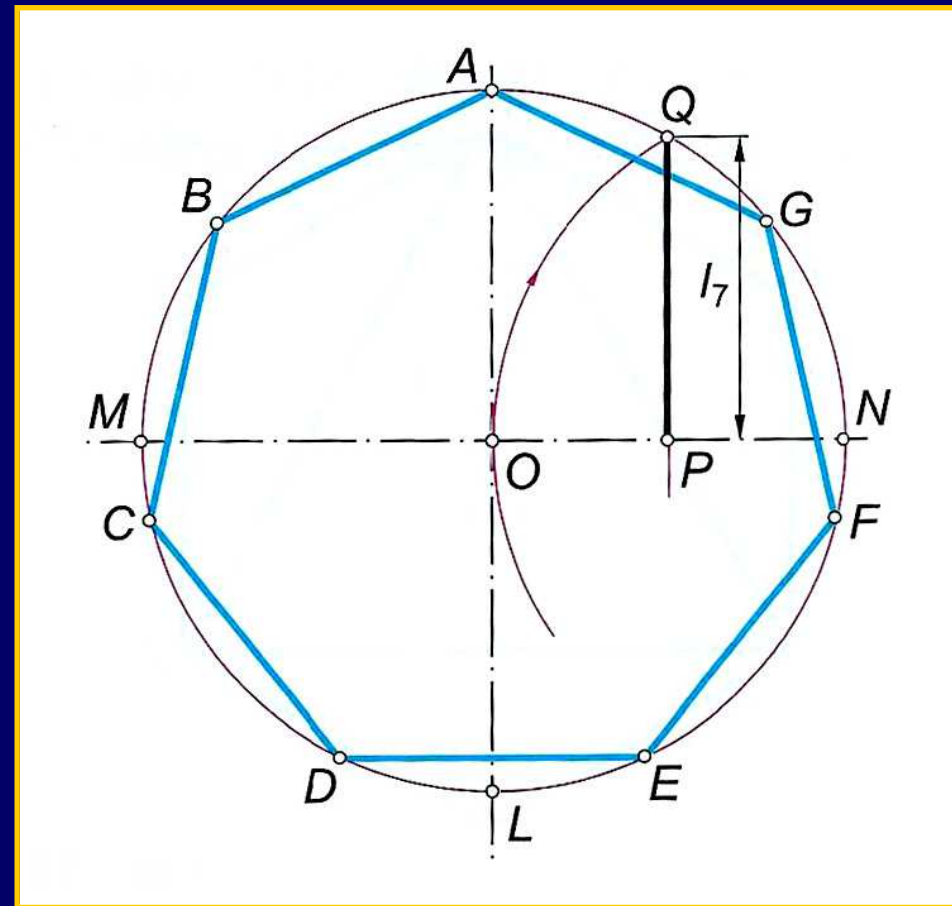


**Decágono:** el segmento OP de la construcción anterior es el lado del decágono. También se puede hallar trazando la mediatriz al lado del pentágono hasta que corte a la circunferencia.

# División circunferencia en 7 partes

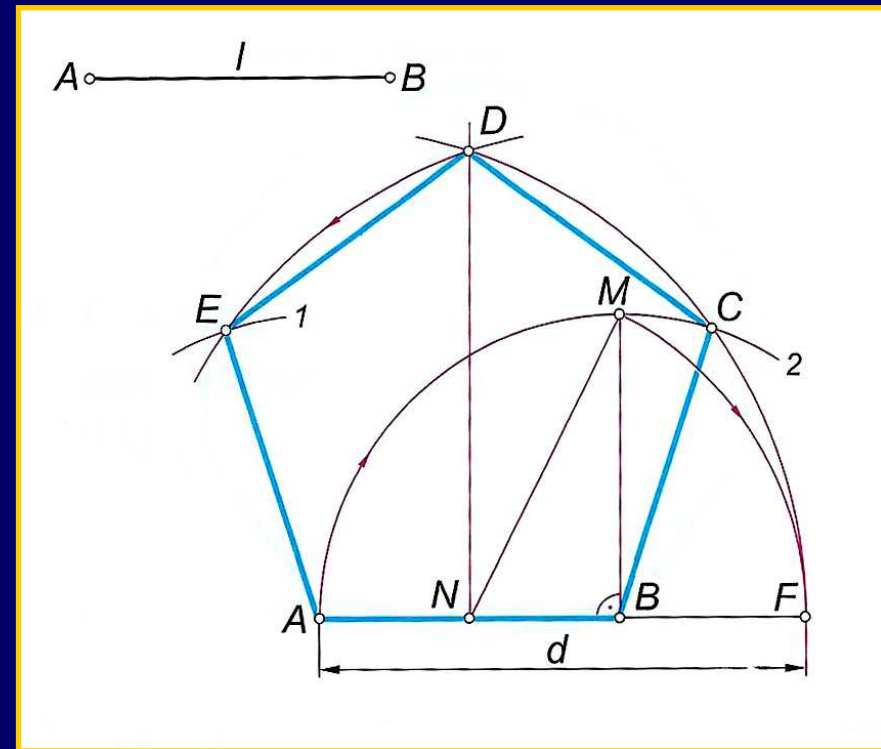
Permite construir el heptágono conocido el radio de la circunferencia circunscrita.

**Heptágono:** Dibujada la circunferencia, trazamos el diámetro horizontal. Hallamos el punto P, punto medio del radio ON. Con centro en N y radio dado ON trazamos arco y obtenemos el punto Q sobre la circunferencia. El segmento PQ es el lado del heptágono.



## Pentágono a partir del lado

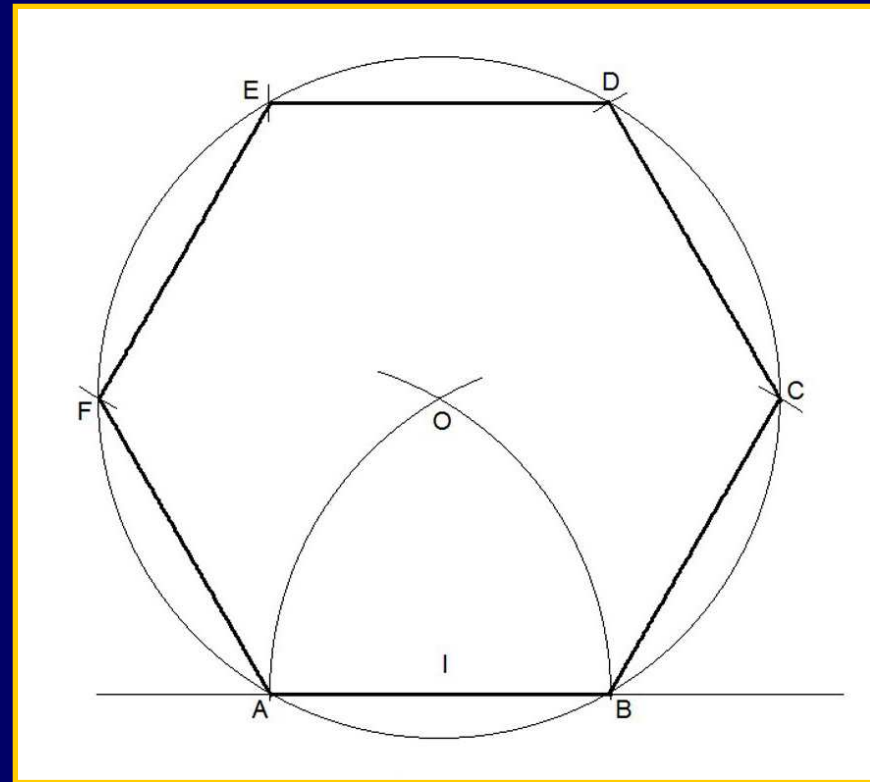
Se traza el lado dado  $AB$  sobre una horizontal. Se levanta una perpendicular por  $B$  al segmento  $AB$ . Se traza un arco con centro en  $B$  y radio  $BA$  que corta a la perpendicular en  $M$ . Se halla el punto medio  $N$  del segmento  $AB$ . Con centro en  $N$  y radio  $NM$  se traza arco que corta a la prolongación de  $AB$  en  $F$ . La distancia  $AF$  es la diagonal del pentágono ( $d$ ).



Con centros en  $A$  y  $B$  se trazan arcos de radio  $AF$  que se cortan en  $D$  (vértice superior del pentágono). Los vértices restantes  $C$  y  $E$  se hallan mediante arcos iguales al lado desde  $A$ ,  $D$  y  $B$ .

## Hexágono a partir del lado

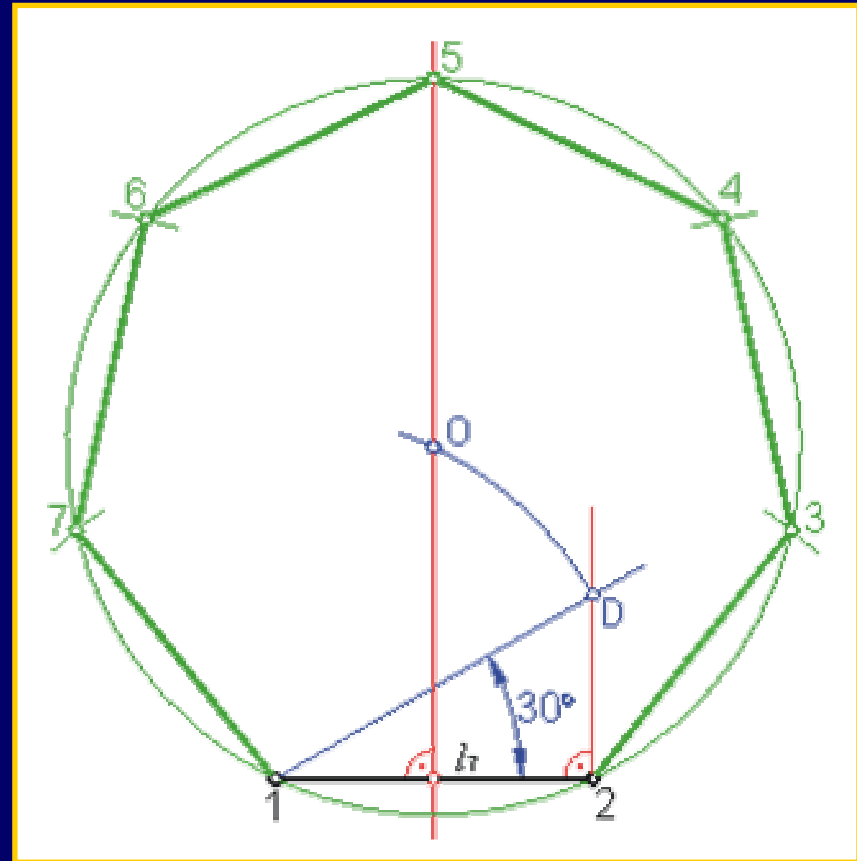
Se traza el lado dado  $AB$  sobre una horizontal. Con centro en  $A$  y en  $B$  se trazan arcos de radio  $AB$  que se cortan en  $I$  y el punto  $O$ , que es el centro de una circunferencia circunscrita al hexágono. Sobre ella se lleva seis veces el lado.





## Heptágono a partir del lado

Se traza el lado dado 12 horizontal. Se traza su mediatriz. Se traza por 1 un ángulo de  $30^\circ$  hasta que corta a una perpendicular trazada al segmento por el extremo 2 en el punto D. Con centro en 1 y radio 1D se traza un arco que corta a la mediatriz en el punto O, que es el centro de una circunferencia circunscrita al heptágono. Sobre ella se lleva siete veces el lado.



## Octógono a partir del lado

Se traza el lado dado 12 horizontal. Se traza su mediatriz. Se construye el cuadrado 12AB. Se traza una diagonal de este cuadrado que corta a la mediatriz en C. Con centro en C y radio C1 se traza arco que corta a la mediatriz en O, que es el centro de una circunferencia circunscrita al octógono. Sobre ella se lleva ocho veces el lado.

