INTRODUCCIÓN A LA ELECTRÓNICA DIGITAL

Existen unos circuitos electrónicos diseñados para poder distinguir y para poder producir señales eléctricas que sólo pueden adoptar dos niveles de tensión distintos y bien diferenciados. Estos circuitos se denominan **circuitos electrónicos digitales**.

Los dos valores de tensión pueden variar de unos circuitos a otros dependiendo de la tecnología utilizada. En los circuitos más habituales (los de tecnología TTL y algunas familias de tecnología CMOS) **los valores son 0 V para el nivel bajo y 5 V para el nivel alto**.

Para codificar estos valores, **al nivel alto se le asigna el valor lógico 1 y al nivel bajo el valor lógico 0**.

<u>**Nota:**</u> la señal no tiene por qué adoptar estos dos valores de tensión con total exactitud; los circuitos interpretan los valores próximos a 0 V como un 0 y los valores próximos a 5 V como un 1. El problema se presenta cuando al circuito le llegan valores que están en medio y lo suficientemente alejados de los dos anteriores (por ejemplo, en torno a 2 ó 3 V). El circuito no sabrá interpretarlos y puede tomarlos lo mismo por un 0 que por un 1, con lo cual pueden producirse errores. Por tanto, hay que evitar estos valores.

Los circuitos electrónicos digitales resultan especialmente útiles cuando queremos controlar sistemas técnicos en los que buscamos que determinados elementos receptores (lámparas, motores, etc), funcionen o no dependiendo del estado en que se encuentren determinados elementos de maniobra (interruptores, pulsadores, finales de carrera, etc) o elementos sensores (sensores de luz, de humedad, de temperatura, etc).

<u>**Ejemplo 1**</u>: queremos que un sistema de riego automático, funcione cuando un sensor de humedad me indique que el terreno está seco y al mismo tiempo un sensor de luz me indique que es de noche, o bien cuando se accione un interruptor de mando (aunque la tierra no esté seca ni sea de noche).

<u>**Ejemplo 2**</u>: queremos que el motor de una bomba de llenado envíe agua a un depósito cuando el nivel del agua baje de un cierto sensor de nivel situado en la parte baja del depósito, y que se vuelva a parar cuando sobrepase otro sensor de nivel situado en la parte alta del depósito.

1.- VARIABLES DEPENDIENTES E INDEPENDIENTES.

Como vemos en los ejemplos anteriores, la señal que pone en marcha los receptores puede depender de los valores que adopten varias señales (procedentes de los sensores o de los elementos de maniobra) al mismo tiempo.

A las señales cuyo valor no depende de ninguna otra (por ejemplo, si la tierra está seca o no, si es de día o de noche, si activo un interruptor o no, si el depósito está más o menos lleno, etc,) se les denomina **variables independientes**, mientras que aquellas cuyo valor depende de los valores que adopten las anteriores (como la bomba de riego o la de llenado del depósito), se les llama **variables dependientes**.

Existe una relación que indica cómo depende la variable dependiente de las variables independientes. A esta relación, como veremos luego, se le denomina **función lógica**.

Ejemplo 3

Veamos el caso del sistema de riego automático del ejemplo 1. Llamemos:

- **A**: variable independiente que indica la sequedad de la tierra. Vale 1 si la tierra está seca y 0 si está húmeda.
- **B**: variable independiente que indica si es de día o de noche. Vale 1 si es de noche y 0 si es de día.
- **C**: variable independiente que indica la posición del interruptor de mando. Vale 1 si está cerrado y 0 si está abierto.
- **R**: variable dependiente que activa o no la bomba de riego. Si vale 1 pone en marcha la bomba y si vale 0 la para.

La **relación** que relaciona la variable R con las otras tres se expresaría:

*"R vale 1 si A **y** B valen simultáneamente 1 **o** bien si C vale 1"*

2.- LAS TABLAS DE VERDAD.

Las relaciones entre variables, se representan mediante las llamadas **tablas de verdad**, en las cuales se indican los valores que adopta la variable dependiente ante todas y cada una de las combinaciones de valores de las variables independientes. Si tenemos *n* variables independientes, tendremos 2^n combinaciones posibles.

La tabla de verdad de la relación *"R vale 1 si A **y** B valen simultáneamente 1 **o** bien si C vale 1"* es la que se muestra al lado.

A	B	C	R
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

La tabla tiene dos partes, las columnas de la izquierda corresponden a las variables independientes o *variables de entrada*. La columna de la derecha corresponde a la variable dependiente o *variable de salida*.

Cada fila de la tabla representa una combinación posible de las variables de entrada, y el correspondiente valor que adopta la variable de salida. Como hemos indicado, con "n" variables de entrada pueden darse 2^n combinaciones diferentes.

Ejemplo 4

Disponemos de tres finales de carrera, "**a**" "**b**" y "**c**" , que proporcionan una señal de valor lógico 1 cuando se accionan. Con ellos se gobiernan tres motores, **M1**, **M2** y **M3**, según las siguientes condiciones:

- No estando accionado ningún final de carrera, permanecerán parados los tres motores.
- Estando pulsado sólo "a" debe girar M1.
- Estando pulsado sólo "b" debe girar M2.
- Estando pulsado sólo "c" debe girar M3.
- Accionando dos finales de carrera cualesquiera, girarán los tres motores.
- Mientras se encuentren accionados los tres finales de carrera, no girará ningún motor.

La tabla de verdad del circuito de control del sistema es:

a	b	c	M1	M2	M3
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0

Términos de indiferencia en las tablas de verdad

Hasta ahora hemos supuesto que cada combinación de entradas a un circuito lógico ha de dar una salida o bien 0 o bien 1. Sin embargo, a veces sucede que algunas de dichas combinaciones de entradas no podrán darse físicamente debido a las características del sistema que se pretende controlar con el circuito lógico.

Pensemos, por ejemplo, en el circuito para controlar el movimiento de un ascensor, y que algunas de las variables de entrada son finales de carrera que detectan la planta del edificio en la que se encuentra el ascensor. Resulta evidente que no podrán estar activados al mismo tiempo el final de carrera de la 1ª planta y el de la 3ª.

A estos términos se les llama **términos de indiferencia**, y da lo mismo que la salida del circuito lógico sea 0 ó 1, ya que, de hecho, nunca se va a dar este caso (evidentemente salvo averías). Estos términos se representan mediante una “x” o un guión “-“ en la tabla de verdad, y, como veremos luego, pueden ser bastante interesantes de cara a simplificar el circuito lógico.

Ejemplo 5

Sea un sencillo montacargas que se mueve entre dos plantas, que llamaremos “baja” y “alta”. Dispone de dos interruptores, “**s**” y “**b**” para ordenarle que suba o que baje respectivamente, que ofrecen un nivel lógico 1 cuando se accionan. Además dispone de dos finales de carrera, uno en la planta baja, “**x**” y otro en la planta alta “**y**” que se activan, dando lugar a un nivel lógico 1, cuando el montacargas se posiciona justamente en su planta respectiva. El circuito ofrecerá dos salidas, una, llamada “**Ms**”, que al activarse con un valor lógico 1 hará que se ponga en marcha un motor que hará que el montacargas suba, y otra, llamada “**Mb**”, que al activarse con un valor lógico 1 hará que el motor gire en sentido contrario y el montacargas baje.

Las condiciones de funcionamiento son:

– Si se activa el interruptor “s” y el montacargas no está en la planta alta, el montacargas sube.

– Si se activa el interruptor “b” y el montacargas no está en la planta baja, el montacargas baja.

– El montacargas estará parado tanto si no están activos ni “s” ni “b” como si lo están ambos simultáneamente.

– Cuando el montacargas llega a la planta alta y acciona el final de carrera “y” debe pararse.

– Cuando el montacargas llega a la planta baja y acciona el final de carrera “x” debe pararse.

Tenemos un sistema con cuatro variables de entrada (“s”, “b”, “x”, “y”) y dos variables de salida (“Ms” y “Mb”), cada una de las cuales tendrá su función lógica.

Con 4 variables de entrada pueden darse 2^4 = 16 combinaciones diferentes, pero tendremos en cuenta que, salvo averías, las señales “x” e “y” no pueden estar activas simultáneamente, por lo que la salida en estos casos es indiferente. La tabla de verdad será:

x	y	s	b	Ms	Mb
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	x	x
1	1	0	1	x	x
1	1	1	0	x	x
1	1	1	1	x	x

3.- LA REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE LAS RELACIONES ENTRE VARIABLES. EL ÁLGEBRA DE BOOLE. LAS FUNCIONES LÓGICAS.

Consideremos la relación *“R vale 1 si A **y** B valen simultáneamente 1 **o** bien si C vale 1”*, del ejemplo 3 anterior. Para simplificar este tipo de expresiones entre *variables binarias* (sólo pueden tomar dos valores) se utilizan tres operaciones matemáticas que constituyen el **álgebra de Boole**. La “**y**” de la expresión se representa por la operación **producto lógico**, cuyo símbolo es “**·**” (el mismo que se usa para la multiplicación) y la “**o**” se representa por la operación **suma lógica**, cuyo símbolo es “**+**” (el mismo que se usa para la suma).

Teniendo en cuenta lo anterior, en el caso del ejemplo, la relación se expresaría por:

$$R = A \cdot B + C$$

A estas expresiones matemáticas se les llama **funciones lógicas**.

El producto lógico

Si tenemos dos o más variables, A, B, C...., su producto lógico se representa por "**A · B · C · ...**" y se define de la siguiente manera: "*el producto lógico vale 1 cuando* ***todas*** *las variables valen 1*".

Para el caso de dos variables, A y B, la tabla de verdad sería: ⇨

A	B	A · B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

La suma lógica

Si tenemos dos o más variables, A, B, C...., su suma lógica se representa por "**A + B + C + ...**" y se define de la siguiente manera: "*la suma lógica vale 1 cuando* ***al menos una*** *de las variables vale 1*".

Para el caso de dos variables, A y B, la tabla de verdad sería: ⇨

A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

La complementación

Existe una tercera operación matemática en el álgebra de Boole llamada **complementación** o **negación**. Para ver su utilidad, veamos primero un ejemplo:

Ejemplo 6

Supongamos que en el caso del sistema de riego automático del ejemplo 3, las condiciones para que funcionara el riego cambiaran de la siguiente forma: se debe regar cuando un sensor de humedad indique que el terreno está seco y al mismo tiempo un sensor de luz indique que es de día, o bien cuando se accione un interruptor de mando (aunque la tierra no esté sea ni sea de día). Observemos que hemos cambiado el riego nocturno por el riego diurno. Si mantenemos la definición de las variables A, B, C y R igual que antes, la relación que relaciona a la variable R con las otras sería ahora:

"*R vale 1 si A vale 1* ***y*** *B vale 0 simultáneamente* ***o*** *bien si C vale 1*"

O sea, ahora nos aparece una variable, la B, que debe adoptar un valor 0 para que la variable R valga 1. Nos encontramos con el problema de que no podemos aplicar la relación producto lógico, pues éste sólo vale 1 cuando todas las variables (en este caso dos) valen 1, y no cuando una es 1 y otra 0.

Para resolver este problema, se define la **variable complementaria** o negada de otra variable, que es aquella que vale justo lo contrario de la otra. O sea, cuando la variable vale 1 su complementaria vale 0 y cuando la variable vale 0, su complementaria vale 1.

De este modo, la relación anterior podríamos expresarla como:

"*R vale 1 si A* ***y*** *la complementaria de B valen 1 simultáneamente* ***o*** *bien si C vale 1*"

La variable complementaria se representa colocando un guión encima del nombre de la variable. Si ésta es "A", por ejemplo, su complementaria se representa por "$\overline{A}$" (se lee A negada). La tabla de verdad sería: ⇨

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

La función lógica de la relación anterior sería: $R = A \cdot \overline{B} + C$

4.- LA OBTENCIÓN DE UNA FUNCIÓN LÓGICA A PARTIR DE LA TABLA DE VERDAD.

Una vez que tenemos la tabla de verdad de un circuito lógico, para obtener una función lógica que cumpla dicha tabla de verdad, **se suman todos los productos lógicos correspondientes a las combinaciones que dan salida 1, asignando a los valores 1 de la combinación la variable correspondiente en estado normal y a los valores 0 de la combinación la variable correspondiente en estado complementada.**

Ejemplo 7:

Veamos la función lógica correspondiente a cada uno de los motores del ejemplo 4 anterior:

M1 = $\bar{a}\cdot b\cdot c + a\cdot \bar{b}\cdot \bar{c} + a\cdot \bar{b}\cdot c + a\cdot b\cdot \bar{c}$

M2 = $\bar{a}\cdot b\cdot \bar{c} + \bar{a}\cdot b\cdot c + a\cdot \bar{b}\cdot c + a\cdot b\cdot \bar{c}$

M3 = $\bar{a}\cdot \bar{b}\cdot c + \bar{a}\cdot b\cdot c + a\cdot \bar{b}\cdot c + a\cdot b\cdot \bar{c}$

a	b	c	M1	M2	M3
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0

Ejemplo 8:

Veamos ahora las funciones lógicas correspondientes a las salidas Ms y Mb del ejemplo 5 anterior:

Ms = $\bar{x}\cdot \bar{y}\cdot s\cdot \bar{b} + x\cdot \bar{y}\cdot s\cdot \bar{b}$

Mb = $\bar{x}\cdot \bar{y}\cdot \bar{s}\cdot b + \bar{x}\cdot y\cdot \bar{s}\cdot b$

x	y	s	b	Ms	Mb
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	x	x
1	1	0	1	x	x
1	1	1	0	x	x
1	1	1	1	x	x

5.- SIMPLIFICACIÓN DE FUNCIONES LÓGICAS.

El diseñador de circuitos debe intentar simplificar lo más posible la función lógica obtenida a partir de la tabla de verdad con objeto de reducir el coste, ocupar menos espacio y aumentar la fiabilidad del circuito.

Normalmente, lo que se hace es intentar obtener una función lógica equivalente a la anterior, es decir, que ante las mismas entradas, proporcione las mismas salidas, pero con el menor número de términos posible y cada término con el menor número de variables posible.

Existen diversos métodos, pero vamos a ver sólo uno de los más sistemáticos.

Método gráfico de Karnaugh

Este método asegura obtener la expresión irreducible mínima de una función lógica.

El fundamento del método de Karnaugh consiste en reducir a un solo término grupos de 2, 4, 8, ...términos adyacentes de una función lógica. Se entienden por **términos adyacentes** aquellos que sólo difieren en el estado de una de sus variables; veamos algunos ejemplos:

Los términos $a\cdot b\cdot\bar{c}\cdot d$ y $a\cdot b\cdot c\cdot d$ son adyacentes.

Los términos $a\cdot\bar{b}\cdot c$ y $a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}$ son adyacentes.

Existe una propiedad de las operaciones lógicas por la que la suma de dos términos adyacentes queda reducida a un único término al que le falta la variable cuyo estado difería en ambos términos originales. Así, en los ejemplos anteriores:

$$a\cdot b\cdot\bar{c}\cdot d \;+\; a\cdot b\cdot c\cdot d \;=\; a\cdot b\cdot d\cdot(c+\bar{c}) = a\cdot b\cdot d$$

$$a\cdot\bar{b}\cdot c \;+\; a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c} \;=\; a\cdot\bar{b}\cdot(c+\bar{c}) = a\cdot\bar{b}$$

Los términos originales pueden utilizarse todas las veces que se quiera en las simplificaciones.

Veamos otro ejemplo:

$$S = \underbrace{a\cdot b\cdot\bar{c}\cdot d + a\cdot b\cdot c\cdot d}_{a\cdot b\cdot d} + \underbrace{a\cdot\bar{b}\cdot\bar{c}\cdot d + a\cdot\bar{b}\cdot c\cdot d}_{a\cdot\bar{b}\cdot d} + a\cdot\bar{b}\cdot c\cdot\bar{d}$$

$$\underbrace{a\cdot b\cdot d \qquad + \qquad a\cdot\bar{b}\cdot d}_{a\cdot d} \qquad\qquad \Downarrow \; a\cdot\bar{b}\cdot c$$

Nos queda: $S = a\cdot d + a\cdot\bar{b}\cdot c$

Para aplicar el método de una forma sistemática y eficaz, a partir de la tabla de verdad se construye otra tabla llamada **tabla de karnaugh**, cuyo número de casillas es el mismo que tiene la tabla de verdad, que como sabemos depende del número de variables de entrada que tenga la función que se quiere simplificar. Así, para n variables tendrá 2^n casillas.

La forma de las tablas para 2, 3 y 4 variables es:

b \ a	0	1
0		
1		

c \ a b	00	01	11	10
0				
1				

c d \ a b	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

Es importante establecer correctamente el orden de numeración de las casillas. Obsérvese que están numeradas de forma que dos casillas contiguas corresponden a términos adyacentes, es decir, entre dos casillas contiguas, sólo una de las variables cambia de valor.

Las **relaciones de adyacencia** en las tablas de Karnaugh son las siguientes:

– En la tabla de **dos variables** son adyacentes las casillas contiguas (un lado común).

– En la tabla de **tres variables** son adyacentes tanto las casillas contiguas como las casillas de la primera y última columna (es como si la tabla fuera el desarrollo de un cilindro).

– En la tabla de **cuatro variables** son adyacentes, además de las anteriores, las de la fila superior con las de la fila inferior (siendo de la misma columna).

Veamos el **procedimiento del método de Karnaugh**:

1. Desde la tabla de verdad, se trasladan a la tabla de Karnaugh los valores que adopta la variable de salida para cada una de las combinaciones de las entradas.
2. Agrupamientos de “1”. Para que la función lógica quede lo más reducida posible hay que abarcar todos los “1” pero realizando el mínimo número posible de agrupamientos de “1” y con el mayor número de casillas posible. Procedemos de la siguiente forma:
   - Se toman todos los “1” que no se pueden agrupar con ningún otro.
   - Se forman los grupos de dos “1” que no pueden formar un grupo de cuatro.
   - Se forman los grupos de cuatro “1” que no pueden formar un grupo de ocho.

   Al hacer los agrupamientos no hay ningún problema en que una casilla pertenezca a más de un agrupamiento simultáneamente.

   Los agrupamientos conseguidos y los “1” aislados serán los términos que expresarán la función lógica en forma irreducible.

Podemos observar que agrupando 2^n “1” adyacentes, eliminamos n variables en el término que representa al agrupamiento. En los “1” aislados no se elimina ninguna variable.

La mejor forma de entender el método es aplicarlo sobre algunos ejemplos.

Ejemplo 9:

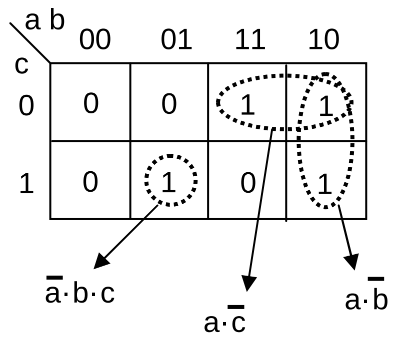
Veamos el caso de los tres motores gobernados por tres finales de carrera ya visto en los ejemplos 4 y 7 anteriores. La tabla de verdad era la que se adjunta:

a	b	c	M1	M2	M3
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0

Como tenemos tres variables de entrada, usamos la tabla de Karnaugh de tres variables.

c \ a b	00	01	11	10
0				
1				

Empezamos obteniendo la función lógica del **motor M1**:



El "1" aislado no permite reducir variables. Se observa que corresponde a los valores a = 0, b = 1 y c = 1. Para expresar este término de forma algebraica se asigna estado normal a las variables que valen 1 y estado complementario a las variables que valen 0. Por ello es:

$$\bar{a}\cdot b\cdot c$$

Las casillas del agrupamiento de dos "1" de la fila superior tienen en común que a = 1 y c = 0; sin embargo, b no coincide. Esto indica que b es la variable que se puede eliminar. Queda:

$$a\cdot\bar{c}$$

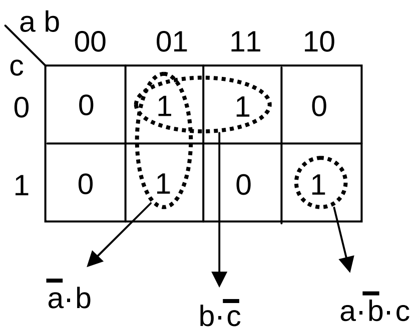
Las casillas del agrupamiento de dos "1" de la última columna tienen en común que a = 1 y b = 0; ahora es c la que no coincide, lo que indica que se elimina. Queda:

$$a\cdot\bar{b}$$

En definitiva, tenemos: $M1 = \bar{a}\cdot b\cdot c + a\cdot\bar{b} + a\cdot\bar{c}$

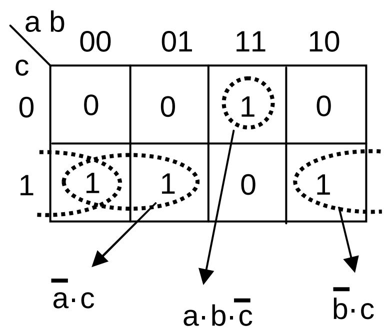
Las funciones lógicas simplificadas del **motor M2** y del **motor M3** serán:

Motor M2



$M2 = a\cdot\bar{b}\cdot c + \bar{a}\cdot b + b\cdot\bar{c}$

Motor M3



$M3 = a\cdot b\cdot\bar{c} + \bar{a}\cdot c + \bar{b}\cdot c$

<u>**Ejemplo 10**</u>:

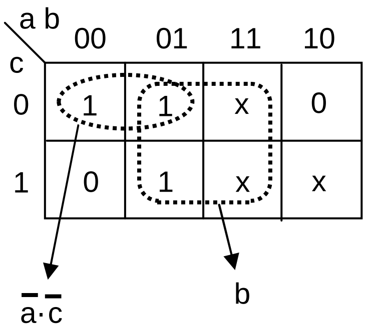
Sea un sistema cuya tabla de verdad es la que se adjunta.

Obsérvese que hay tres combinaciones de entradas cuya salida es indiferente. Esto puede ser debido a que, por ejemplo, por las características físicas del sistema que se quiere controlar, dos variables no pueden estar activas simultáneamente (recordar el ejemplo del montacargas que no puede estar en dos plantas al mismo tiempo).

Se pide obtener la función lógica simplificada por el método de Karnaugh.

a	b	c	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	x
1	1	0	x
1	1	1	x

Primero pasamos los valores de la variable S a la tabla de Karnaugh de tres variables. Ahora, tenemos en cuenta que los términos de indiferencia (las "x" de la tabla), como en la realidad nunca se van a dar, podemos tomarlos como "1" o como "0" según nos convenga para los agrupamientos.



En este caso, hemos tomado las dos casillas de términos indiferentes de la columna 11 como "1" ya que de esta forma puedo formar un agrupamiento de cuatro casillas, que es más conveniente que uno de dos casillas. Mientras que el termino indiferente de la casilla inferior de la columna 10 lo tomo como "0", pues no me resulta útil para los agrupamientos.

Me queda, por tanto: $S = \bar{a}\cdot\bar{c} + b$

<u>Ejemplo 11</u>:

Sea el sistema cuya tabla de verdad es la que se adjunta. Se pide obtener la función lógica simplificada por el método de Karnaugh

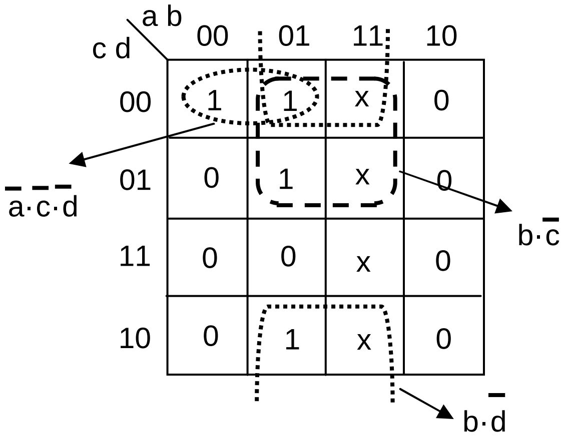
a	b	c	d	S
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	x
1	1	0	1	x
1	1	1	0	x
1	1	1	1	x

Primero pasamos los valores de la variable S a la tabla de Karnaugh de cuatro variables

Observamos que el "1" de la primera casilla de la columna 00 sólo puedo agruparlo con el "1" de la primera casilla de la columna 01; no puedo incluirlo en ningún grupo de 4. Sólo se pierde la variable que cambia, en este caso, la "b".

Observamos que puedo conseguir un grupo de cuatro "1" con las dos primeras casillas de las columna 01 y 11, si tomo los términos de indiferencia de las dos primeras casillas de la columna 11 como "1". Se eliminan las dos variables que cambian, en este caso, la "a" y la "d".

Por último, como las primeras casillas y las últimas de las columnas 01 y 11 son adyacentes (ver la relaciones de adyacencia en las tablas de Karnaugh de 4 variables), podemos formar otro grupo de cuatro "1", si tomo como "1" el término de indiferencia de la última casilla de la columna 11. Se eliminan las dos variables que cambian, es decir, la "a" y la "c".



Tras realizar los agrupamientos indicados nos queda:

$$S = \bar{a}\cdot\bar{c}\cdot\bar{d} + b\cdot\bar{c} + b\cdot\bar{d}$$

6.- LAS PUERTAS LÓGICAS

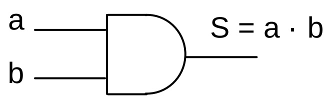
A los dispositivos electrónicos que permiten realizar a nivel eléctrico las relaciones entre las variables expresadas por las funciones lógicas se les llama **puertas lógicas**. Empecemos por ver las puertas lógicas que realizan las tres operaciones básicas del álgebra de Boole:

Puerta AND

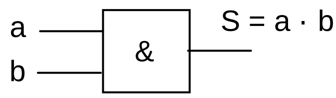
Realiza el **producto lógico**.

El símbolo que se emplea para representarla depende de la norma que se use. Para el caso de dos variables sería:

Norma ASA



Norma IEC

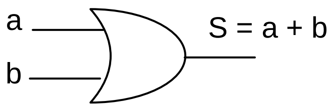


Puerta OR

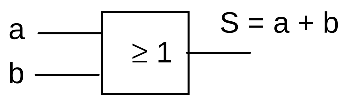
Realiza la **suma lógica**.

El símbolo que se emplea para representarla depende de la norma que se use. Para el caso de dos variables sería:

Norma ASA



Norma IEC

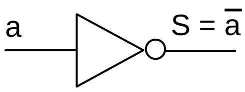


Puerta NOT

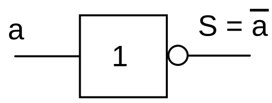
También llamada **Inversor**. Realiza la **complementación**.

El símbolo que se emplea para representarla depende de la norma que se use.

Norma ASA



Norma IEC



Aparte de las puertas anteriores, que realizan las operaciones básicas, existen otras puertas que realizan **funciones lógicas especiales** porque resultan de la combinación de dos o más funciones simples. Estas puertas son las siguientes:

Puerta NAND

Realiza la **negación del producto lógico** (Función NO AND, o de forma abreviada, función NAND). O sea, hace el producto lógico de las variables y el resultado lo complementa.

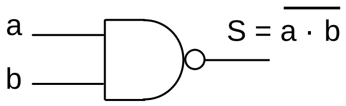
La expresión matemática para dos variables es: $S = \overline{a \cdot b}$

La tabla de verdad de la función NAND es:

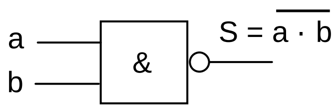
a	b	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Su símbolo, como antes, depende de la norma que se use:

Norma ASA



Norma IEC



Puerta NOR

Realiza la **negación de la suma lógica** (Función NO OR, o de forma abreviada, función NOR). O sea, hace la suma lógica de las variables y el resultado lo complementa.

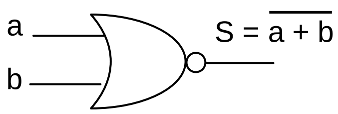
La expresión matemática para dos variables es: $S = \overline{a+b}$

La tabla de verdad de la función NOR es: $\Rightarrow$

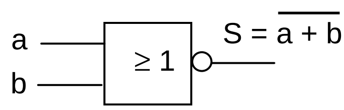
a	b	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Su símbolo, como antes, depende de la norma que se use:

Norma ASA



Norma IEC



Puerta OR EXCLUSIVA

También llamada **puerta EXOR**. Sólo existe para dos entradas. Presenta a su salida el valor lógico 1 cuando las variables de entrada presentan valores diferentes, y presenta el valor lógico 0 cuando los valores de las variables de entrada coinciden.

Se representa por: $S = a \oplus b$

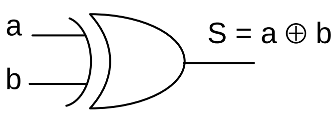
y equivale a: $S = \overline{a} \cdot b + a \cdot \overline{b}$

La tabla de verdad de la función EXOR es: $\Rightarrow$

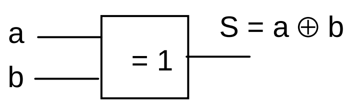
a	b	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Sus símbolos son:

Norma ASA



Norma IEC



Puerta NOR EXCLUSIVA

También llamada **puerta EXNOR**. Sólo existe para dos variables. Presenta a su salida el valor lógico 1 cuando los valores de las dos variables de entrada coinciden, y presenta el valor lógico 0 cuando los valores de las variables de entrada son diferentes.

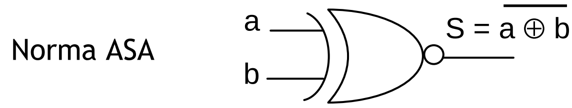
Se representa por: $S = \overline{a \oplus b}$

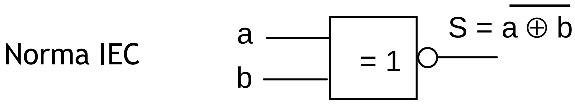
y equivale a: $S = a \cdot b + \overline{a} \cdot \overline{b}$

La tabla de verdad de la función EXNOR es: $\Rightarrow$

a	b	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

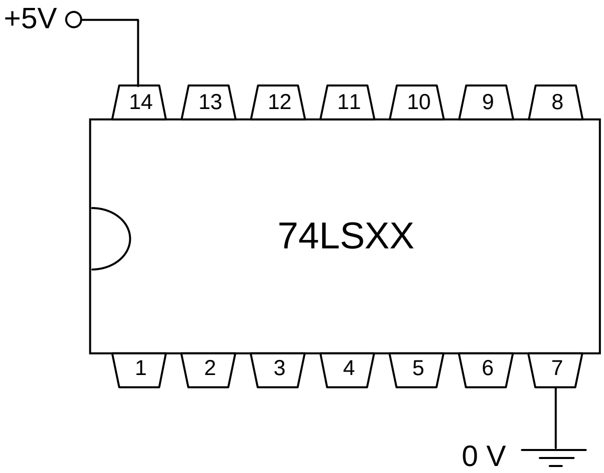
Sus símbolos son:



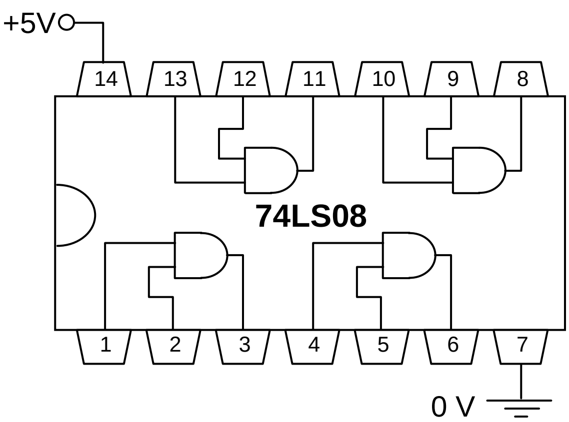


7.- CIRCUITOS INTEGRADOS COMERCIALES CON PUERTAS LÓGICAS DE TECNOLOGÍA TTL.

Los circuitos integrados de puertas lógicas más populares son los de la serie **74LSXX**, fabricados con tecnología TTL. Son circuitos de 14 patillas que se alimentan a + 5 V. La patilla 7 siempre es la que se conecta a masa (0 V) y la patilla 14 la que se conecta a 5 V. Las restantes patillas son las entradas y salidas de las puertas (la distribución depende del tipo de integrado, se consulta en unas tablas). Una muesca situada en uno de los lados del circuito integrado permite distinguir por donde empieza la numeración de las patillas. Observar la figura.



Ejemplo: Circuito integrado 74LS08



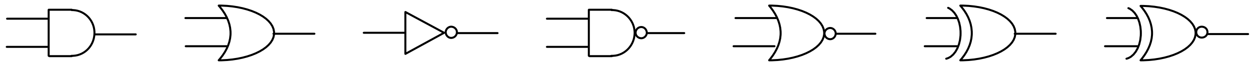
Función	C. integrado	Nº puertas	Nº entradas
OR	74LS32	4	2
AND	74LS08	4	2
	74LS11	3	3
	74LS21	2	4
NOT	74LS04	6	1
NOR	74LS02	4	2
	74LS27	3	3
	74LS260	2	4
NAND	74LS00	4	2
	74LS10	3	3
	74LS20	2	4
	74LS30	1	8
EXOR	74LS86	4	2
EXNOR	74LS266	4	2

Podemos observar que para algunas funciones lógicas existen puertas de más de dos entradas (3, 4 e incluso 8).

Existen también circuitos de puertas lógicas de tecnología CMOS, que son de menor consumo que los de tecnología TTL y se pueden alimentar a una tensión de entre 3 y 18 V. Sin embargo la intensidad de corriente que pueden suministrar a la salida es más reducida que los de tecnología TTL.

8.- IMPLEMENTACIÓN DE FUNCIONES LÓGICAS CON PUERTAS LÓGICAS.

Dada una función lógica ya simplificada, procedemos a implementarla con puertas lógicas.



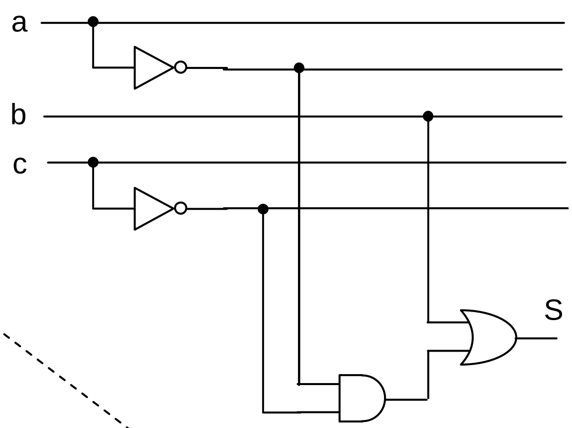
AND **OR** **NOT** **NAND** **NOR** **EXOR** **EXNOR**

Veamos algunos ejemplos:

Ejemplo 12

Sea la función lógica: $S = \bar{a} \cdot \bar{c} + b$

Vamos a implementarla con puertas lógicas:

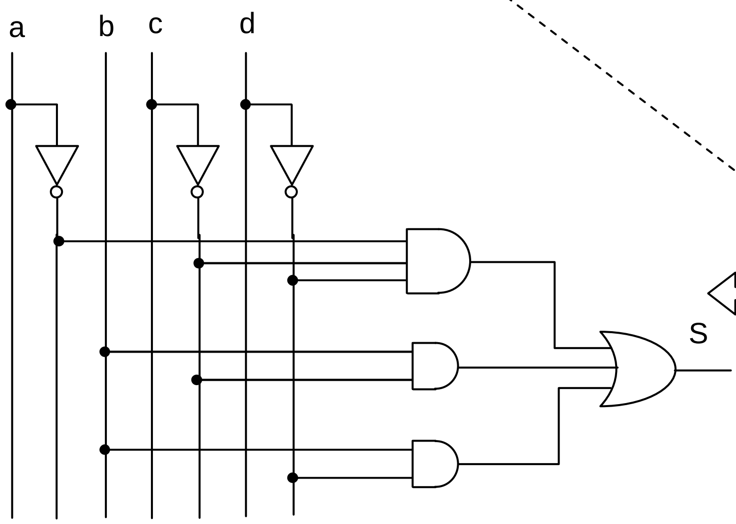


Ejemplo 13

Sea la función lógica:

$S = \bar{a} \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} + b \cdot \bar{c} + b \cdot \bar{d}$

Vamos a implementarla con puertas lógicas:



Algunas propiedades útiles de las operaciones lógicas.

Cuando simplificamos una función lógica por el método de Karnaugh, observamos que sólo se utilizan las operaciones lógicas AND, OR y NOT. Sin embargo, disponemos de otros tipos de puertas lógicas (NAND, NOR, EXOR y EXNOR). A veces, podemos simplificar la implementación de las funciones lógicas con este tipo de puertas lógicas, teniendo en cuenta algunas propiedades interesantes de las operaciones lógicas. Veamos las más útiles de estas propiedades:

- Propiedad distributiva:

  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ $\qquad$ $a + (b \cdot c) = (a + b) \cdot (a + c)$

- Teoremas de absorción

  $a + (a \cdot b) = a$ $\qquad$ $a \cdot (a + b) = a$ $\qquad$ $a + \bar{a} \cdot b = a + b$ $\qquad$ $a \cdot (\bar{a} + b) = a \cdot b$

- Teoremas de Morgan

  $\overline{a + b + \ldots + z} = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \ldots \cdot \bar{z}$ $\qquad$ $\overline{a \cdot b \cdot \ldots \cdot z} = \bar{a} + \bar{b} + \ldots + \bar{z}$

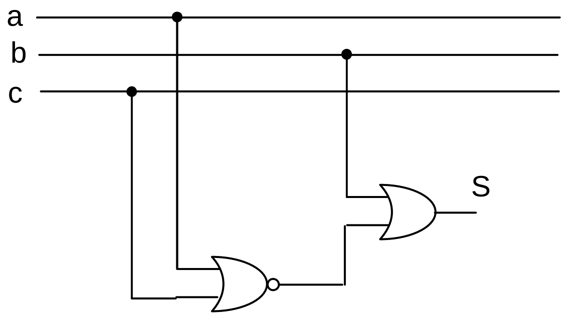
Ejemplo 14

Sea la función lógica del ejemplo 12: S = $\bar{a}\cdot\bar{c}+b$

Aplicando uno de los teoremas de Morgan, podemos decir que: $\bar{a}\cdot\bar{c}=\overline{a+c}$

Nos quedaría: S = $(\overline{a+c})+b$

con lo que la implementación de la función queda mucho más simple usando una puerta NOR y ahorrándonos los dos inversores.



Ejemplo 15

Sea la función lógica del ejemplo 13: S = $\bar{a}\cdot\bar{c}\cdot\bar{d}+ b\cdot\bar{c}+ b\cdot\bar{d}$

Al primer término le vamos a aplicar uno de los teoremas de Morgan. Nos quedaría:

$$\bar{a}\cdot\bar{c}\cdot\bar{d}=\overline{a+c+d}$$

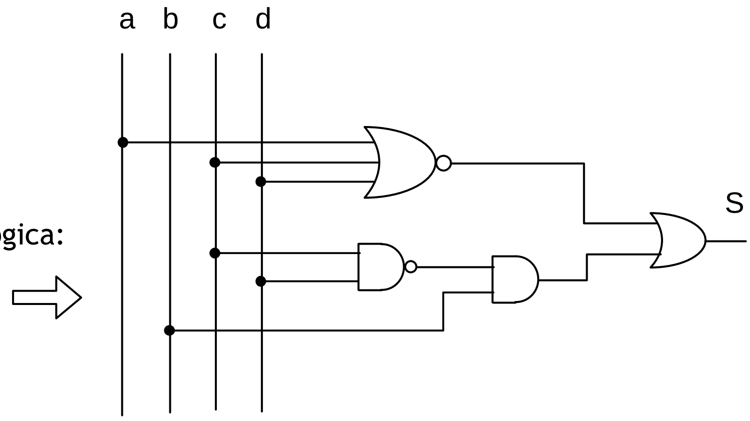
Al segundo término le vamos a aplicar primero la propiedad distributiva y después uno de los teoremas de Morgan. Nos quedaría:

$$b\cdot\bar{c} + b\cdot\bar{d} = b\cdot(\bar{c}+\bar{d}) = b\cdot(\overline{c\cdot d})$$

La función lógica me quedaría:

$$S=\overline{a+c+d} + b\cdot(\overline{c\cdot d})$$

Vamos a implementar esta función lógica:



Sin embargo, de cara a la realización material del circuito, no siempre resulta más económico el circuito que usa menos puertas lógicas; hay que tener en cuenta también el tipo de puertas que usa, conviniendo generalmente que no haya demasiados tipos diferentes de puertas. Por ejemplo, el circuito último que hemos hecho tiene sólo cuatro puertas lógicas, pero al ser todas diferentes, **tendríamos que utilizar cuatro circuitos integrados**, cada uno de los cuales trae varias puertas lógicas, pero sólo utilizaríamos una de cada circuito integrado; las demás quedarían desperdiciadas. El resultado es que el circuito sale más caro y ocupa más espacio.

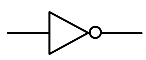
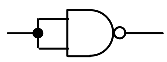
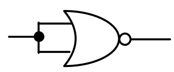
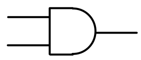
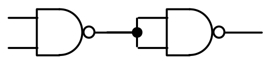
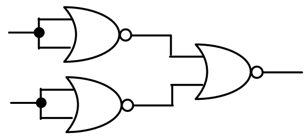
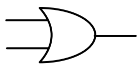
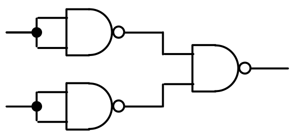
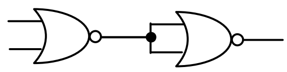
En algunas ocasiones, por ejemplo, puede que nos convenga usar dos puertas de dos entradas en lugar de una de tres entradas, si me sobran de dos entradas, para no tener que añadir un circuito integrado adicional del que sólo vamos a usar una puerta.

9.- IMPLEMENTACIÓN DE PUERTAS LÓGICAS CON PUERTAS NAND Y NOR (Ampliación).

De cara a la realización material del circuito electrónico con puertas lógicas con el menor coste y ocupación de espacio posible, también puede resultar interesante tener en cuenta que cualquier puerta lógica se puede construir con puertas NAND o con puertas NOR. Por ello a estas puertas, se les llama **puertas universales**.

Esto es interesante, primero porque el coste de los circuitos con puertas NAND es más bajo que con otras puertas, y segundo, porque si necesitamos para completar el diseño una sola puerta de cualquier tipo, no merece la pena colocar un nuevo circuito integrado, desperdiciando el resto de puertas que contenga, cuando puede que nos sobren puertas NAND o NOR en otro integrado.

En la tabla se muestra la forma de realizar las funciones básicas para dos entradas con puertas NAND y NOR.

Función		Con puertas NAND	Con puertas NOR
NOT			
AND			
OR			

Ejemplo 16

Vamos a intentar resolver el problema que se nos presentaba en el ejemplo 15 (que procedía de una simplificación del ejemplo 13), de que las puertas resultantes eran todas diferentes (lo que nos obligaba a utilizar cuatro circuitos integrados para aprovechar sólo una puerta de cada uno de ellos). Vamos a intentar implementar la función lógica utilizando únicamente puertas NAND y NOR de dos entradas. Puede haber varias soluciones; depende de la pericia del diseñador para dar con la más idónea.

Tenemos la función lógica: $S = \bar{a}\cdot\bar{c}\cdot\bar{d} + b\cdot\bar{c} + b\cdot\bar{d}$

Aplico la propiedad distributiva a los términos 2º y 3º: $b\cdot\bar{c} + b\cdot\bar{d} = b\cdot(\bar{c}+\bar{d})$

Para que la operación final de la función lógica se pueda hacer con una puerta NAND o NOR, debe quedar toda la expresión negada, por tanto, aplico una doble negación (lo que no altera la función) a toda la expresión. La negación superior ya no debo tocarla en las siguientes transformaciones

$$S = \bar{a}\cdot\bar{c}\cdot\bar{d} + b\cdot\bar{c} + b\cdot\bar{d} = \bar{a}\cdot\bar{c}\cdot\bar{d} + b\cdot(\bar{c}+\bar{d}) = \overline{\overline{\bar{a}\cdot\bar{c}\cdot\bar{d} + b\cdot(\bar{c}+\bar{d})}}$$

Ahora ya me olvido de la negación superior (que no la puedo tocar) y aplico Morgan al resto:

$$\overline{\bar{a}\cdot\bar{c}\cdot\bar{d} + b\cdot(\bar{c}+\bar{d})} = \overline{(\bar{a}\cdot\bar{c}\cdot\bar{d})}\cdot\overline{(b\cdot(\bar{c}+\bar{d}))}$$

Al igual que antes, no nos conviene tocar las negaciones de los dos términos de este producto, para que se puedan realizar con una puerta NOR o NAND. Seguimos transformando lo que está debajo de cada negación:

$$\bar{a}\cdot\bar{c}\cdot\bar{d} = \bar{a}\cdot(\bar{c}\cdot\bar{d}) = \bar{a}\cdot\overline{(c+d)} \qquad\qquad b\cdot(\bar{c}+\bar{d}) = b\cdot\overline{(c\cdot d)}$$

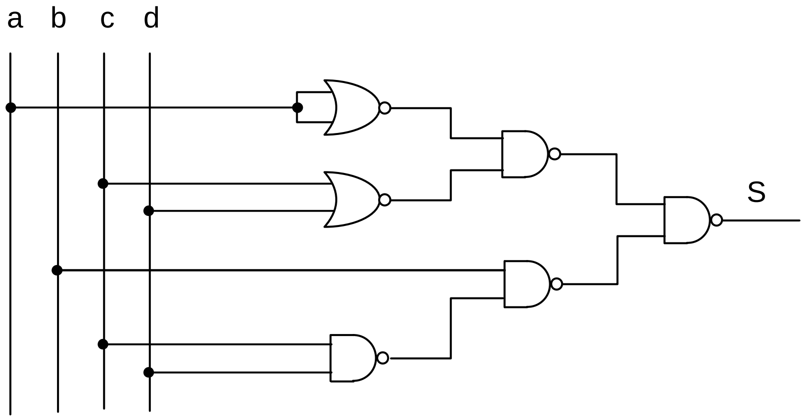
Sustituyendo en la expresión de la función lógica, nos queda:

$$S = \overline{\overline{\bar{a}\cdot\overline{(c+d)}}\cdot\overline{b\cdot\overline{(c\cdot d)}}}$$

NOR NAND NOR NAND NAND NAND

Observo que necesito 4 puertas NAND (justo las que tiene un circuito 74LS00) y una puerta NOR. Además, necesito una puerta más para la negación de "a". Como la negación puedo hacerla tanto con NOR como con NAND, me conviene hacerla con una puerta NOR ya que voy a tener que utilizar un circuito 74LS02 que tiene cuatro).

Implementamos el circuito:



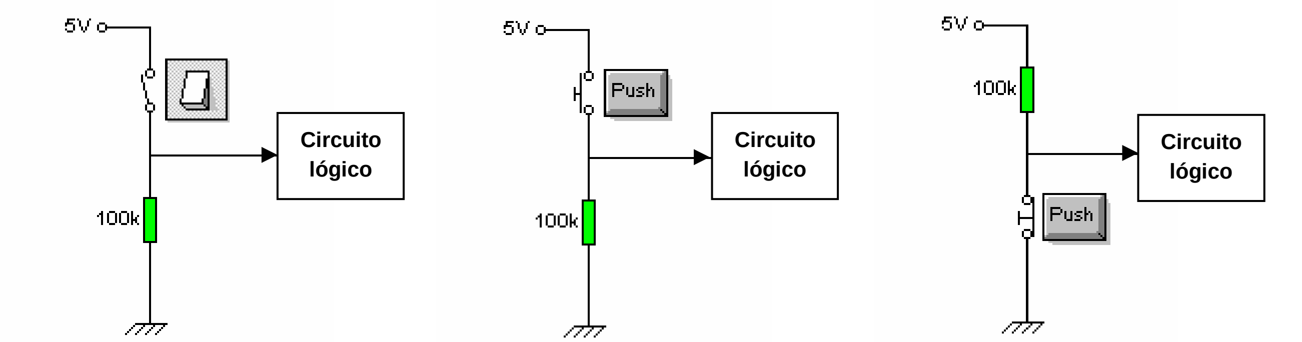
10.- LA CONEXIÓN DE UN CIRCUITO DIGITAL A OTROS CIRCUITOS

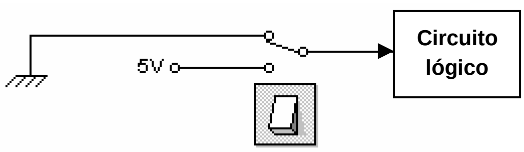
La conexión con las entradas

Hasta ahora hemos dicho que las variables de entrada a los circuitos digitales procedían de elementos de maniobra (interruptores, pulsadores, conmutadores, etc) o de elementos captadores de información (finales de carrera, sensores de luz, sensores de temperatura, detectores de nivel de líquido, etc) que proporcionaban niveles de tensión de 0 ó 5 V (o próximos a estos valores) que se correspondían con los valores lógicos 0 y 1 respectivamente.

Veamos cómo se pueden conectar estos componentes para que proporcionen estos valores de tensión, teniendo en cuenta que es importante que las entradas de circuitos digitales siempre deben quedar todas conectadas. Aunque en algunas tecnologías una entrada desconectada es interpretada como un 0 lógico, no siempre es así, pudiendo dar lugar a errores.

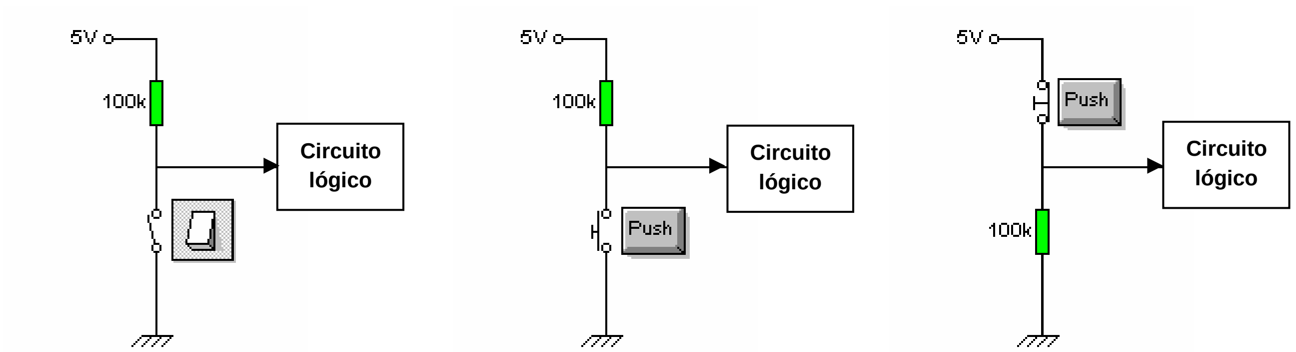
Circuitos con elementos de maniobra que proporcionan un “1” lógico al activarse

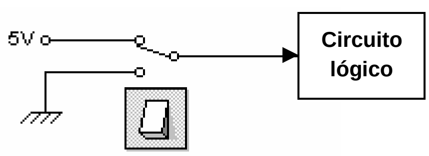




En los circuitos, consideramos esta posición la de no activación del elemento.

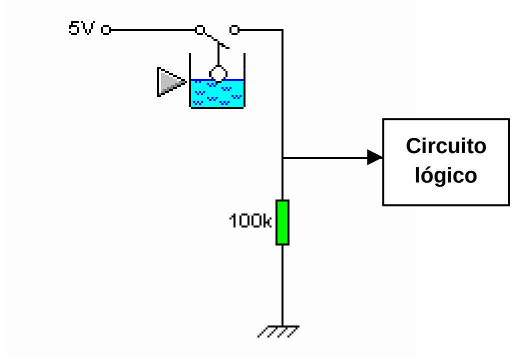
Circuitos con elementos de maniobra que proporcionan un “0” lógico al activarse



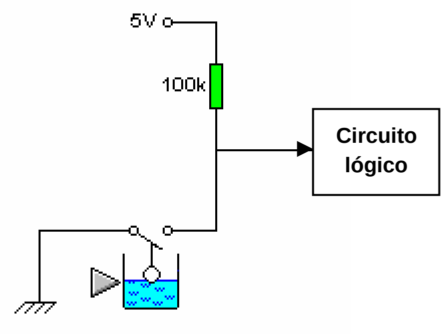


En los circuitos, consideramos esta posición la de no activación del elemento.

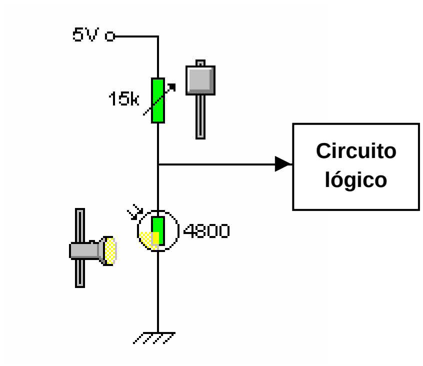
Circuito que proporciona un "1" lógico con nivel de líquido alto.



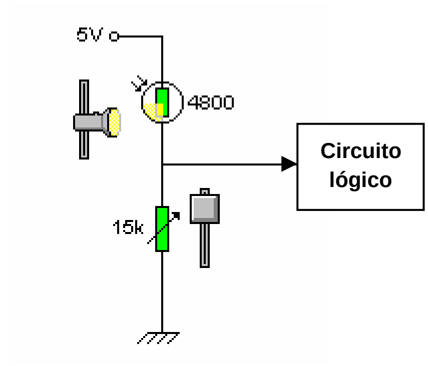
Circuito que proporciona un "0" lógico con nivel de líquido alto.



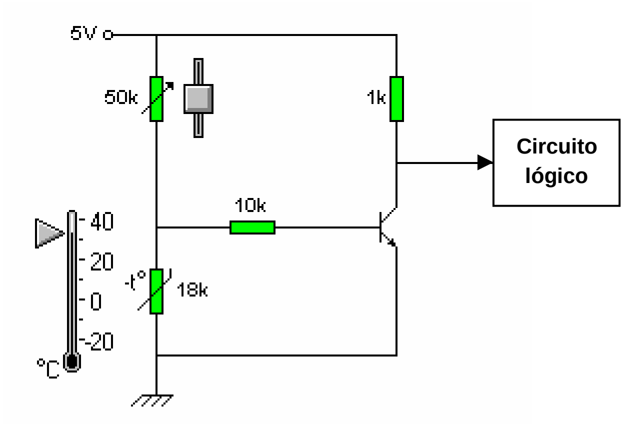
Circuito que proporciona un "1" lógico al oscurecer la LDR.



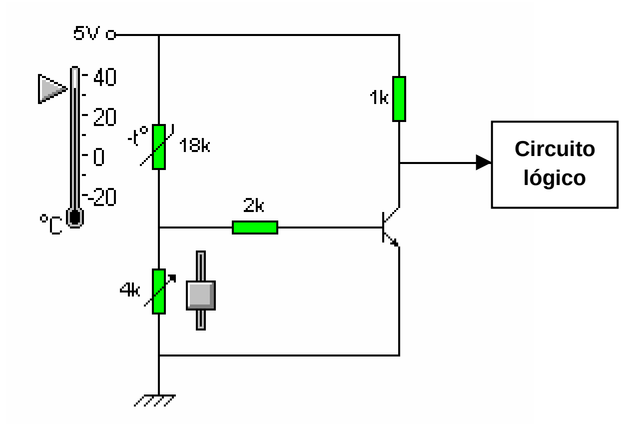
Circuito que proporciona un "1" lógico al iluminar la LDR.



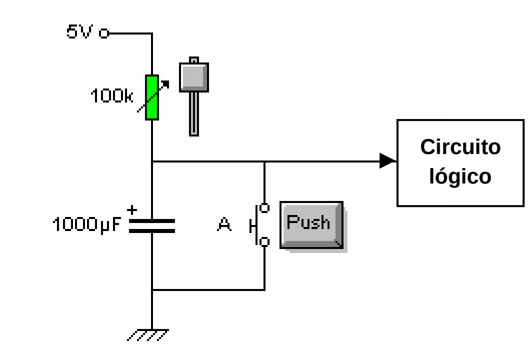
Circuito que proporciona un "1" lógico al subir la temperatura por encima de un valor dado.



Circuito que proporciona un "0" lógico al subir la temperatura por encima de un valor dado.



Circuito temporizador que proporciona un "0" lógico a la salida durante un tiempo determinado.



Este montaje mantiene la entrada al circuito lógico a valor "0" durante un tiempo determinado a partir de la pulsación de A. Este tiempo depende de los valores de la resistencia y del condensador. Al colocar una resistencia variable podemos ajustar este tiempo.

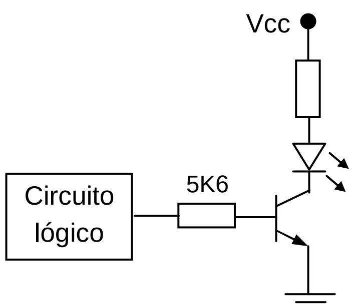
La conexión de la salida

Por los circuitos constituidos por componentes electrónicos digitales circulan intensidades de corriente muy pequeñas. De hecho, aunque depende del tipo de tecnología, la salida de una puerta lógica no puede dar más de allá de unos pocos mA de corriente. Concretamente, con la tecnología LS TTL, que es una de las más habituales, la corriente de salida es de unos 8 mA, y en tecnología CMOS, también bastante utilizada, es aún menor, de unos 2 mA.

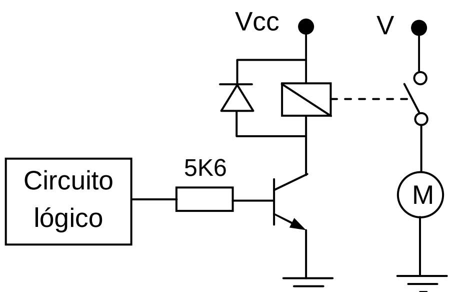
Todo lo anterior nos indica que en ningún caso podemos conectar a la salida de un circuito lógico, sin más, el receptor que queramos controlar, como puede ser un motor, una lámpara o un relé, ya que todos estos elementos consumen una corriente muy superior a la que el circuito lógico puede dar.

La forma más sencilla de resolver este problema es que la salida del circuito lógico se conecte a la base de un transistor o de un par Darlington, interponiendo una resistencia adecuada para limitar la salida de corriente. Para la conexión del receptor que queramos controlar tenemos dos posibilidades:

a) Si el receptor requiere una pequeña tensión continua y su consumo de corriente es bajo, se puede conectar directamente al colector del transistor (por ejemplo, un led o un zumbador).



b) Si el receptor requiere una tensión elevada o tiene mayor consumo, como pueden ser lámparas de incandescencia, motores, etc, es conveniente conectar la bobina de excitación de un relé al colector del transistor y que sean los contactos del relé los que activen el receptor.



11.- DISEÑO DE CIRCUITOS REALIMENTADOS (Ampliación)

Algunos tipos de sistemas requieren que para una misma combinación de valores de las entradas, el circuito responda de forma diferente dependiendo de la situación en la que se encuentren las salidas del circuito en cada momento.

Estos circuitos se llaman secuenciales, y aunque para implementarlos se utilizan otros tipos de dispositivos electrónicos digitales, llamados biestables, algunas aplicaciones sencillas pueden resolverse con puertas lógicas si utilizamos las salidas del circuito como unas entradas más. A esto se le llama **realimentación**.

El sistema de diseño es el mismo que hemos utilizado antes, es decir, elaboramos la tabla de la verdad, simplificamos la función lógica usando el método de Karnaugh e implementamos con puertas lógicas.

La única diferencia es que ahora tomaremos la o las salidas que nos convengan como entradas adicionales a las entradas normales. En el momento en que se produzca algún cambio en las entradas del circuito, los valores de las salidas justo un instante antes serán los que se tomarán como entradas. Si el cambio de las entradas produce un cambio en la salida, esto afectará inmediatamente a las entradas debido a la realimentación, por lo que puede afectar de nuevo a las salidas y así sucesivamente. Llega un momento en que se llega o bien a una situación estable o a una inestable. En este segundo caso, el sistema no vale y hay que recurrir a otros tipos de dispositivos electrónicos.

<u>Ejemplo 17</u>

Queremos hacer el circuito de control de un depósito de agua cuyo llenado se efectúa de forma automática por medio de una bomba.

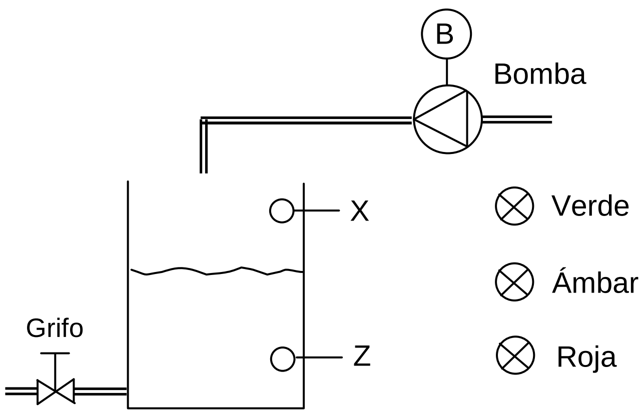
El depósito dispone de dos sensores de nivel, uno en la parte superior que detecta cuando está lleno y otro en la parte inferior que detecta cuando está próximo a vaciarse.

Para que la bomba no esté continuamente arrancando y parando, lo cual acabaría dañando el motor, queremos que empiece a llenar cuando el nivel de agua llegue al sensor de nivel inferior y deje de llenar cuando llegue al sensor de nivel superior.

Hay tres lámparas indicadoras, cuyo encendido tiene los siguientes significados:

- Lámpara verde que indica depósito lleno hasta el nivel superior
- Lámpara ámbar que indica depósito entre ambos niveles.
- Lámpara roja que indica depósito casi vacío, es decir, en el nivel inferior.

Nota: Considerar que los sensores proporcionan un nivel lógico "1" cuando el agua los cubre.



Solución:

En principio, tenemos un sistema con dos entradas (los sensores X y Z) y cuatro salidas (B, V, A y R).

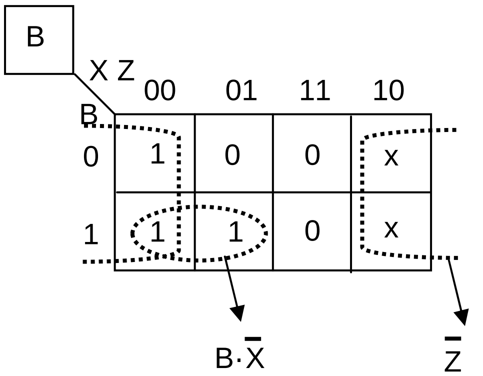
Podríamos intentar resolver el circuito como hasta ahora, pero al intentar hacer la tabla de la verdad, **nos encontramos con el siguiente problema**: cuando el nivel de agua está en medio de los dos sensores (es decir, Z nos da un "1" y X nos da un"0"), ¿que debe hacer la bomba? . No podemos responder a priori, pues depende. Si el depósito estaba lleno y hemos empezado a vaciar agua por el grifo de forma que el nivel ha bajado de X, la bomba no debe llenar; pero si el depósito se vació y empezó a llenar la bomba, cuando el nivel de agua sobrepase el sensor Z la bomba debe seguir llenando.

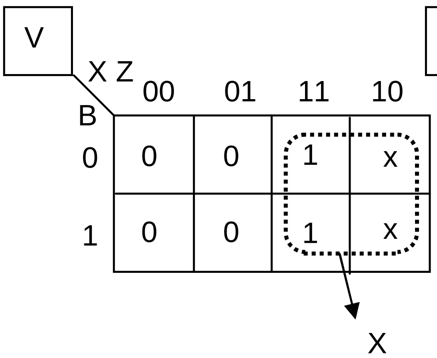
Podemos llegar a la conclusión de que en el momento en que se presenta la combinación de entradas Z=1 y X=0, la bomba debe funcionar si un instante antes ya estaba funcionando, y debe quedarse parada si un instante antes estaba parada.

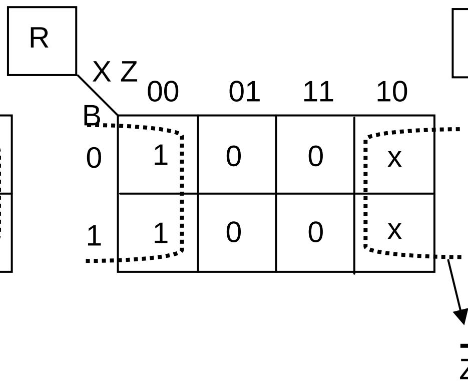
O sea, que la salida del sistema no sólo depende del valor de las entradas sino también del propio valor de la salida.

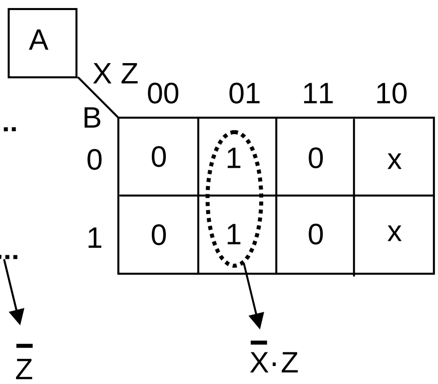
Vamos a resolver el problema considerando la salida de la bomba B, como una entrada más. Recordemos que el valor que se considera como entrada es el que tiene un instante antes de producirse el cambio en las entradas del circuito.

Entradas			Salidas			
X	Z	B	B	V	A	R
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	x	x	x	x
1	0	1	x	x	x	x
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0	0









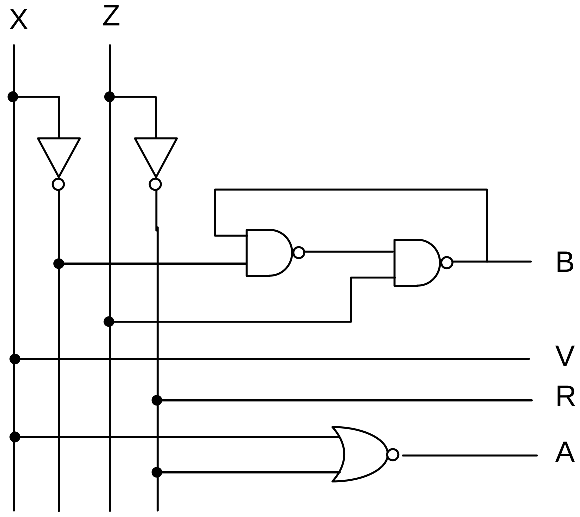
Se deduce:

$B = \overline{Z} + B\cdot\overline{X}$ $\quad V = X$ $\quad R = \overline{Z}$ $\quad A = \overline{X}\cdot Z$

Vamos a transformar un poco estas funciones lógicas para utilizar sólo puertas NOR y NAND (aunque en la figura aparecen inversores, ya sabemos que estos podemos construirlos a partir de puertas NOR o NAND sin más que unir sus dos entradas).

$$B = \bar{Z} + B\cdot\bar{X} = \overline{Z\cdot\overline{(B\cdot\bar{X})}}$$

$$A = \bar{X}\cdot Z = \overline{X + \bar{Z}}$$



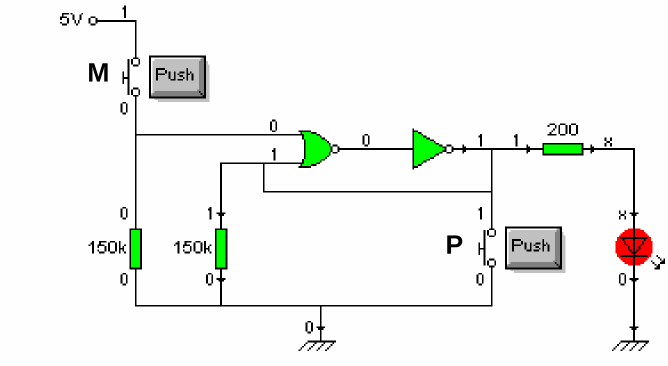
Ejemplo de circuito realimentado: Circuito paro-marcha con pulsadores y enclavamiento

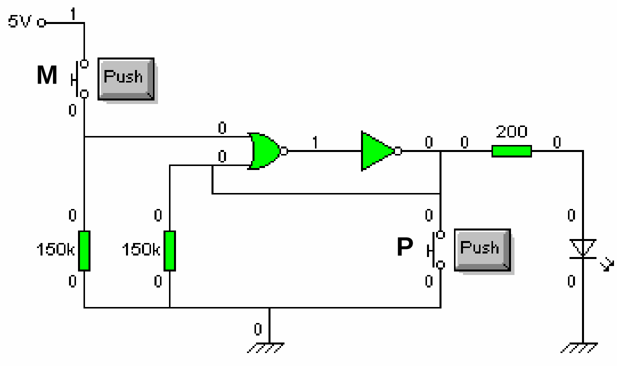
Explicación

Se pretende conseguir un circuito que ponga en marcha un receptor (en este caso un LED) a través de pulsadores de marcha y paro. Una vez haya pulsado el pulsador de marcha (M), el receptor debe quedarse activado aunque deje de pulsar; igualmente, una vez haya pulsado el pulsador de parada (P), el receptor debe quedar desactivado aunque deje de pulsar.

Al pulsar M ponemos un 1 en una de las entradas de la puerta NOR, lo que obliga a un 0 su salida que es la entrada del inversor NOT. A la salida del inversor tendremos un 1 y el LED se enciende. Este 1 se realimenta hacia la otra entrada de la puerta NOR. Como basta con que una entrada de la NOR sea 1 para que su salida sea 0, no importa que dejemos de pulsar M.

Al pulsar P, ponemos un 0 en la entrada inferior de la puerta NOR. Como no estamos pulsando M, las dos entradas de la NOR son 0, lo que implica que su salida es 1. Al entrar un 1 al inversor NOT, da un 0 a su salida, con lo que el LED se apaga. Esta salida 0 se realimenta a la entrada inferior de la puerta NOR, y como por la otra le entra un 0, la salida de la NOR será 1 y la del inversor será 0, la cual se queda estable y el LED queda apagado.





ACTIVIDADES

Actividades de obtención de la tabla de verdad a partir de las condiciones de funcionamiento.

A.1. Elaborar la tabla de verdad del sistema de control de un **motor M** controlado por tres **pulsadores a**, **b** y **c** que cumpla las siguientes condiciones de funcionamiento:

- Si se pulsan los tres pulsadores el motor se activa.
- Si se pulsan dos pulsadores cualesquiera, el motor se activa pero además se enciende una lámpara indicadora de peligro.
- Si sólo se pulsa un pulsador cualquiera, el motor no se activa, pero sí se enciende la lámpara indicadora de peligro.
- Si no se pulsa ningún pulsador, ni el motor ni la lámpara se activan.

A.2. Elaborar la tabla de verdad de un circuito constituido por tres **pulsadores**, **a**, **b** y **c**, y una **lámpara L** tal que ésta se encienda o bien cuando se pulsan los tres pulsadores a la vez, o bien cuando se pulse uno solo de ellos.

A.3. Elaborar la tabla de verdad de un circuito constituido por cuatro **pulsadores**, **a**, **b**, **c** y **d**, y dos **lámparas L1** y **L2**, que cumpla las siguientes condiciones de funcionamiento:

- L1 se encenderá si se pulsan tres pulsadores cualesquiera.
- L2 se encenderá si se pulsan los cuatro pulsadores.
- Si se pulsa un solo pulsador, sea el que sea, se encenderán tanto L1 como L2

A.4. Elaborar la tabla de verdad de un **sistema de alarma** que está constituido por cuatro **detectores** denominados **a**, **b**, **c** y **d**. El sistema debe activarse cuando se activen tres o cuatro detectores. Si sólo se activan dos detectores, es indiferente que la alarma se active o no. Por último, la alarma nunca debe activarse si se dispara uno o ningún detector. Por razones de seguridad, el sistema debe activarse si a = 0, b = 0, c = 0 y d = 1.

Actividades de obtención de la función lógica a partir de la tabla de verdad.

B. Para cada una de las siguientes tablas de verdad, se pide:

a) Hallar una función lógica que se corresponda con ella.
b) Simplificar la función utilizando el método de Karnaugh.

B.1

a	b	c	S1
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

B.2

a	b	c	S2
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

B.3

a	b	c	S3
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

B.5

a	b	c	S5
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	x
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	x
1	1	1	1

B.4

a	b	c	d	S4
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

B.6

a	b	c	d	S6
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	x
0	1	0	0	0
0	1	0	1	x
0	1	1	0	x
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	x
1	0	1	0	x
1	0	1	1	1
1	1	0	0	x
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Actividades de obtención de la tabla de verdad a partir de la función lógica.

C. Elaborar la tabla de verdad correspondiente a las siguientes funciones lógicas.

C.1 S1 = $\bar{a}+b$

C.2 S2 = $a\cdot b+\bar{c}$

C.3 S3 = $(\bar{a}+b)\cdot\bar{c}$

C.4 S4 = $a+\overline{b\cdot c}\cdot\bar{c}$

C.5 S5 = $(\bar{a}\cdot b+c)\cdot\overline{(d+c)}$

C.6 S6 = $(\bar{a}\cdot b+c)\cdot(\bar{d}+\bar{c})$

C.7 S7 = $[(a+1)\cdot\bar{b}]+c$

Actividades de implementación de circuitos a partir de la función lógica.

D.1 a D.6. Representar los circuitos de puertas lógicas correspondientes a las funciones lógicas obtenidas en las actividades B1 a B6. Hacerlo utilizando el menor número de puertas, sean del tipo que sean.

E.1 a E.7. Representar los circuitos de puertas lógicas correspondientes a las funciones lógicas de las actividades C1 a C7. Hacerlo utilizando el menor número de puertas, sean del tipo que sean.

Actividades de implementación de circuitos con puertas NOR y NAND de dos entradas a partir de la función lógica.

Función	C. integrado	Nº puertas	Nº entradas
NOR	74LS02	4	2
	74LS27	3	3
	74LS260	2	4
NAND	74LS00	4	2
	74LS10	3	3
	74LS20	2	4
	74LS30	1	8

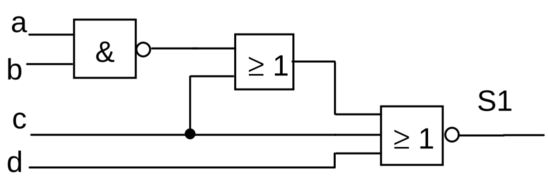
F.1 a F.6. Representar los circuitos de puertas lógicas correspondientes a las funciones lógicas de la **actividad B**. Hacerlo **utilizando únicamente puertas NOR y NAND**. Puedes utilizar cualesquiera de los circuitos integrados comerciales de la tabla adjunta. El objetivo es usar el menor número de circuitos integrados posible.

G.1 a G.7. Representar los circuitos de puertas lógicas correspondientes a las funciones lógicas de la **actividad C**. Hacerlo **utilizando únicamente puertas NOR y NAND**. Puedes utilizar cualesquiera de los circuitos integrados comerciales de la tabla adjunta. El objetivo es usar el menor número de circuitos integrados posible.

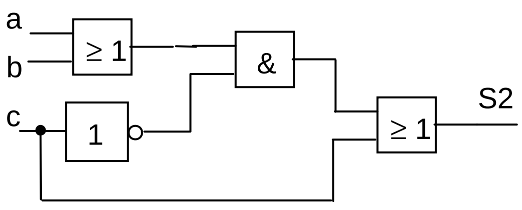
Actividades de obtención de la función lógica a partir del circuito de puertas lógicas.

H. Determina la función lógica de los siguientes circuitos y simplifícala cuanto puedas.

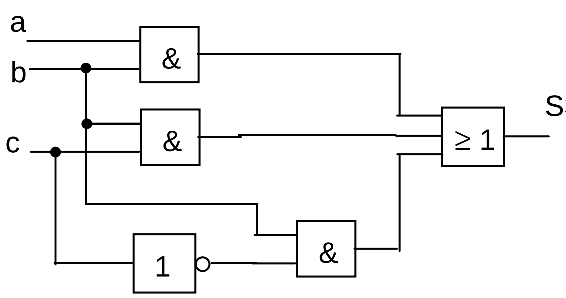
H.1



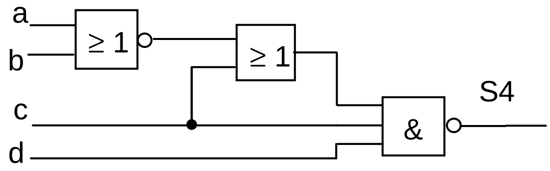
H.2



H.3



H.4



Actividades de diseño de circuitos con puertas lógicas.

I.1. Una habitación con dos puertas está protegida por un sistema de alarma que recibe tres señales. Dos señales proceden de las puertas (una de cada una), las cuales cierran unos microinterruptores cuando las puertas se abren; llamaremos a estas señales "b" y "c". La tercera señal, que llamaremos "a", se activa cuando a través del cierre de un interruptor, ponemos la alarma en estado de alerta. Cuando se activa el sistema de alarma, se pone en marcha un zumbador. Elaborar la tabla de verdad, diseñar la función lógica e implementar el circuito con puertas lógicas. Implementar también las entradas y la salida del circuito.

I.2. El motorcillo M del limpiaparabrisas de un coche se pone en marcha cuando está cerrada la llave de contacto C y se cierra el interruptor del limpiaparabrisas L. Sin embargo, al abrir el interruptor L, el motor del limpiaparabrisas sigue funcionando hasta que la escobilla llega a su punto de reposo (para que no se quede en mitad del parabrisas), lo que es detectado por un final de carrera, F. Determinar la tabla de verdad y la función lógica del sistema. Implementar el circuito con puertas lógicas, así como las entradas y la salida del mismo.

I.3. Diseñar un circuito digital de cuatro variables (a, b, c y d) que dé a la salida el valor lógico 1 cuando el número de variables de entrada en estado 1 sea igual o mayor que el número de las que están en estado 0.

Se pide: Implementar el circuito usando únicamente puertas NOR y/o NAND intentando que haya que usar el menor número de circuitos integrados posible. Nota: utilizar la tabla dada para las actividades F.

I.4. Se quiere diseñar un sistema de riego automático de un invernadero. El sistema está formado por tres sensores:

- **S**: detecta la **Sequedad** del suelo. Si está seco da un 1.
- **T**: detecta la **Temperatura**. Si es demasiado alta da un 1.
- **A**: detecta si hay **Agua** en el depósito desde el que se riega. Si hay agua da un 1.

El sistema tiene las siguientes salidas:

- **V_R**: **V**álvula de **R**iego. Cuando se pone a 1 se abre el sistema de riego. Si se pone a 0 se deja de regar.
- **A_V**: Mecanismo que **A**bre **V**entanas para que entre aire fresco. Cuando se pone a 1 se abren las ventanas, cuando se pone a 0 se cierran las ventanas.
- **G_D**: **G**rifo **D**epósito. Cuando se pone a 1 este grifo empieza a llenar el depósito de agua.
- **L_A**: **L**uz de **A**larma. Cuando se pone a 1 se enciende una luz roja de alarma que indica peligro.

Las condiciones de funcionamiento son:

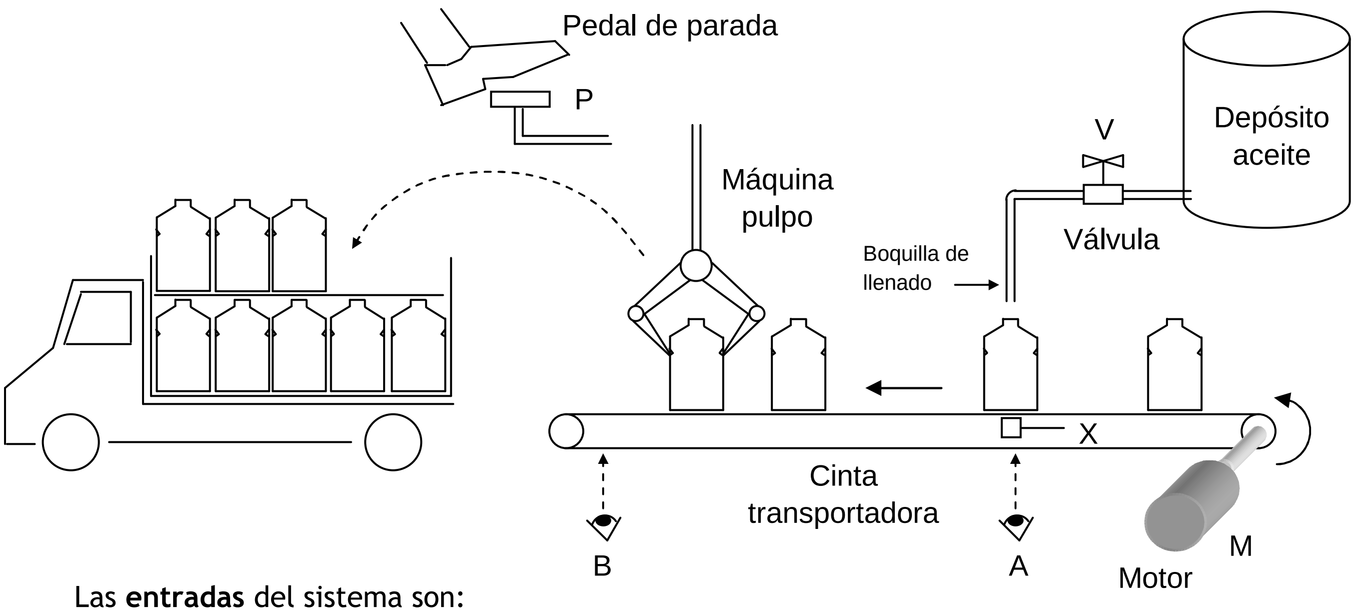
– Se riega si hay sequedad, no es alta la temperatura y hay agua en el depósito.
– Se abren ventanas si es alta la temperatura.
– Se empieza a llenar el depósito si éste se queda sin agua.

– Se enciende la luz de alarma si hay sequedad y no hay agua en el depósito para regar.

Se pide: la tabla de verdad y las funciones lógicas simplificadas de las cuatro salidas del sistema (V_R, A_V, G_D y L_A).

I.5. Se pide diseñar el sistema de control electrónico de un dispositivo de llenado automático de bidones de aceite cuyo funcionamiento es el siguiente:

- El sistema consiste en una cinta transportadora movida por el **motor M**, encima de la cual vienen los bidones vacíos hasta que llegan debajo de la boquilla de llenado, lo cual es detectado por el **sensor de posición A**.
- Durante el llenado del bidón, la cinta transportadora permanece parada. Para echar aceite en el bidón, el sistema tiene que activar (abrir) la **válvula de llenado V**. El **sensor de peso X** se activa cuando el peso del bidón indica que ya está lleno, con lo cual se tiene que desactivar (cerrar) la válvula V para dejar de echar aceite.
- Una vez lleno el bidón, la cinta se pone en marcha de nuevo y el bidón sigue hacia adelante hasta que lo recoge una máquina-pulpo que lo deposita en un camión.
- El operario que dirige la máquina-pulpo dispone de un **pedal de parada** (**P**) que al ser pisado detiene la cinta transportadora, de forma que en el momento de agarrar un bidón éste no se esté moviendo.
- Al final de la cinta transportadora está el **sensor de posición B** que tiene que detener la cinta en caso de que un bidón llegue al final sin ser recogido por la máquina-pulpo (es un elemento de seguridad para evitar que se caigan los bidones al llegar al final de la cinta).



Las **entradas** del sistema son:

- **A:** Sensor de posición de la boquilla de llenado. Da un 1 cuando un bidón se pone encima.
- **X:** Sensor de peso. Da un 1 cuando el bidón situado encima está lleno.
- **B:** Sensor de posición de fin de cinta. Da un 1 cuando un bidón se pone encima.
- **P:** Pedal de parada. Da un 1 mientras lo pisa el operario de la máquina-pulpo para coger el bidón.

Las **salidas** del sistema son:

- **M:** Motor que mueve la cinta. Si se pone a 1 la cinta se mueve y a 0 la cinta de para.
- **V:** Válvula de llenado. Si se pone a 1 se echa aceite en el bidón y a 0 se deja de echar.

Se pide: Realizar la tabla de la verdad correspondiente al funcionamiento descrito, simplificar utilizando el método de las tablas de Karnaugh y realizar los circuitos con puertas lógicas correspondientes a las dos salidas del sistema de control (M y V).

I.6. Hay que diseñar el sistema de control electrónico de una explotación agrícola de regadío. Dicha explotación cuenta con un gran **depósito** de agua que se alimenta mediante una **bomba de llenado** desde un **embalse** situado en un río cercano. Del depósito sale una red de tuberías que riega el terreno cuando se activa la **bomba de riego**. En el terreno tenemos dos **medidores de sequedad**, uno que se activa cuando la sequedad sobrepasa un valor medio y otro que se activa cuando la sequedad alcanza un valor extremo.

Además, el sistema dispone de un interruptor que los responsables de la instalación tienen que activar cuando la autoridades decretan que hay **sequía** y hay que restringir el riego.

El sistema también dispone de una **alarma** para señalizar una situación grave que describimos luego en las condiciones de funcionamiento.

El embalse del que se alimenta el depósito también dispone de un **nivel** que mide la cantidad de agua que tiene, el cual se activa cuando hay poca agua embalsada.

Las **<u>entradas</u>** del sistema las denominaremos de la siguiente forma:

- **E:** Nivel <u>E</u>mbalse: Da un 1 cuando el nivel de agua en el embalse es demasiado bajo.
- **B:** Nivel Depósito <u>B</u>ajo: Da un 1 cuando el nivel de agua en el depósito baja de él.
- **A:** Nivel Depósito <u>A</u>lto: Da un 1 cuando el depósito llega a él (está lleno).
- **M:** Medidor Sequedad <u>M</u>oderada: Da un 1 a partir de que la sequedad del terreno alcanza un valor moderado.
- **X:** Medidor Sequedad E<u>X</u>trema: Da un 1 cuando la sequedad del terreno es muy elevada.
- **S:** <u>S</u>equía: Da un 1 cuando es activado por los responsables del sistema cuando se decreta que hay sequía.
- **D:** <u>D</u>etector de funcionamiento de la bomba de llenado. Da un 1 cuando la bomba está funcionando.

Las **<u>salidas</u>** del sistema las denominaremos de la siguiente forma:

- **L:** Bomba de <u>L</u>lenado: cuando se pone a 1 se encarga de **<u>arrancar</u>** la bomba que llena el depósito desde el embalse y cuando se pone a 0 encarga de **<u>parar</u>** dicha bomba.
- **R:** Bomba de <u>R</u>iego: cuando se pone a 1 se encarga de **<u>arrancar</u>** la bomba que riega los campos desde el depósito y cuando se pone a 0 se encarga de **<u>parar</u>** dicha bomba.
- **P:** Alarma de <u>P</u>eligro: cuando se pone a 1 enciende un piloto rojo en el panel de control para advertir de una situación de emergencia.

Condiciones de funcionamiento:

Referidas al llenado del depósito:

– La bomba de llenado (L) se pone en marcha cuando el nivel de agua en el depósito baja hasta el nivel bajo (B).

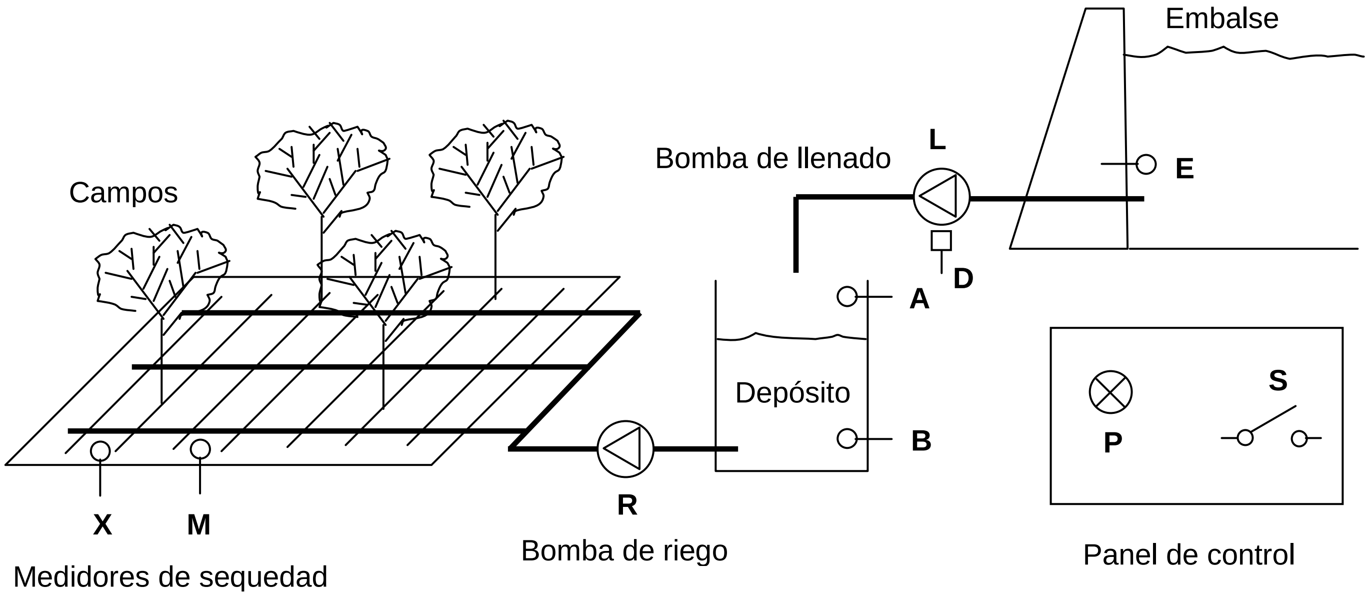
– La bomba de llenado (L) se para cuando el nivel de agua en el depósito alcanza el nivel alto (A), lo que indica depósito lleno.

– La bomba de llenado (L) dejará de enviar agua al depósito si el nivel del embalse (E) es demasiado bajo.

Referidas al regadío de los campos:

– La bomba de riego (R) enviará agua a los campos siempre que el nivel de agua en el depósito esté por encima del nivel bajo (B) y se active alguno de los medidores de sequedad con las siguiente condiciones: Si no hay sequía (S) empezará a regar cuando se active el medidor de sequedad moderada (M) y seguirá regando hasta que se desactive. Si hay sequía (S) no empezará a regar hasta que se active el medidor de sequedad extrema (X) y seguirá regando hasta que se desactive dicho medidor.

– La alarma de peligro (P) se activará cuando se active el medidor de sequedad extrema (X) y además el nivel del agua en el depósito esté por debajo del nivel bajo (B).



Se pide: Realizar las tablas de la verdad correspondiente al funcionamiento descrito, simplificar utilizando el método de las tablas de Karnaugh y realizar los circuitos con puertas lógicas correspondientes a las tres salidas del sistema de control (L, R y P).

Nota: Tener en cuenta que dentro del sistema completo hay dos sistemas independientes (el llenado del depósito y el riego del terreno). Algunas entradas no afectan a todas las salidas.

I.7. Se quiere un circuito digital que controle el sistema de elevación de cargas desde una cinta transportadora situada en un sótano hasta el camión de transporte, utilizando un elevador y un descargador. El funcionamiento es el siguiente:

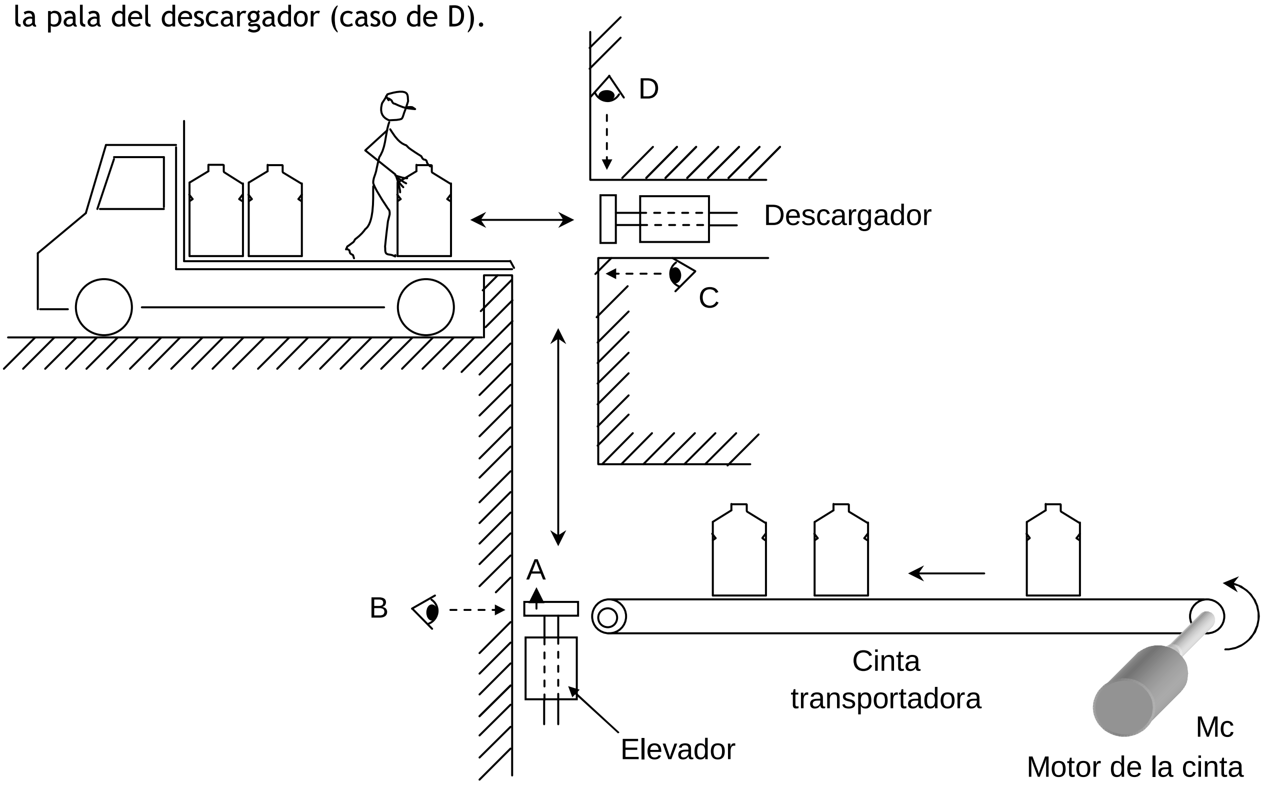
> Los bidones vienen por la cinta transportadora, la cual es movida por el motor Mc. Cuando un bidón se coloca sobre la plataforma del elevador, es detectado por el sensor A, que está colocado sobre la plataforma. Entonces, se para la cinta transportadora y el elevador empieza a subir, para lo cual tiene que activarse un relé Ms que conecta el motor del elevador para que suba. El elevador sigue subiendo hasta que se activa el sensor C, indicando que ya ha llegado arriba. Entonces el elevador se para y se acciona el descargador (se activa un relé Di que hace desplazarse el descargador hacia la izquierda) y el bidón es subido al camión. Seguidamente, el émbolo del descargador se retira hacia la derecha y el elevador empieza a bajar (se activa un relé Mb que conecta un motor que hace que el elevador baje) hasta accionar el sensor B. En este momento, empieza a funcionar de nuevo la cinta transportadora para subir un nuevo bidón al elevador.

Se pide la tabla de verdad, las funciones lógicas simplificadas de todas las salidas y el circuito con puertas lógicas en **dos versiones** diferentes:

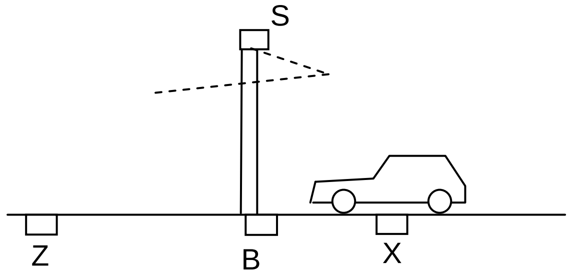
a) Consideramos que el descargador es una especie de émbolo que se desplaza hacia la izquierda al ser activado el relé Di y que retrocede solo al ser desactivado Di, por efecto de un resorte. En esta versión sólo se usan los sensores A, B y C

b) Consideramos que el descargador es movido por un motor en ambos sentidos. El motor desplaza el émbolo hacia la izquierda cuando se activa el relé Di y desplaza el émbolo hacia la derecha cuando se activa el relé Dd.

Nota: Considerar que los sensores A, B, C y D dan un valor lógico 1 cuando detectan presencia bien de carga (en el caso del A), bien de la plataforma del elevador (caso de B y C) o bien de la pala del descargador (caso de D).



I.8. Se quiere diseñar un sistema para la apertura y cierre automático de una puerta de garaje. **La puerta es sólo de entrada** y abre subiendo hacia arriba. Dispone de cuatro sensores, llamados X, Z, B y S, que detectan lo siguiente:



- El sensor X se pone a 1 cuando un vehículo se sitúa sobre él delante de la puerta. Es 0 si no hay vehículo.
- El sensor Z, que está pasada la puerta, es igual que el X. Es decir, se pone a 1 mientras está pasando sobre él un vehículo y a 0 si no hay vehículo.
- El sensor B es un final de carrera que se pisa (dando un 1) cuando la puerta está totalmente bajada (= cerrada).
- El sensor S es otro final de carrera que se pisa (dando un 1) cuando la puerta está totalmente subida (=abierta).

Las condiciones de funcionamiento serán las siguientes:

- La puerta es movida por un motor que funciona en dos sentidos. Cuando se activa el relé “A”, la puerta abre (=sube) y cuando se activa el relé “C” la puerta cierra (=baja).
- Cuando la puerta esté cerrada o bajando, se encenderá una luz roja “R” y cuando la puerta esté totalmente abierta se encenderá una luz verde “V”.
- Cuando llegue un vehículo a X la puerta empieza a subir hasta abrirse completamente. Cuando la puerta se ha abierto el vehículo avanza y al pasar por Z la puerta empieza a bajar hasta cerrarse. No hace falta que el vehículo permanezca en Z hasta que la puerta se cierre, basta que pase por el sensor un breve tiempo.
- Considerar que el tiempo que tarda el vehículo en pasar por el sensor Z es suficientemente largo como para que cuando haya pasado le ha dado tiempo a la puerta a bajar los suficiente para que se haya dejado de pisar el final de carrera S y se tenga ya S = 0.

Se pide:

a) La tabla de verdad del sistema.

b) Hallar la función lógica simplificada de cada salida del sistema (“A”, “C”, “V” y “R”)

I.9. Diseñar un circuito con puertas lógicas para la puesta en marcha de un motor mediante pulsadores. El circuito tendrá dos pulsadores normalmente abiertos, uno para poner en marcha el motor, llamado **M**, y otro para pararlo, llamado **P**. Una vez puesto en marcha el motor pulsando M, seguirá en marcha una vez deje de pulsarlo. Una vez parado el motor pulsando P, el motor seguirá parado una vez deje de pulsarlo. En el caso de que se pulsaran ambos pulsadores al mismo tiempo, el motor se parará.