

V OLIMPIADA  
MATEMÁTICA  
DE OTOÑO

PROBLEMAS  
DE LA  
PRIMERA FASE

## HOJA 1 “COLOCANDO NÚMEROS”

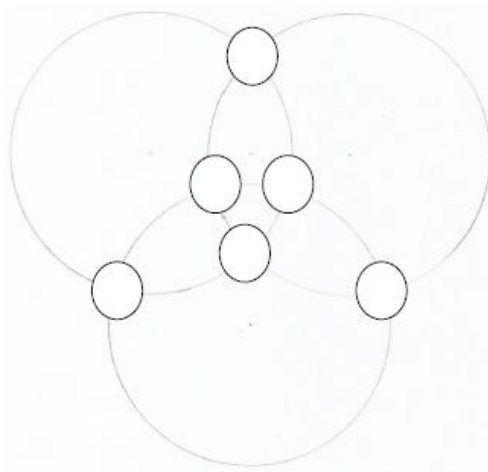
Sergio Holmes no daba crédito a lo que pasaba. Su vista iba y volvía del corral de sus mascotas que estaba en el jardín, al folio que tenía en las manos. Pensaba hablar con su amigo Wat Son, el cual se había quedado encargado, para saber cuándo podía haber sucedido el secuestro de Margarita y Albertito. Pero antes pensó que lo mejor era serenarse y volver a leer con tranquilidad el mensaje.

“LAS TORTUGAS BIEN. Césped estaba agostado. **Temíamos por la integridad de ellas.** Cuidándolas estamos ahora. **SON TAN SIMPÁTICAS...** Devolverlas pena nos da. **Para recuperar tendrás que trabajar. DIEZ HOJAS TE LLEGARÁN.** Y al final contigo estarán, siempre y cuando las resuelvas con agilidad. Para empezar una de números aquí está, aunque uno no es, son tres. **Cuando la resuelvas correctamente la segunda te llegará.**”

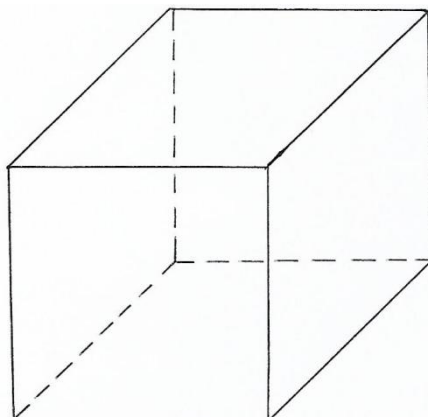
No había duda. Esto tenía que ser la idea de algunos alumnos pretéritos. Y además que les gustaban las matemáticas recreativas. Pero bueno, lo mejor era comenzar haciéndose un buen bocadillo de jamón o chorizo para tener energía suficiente y poder pensar en la resolución de los retos. En su momento ya descubriría quién había sido... Todos estos pensamientos pasaron de forma fugaz por la mente de Sergio Holmes, mientras leía la dirección a la que tendría que mandar la solución: margaritayalbertitotortugas@.....

### ENUNCIADO

- Coloca los números del 1 al 6 en los círculos pequeños de modo que la suma de los números que haya en cada una de las tres circunferencias grandes sea igual.



- Coloca en los vértices de un cubo los números del 1 al 8 de forma que, una vez hecho, los vértices de cada cara sumen lo mismo.



- Coloca los números del 1 al 9 en cada cuadrícula, sin repetir ni saltarte ninguno, de manera que al sumar las líneas horizontales y verticales sean iguales a los números dados.

			14
			16
			15
12	20	13	

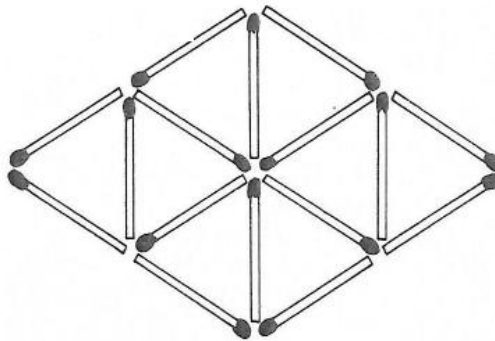
## HOJA 2 “UNAS POCAS CERILLAS PARA SERGIO HOLMOS”

Por fin me llegó la segunda hoja—Pensaba Sergio Holmes mientras abría su correo—Hasta estoy nervioso. Pero no tendría por qué, ya que la primera fue muy fácil para mí. Sin embargo estoy intranquilo por Margarita y Albertito. No sé si les darán las atenciones adecuadas... Es que estas tortugas son muy suyas... Bueno, deja de divagar Sergio, y descarga el archivo adjunto. Cuanto antes resuelvas las hojas, antes podrás volver a verlas. A ver qué es lo que pone:

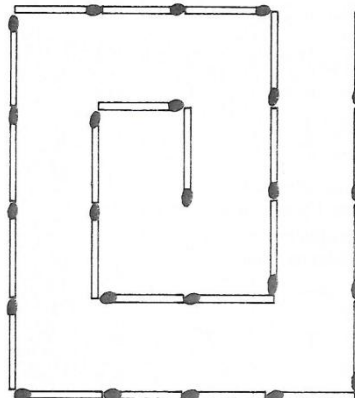
**“A TI TE ENCANTAN LOS PROBLEMAS CON PALILLOS... A nosotros los problemas con cerillas. AQUÍ TIENES UNOS POCOS RETOS. Disfrútalos y no tropieces con ninguna “trampita”. ESPERAMOS TU RESPUESTA. Por cierto, las tortugas bien. Disfrutando de sus vacaciones. De momento no preguntaron por ti. Ja, ja, ja.”**

### ENUNCIADO

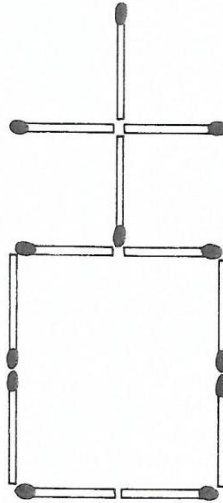
1.- Quita 4 cerillas de las 16 que forman la figura, de manera que queden exactamente cuatro triángulos equiláteros iguales.



2.- Transforma la espiral de la figura en tres cuadrados (no necesariamente todos iguales), moviendo sólo cuatro cerillas.

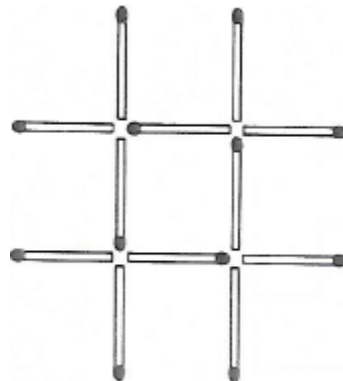


3.- Fíjate bien en la siguiente figura y conviértela en tres cuadrados iguales moviendo sólo cinco cerillas.



4.- En la siguiente plantilla de tres en raya hay que cambiar de lugar (¡no eliminar!) y conseguir tres cuadrados idénticos:

- a) Cambiando de lugar cinco cerillas.
- b) Cambiando de lugar cuatro cerillas.
- c) Cambiando de lugar tres cerillas.



5.- Fíjate en las siguientes doce cerillas puestas en rueda hexagonal, que forman seis triángulos equiláteros. Muestra cómo formar tres triángulos equiláteros, moviendo exactamente cuatro cerillas.



### HOJA 3 “DOMINEANDO”

Sergio Holmes no pudo dejar de sonreír al leer el mensaje.

“NO SOMOS ALUMNOS TRISTES. **Conocemos muchos juegos de cartas.** Con la baraja española, por supuesto. *Pero no, la tercera hoja no va de eso.* **VA DE UN JUEGO QUE TE GUSTA MUCHO A TI. El dominó.** O sea que... a dominar, Sergio. *Aquí tienes dos retos.* **Esperamos que te gusten.** Por cierto, deja de investigar sobre quienes podemos ser... **Insistimos, las tortugas están bien.**”

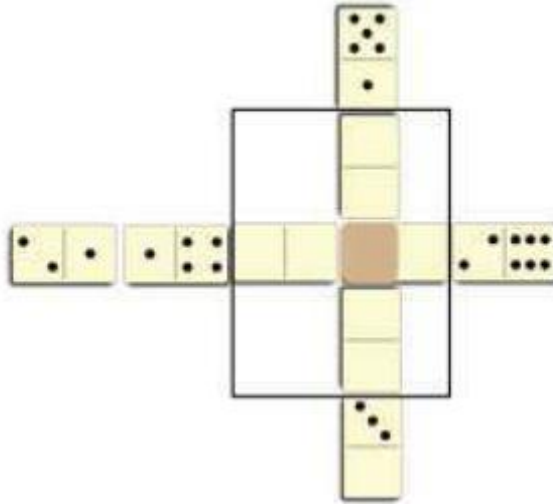
Después de leer el mensaje tomó nota mental de ser más cuidadoso respecto a sus investigaciones detectivescas sobre la identidad de los secuestradores. E inmediatamente se puso a dominar. Eso sí, leyendo con mucha atención los enunciados...

#### ENUNCIADO

1. Sobre el tablero se han colocado ocho fichas de dominó (0-0, 0-3, 0-4, 0-5, 0-6, 3-4, 5-6, 6-6), formando un **camino cerrado** y respetando la regla de contacto (dos fichas sólo pueden unirse por el mismo número **incluso lateralmente formando un escalón**). En el tablero vacío hay, como pistas, dos series de números. La primera, con números más finos, indica cuántas casillas están ocupadas en cada fila o columna. La segunda, con números más gruesos, indica la suma de los valores de cada fila o columna. Indica cómo deben estar colocadas las ocho fichas.

					4	10
					3	14
					2	9
					3	9
					4	6
5	2	2	4	3		
29	5	0	4	10		

2. Jugando al dominó, teníamos colocadas ya sobre la mesa nueve fichas distintas con esta disposición en forma de cruz, cuando se cayó una servilleta, (representada por el rectángulo) que cubrió parte de la cruz. Las fichas están colocadas según las reglas de juego, es decir, 1 es adyacente al 1, 2 es adyacente al 2, etc. ¿Es posible determinar cuántos puntos hay en la casilla que está más oscura?, y si fuera posible, ¿cuántos puntos hay? **Explica tu respuesta, ya sea afirmativa o negativa.**



## HOJA 4 “EDIFICIOS EN FORMA DE SUDOKUS”

No podía dejar de estar cada vez más intrigado. ¿Cómo era posible que le hubieran hecho llegar el mensaje de esta forma? Estaba claro que su primera idea sobre los alumnos secuestradores no era del todo cierta. En el caso de que fueran ex alumnos, éstos debían tener algún “contacto” con alumnos actuales. Si no, ¿cómo explicar que coloquen el mensaje en su propia carpeta en el instituto? Tenía que hablar con Wat Son. Dejó pasar estos pensamientos, y se dedicó a leer el nuevo mensaje mientras los alumnos realizaban el examen, quizás así, podría aprovechar para ir avanzando en la realización de la hoja...

“Hemos encontrado unos nuevos retos para ti. **Puedes llamarlos sudokus arquitectónicos, ja, ja, ja.** En las revistas de lógica de los quioscos hay muchos juegos. *Te las recomendamos.* Seguro que éste te cuesta más. Sobre todo el tercer reto. **En cuanto a tus mascotas..., las notamos algo mohínas.** SI NOS PUEDES DAR ALGÚN CONSEJO ADEMÁS DE LA SOLUCIÓN DE LA HOJA, ESTARÍA BIEN.”

### ENUNCIADO

1.- El primer reto es el siguiente:

Supón que hay cuatro edificios contiguos entre sí de tres, cuatro, dos y un piso de altura. Si miramos desde la izquierda sólo podemos ver dos de ellos: el de tres pisos y el de cuatro pisos, estando tapados el de dos y un piso de altura. Vistos desde la derecha podemos ver tres pisos: el de uno, el de dos y el de cuatro pisos de altura, entando el de tres pisos de altura tapado por el cuatro.

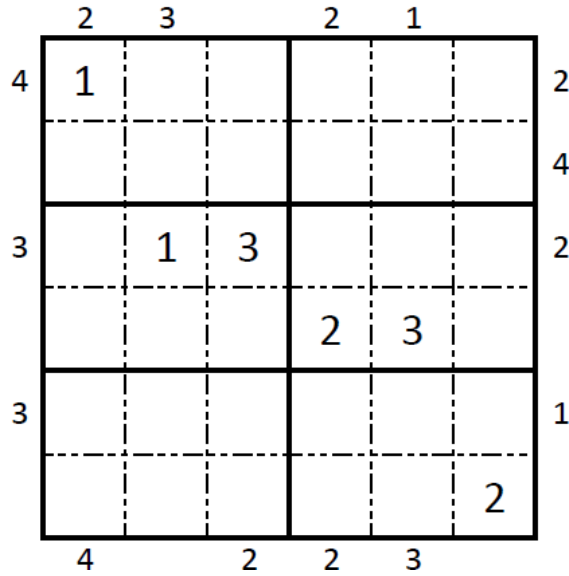
Rellena la siguiente cuadrícula teniendo en cuenta que te damos al inicio y al final de cada fila y columna el número de edificios que se ven desde ese lado. En cada fila y en cada columna hay que colocar un edificio de un piso, otro de dos, otro de tres y otro de cuatro.

	2	1	2	3	
2					2
3					2
3					1
1					4
	1	2	3	2	

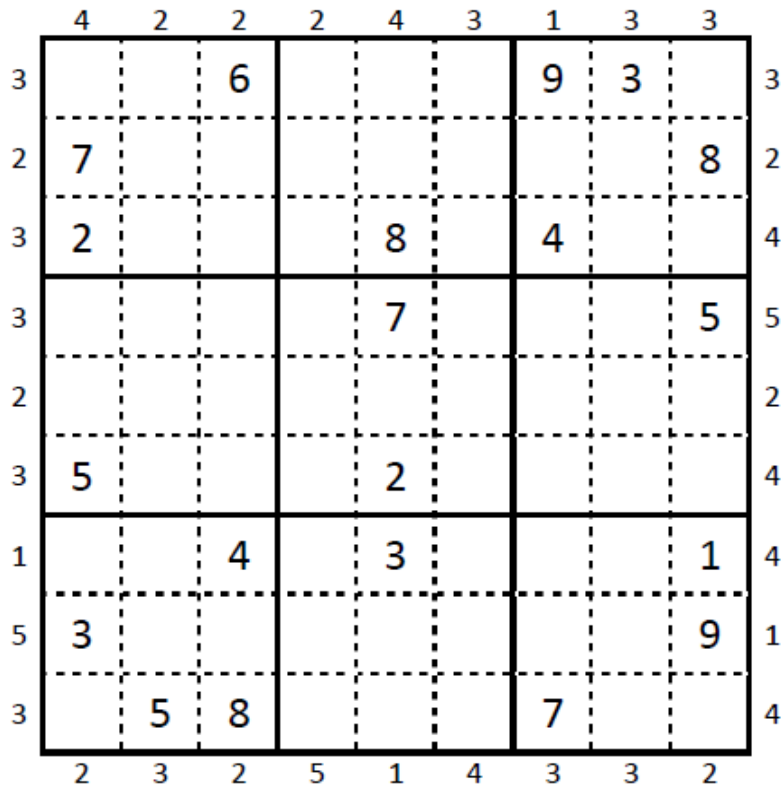


2.- El segundo reto es el siguiente:

Ahora la siguiente cuadrícula se rellena utilizando las mismas reglas de antes, pero teniendo en cuenta que los edificios son desde tamaño 1 hasta tamaño 6, y que además en cada cuadrícula de tamaño  $3 \times 2$  los números del 1 al 6 no pueden repetirse.



3.- Este es el reto más difícil. No desesperes. Ahora los edificios tienen desde el tamaño 1 hasta el tamaño 9. Las reglas siguen siendo las mismas que en el reto anterior teniendo en cuenta que en las cuadrículas de tamaño  $3 \times 3$  las cifras del 1 al 9 no pueden repetirse. Y sí, se parece mucho a un sudoku.



## HOJA 5 “CUESTIÓN DE LETRAS”

El nuevo mensaje decía:

“Sabemos que esta semana tienes excursión. **Te lo ponemos más fácil. Eso sí, tendrás que ser un poco yoísta.**

Seguro que nos entiendes al leer el enunciado. *Por cierto, gracias por los consejos.*

Margarita y Albertito están muchos más contentos. **ES INCREÍBLE QUE SE PUEDAN DIVERTIR TANTO JUGANDO CON DOS PELOTAS ANTIESTRÉS, Y NADANDO CON UN PATITO DE GOMA.”**

### ENUNCIADO

El siguiente tablero contiene las cinco letras M-A-T-E-S repetidas cinco veces. Corta el cuadrado  $5 \times 5$  en cinco trozos de cinco cuadros cada trozo, de manera que en cada uno de ellos aparezcan las cinco letras.

E	A	M	T	M
S	E	S	E	T
T	M	A	T	A
M	S	E	A	M
A	T	S	E	S

Como el anterior seguro que te resultó fácil. Ahora tienes que hacer lo mismo en los dos siguientes tableros  $6 \times 6$ , pero los trozos tienen que ser de seis cuadros cada uno. Por si no te has dado cuenta, las letras que tienen que aparecer en los cuadros de cada trozo son S-E-R-G-I-O y H-O-L-M-O-S respectivamente.

S	I	E	R	G	R
E	R	O	S	E	I
I	S	G	G	R	O
O	G	S	I	O	S
I	E	O	S	R	E
R	G	E	O	G	I

O	M	H	L	S	O
S	L	M	O	M	L
O	H	S	S	S	O
H	O	H	M	L	H
O	O	L	O	H	M
S	L	O	M	O	O

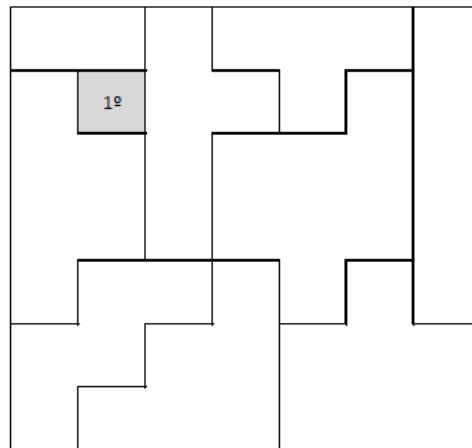
## HOJA 6 “PUZLE”

Ya era la quinta vez que veía el vídeo. No podía dejar de hacerlo porque las añoraba mucho. ¡Normal, eran muchos años disfrutando su compañía! Sin embargo está última vez se fijó en Albertito con más atención y sí, parecía tener alguna dificultad al andar. Tomó mentalmente nota de ello. Pero ahora lo importante era resolver cuanto antes el reto de la nueva hoja. Primero tendría que realizar un poco de manualidades y después trabajar el puzle, aunque a simple vista, con el propio enunciado ya estaba viendo una solución...

“Sabemos que te encantan los puzles. Este es especialmente interesante. **Pero para resolverlo, antes tendrás que construirlo.** TE EXPLICAMOS EN EL ENUNCIADO CÓMO HACERLO, aunque seguro que no te hace falta. Por otro lado hemos hecho lo que nos pediste. **La prueba de vida la tienes en el archivo adjunto en formato vídeo**”

### ENUNCIADO

Dispones de un puzle de nueve piezas que cuando han sido colocadas adecuadamente forman un cuadrado de  $7 \times 7$  cuadraditos con un hueco de un cuadradito (cuadrado en gris), como se observa en el dibujo siguiente.



Tu reto consiste en reordenar esas nueve piezas, **teniendo en cuenta que se pueden girar, pero no darles la vuelta**, y conseguir tener el hueco en alguna de las restantes doce posiciones (desde la 2º hasta la 13º). El siguiente dibujo te indica dónde están los huecos.

				12º		
	1º					3º
	10º			13º		11º
5º			8º		6º	
			2º			
				9º		
	4º					7º

Tranquilo, no te pedimos que encuentres las otras doce soluciones, **sólo queremos que encuentres cuatro de ellas**. Además hay muchas soluciones distintas para cada uno de los huecos del puzle, de manera que seguro que encuentras una solución de las muchas para cuatro huecos distintos.

**Consejo:** Es más sencillo encontrar las soluciones si tienes el cuadrado grande dibujado, y el puzle construido. Por tanto, dibuja el cuadrado de tamaño  $7 \times 7$  en una hoja de cuadros cogiendo por ejemplo  $42 \times 42$  cuadraditos de la hoja (u otro múltiplo grande de 7). Señala todos los huecos. Esto sería el dibujo segundo de esta hoja. Después **con el mismo tamaño** haz el primer dibujo de la hoja en otra hoja de cuadros. Pega en una cartulina la hoja de cuadros dibujada y recorta las nueve piezas. En ese momento te será muy fácil tratar de encontrar cuatro soluciones, ya que las fichas recortadas las puedes ir poniendo encima del cuadrado grande que dibujaste en la hoja de cuadros, e ir probando muchas posibilidades de forma rápida.

**Pista:** A veces conseguirás reordenar las nueve piezas dejando un hueco en el puzle, y te parecerá que no has encontrado una solución, pero si giras el puzle...

## HOJA 7 “UNA CONVERSACIÓN MUY MATEMÁTICA”

Sergio esperaba que esta semana le resultase más sencilla la resolución de la hoja. A la anterior le tuvo que dedicar bastante tiempo entre la construcción del puzle y la búsqueda de las soluciones. Pero había que reconocer que el puzle le había encantado. A continuación se repantingó en el sofá junto con su móvil. Abrió el correo y leyó el nuevo mensaje... ¡Tendría que hablar con las compañeras a ver si era verdad!

“Esta semana tienes un problema real. ¡Ni lo hemos tenido que pensar! **Sólo nos bastó con escuchar con atención por los pasillos.** Es una mezcla de números y geometría. *Aunque te habrás dado cuenta al leerlo.* Los profesores de matemáticas sois un poco raros... *Cambiando de tema.*

Gracias por lo de Albertito. **NO SABÍAMOS LO QUE LE PASABA. Ahora estamos más tranquilos al saber que sólo es un poco de artrosis en la patas.** El consejo veterinario que nos distes está funcionando”

### ENUNCIADO

--¿Qué tal, Celia? ¡Se te ve agotada!-- Dice Yolanda.

--Pues la verdad es que sí – Responde ésta con gesto cansado – Fíjate que son las 7 de la tarde, y salí de casa por la mañana temprano.

--Ah, y ¿exactamente a qué hora saliste?

Como en el Departamento de Matemáticas nadie ofrece las respuestas de forma directa, Celia le dijo:

--Si restas  $45^\circ$  al ángulo interior de las agujas del reloj en este momento, tendrás el ángulo interior que las agujas formaban en el momento de salir de mi casa.

Después de pensar un rato, Yolanda dijo que le faltaba un dato.

-- ¡Ah por supuesto! Al salir de casa, el minuterero del reloj estaba situado en la media.

¿Podrías ayudar a Yolanda a medir los ángulos de los relojes y decidir a qué hora exacta salió Celia de casa? **Explica tu respuesta.**

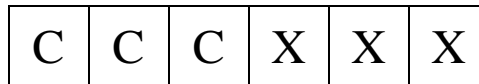
## HOJA 8 “MONEDAS Y FICHAS”

Wat Son le pidió a Sergio Holmes que se lo leyera. Le gustaban los problemas y pensaba que quizás podría sacar alguna idea para retar a sus alumnos. Además, como le dijo a Sergio, se merecía conocer el enunciado después de la información que había descubierto y comunicado a su gran amigo. Ahora, aunque los “secuestradores” no lo sabían, estaban a punto de caer...

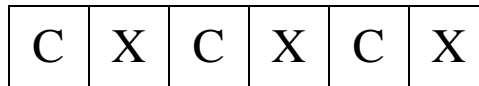
“Cambiamos de tercio. **Busca unas monedas y unas pocas fichas.** Los retos parecen fáciles, pero no lo son. **Sobre todo porque tendrás que minimizar los movimientos.** *No desesperes mucho.* Ya te queda menos para reunirte con Margarita y Albertito.”

### ENUNCIADO

- Observa la fila de monedas colocadas a continuación, unas muestran su cara (C) y otras muestran su cruz (X):



El reto consiste en, realizando el movimiento de dar la vuelta a dos monedas contiguas, conseguir obtener en el menor número de movimientos la disposición siguiente:



- Dada la posición inicial debes conseguir la posición final:



La regla para mover las fichas es que se pueden mover dos fichas contiguas ya sean iguales o diferentes, pero sin invertir su orden.

Movimiento válido: ○ ● → ○ ●

Movimiento incorrecto: ○ ● → ● ○

Pero cuidado, el reto consiste en hacerlo en **sólo 5 movimientos**.

- Dada la posición inicial debes conseguir la posición final:

Posición inicial → ○ ● ○ ● ○

Posición final → ○ ○ ○ ● ●

Para conseguir lo anterior dispones de un tablero con nueve casillas y las fichas no tienen por qué estar desplazadas inicialmente hacia la izquierda, las puedes colocar donde quieras pero seguidas.



La regla para mover las fichas es que se pueden mover dos fichas contiguas ya sean iguales o diferentes, pero sin invertir su orden (al igual que en el reto anterior)

Y lo último, el reto consiste en hacerlo en **sólo 3 movimientos**.

**NOTA:** El segundo y tercer reto se puntuarán parcialmente si se consiguen realizar en más de 5 y 3 movimientos respectivamente.

## HOJA 9 “UN PROBLEMA DE PING-PONG”

Ya lo tenía todo preparado. Ahora Sergio Holmes sólo necesitaba resolver la siguiente hoja y responderles con la misma estrategia a los secuestradores. Se iban a llevar un buen chasco. Y todo gracias a la información obtenida por Wat Son, debida a los buenos consejos de Sergio. Lo primero de todo sería resolver el problema, pero cuando lo leyó se quedó desconcertado...

“El final ya está cerca. Esta nueva hoja de lógica es. **¡Cuidado!, corto es el enunciado.** Pero ya sabes que esos son los peligrosos. **ASÍ QUE NO TE DESCONCIERTE LO ESCRITO Y DES CON LA CLAVE.** Posdata: Margarita también tiene achaques. **La llevamos al veterinario.** *Tiene un poco de cataratas, pero que es normal. Por lo demás bien”*

### ENUNCIADO

Tres amigas Adela, Beatriz y Catalina juegan al ping-pong. Cada partida la juegan dos y la que pierde sale para que juegue la que está fuera. Eligen por sorteo las dos que comenzarán jugando la primera partida. Cuando han finalizado de jugar, Adela ha jugado 15 partidas, Beatriz ha jugado 10 partidas y Catalina ha jugado 17 partidas. Y ahora vine la pregunta que habrás de contestar: ¿Qué amiga perdió la segunda partida? **Justifica tu respuesta.**



## HOJA 10 “JUGANDO CON EL DNI”

La noche era la adecuada por estar totalmente despejada. Wat son ayudó a Sergio Holmos a saltar la valla. Todo tenía que hacerse rápido. Sabía en qué parte del jardín estaban. Se acercó sigilosamente, las cogió y las guardó en la cesta. Después dejó el sobre. Volvió a la valla, paso la cesta por encima a Wat Son, y saltó afuera. Ni minuto y medio después desandaban el camino hacia la casa de Sergio. Y ahora sólo le quedaba esperar...

Todos estaban reunidos leyendo el mensaje. Sergio les había descubierto y ahora se tomaba una pequeña revancha:

**“Las tortugas de vuelta a casa están.** Wat Son y yo descubierto os hemos. Pensando estoy si hablar con vuestros padres. **Oportunidad de redimiros os doy.** SI RESOLVÉIS ESTE PROBLEMA TODO SE OS PERDONARÁ, SI NO ... Para mandar la solución: alumpardillosecustrad@...”

### ENUNCIADO

Todas las personas a partir de una cierta edad tienen un código individual llamado Documento Nacional de Identidad (DNI), que consta de 7 u 8 cifras. Este número es el que utiliza cualquier persona en múltiples gestiones personales. Como el número es grande y puede dar lugar a errores, desde hace años a ese número se le añadió una letra para detectar posibles errores al escribirlo. La forma de asignar la letra es la siguiente: **el número del DNI se divide entre 23, y al resto (que puede variar entre 0 y 22) se le hace corresponder una letra.**

En la siguiente tabla aparece la letra que le corresponde a cada resto de la división:

Resto	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Letra	T	R	W	A	G	M	Y	F	P	D	X	B

Resto	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Letra	N	J	Z	S	Q	V	H	L	C	K	E

Por ejemplo, si una persona tiene como DNI el número 28 673 912, al dividir ese número entre 23 nos da de resto 19, con lo que la letra asignada a ese número sería la L.

Una vez contado lo anterior te proponemos los siguientes ejercicios.

1. Calcula la letra que corresponde a los dos siguientes DNI.

a) 8 761 234

b) 25 329 456

2. De los dos siguientes DNI conocemos sus letras: la Y y la T respectivamente, pero desconocemos la última cifra del número. Pues bien, de eso se trata. ¿Cuál es la última cifra en cada uno de ellos? **Justifica tu respuesta**

a) 11 456 78

b) 37 045 59

3. ¿Qué número o números de DNI cumplen las siguientes condiciones? **Justifica tu respuesta**

- Todas las cifras son impares
- El número es capicúa.
- La letra del DNI es la T
- El producto de la primera cifra por la segunda es 35
- El producto de la segunda cifra con la tercera es 63