

Inclusión y atención a la diversidad

- **Lo fundamental de la unidad**

Esquema incompleto de los contenidos de la unidad

- **Fichas de trabajo A**

- **Fichas de trabajo B**

- **Soluciones de las fichas de trabajo**



www.anayaeducacion.es

En la web dispone de ejercicios con los que reforzar y ampliar los contenidos.

Lo fundamental de la unidad

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

LOS NÚMEROS NATURALES

SISTEMAS DE NUMERACIÓN

Sistema decimal: diez unidades de un orden cualquiera hacen una unidad del orden

...	10^6	10^5	10^4	10^3	10^2	10	1
...	UMM	CM	DM	UM	C	D	U
	2	0	7	4	0	0	0

$$\rightarrow \begin{cases} 2 \text{ UMM} = 2\,000\,000 \text{ U} \\ 7 \text{ DM} = 70\,000 \text{ U} \\ 4 \text{ UM} = 4\,000 \text{ U} \end{cases}$$

1. Completa con el número que corresponda:

$$3 \text{ DMM} + 5 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^3 + 4 \text{ UM} + 6 \text{ C} \rightarrow \dots\dots\dots$$

Sistema binario: dos unidades de un orden cualquiera hacen

...	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	1
		1	0	1	1	0	0

$$\rightarrow \begin{cases} 2^5 + 2^3 + 2^2 + 1 = \\ = 32 + 8 + 4 + 1 = 45 \end{cases}$$
2. Expresa en el sistema decimal el número binario 1110010 \rightarrow **Sistema sexagesimal:** sesenta unidades de un orden cualquiera

$$18875 = 5 \cdot 60^2 + 14 \cdot 60 + 35 \rightarrow 18875 \text{ segundos} = 5 \text{ h } 14 \text{ min } 35 \text{ s}$$

3. Expresa 13562 segundos en horas, minutos y segundos $\rightarrow 13562 \text{ s} = \dots \text{ h. } \dots \text{ min } \dots \text{ s}$

DIVISIBILIDAD

Descomposición en factores primos

1176		2
588		2
294		2
147		3
49		7
7		7
1		

4. Completa:

$$1176 = 2^{\square} \cdot 3^{\square} \cdot 7$$

Para calcular el **máximo común divisor** de dos o más números, se descomponen estos en factores y

.....

5. Completa.

$$108 = 2^2 \cdot 3^3; 252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$\text{máx.c.d.}(108, 252) = \dots \cdot \dots = \dots$$

Para calcular el **mínimo común múltiplo** de dos o más números, se descomponen estos en factores y se toman

.....

6. Completa.

$$108 = 2^2 \cdot 3^3; 252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$\text{mín.c.m.}(108, 252) = \dots \cdot \dots = \dots$$

Ficha de trabajo A

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

BORDILLOS PARA LAS CALLES

Tu madre acaba de empezar a trabajar en el departamento de producción de una empresa que se dedica a fabricar los bloques con los que se construyen los bordillos de las aceras. El primer trabajo que le encargan es estudiar el sistema de producción, por si puede optimizarse la fabricación y así ahorrar costes. Como todavía no tienes muchos deberes de clase, te pide que le ayudes con los cálculos.

1. En primer lugar, te enseña una tabla que confeccionó el encargado anterior, pero alguien de la oficina tiró café sobre ella y se han borrado algunos números. La tabla muestra datos sobre las cuatro líneas de producción de la empresa. Como es un trabajo fácil, tu madre te dice que la completes.

LÍNEAS	A	B	C	D
N.º DE PIEZAS QUE HACE (CAPACIDAD)	6	$2 \cdot (\text{PIEZAS DE A} - 1)$	12	$\frac{6 \cdot (\text{PIEZAS DE C})}{4}$
TIEMPO EN QUE LAS HACE (MINUTOS)	10	12	15	15

“¿Son iguales todas las líneas, mamá?”, le preguntas a tu madre. “Solo tienes que mirar bien la tabla. Por ejemplo: ¿cuántas veces es mayor la capacidad de la línea D que la capacidad de la línea A? ¿Y cuántas veces es mayor la de la línea C que la de la línea A?”.

2. Ya sabes que las computadoras trabajan, interiormente, en el sistema de numeración binario. ¿Serías capaz de reproducir la tabla anterior, con los números que maneja internamente el ordenador?

LÍNEAS	A	B	C	D
N.º DE PIEZAS	110			
MINUTOS				

3. Después de recibir una llamada urgente de su jefe, tu madre te dice que una constructora acaba de hacerles un pedido de 3 600 bloques y necesita calcular cuántas piezas hace cada línea en 1 hora. Mientras ella está con otros cálculos, te pide que estos los hagas tú.
4. Y ahora, con los cálculos anteriores, ¿cuántas piezas hacen las cuatro líneas juntas en 1 hora?

5. Un dato importante para el informe de tu madre es averiguar cuánto tardaría cada una de las cuatro líneas en producir ella sola los 3600 bloques del pedido. ¿Puedes darle los datos?

6. El jefe vuelve a llamar: "Paralice lo que esté haciendo; necesito unos datos urgentes sobre el pedido de la constructora". Y envía por fax una tabla que tú puedes completar, fijándote bien en que en ella aparecen grupos de bloques con distintas longitudes.

N.º DE BORDILLOS	LONGITUD POR UNIDAD	LONGITUD TOTAL EN CENTÍMETROS	LONGITUD TOTAL EN METROS
1 450	120 cm		
1 000		60 000	
600	40 cm		
	30 cm	16 500	
		TOTAL	

7. No hay forma de trabajar: le siguen llegando informaciones y preguntas por el fax. Ahora, el encargado del almacén necesita saber cómo distribuir en palés 50 bloques de una longitud y 60 bloques de otra longitud, sin mezclar las dos clases. El número de bloques por palé debe ser el mayor posible y el mismo para las dos clases de bloques. Tu madre te pide que calcules cuántos bordillos deben poner en cada palé y cuántos palés harán falta.

8. Volviendo a las líneas de producción, recuerda que la línea A saca una tanda de bloques cada 10 minutos, y la línea B, una cada 12 minutos. Tu madre te dice que ambas líneas han coincidido a las 10 h 30 min en sus últimas tandas. ¿A qué hora volverán a coincidir?

9. Calcula, exponiendo el proceso paso a paso.

a) $10 - 2 \cdot (11 - 7) + 3 \cdot 4 - 14$

b) $4 \cdot (12 - 2 \cdot 4) - 3 \cdot (13 - 8)$

10. Coloca los paréntesis necesarios para que cada igualdad sea cierta.

a) $2 + 3 \cdot 6 - 5 - 4 = 1$

b) $2 + 3 \cdot 6 - 5 - 4 = 19$

c) $2 + 3 \cdot 6 - 5 - 4 = 21$

Ficha de trabajo B

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

UNA VISITA A LA GRANJA

La primera excursión del año es a una granja de gallinas. Allí, el guía os explica el funcionamiento de algunas secciones. Al llegar a la zona donde se envasan los huevos, os da datos de las tres envasadoras que utilizan: no todas trabajan todos los días, cada una utiliza unos envases distintos... "¡Vaya lío!", dices después de un rato. "¿No podría darnos esos datos en una tabla?", le preguntas al guía. "Claro que sí, perdonad. Precisamente aquí tengo una de uso interno. Echadle un vistazo", te contesta.

EMPAQUETADORA	DÍAS QUE FUNCIONA	UTILIZA ENVASES DE...	HUEVOS ENVASADOS
A	Lunes	6 unidades	7 200 cada día
B	Martes	12 unidades	7 200 cada día
C	Miércoles	24 unidades	7 200 cada día

1. Ya sabes que las computadoras trabajan con los números en el sistema de numeración binario. ¿Serías capaz de reproducir la tabla anterior escribiendo los números tal como los maneja el ordenador?

EMPAQUETADORA	DÍAS QUE FUNCIONA	UTILIZA ENVASES DE...	HUEVOS ENVASADOS
A	Lunes	110 unidades	cada día
B	Martes		cada día
C	Miércoles		cada día

2. La máquina C es la más rápida, a pleno rendimiento es capaz de envasar 4 320 huevos a la hora.

¿Cuánto tarda en hacer su trabajo los miércoles que está a pleno rendimiento?

3. Junto a la empaquetadora A, os dice que el lunes pasado esta máquina utilizó 1 200 envases. Como esta parte de las matemáticas te gusta, mientras os dirigíais a las otras dos máquinas, le dices a tu compañera cuántos envases utilizaron las máquinas B y C el martes y el miércoles, respectivamente. ¿Cuántos fueron?

4. Parece que has ido demasiado deprisa. El guía os cuenta que el miércoles la máquina C se averió cuando había envasado 1 800 huevos, y tuvieron que poner en funcionamiento la máquina B hasta completar los 7 200 huevos. En ese momento tu amiga te susurra: "A ver, lumbreira, ¿cuántos envases utilizó cada máquina?".

5. Los viernes y los sábados funcionan todas las máquinas a la vez. Para ayudar al personal, se encienden unos pilotos de control con intervalos de 3 minutos para la máquina A, 5 minutos para la B y 9 minutos para la C. El sábado pasado, María estuvo atenta y vio que a las 10 h 45 min se encendieron los tres pilotos a la vez. "¿A qué hora se volvieron a encender?", le preguntas. "No lo recuerdo. ¿Por qué no lo calculáis vosotros?".

Vista la zona de producción, pasáis a ver la de administración y ventas. Allí os deja el guía y os acompaña una de las administrativas.

6. "Perdone", interrumpe uno de tus compañeros, "¿podría decirnos cómo son de rápidas las máquinas empaquetadoras?". Tras pensar un momento contesta: "Envasan 1 200 huevos cada hora. En contabilidad anotan esa cantidad, descomponiéndola en factores primos. Haced vosotros esa descomposición".

7. La encargada de transporte acaba de averiguar que para enviar 2 160 huevos a un supermercado solo le quedan cajas de cartón de 24 cm de altura y una base que mide 60 cm x 60 cm. ¿Cuántas cajas tiene que pedir? "A lo mejor podemos ayudar", te ofreces tú, "pero necesitamos saber cuánto mide cada envase". Divertida por tu oferta, te dice: "Este envío es de envases de una docena, que miden 30 cm de largo, 10 cm de ancho y 8 cm de alto. ¿Te vale con estos datos?". Claro que te vale. Ya le puedes decir cuántos envases irán en cada caja y cuántas cajas necesitará.

8. "Oiga, ¿y todos los huevos son iguales?", pregunta una de tus compañeras. "No, claro que no. Nosotros producimos huevos de categoría A y huevos de categoría B. Precisamente ahora estaba preparando un envío. Tal vez podáis ayudarme: tengo que enviar 480 huevos de categoría A y 720 huevos de categoría B en envases de una docena y con esos envases llenar cajas. Las cajas deben ser de igual tamaño, lo más grandes que sea posible, y no se pueden mezclar huevos distintos en la misma caja. ¿Cuántas docenas debemos poner en cada caja y cuántas cajas necesitamos?".

9. Calcula, exponiendo el proceso paso a paso.

a) $15 \cdot 5 - [2 \cdot (13 - 7) + 3 \cdot (5 - 3)] \cdot 2 - 11$

b) $6 \cdot [(38 - 2 \cdot 4) : 5 - 72 : (13 \cdot 2 - 8)] + 4$

10. Coloca los paréntesis necesarios para que cada igualdad sea cierta.

a) $30 - 8 \cdot 2 - 4 + 6 \cdot 3 = 14$

b) $30 - 8 \cdot 2 - 4 + 6 \cdot 3 = 22$

c) $30 - 8 \cdot 2 - 4 + 6 \cdot 3 = 36$

d) $30 - 8 \cdot 2 - 4 + 6 \cdot 3 = 0$

Unidad 1

Ficha de trabajo A

1.

LÍNEAS	A	B	C	D
N.º DE PIEZAS QUE HACE (CAPACIDAD)	6	10	12	18
TIEMPO EN QUE LAS HACE (MINUTOS)	10	12	15	15

La capacidad de la línea D es 3 veces mayor que la capacidad de la línea A. La de la línea C es 2 veces mayor que la de la línea A.

2.

LÍNEAS	A	B	C	D
N.º DE PIEZAS	110	1010	1100	10010
MINUTOS	1010	1100	1111	1111

3. A: 36 bloques/hora
B: 50 bloques/hora
C: 48 bloques/hora
D: 72 bloques/hora

4. En una hora, las cuatro líneas producen 206 bloques.

5. A: 100 h
B: 72 h
C: 75 h
D: 50 h

6.

N.º DE BORDILLOS	LONGITUD POR UNIDAD	LONGITUD TOTAL EN CENTÍMETROS	LONGITUD TOTAL EN METROS
1450	120 cm	174000	1740
1000	60 cm	60000	600
600	40 cm	24000	240
	30 cm	16500	165
		TOTAL	2745

7. Como máx.c.d. (50, 60) = 10, deben poner 10 bloques en cada palé. Necesitarán 11 palés.

8. Como mín.c.m. (10, 12) = 60 minutos, coincidirán otra vez a las 11 h 30 min.

9. a) $10 - 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 - 14 = 10 - 8 + 12 - 14 = 22 - 22 = 0$
b) $4 \cdot (12 - 8) - 3 \cdot 5 = 4 \cdot 4 - 15 = 1$

10. a) $2 + 3 \cdot (6 - 5) - 4 = 1$
b) $2 + 3 \cdot 6 - (5 - 4) = 19$
c) $(2 + 3) \cdot 6 - 5 - 4 = 21$

Ficha de trabajo B

1.

EMPAQUETADORA	UTILIZA ENVASES DE...	HUEVOS ENVASADOS
A	110 unidades	1 110 000 100 000 cada día
B	1 100 unidades	1 110 000 100 000 cada día
C	11 000 unidades	1 110 000 100 000 cada día

2. Tarda 1 hora y 40 minutos.

3. B: 600 envases
C: 300 envases

4. B: 450 envases
C: 75 envases

5. Como mín.c.m. (3, 5, 9) = 45 minutos, los pilotos volvieron a coincidir a las 11 h 30 min.

6. En una hora envasan $1\ 200 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$ huevos.

7. Podrá meter 36 envases en cada caja y necesitará 5 cajas.

8. Como máx.c.d. (480, 720) = 240 huevos, en cada caja podrán meter 20 envases de una docena. Con este dato, necesitarán 2 cajas para los huevos de categoría A y 3 cajas para los de categoría B.

9. a) $75 - [2 \cdot 6 + 3 \cdot 2] \cdot 2 - 11 = 75 - 18 \cdot 2 - 11 = 75 - 36 - 11 = 28$

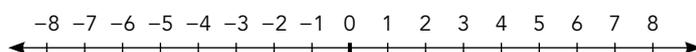
b) $6 \cdot [(38 - 8) : 5 - 72 : 18] + 4 = 6 \cdot [6 - 4] + 4 = 12 + 4 = 16$

10. a) $(30 - 8) \cdot 2 - (4 + 6) \cdot 3 = 14$
b) $(30 - 8) \cdot 2 - (4 + 6 \cdot 3) = 22$
c) $30 - (8 \cdot 2 - 4) + 6 \cdot 3 = 36$
d) $30 - (8 \cdot 2 - 4 + 6 \cdot 3) = 0$

LOS NÚMEROS ENTEROS

EL CONJUNTO Z

Los números naturales positivos, sus correspondientes negativos y el cero, forman el conjunto Z de los



El **valor absoluto** de un número entero es el número natural que resulta al prescindir del.....

$$|-7| = 7 \quad |+7| = 7$$

1. Ordena de menor a mayor: +2, -7, -11, +1, -1, +8, -5, +10, -3

$$\dots < \dots < \dots < \dots < \dots < \dots < \dots < \dots$$

2. Completa: $|-9| = \dots$ $|+6| = \dots$ $-|-1| = \dots$ $-|+8| = \dots$

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

Sumas y restas con paréntesis

- Al suprimir un paréntesis precedido del signo +, los signos interiores
 - Al suprimir un paréntesis precedido del signo -, los signos interiores
- $+(+5 - 3) = 5 - 3$ $- (+5 - 3) = -5 + 3$

Multiplicación y división

- Regla de los signos

$+$	\cdot	$+$	$=$	$+$
$+$	\cdot	$-$	$=$	
$-$	\cdot	$+$	$=$	
$-$	\cdot	$-$	$=$	

$+$	$:$	$+$	$=$	$+$
$+$	$:$	$-$	$=$	
$-$	$:$	$+$	$=$	
$-$	$:$	$-$	$=$	

3. Suprime los paréntesis y opera. $8 + (4 - 2 - 7 + 1) = \dots$ $8 - (4 - 2 - 7 + 1) = \dots$
4. Completa. $(+3) \cdot (+4) = \dots$ $(+15) : (-5) = \dots$ $(-2) \cdot (-5) = \dots$ $(-20) : (-4) = \dots$

OPERACIONES COMBINADAS

En las expresiones con **operaciones combinadas** hemos de atender:

- Primero, a las operaciones que están entre paréntesis.
- Después, a las multiplicaciones y divisiones.
- Por último, a

5. Completa y resuelve:

$$4 \cdot (-5) - 3 \cdot (8 - 6 - 4) =$$

$$= 4 \cdot (-5) - 3 \cdot (\dots) = \dots$$

POTENCIAS Y RAÍCES DE NÚMEROS ENTEROS

Potencias de números negativos

- Si el exponente es par, el resultado es
- Si el exponente es impar, el resultado es

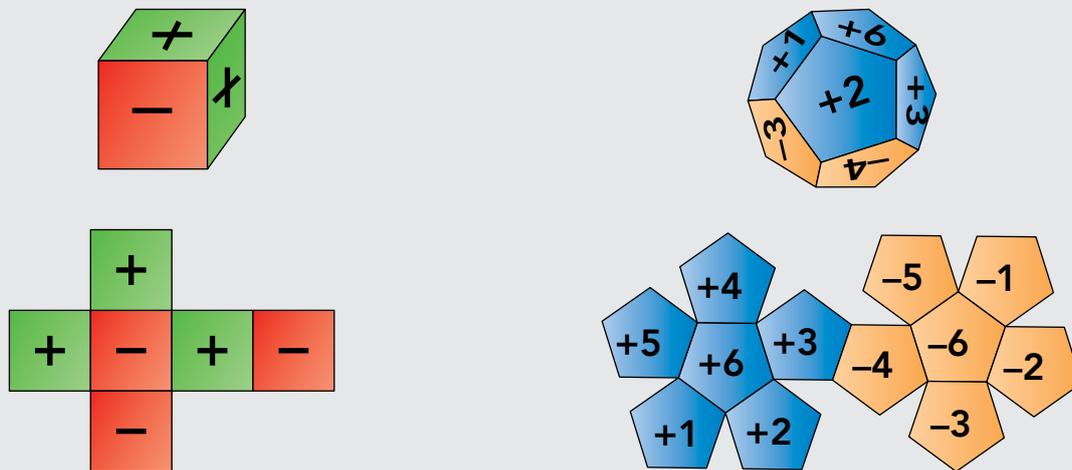
Los números negativos no tienen **raíz cuadrada**.

$$\sqrt{-25} = x \rightarrow x^2 = -25$$

No hay ningún número cuyo cuadrado sea negativo.

6. Calcula, si existe. $(-5)^2 = \dots$ $(-5)^3 = \dots$ $\sqrt{+36} = \dots$ $\sqrt{-36} = \dots$

Aquí tienes dos dados, uno de seis caras y otro de doce. Piensa cómo se pueden interpretar los resultados que se obtienen al tirar ambos simultáneamente y observa algunas formas de jugar con ellos.



1. Completa, como en el primer caso, el valor de cada jugada.

$\boxed{+}$ $\text{pentagon} (+5)$ + (+5) = 5	$\boxed{+}$ $\text{pentagon} (-3)$
$\boxed{-}$ $\text{pentagon} (+2)$	$\boxed{-}$ $\text{pentagon} (-4)$

2. Completa los signos que faltan en los dados para conseguir los resultados que se indican en las distintas tiradas.

$\boxed{+}$ pentagon = -3	$\boxed{+}$ pentagon = +1	$\boxed{}$ $\text{pentagon} (+4)$ = -4
$\boxed{}$ $\text{pentagon} (-6)$ = +6	$\boxed{+}$ pentagon = -4	$\boxed{}$ $\text{pentagon} (-1)$ = +1

3. Tres jugadores, A, B y C, hacen tres tiradas cada uno y suman los resultados. Completa la tabla.

	1.ª TIRADA	2.ª TIRADA	3.ª TIRADA	EXPRESIÓN ARITMÉTICA Y RESULTADO
A	$\boxed{+}$ $\text{pentagon} (-3)$	$\boxed{-}$ $\text{pentagon} (-6)$	$\boxed{-}$ $\text{pentagon} (+5)$	$(-3) + (+6) + (-5) = -3 + 6 - 5 = 6 - 8 = \dots$
B	$\boxed{-}$ $\text{pentagon} (-2)$	$\boxed{+}$ $\text{pentagon} (-4)$	$\boxed{+}$ $\text{pentagon} (+3)$	
C	$\boxed{+}$ $\text{pentagon} (+3)$	$\boxed{-}$ $\text{pentagon} (+5)$	$\boxed{+}$ $\text{pentagon} (-6)$	

¿Quién ha ganado?

4. Los jugadores A y B experimentan el siguiente juego: hacen tandas de cuatro tiradas y van sumando y restando, alternativamente, los resultados.

	1. ^a TIRADA	2. ^a TIRADA	3. ^a TIRADA	4. ^a TIRADA
A	+ -4	- -3	- +5	+ -1
B	+ +6	+ -2	- +1	- -4

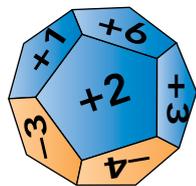
Escribe la expresión aritmética que refleja cada tanda de tiradas y calcula los resultados.

Jugador A → $(-4) - (+3) + (-5) - (-1)$

Jugador B →

¿Cuál de los dos ha ganado?

5. Ahora inventan un juego nuevo, usando solo el dado de doce caras:

<ul style="list-style-type: none"> - Cada jugador tira cinco veces. - Cada vez que salga un número cuyo valor absoluto sea mayor que 4, se dobla su valor. - Cada vez que el valor absoluto sea menor que 3, se multiplica por (-3). - Se suman los resultados de las cinco tiradas. 	
--	--

Así ha sido la primera partida:

Jugador A → 

Jugador B → 

a) Calcula la puntuación de cada uno.

Jugador A → $(-1) \cdot (-3) - 4 + 5 \cdot 2 + 3 + 2 \cdot (-3)$

Jugador B →

b) Completa los resultados de una jugada en la que se obtiene puntuación cero y los de otra en la que se obtiene (-1). Indica debajo las operaciones que justifican tu respuesta.

 → 0

 → -1

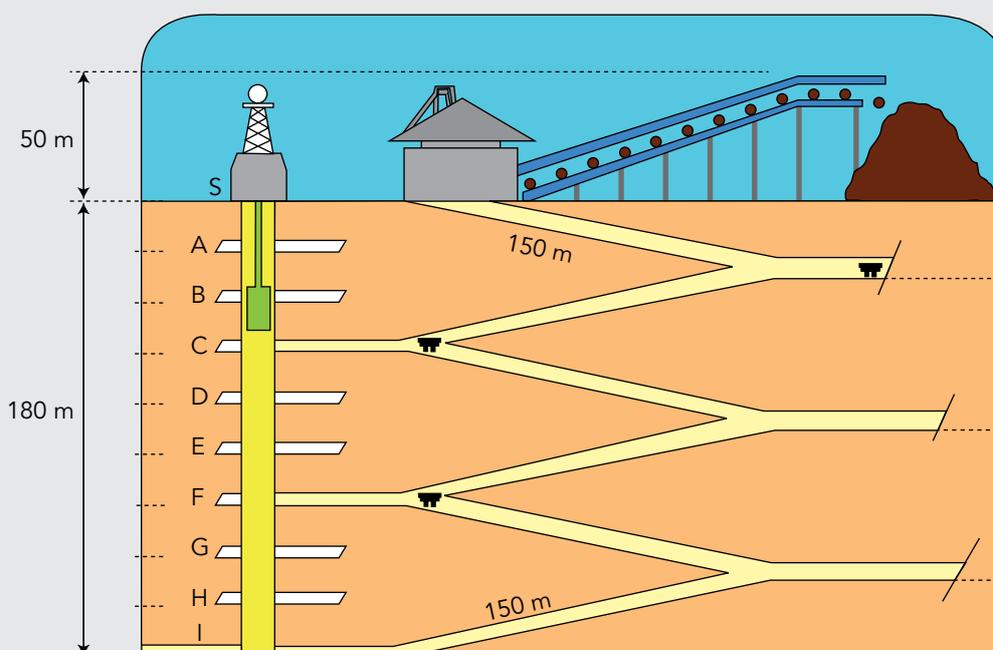
Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

En la ilustración puedes ver, en parte, el esquema de una mina.

Posee un ascensor para el personal y una rampa de seis tramos para las vagonetas que sacan el material.

El ascensor sube y baja a una velocidad de dos metros por segundo. Las vagonetas bajan vacías a tres metros por segundo, pero suben, llenas, a un metro por segundo.



1. Calcula.

- ¿Qué distancia separa dos niveles consecutivos?
 - ¿Qué desnivel supera cada rampa por la que corren las vagonetas?
- ¿Qué tipo de números has usado en tus respuestas?

2. Asocia, a cada enunciado, un número de metros, positivo o negativo, según corresponda.

- El ascensor está detenido en el nivel E.
- Un técnico está arreglando una polea en la cima de la cinta transportadora.
- El ascensor ha subido desde el fondo, I, hasta el nivel E.
- El capataz baja desde el nivel E hasta el fondo I.

¿Que significado tiene el signo de cada respuesta?

¿Qué tipo de números has usado en tus respuestas?

3. Expresa con un producto y calcula la distancia recorrida, diferenciando con el signo la que sea de subida de la que sea de bajada.

- El ascensor desciende cuatro niveles.
- El ascensor sube durante un minuto y diez segundos.
- El ascensor asciende dos niveles.
- El ascensor baja durante un minuto y medio.

4. Resuelve las siguientes expresiones y di cuál responde a cada enunciado:

- a) $(-140) + 20 \cdot (-3) = \dots$ b) $(-140) + 20 \cdot (+3) = \dots$
 c) $(-60) + 30 \cdot (+4) = \dots$ d) $(-60) + 30 \cdot (-4) = \dots$

- A) El ascensor estaba en el nivel G y ha subido tres niveles.
 B) Una vagoneta estaba en el nivel C y ha descendido cuatro tramos de la rampa.

5. Interpreta y describe las siguientes igualdades como distancias recorridas por una vagoneta, igual que se hace en el ejemplo.

- a) $3 \cdot 60 \cdot (+1) = 180 \text{ m}$ → Distancia recorrida por una vagoneta, subiendo durante tres minutos.
 b) $2 \cdot 60 \cdot (-3) = -360 \text{ m}$
 c) $150 \cdot (-2) = -300 \text{ m}$
 d) $150 \cdot (+6) = +900 \text{ m}$

6. Un técnico de mantenimiento hace, en una inspección, el siguiente recorrido:

- Baja desde la superficie al nivel F.
- Avanza por el túnel 100 metros, durante dos minutos, hasta la rampa de subida del material.
- Baja por la rampa, caminando y tomando notas, hasta el fondo de la mina. En este recorrido avanza un metro cada tres segundos.
- Permanece en el fondo durante 10 minutos.
- Aprovechando que sube una vagoneta, salta a ella y asciende hasta el nivel C.
- Abandona la vagoneta y camina dos minutos hasta el ascensor, donde le espera el capataz.

Resuelve las siguientes expresiones e indica cuál corresponde al tiempo invertido, cuál a la distancia recorrida y cuál a su posición final respecto a la superficie.

- a) $20 \cdot 6 + 100 + 150 \cdot 2 + 150 \cdot 4 + 100$
 b) $20 \cdot (-6) + 30 \cdot (-2) + 30 \cdot (+4)$
 c) $(20 \cdot 6) : 2 + 2 \cdot 60 + 150 \cdot 2 \cdot 3 + 10 \cdot 60 + 150 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 60$

7. Calcula paso a paso.

- a) $-7 + (-11) - (-5) - (+2) - 6$
 b) $(-30) + (+8) \cdot (-5) - (-7) \cdot (+3) - (-18)$
 c) $8 \cdot (-28) : [6 \cdot (-3) - 20 : (-5)]$
 d) $(+2) \cdot [15 + (8 - 2) \cdot (+4)] - [4 - (-36) : (13 + 5)] : (5 - 11)$

8. Coloca los corchetes necesarios para que cada igualdad sea cierta.

- a) $-12 + (-8) - (-5) \cdot 2 - (+10) : (-5) = -28$
 b) $-12 + (-8) - (-5) \cdot 2 - (+10) : (-5) = +4$
 c) $-12 + (-8) - (-5) \cdot 2 - (+10) : (-5) = -24$

Unidad 2

Ficha de trabajo A

- $+(+5) = 5$ $+(-3) = -3$
 $-(+2) = -2$ $-(-4) = +4$
- $+(-3) = -3$ $+(+1) = +1$ $-(-4) = -4$
 $-(-6) = +6$ $+(-4) = -4$ $-(-1) = +1$
- $A \rightarrow (-3) + (+6) + (-5) = -3 + 6 - 5 = 6 - 8 = -2$
 $B \rightarrow (+2) + (-4) + (+3) = 2 - 4 + 3 = 5 - 4 = +1$
 $C \rightarrow (+3) + (-5) + (-6) = 3 - 5 - 6 = 3 - 11 = -8$
 Ha ganado el jugador B.
- $A \rightarrow (-4) - (+3) + (-5) - (-1) = -4 - 3 - 5 + 1 = -12 + 1 = -11$
 $B \rightarrow (+6) - (-2) + (-1) - (+4) = 6 + 2 - 1 - 4 = 8 - 5 = +3$
 Ha ganado el jugador B.
- $a) A \rightarrow (-1) \cdot (-3) - 4 + 5 \cdot 2 + 3 + 2 \cdot (-3) = 3 - 4 + 10 + 5 = 14$
 $B \rightarrow (+3) + (+6) \cdot 2 + (-2) \cdot (-3) + (+1) \cdot (-3) + (-5) \cdot 2 = 3 + 12 + 6 - 3 - 10 = 21 - 13 = 8$

b) Solución abierta. Por ejemplo:

$$\begin{array}{c} \text{pentagono} \\ -3 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{pentagono} \\ +5 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{pentagono} \\ +2 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{pentagono} \\ -4 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{pentagono} \\ +3 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{0}$$

$$-3 + 5 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) - 4 + 3 = -3 + 10 - 6 - 4 + 3 = 10 - 10 = 0$$

$$\begin{array}{c} \text{pentagono} \\ -5 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{pentagono} \\ +4 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{pentagono} \\ +6 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{pentagono} \\ -4 \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{pentagono} \\ -3 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{-1}$$

$$(-5) \cdot 2 + 4 + 6 \cdot 2 - 4 - 3 = -10 + 4 + 12 - 4 - 3 = 16 - 17 = -1$$

Ficha de trabajo B

- $a) 20 \text{ m}$ $b) 30 \text{ m}$
 Se han usado números naturales.
- $a) -100 \text{ m}$ $b) +50 \text{ m}$
 $c) +80 \text{ m}$ $d) -80 \text{ m}$
 En las posiciones fijas, el signo indica si está sobre (+) o bajo (-) la superficie. En los movimientos, si sube (+) o baja (-).
 Se han usado números enteros.
- $a) 20 \cdot (-4) = -80 \text{ m}$ $b) 70 \cdot (+2) = +140 \text{ m}$
 $c) 20 \cdot (+2) = +40 \text{ m}$ $d) 90 \cdot (-2) = -180 \text{ m}$
- $a) -200$ $b) -80$
 $c) +60$ $d) -180$
 A) Enunciado b) B) Enunciado d)
- $b) \text{ Distancia recorrida por una vagoneta, bajando durante dos minutos.}$
 $c) \text{ Distancia recorrida por una vagoneta al bajar dos tramos de rampa.}$
 $d) \text{ Distancia recorrida por una vagoneta al subir desde el fondo a la superficie.}$
- $a) 1220 \text{ m. Distancia recorrida.}$
 $b) -60 \text{ m. Posición final, nivel C.}$
 $c) 2400 \text{ s} = 40 \text{ min. Tiempo invertido.}$
- $a) -21$ $b) -31$
 $c) 16$ $d) 79$
- $a) [-12 + (-8) - (-5)] \cdot 2 - (+10) : (-5) = -28$
 $b) [-12 + (-8) - (-5) \cdot 2 - (+10)] : (-5) = +4$
 $c) -12 + (-8) - [(-5) \cdot 2 - (+10)] : (-5) = -24$

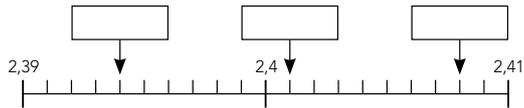
LOS NÚMEROS DECIMALES Y LAS FRACCIONES

SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

Entre dos decimales cualesquiera hay otros números

.....

1. Completa.



Redondear es suprimir las cifras a partir de un determinado orden de, sumando a la última cifra resultante cuando la primera suprimida es 5 o que 5.

2. Aproxima.

2,738406 $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \text{A LAS CENTÉSIMAS:} \\ \rightarrow \text{A LAS MILÉSIMAS:} \end{array} \right.$

OPERACIONES CON NÚMEROS DECIMALES

Suma y resta

$$3. \quad \begin{array}{r} 2,41 \\ + 5,028 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,2 \\ - 1,283 \\ \hline \end{array}$$

Multiplicación

$$4. \quad \begin{array}{r} 2,05 \\ \times 1,7 \\ \hline \end{array}$$

División

$$5. \quad 3,8 \overline{) 0,45}$$

FRACCIONES

Propiedad fundamental de las fracciones

Si se multiplican o dividen los dos términos de una fracción por el mismo número, se obtiene una fracción

$$6. \quad \frac{4}{6} = \frac{4 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{4}{6} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = \frac{2}{3}$$

Simplificación de fracciones

Simplificar una fracción es sustituirla por otra equivalente con los términos más sencillos.

$$7. \quad \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \quad \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

REDUCCIÓN DE FRACCIONES A COMÚN DENOMINADOR

Se calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores.

Se multiplican los dos miembros de cada fracción por el número que resulta de dividir el..... entre el denominador correspondiente.

$$8. \quad \frac{1}{6}; \frac{4}{9}; \frac{2}{3} \rightarrow \text{mín.c.m.}(6, 9, 3) = 18 \rightarrow \frac{1 \cdot \square}{6 \cdot 3}; \frac{4 \cdot \square}{9 \cdot \square}; \frac{2 \cdot \square}{3 \cdot \square} \rightarrow \frac{3}{18}; \frac{8}{18}; \frac{12}{18}$$

FRACCIONES Y NÚMEROS DECIMALES

Para pasar una fracción a forma decimal se divide

$$9. \quad \frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375 \quad \frac{5}{12} = 5 : 12 = 0,41\bar{6}$$

Los decimales exactos y los decimales periódicos se pueden expresar en forma de fracción.

$$10. \quad 0,36 = \frac{36}{100} = \frac{9}{25} \quad 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad 0,1\bar{8} = \frac{18}{99} = \frac{2}{11}$$

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

LA COMPRA DEL SÁBADO

Este sábado, Irene y su padre, Jorge, han decidido ir juntos al mercado para hacer la compra de la semana. Jorge se encarga del carro y va haciendo los pedidos, e Irene lleva la cuenta de los gastos.

- Al llegar fueron al quiosco a comprar una revista que costaba 1,80 €. Irene pidió un paquete de chicles e insistió en pagarlos ella. "Papá, ¿cuánto cuesta mi parte?", le dijo. "Averígualo tú, he entregado un billete de cinco euros y me han devuelto 2,40 €".
¿Cuánto costó el paquete de chicles?
- Nada más entrar en el mercado se paran en el puesto de frutas y verduras. Irene anota lo que van poniendo en el carro:

	PRECIO (€/kg)	CANTIDAD	IMPORTE (€)	REDONDEO
TOMATES	2,30	1,240 kg	2,852	2,85
JUDÍAS VERDES	1,85	0,750 kg		
PEPINOS	1,50		0,900	
PIMIENTOS		0,250 kg	0,400	
CALABACINES	1,75	1,500 kg		

Completa las casillas que no ha rellenado Irene.

- Calcula.
 - El peso de la compra en el puesto de verduras.
 - El gasto realizado en ese puesto.
- Después van a la frutería. Completa la tabla.

	PRECIO (€/kg)	CANTIDAD	IMPORTE (€)	REDONDEO
NARANJAS	1,25		5,000	5,00
MANZANAS		2,5 kg	4,975	5,98
MELOCOTONES	3,00	2,0 kg		
KIWIS	2,69	1,5 kg		

En una bolsa van las naranjas, en otra, las manzanas y los melocotones, y en otra, para que no se aplasten, los kiwis.

- ¿Cuántos kilos pesan las tres bolsas?
- ¿Qué fracción del peso de la fruta va en la bolsa de las naranjas?
¿Y en la bolsa de los kiwis?
- ¿Qué fruta supone la cuarta parte del peso?

5. Si calculas el gasto realizado en la frutería, verás que es, aproximadamente, de 20 €.
- ¿Qué fracción de ese gasto corresponde, aproximadamente, a las naranjas?
 - ¿Y a los melocotones?
 - ¿Qué fruta supone, aproximadamente, la quinta parte del total?
6. Después van al puesto del pescado y al de la carne, en los que había muchas personas esperando. Irene, además de anotar las compras, ha cronometrado con su nuevo reloj el tiempo de espera. "Papá, hemos tardado 0,5 horas en comprar la carne y 20 minutos en el pescado".
- ¿Qué fracción de hora han estado en la carnicería?
 - ¿Y en la pescadería?
 - Expresa el tiempo de espera en la pescadería con un número decimal, en horas.
7. Por último, cuando se van, Irene comprueba el tique del aparcamiento.

9:52	Hora de entrada	A pagar: 3,32 €
12:15	Hora de salida	
TARIFAS	<ul style="list-style-type: none"> • 0,50 € la primera hora • Y después ... 0,034 €/ minuto 	

¿Es correcta la cantidad que tienen que pagar? Justifica tu respuesta.

8. Simplifica las fracciones.

$$\frac{4}{6} \quad \frac{6}{18} \quad \frac{15}{20} \quad \frac{25}{40}$$

9. Completa.

FRACCIÓN	$\frac{2}{5}$			$\frac{1}{6}$	$\frac{22}{90}$	
NÚMERO DECIMAL		0,75	0,3̄			0,3

10. Considera las fracciones $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$.

a) Calcula mín.c.m. (2, 3, 4, 6).

b) Reduce esas fracciones a común denominador.

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

HORARIO DE CLASE

Todos los años, dos alumnos de tu clase confeccionan un horario, en cartulina, para colgar en el tablón de anuncios. Este año te ha tocado a ti ser uno de ellos. Os reunís tú y tu compañera con vuestra tutora, quien os dará las indicaciones precisas para elaborarlo.

1. "A ver, aquí tenéis un esquema, con algunas medidas de cómo debéis hacerlo; las demás las tendréis que calcular vosotros", os dice.



- a) Todas las columnas deben ser igual de anchas. ¿Cuánto debe medir cada una (redondea a las décimas)?
- b) ¿Cuál debe ser la altura de cada una de las casillas del horario?
2. "Una recomendación —dice ella—, al redondear la medida de las columnas, os sobraré algo de los 35 cm. Eso que sobra, añádselo a la primera de ellas".
¿Qué anchura deberéis darle a la primera columna?
3. ¿Qué superficie tendrá la cartulina del horario si dejáis un margen de 1,8 cm por cada costado?
Una vez completado el trabajo, la tutora os pide que elaboréis un informe sobre la distribución de tiempos y asignaturas, para exponerlo después en clase.
4. Esta tabla informa de las sesiones dedicadas semanalmente a tres asignaturas: Matemáticas, Lengua e Inglés.

	L	M	X	J	V
8:30-9:20	M		L	M	L
9:25-10:15				L	M
10:20-11:10	I	L			I
RECREO					
11:50-12:40	L	M	I		
12:45-13:35					
13:40-14:30					

Las siguientes fracciones indican la presencia de cada una de ellas en el horario.

$\frac{3}{30}$ $\frac{2}{15}$ $\frac{5}{30}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{4}{30}$

Indica cuáles corresponden a Matemáticas, cuáles a Lengua y cuáles a Inglés.

5. Expresa con un número decimal cada una de las fracciones de la actividad anterior.
6. Tomando el horario completo como unidad, el número decimal 0,2 representa el peso de tres asignaturas: Educación Plástica, Música y Educación Física, las tres con igual número de sesiones.
- a) ¿Qué fracción del horario ocupan esas tres asignaturas?
- b) ¿Cuántas sesiones semanales tiene cada una?
7. En cuanto a los periodos de tiempo...
- a) ¿Cuántos minutos dura cada sesión de clase?
 ¿Y el periodo entre clase y clase?
 ¿Y el recreo?
- b) Expresa los tiempos anteriores en horas, mediante un número decimal.
- c) Expresa los tiempos anteriores en fracciones de hora.
- d) ¿Qué fracción del tiempo transcurrido entre la hora de entrada y la hora de salida, corresponde al tiempo que queda fuera de las sesiones de clase?

8. Simplifica las fracciones.

$$\frac{20}{30} \quad \frac{18}{24} \quad \frac{12}{30} \quad \frac{42}{56}$$

9. Considera las fracciones $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{7}{15}$.

- a) Calcula mín.c.m. (2, 3, 5, 6, 15).
- b) Reduce esas fracciones a común denominador.

10. Completa el proceso para transformar el número $N = 0,2\hat{4}$ en fracción.

$$\left. \begin{array}{l} 100N = 24,4444 \dots \\ 10N = 2,4444 \dots \\ \hline 90N = \dots \end{array} \right\} N = \frac{\dots}{90} = \frac{\dots}{\dots}$$

Unidad 3

Ficha de trabajo A

1. 0,80 €

2.

	PRECIO (€/kg)	CANTIDAD	IMPORTE (€)	REDONDEO
TOMATES	2,30	1,240 kg	2,852	2,85
JUDÍAS VERDES	1,85	0,750 kg	1,3875	1,39
PEPINOS	1,50	0,600 kg	0,90	0,90
PIMIENTOS	1,60	0,250 kg	0,40	0,40
CALABACINES	1,75	1,500 kg	2,625	2,63

3. a) 4,340 kg

b) 8,17 €

4.

	PRECIO (€/kg)	CANTIDAD	IMPORTE (€)	REDONDEO
NARANJAS	1,25	4,0 kg	5,000	5,00
MANZANAS	1,99	2,5 kg	4,975	4,98
MELOCOTONES	3,00	2,0 kg	6,000	6,00
KIWIS	2,69	1,5 kg	4,035	4,04

a) 10 kg

b) Naranjas $\rightarrow \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Kiwis $\rightarrow \frac{1,5}{10} = 0,15 = \frac{3}{20}$

c) Las manzanas.

5. a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ c) Los kiwis.

6. a) $\frac{1}{2}$ h b) $\frac{1}{3}$ h c) $0,3$ h

7. Sí, es correcta. Han aparcado durante 2 h 23 min = 1 h 83 min.

Cantidad que hay que pagar: $0,50 + 83 \cdot 0,034 = 3,322$ € \rightarrow Redondeando: 3,32 €

8. $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

$\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ $\frac{25}{40} = \frac{5}{8}$

9.

FRACCIÓN	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{22}{90}$	$\frac{3}{10}$
NÚMERO DECIMAL	0,4	0,75	0,3̂	0,16̂	0,24̂	0,3

10. a) mín.c.m. (2, 3, 4, 6) = 12

b) $\frac{6}{12}; \frac{8}{12}; \frac{9}{12}; \frac{10}{12}$

Ficha de trabajo B

1. a) 5,8 cm

b) 2,9 cm

2. 6,00 cm

3. $910,96 \text{ cm}^2 \approx 911 \text{ cm}^2$

4. Matemáticas $\rightarrow \frac{2}{15}; \frac{4}{30}$ Lengua $\rightarrow \frac{5}{30}; \frac{1}{6}$

Inglés $\rightarrow \frac{3}{30}; \frac{1}{10}$

5. $\frac{3}{30} = 0,1$ $\frac{2}{15} = 0,1\hat{3}$ $\frac{5}{30} = 0,1\hat{6}$

$\frac{1}{6} = 0,1\hat{6}$ $\frac{4}{30} = 0,1\hat{3}$

6. a) $\frac{1}{5}$

b) Seis sesiones entre las tres, dos sesiones cada una.

7. a) Cada sesión dura 50 minutos. Entre clase y clase hay 5 minutos. El recreo dura 40 minutos.

b) 50 min = $0,8\hat{3}$ h 5 min = $0,08\hat{3}$ h

40 min = $0,6\hat{6}$ h

c) 50 min = $\frac{5}{6}$ h 5 min = $\frac{1}{12}$ h

40 min = $\frac{2}{3}$ h

d) $\frac{1}{6}$

8. $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$ $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

$\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$ $\frac{42}{56} = \frac{3}{4}$

9. a) mín.c.m. (2, 3, 5, 6, 15) = 30

b) $\frac{15}{30}; \frac{10}{30}; \frac{12}{30}; \frac{5}{30}; \frac{14}{30}$

10. $100N = 24,4444 \dots$
 $10N = 2,4444 \dots$
 $90N = 22,0000 \dots$ } $N = \frac{22}{90} = \frac{11}{45}$

OPERACIONES CON FRACCIONES

SUMAS Y PRODUCTOS

Suma y resta

Para sumar o restar fracciones, se reducen previamente a

$$1. \frac{3}{4} + \frac{4}{5} - \frac{7}{10} = \frac{15}{20} + \frac{16}{20} - \frac{14}{20} = \frac{17}{20}$$

Multiplicación

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$2. \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \dots\dots$$

División

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$3. \frac{2}{5} : \frac{3}{10} = \dots\dots$$

NÚMEROS Y POTENCIAS DE BASE 10

Cálculo de la parte

Para calcular la fracción de una cantidad, esta se divide entre el denominador y

$$4. \frac{3}{5} \text{ de } 80 = (80 : 5) \cdot 3 = \dots\dots$$

Cálculo del total

Para calcular la cantidad total, conocida la parte, se divide entre el y se multiplica por el

$$5. \frac{3}{5} \cdot C = 48 \rightarrow C = (48 : 3) \cdot 5 = \dots\dots$$

POTENCIAS

Potencia de una fracción

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$6. \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \dots\dots$$

Producto de potencias de la misma base

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$$

$$9. \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \dots\dots$$

Potencias de exponente cero

Para $a \neq 0$, $a^0 = 1$ $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$

$$12. \text{ a) } 5^0 = \dots\dots \quad \text{ b) } \left(\frac{3}{7}\right)^0 = \dots\dots$$

Potencia de un producto

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^n$$

$$7. \left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2}\right)^2 = \dots\dots$$

Cociente de potencias de la misma base

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$$

$$10. \left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \dots\dots$$

Potencia de un cociente

$$\left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n$$

$$8. \left(\frac{3}{10}\right)^3 : \left(\frac{5}{3}\right)^3 = \left(\frac{\dots}{\dots} : \frac{\dots}{\dots}\right)^3 = \dots\dots$$

Potencia de una potencia

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^n\right]^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$$

$$11. \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \dots\dots$$

Potencias de exponente negativo

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$13. \text{ a) } (5)^{-2} = \dots\dots \quad \text{ b) } \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \dots\dots$$

NÚMEROS Y POTENCIAS DE BASE 10

Potencias de base 10

$$10^3 = 1000; \quad 10^2 = 100; \quad 10^1 = 10; \quad 10^0 = 1$$

$$10^{-1} = 0,1 \quad 10^{-2} = 0,01 \quad 10^{-3} = 0,001$$

$$14. \text{ a) } 1,58 \cdot 10^5 = \dots\dots$$

Notación científica

$$a, b c d \dots \cdot 10^n$$

↑
PARTE ENTERA (una sola cifra) ↑
POTENCIA DE 10 (con exponente entero)

$$\text{ b) } 3,21 \cdot 10^{-7} = \dots\dots$$

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

EL NEGOCIO DEL CAFÉ

Este año estás participando en la revista de tu instituto. Te han encargado que escribas un reportaje sobre el mundo de la hostelería y decides pasar toda una tarde en la cafetería de al lado de tu casa junto a Sofía y Carmen, las dueñas.

1. "¿Y cuál de vosotras tarda más tiempo en llegar aquí?", les preguntas. "Pues yo", dice Sofía, "necesito 16 minutos para recorrer los $\frac{2}{3}$ del trayecto". "Y yo", interviene Carmen, "tardo 18 minutos en recorrer los $\frac{4}{5}$ ". "Oye, ¿no podéis decírmelo de otra forma?", les comentas. "Venga, no te quejes, tú sabes responder a la pregunta". ¿Cuál de las dos tarda más tiempo en llegar a la cafetería?
2. El primer cliente de la tarde les pide un café con leche. "Carmen, ¿cuánto café echáis en cada taza?", le preguntas. "El café ocupa $\frac{1}{3}$ de la capacidad de la taza", contesta.
 - a) Te gustaría preguntar qué fracción ocupa la leche, pero prefieres pensarlo tú mismo. ¿Cuál es esa fracción?
 - b) Le dices a Sofía que ya sabes las fracciones de café y de leche, pero necesitas el dato en centilitros. Ella te dice que una taza contiene 12 cl, y que calcules tú el resto.
3. Después, un cliente compró $\frac{2}{5}$ de kilo de café natural y $\frac{1}{4}$ de café "mezcla". "Oye, ¿y de cuál de los dos tipos ha comprado más?", le preguntas a Carmen. "Te lo digo si me dices qué fracción de kilo y cuántos gramos ha comprado en total", te responde. Contesta tú a las dos preguntas que os habéis planteado el uno al otro.
4. Al rato reciben una llamada telefónica de otro cliente que les pide, en dos paquetes separados, las siguientes cantidades de café. Ahora, es Sofía la que te pide que les digas cuántos gramos tendrá cada paquete.

PAQUETE A: $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{2}$ de kg
 500 g 1 000 g 750 g
PAQUETE B: $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de kg
 400 g 750 g 500 g

5. Un cuarto cliente compra tres bolsas de café de Brasil, una de kilo, otra de medio kilo y otra de tres cuartos de kilo.
- a) ¿Qué fracción de kilo lleva en total?
- b) Expresa la cantidad anterior con un número decimal.
- c) Si esa clase de café se vende a 2,80 € el cuarto, ¿cuánto le costará la compra?
6. Aprovechan un rato en que no tienen clientes para resolver contigo algunas dudas. "Oye, ¿por qué no me dices cuánto pesan 32 paquetes de café de 1/4 de kg cada uno?", te pregunta Sofía. Respóndele.
7. Comprobando una caja de infusiones (té, menta, manzanilla), Sofía observa que se han roto 12 paquetes, que representan las 2/7 partes del total. "¿Cuántos paquetes había en la caja?", le pregunta Carmen. Ayuda a Sofía con la respuesta.
8. "Por cierto, Sofía, ¿cuánto dinero ganasteis ayer?", preguntas. "Ayer, déjame pensar... Ah, sí. Ayer ganamos 520 euros", te contesta. "¿Y hoy?". "Hasta ahora hemos vendido 1/5 más que ayer; haz tú la cuenta".
9. La señal luminosa de la cafetera se ha encendido, porque el agua está en su nivel mínimo: 2/10 de su capacidad. Carmen le añade 4 litros para llenarla. "Y antes de que me lo preguntes tú, lo hago yo: ¿cuántos litros de agua hay en el depósito lleno?".
10. Te fijas en que en el termo de la leche caliente caben 4 litros. Sofía te dice que cada vaso de leche tiene una capacidad de 1/8 de litro. Carmen te dice que hasta ahora han servido 24 vasos de leche. Ante tanto dato, solo te queda preguntar cuántos litros les quedan en el termo, pero como sabes que no te van a contestar, haces tú la cuenta. ¿Cuántos litros de leche quedan?

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

VOLUNTARIADO EN LA BIBLIOTECA

Este año, el instituto ha implantado un plan para la biblioteca del centro. Cada semana, dos alumnos deben pasar los recreos allí ayudando a la bibliotecaria. Esta semana te toca a ti, y te dispones a hacer lo que te diga la encargada.

- Mientras revisas un libro de Historia, se te ocurre preguntarle cuántos libros de esa temática hay en la biblioteca. "Pues no sé. Mira, según un compañero tuyo que me ayudó la otra semana, en el primer trimestre consultásteis 72 libros de esa sección, que representan los $\frac{2}{5}$ del total de los libros de Historia. Haz tú la cuenta".
- La bibliotecaria está diseñando un plan de animación a la lectura y necesita unos datos. Solo tienes que rellenar la tabla siguiente, sabiendo que ha habido un total de 180 usuarios.

	1.º Y 2.º ESO	3.º, 4.º ESO Y 1.º BACHILLERATO	2.º BACHILLERATO
FRACCIÓN	15/45 del total	16/30 del total	
N.º DE ALUMNOS			

- En otro rato, la bibliotecaria te pregunta cuántos libros hay en una estantería concreta. Quieres gastarle una broma y le dices: "Pues en el primer estante hay 12 libros; en cada uno de los dos siguientes hay el doble menos la mitad de libros que en el anterior y, por último, en el cuarto hay el doble menos la tercera parte de los que hay en el tercero". ¿Puedes ayudarla con los cálculos?
- Tenéis que preparar un lote de 36 libros que habéis donado. La encargada te dice que prepares 3 cajas para ello. Cuando le preguntas cuántos libros metes en cada caja, se acuerda de la faena que le hiciste antes y te contesta:
 - "En la primera caja mete $\frac{5}{9}$ de 36".
 - "En la segunda, 2^{-2} de 36".
 - "Y en la tercera, $(\frac{5}{36}) + (\frac{1}{18})$ de 36".
 ¿Cuántos libros debes meter en cada caja?

5. Uno de tus compañeros, Alberto, está leyendo un libro para hacer un trabajo de clase. Te cuenta que ayer leyó $\frac{3}{8}$ del libro, que hoy ha leído $\frac{3}{4}$ de las páginas que le faltaban y que mañana espera acabar las 30 páginas que le quedan. "¿Y cuántas páginas tiene el libro?", le preguntas. ¿Qué contesta Alberto?
6. Por curiosidad, estás leyendo un libro sobre cómo se "fabrican" los libros. En él se dice que el papel más común tiene un grosor de $12 \cdot 10^{-2}$ mm. Como estás aburrido, te dedicas a calcular el grosor del libro que estás leyendo, que tiene 250 hojas. ¿Cuál es ese grosor?
7. Tienes que colocar unos libros en una estantería. Todos los libros tienen el mismo tamaño y ahora mismo están vacías las $\frac{3}{5}$ partes de la estantería. "Prueba a poner 42 libros más", te dice la encargada. Lo haces y ves que ahora están ocupadas las $\frac{3}{4}$ partes de la estantería. ¿Cuántos libros habrá en la estantería cuando la ocupes totalmente?
8. Por último, la bibliotecaria te pide que le ayudes con las facturas. En el último año se gastaron 2 160 € en comprar material. Al hacer el pedido, se pagaron los $\frac{3}{15}$ del total. Cuando se recibió, se pagó $\frac{1}{12}$ de lo que quedaba y el resto se pagó en 6 mensualidades. La encargada quiere que hagas un informe económico, respondiendo a las siguientes preguntas:
- ¿Cuántos euros se pagaron al recibir los libros?
 - ¿Qué fracción del total representan los 6 pagos mensuales?
 - ¿Cuánto se pagó en cada mensualidad?

Unidad 4

Ficha de trabajo A

- Sofía tarda 24 min, y Carmen, 22,5 min. Tarda más Sofía.
- a) $\frac{2}{3}$
b) A la leche le corresponden 8 cl, y al café, 4 cl.
- De café natural ha comprado 400 g, y de "mezcla", 250 gramos, que son $\frac{13}{20}$ de kilo. Ha comprado más café natural que de "mezcla".
- Paquete A: 1000 g
Paquete B: 500 g
- a) $\frac{9}{4}$ kg b) 2,25 kg c) 25,20 €
- 8 kg
- En la caja había 42 paquetes.
- 624 €
- En el depósito hay 5 litros.
- Queda 1 l de leche.

Ficha de trabajo B

- Hay 180 libros de Historia.

2.

	1.º y 2.º ESO	3.º, 4.º ESO Y 1.º BACHILLERATO	2.º BACHILLERATO
FRACCIÓN	15/45 del total	16/30 del total	2/15 del total
N.º DE ALUMNOS	60	96	24

3.

ESTANTE	1.º	2.º	3.º	4.º
LIBROS	12	18	27	45

4.

CAJA	LIBROS
1.ª	$\frac{5}{9}$ de 36 = 20
2.ª	2^{-2} de 36 = 9
3.ª	$(\frac{5}{36}) + (\frac{1}{18})$ de 36 = 7

- 192 páginas
- 30 mm
- 120 libros
- a) 144 €
b) $\frac{11}{15}$
c) 264 €

PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES

RAZONES Y PROPORCIONES

La **razón** de los números a y b es la fracción a/b . Una **proporción** es la igualdad de dos razones:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

1. ¿Cuál es la razón de 12 y 18?
2. ¿Forman proporción $4/6$ y $10/15$?

Cálculo del término desconocido de una proporción

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c \rightarrow d = \frac{b \cdot c}{a}$$

3. Calcula x .

$$\frac{4}{14} = \frac{6}{x} \rightarrow x = \dots\dots$$

PROPORCIÓN DIRECTA

Cuatro kilos cuestan 12 €. ¿Cuánto cuestan siete kilos?

- RESOLUCIÓN POR REDUCCIÓN A LA UNIDAD

$$\begin{aligned} 4 \text{ kg} &\rightarrow 12 \text{ €} \\ 1 \text{ kg} &\rightarrow 12 : 4 = 3 \text{ €} \\ 7 \text{ kg} &\rightarrow 3 \cdot 7 = 21 \text{ €} \end{aligned}$$

- RESOLUCIÓN POR REGLA DE TRES

PESO (kg)	COSTE (€)	
4	→ 12	}
7	→ x	
La proporción: $\frac{4}{7} = \frac{12}{x}$		

4. ¿Cuánto cuestan 10 kilos?

PROPORCIÓN INVERSA

Tres operarios tardan en hacer un trabajo 40 minutos. ¿Cuánto tardan ocho operarios?

- RESOLUCIÓN POR REDUCCIÓN A LA UNIDAD

$$\begin{aligned} 3 \text{ operarios} &\rightarrow 40 \text{ min} \\ 1 \text{ operario} &\rightarrow 40 \cdot 3 = 120 \text{ min} \\ 8 \text{ operarios} &\rightarrow 120 : 8 = 15 \text{ min} \end{aligned}$$

- RESOLUCIÓN POR REGLA DE TRES

PESO (kg)	COSTE (€)	
3	→ 40	}
8	→ x	
La proporción: $\frac{3}{8} = \frac{x}{40}$		

5. ¿Cuánto tardan 10 operarios?

PORCENTAJES

Un porcentaje indica una proporción. Un porcentaje se asocia a una fracción y también a un número decimal.

Para calcular, el 15 % de C : $\frac{100}{C} = \frac{15}{x} \rightarrow x = \frac{15}{100} \cdot C = 0,15 \cdot C$

6. ¿Cuál es el 15% de 340?
7. ¿Qué porcentaje se asocia a la fracción $3/4$?
8. ¿Qué porcentaje se asocia al decimal 0,08?

Cálculo del total

Total → x	}	$\frac{100}{x} = \frac{15}{123} \rightarrow x = \dots\dots$
Porcentaje → 15%		
Parte → 123		

Cálculo del porcentaje (%)

Total → 820	}	$\frac{820}{100} = \frac{123}{x} \rightarrow x = \dots\dots$
Porcentaje → x		
Parte → 123		

INTERÉS BANCARIO

Un capital C colocado al $r\%$ anual durante t años produce un **interés** $I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$.

9. ¿Qué interés producen 25 000 € colocados al 3% durante medio año? $I = \frac{25000 \cdot 3 \cdot 0,5}{100} = \dots\dots$

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

LA FÁBRICA DE AUTOMÓVILES

Tu padre trabaja en una fábrica de coches, en el departamento de control de calidad. Su labor es supervisar todas las fases de la producción, buscar fallos y optimizar los procesos. Un fin de semana te lleva a que veas la fábrica y sepas cómo trabaja. Disfruta la visita.

1. Lo primero que te enseña es el taller de motores. En él veis que están probando un nuevo modelo. En estos momentos el motor va a 3000 revoluciones por minuto. "Papá", le preguntas, "y si funciona 4 minutos, ¿cuántas revoluciones dará?". "Mira, mejor me ayudas a rellenar esta tabla que necesito para un informe, y lo vemos juntos", te contesta.

TIEMPO (MINUTOS)	0,5	1	2	4	8	10	30
N.º DE REVOLUCIONES		3000					

"Oye, papá, ¿son el número de revoluciones y el tiempo magnitudes directa o inversamente proporcionales?", le preguntas. "¿Tú qué crees?", te reta.

2. Luego pasáis a la cadena de montaje. Allí, tu padre tiene que controlar unos tiempos. Comprobáis que los dos obreros tardan 6 minutos en montar las ruedas de un coche. "A ver, joven, ¿cuánto tiempo tardaría un obrero en hacer el mismo trabajo? ¿Y si fueran cuatro obreros?", te pregunta tu padre.
3. Tu padre te cuenta que han fabricado un prototipo que consume 6 litros de gasolina cada 100 km, circulando a 90 km/h. Te pide que completes una tabla de datos para pasársela a los ingenieros.

ESPACIO (km)	25		100	150		500	600
CONSUMO (LITROS)		3			18		

4. Para que veas el nuevo prototipo, vais al circuito de la fábrica. Allí, el coche rueda a 100 km/h. A esta velocidad, ha tardado 3 minutos en dar una vuelta completa a la pista. Uno de los técnicos está rellenando un cuadrante con los tiempos previsibles en dar una vuelta a la pista según la velocidad del coche. Ayuda al técnico a completar la tabla.

VELOCIDAD (km/h)	60	75	100	120	150	200
TIEMPO (MINUTOS)			3			

5. Más tarde os pasáis por el departamento de planificación. Os dicen que acaban de recibir un pedido de 4200 coches para exportación, y necesitan que tu padre haga un estudio de la producción.
- a) Sabiendo que la fábrica trabaja con dos turnos diarios de 7 horas y que tiene una capacidad de producción de 25 coches a la hora, dile a tu padre cuántos días tardarían en cubrir el pedido.
- b) Mientras haces los cálculos, vuelven a llamar diciendo que quieren 600 coches más. ¿Cuántas horas al día deberá trabajar cada turno para cubrir el nuevo pedido en el mismo tiempo previsto para el pedido anterior?
6. Por último, os pasáis por el departamento de ventas. El encargado os dice que, el mes anterior, las cantidades de furgonetas y de turismos enviados a tiendas han estado en proporción de 3/7, y que en total se vendieron 9000 vehículos.
- a) ¿Qué porcentaje de los vehículos que salieron de la fábrica son furgonetas?
- b) ¿Cuántas furgonetas y cuántos turismos se vendieron?
7. El jefe de ventas comenta con tu padre que los 9000 vehículos del mes pasado suponen unos buenos resultados, pero que este mes esperan vender un 10% más. ¿Cuántos vehículos esperan vender este mes?

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

REFORMAS EN CASA

Tus tíos tienen una casa en el campo que utilizan durante las vacaciones. Este año van a pintarla y a realizar algunas reparaciones en ella. Acompaña a tu tía a la tienda de pinturas para empezar con las compras.

1. La encargada de la tienda os informa de que la pintura se vende por litros, en envases de diferentes capacidades, en cuyas etiquetas figura la equivalencia "1 litro = 1,5 kg". Ayuda a tu tía con las equivalencias de todos los recipientes posibles de pintura.

ENVASES (LITROS)	2	4	5	10	15
PESO (KILOS)					

2. Para daros una idea del rendimiento de la pintura, la encargada os dice que ha gastado un bote de 4 litros para pintar una pared de 42 metros cuadrados.
- a) Con este dato, completa la siguiente tabla.

PINTURA (LITROS)	1	2	3	4	5	6
SUPERFICIE (m ²)				42		

- b) ¿Cuántos litros de pintura necesitarían tus tíos para el salón, que entre paredes y techo tiene una superficie de 63 metros cuadrados?

3. También os informa de que, al pintar el exterior, el rendimiento es un 20% menor: es decir, con la misma cantidad de pintura se cubre un 20% menos de superficie. Tu tía te dice que la superficie exterior de la casa es de 210 m², aproximadamente.
- a) ¿Cuántos metros cuadrados de exterior se cubren con un litro de pintura?

- b) ¿Puedes calcularle a tu tía los litros de pintura plástica que debe comprar para pintar el exterior, dando dos capas?

4. Cuando ya sabes la cantidad de pintura que necesitan, tus tíos hablan con un pintor que les dice: "Puedo pintar vuestra casa en 5 días, trabajando 6 horas al día". Sin embargo, tu tío preferiría que lo hiciera en 4 días. ¿Cuántas horas diarias tendría que trabajar con el nuevo plazo?

5. Finalmente, y por un imprevisto, tus tíos necesitan que tarde solo 2 días y le proponen al pintor que contrate a cuatro pintores más. El pintor está de acuerdo, pero no sabe, entonces, cuántas horas al día tendrán que trabajar los 5 pintores para terminar. ¿Puedes ayudarle?

6. El cuarto de baño de la planta baja necesita una reparación total. Tu tío va a ver la obra y comprueba que los albañiles han colocado ya 12 metros cuadrados de azulejos, lo que supone el 75% del alicatado. ¿Cuántos metros cuadrados de alicatado lleva el baño en total?

7. El presupuesto total de las reparaciones asciende a 6 400 €, de los que 2 400 corresponden a la albañilería. ¿Qué porcentaje del presupuesto se lleva la albañilería?

8. ¿Cuál es el coste definitivo de las reparaciones, teniendo en cuenta que en la factura hay que cargar un 18% de IVA?

Unidad 5

Ficha de trabajo A

1.

TIEMPO (MINUTOS)	N.º DE REVOLUCIONES
0,5	1 500
1	3 000
2	6 000
4	12 000
8	24 000
10	30 000
30	90 000

Son directamente proporcionales.

2. Un obrero tardará 12 minutos, y cuatro obreros, 3 minutos.

3.

ESPACIO (km)	25	50	100	150	300	500	600
CONSUMO (LITROS)	1,5	3	6	9	18	30	36

4.

VELOCIDAD (km/h)	60	75	100	120	150	200
TIEMPO (MINUTOS)	5	4	3	2,5	2	1,5

5. a) Tardarán 12 días.

b) Deberán trabajar en turnos de 8 horas.

6. a) El 30% eran furgonetas.

b) Se vendieron 2 700 furgonetas y 6 300 turismos.

7. Esperan vender 9 900 vehículos.

Ficha de trabajo B

1.

ENVASES (LITROS)	2	4	5	10	15
PESO (KILOS)	3	6	7,5	15	22,5

2. a)

PINTURA (LITROS)	1	2	3	4	5	8
SUPERFICIE (m ²)	10,5	21	31,5	42	52,5	84

b) 6 litros

3. a) 8,4 m²

b) 50 litros de pintura

4. 7,5 horas

5. 3 horas

6. 16 m²

7. 37,5%

8. 7 552 €

ÁLGEBRA

MONOMIOS

Un **monomio** es el producto de un valor conocido (**coeficiente**) por uno o varios valores desconocidos, representados por letras (**parte**

EJEMPLOS: $4xy^2$ $\frac{1}{3}x$ $-3a^3b^2$

Dos **monomios** son **semejantes** cuando tienen la parte literal

EJEMPLOS:

Son semejantes $\rightarrow 4xy^2$ y $-7xy^2$

No son semejantes $\rightarrow 4xy$ y $-5x^3y^2$

Suma de monomios

Dos monomios solo se pueden sumar o restar si son

$4xy^2 - 7xy^2 = \dots\dots\dots$

$5a^2 + 2a \rightarrow$ La suma queda indicada.

Producto de monomios

El producto de dos monomios es otro

$2a^2 \cdot 4a = \dots\dots\dots$

$6x \cdot \frac{2}{3}x^3 = \dots\dots\dots$

División de monomios

El cociente de dos monomios puede ser un número, otro monomio o una fracción.

$12x^2 : 4x^2 = \dots\dots\dots$ $10a^2b : 5a = \dots\dots\dots$ $x^2y : xy^3 = \frac{\dots}{\dots}$

POLINOMIOS

La suma (o resta) indicada de dos monomios es un binomio.

La suma (o resta) indicada de tres monomios es un

En general, la suma (o resta) de monomios es un

Suma de polinomios

$A = x^3 - 6x^2 - 4x + 7$

$B = x^3 + 3x - 5$

$A \rightarrow 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7$

$B \rightarrow \underline{x^3 + 0x^2 + 3x - 5}$

$A + B \rightarrow \dots\dots\dots$

Resta de polinomios

$A = 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7$

$B = x^3 + 3x - 5$

$A \rightarrow 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7$

$-B \rightarrow \underline{-x^3 - 0x^2 - 3x + 5}$

$A - B \rightarrow \dots\dots\dots$

Producto de polinomios

$$\begin{array}{r} x^2 - 4x + 2 \\ \times 2x - 3 \\ \hline -3x^2 + 12x - 6 \\ \hline \dots\dots\dots \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

Productos notables

$$\begin{array}{r} a + b \\ \times a + b \\ \hline ab + b^2 \end{array} \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{array}{r} a^2 + ab \\ a^2 + 2ab + b^2 \end{array} \quad (a - b)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = \dots\dots\dots$$

Extracción de factor común

$4a^3 - 6a^2b = 2a^2 \cdot (2a - 3b)$ $10x^2 - 5x = 5x \cdot (\dots\dots\dots - 1)$ $12a^4 + 18a^3 = 6a^3 \cdot (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots)$

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

CALENDARIO DE CUMPLEAÑOS

Un alumno de 2.º A, Víctor, propone un juego a todos sus compañeros y compañeras de clase. Les presenta la tabla que ves más abajo, y que continúa en la página siguiente y les dice:

He hecho una tabla con todos los que somos en clase, ordenándola según el lugar que cada uno ocupamos en la lista.

El juego consiste en averiguar qué día nació cada uno (el mes lo dejaremos para otro juego). Para conseguirlo, hay que obtener el valor numérico de una expresión algebraica para x igual al número de lista del alumno en cuestión. Además, para los nueve primeros, la expresión algebraica no viene dada, sino que hay que obtenerla traduciendo enunciados al lenguaje algebraico.

Como ejemplos, vamos a averiguar en qué días nacieron Ana y Adrián:

- Ana (n.º 4) → El doble de: el triple de su número de la lista más la mitad de este.

$$2 \cdot \left(3x + \frac{x}{2} \right) \rightarrow 2 \cdot 14 = 28$$

Ana nació un día 28.

- Adrián (n.º 10) → $\frac{1}{5}x + x \rightarrow \frac{1}{5} \cdot 10 + 10 = 12$

Adrián nació un día 12.

1. Completa esta tabla:

ALUMNO/ALUMNA	N.º DE LISTA	ENUNCIADO/EXPRESIÓN ALGEBRAICA	DÍA DE NACIMIENTO
Irene	1	El cuadrado del consecutivo de su número de lista.	
Víctor	2	La tercera parte de sumar 14 al doble de su número de lista.	
Jaime	3	Su número menos la mitad del anterior, más once.	
Ana	4	El doble de: el triple de su número de lista más la mitad de este.	
María	5	El cuadrado de su número de lista menos el doble de su número.	
Rosa	6	El triple de la mitad de su número.	
Pedro	7	La tercera parte del resultado de sumarle 8 a su número de lista.	

ALUMNO/ALUMNA	N.º DE LISTA	ENUNCIADO/EXPRESIÓN ALGEBRAICA	DÍA DE NACIMIENTO
Marina	8	A la suma de su número de lista más su consecutivo le restas el doble del anterior.	
Sonia	9	El triple de su número de lista más la tercera parte del número.	
Adrián	10	$\frac{1}{5}x + x$	$\frac{1}{5} \cdot 10 + 10 = 12$
Sara	12	$\frac{x}{2} + 2x - \frac{x}{3}$	
Verónica	13	$\frac{2x - 5}{3}$	
Roberto	14	$(x : 7) - 1$	
Sergio	15	$2 \cdot (x - 4)$	
Eduardo	16	$x^3 : x^2$	
Beatriz	17	$2x + 3x - 4x$	
Vicente	18	$1 + x - \frac{x}{2}$	
Héctor	19	$x - 2 - x + 4$	
Raquel	20	$(x : 2) + 1$	
Manuel	24	$(x : 2) - (x : 6)$	
Samuel	25	$2 \cdot (x : 5) + 9$	

2. Reduce.

a) $x + 2x + 3x$

b) $a + 5a - 7a$

c) $3x^2 - x^2 - 3x + x$

d) $5a^2 - 2a - 2a^2 + 7a + 1$

3. Reduce.

a) $2x \cdot 3x$

b) $2a \cdot 5b$

c) $x^2 \cdot x^3$

d) $6x^2 : 2x$

e) $10ab : 2a$

f) $x^5 : x^2$

4. Multiplica.

a) $(x^2 + 2x - 1) \cdot (-3)$

b) $(x^2 + 2x - 1) \cdot (x - 3)$

JUEGO: RESUELVE Y MUEVE FICHA**Normas del juego:**

- Se necesita un tablero como el de la página siguiente y un dado.
- Pueden jugar dos o tres jugadores.
- Se realiza una tirada previa para establecer el orden de salida.
- Cada jugador, en el primer turno:
 - Tira el dado, obteniendo un resultado, x , entre 1 y 6.
 - Se sitúa en la columna $n.º$ x de la tabla y suma las expresiones de las dos casillas que tiene debajo (columna $x \rightarrow$ casilla de la fila A + casilla de la fila B).
 - Sustituye el valor x en la expresión resultante, y avanza o retrocede en el tablero tantas casillas como indique el resultado (+ avanza, – retrocede). Si tuviera que retroceder tanto que no tuviera casillas, se queda en la salida.
- En el segundo turno, se repite en proceso, pero restando las expresiones.
- En el tercer turno se vuelven a sumar las expresiones, en el cuarto se restan, y así sucesivamente.
- Gana el jugador que llegue antes a la meta.
- Puede haber un árbitro por turno, que no juegue.
- El tiempo máximo para resolver los cálculos de un turno es de 30 segundos para cada jugador.
- Si en el tiempo establecido no se resuelve lo planteado, se pasa la vez al siguiente jugador.

						
	1	2	3	4	5	6
A	x	x^2	$x^2 + x - 10$	$x - 5$	$x^2 - 25$	$2x - 7$
B	$3x$	$3x - 4$	$x^2 - 6$	$x - 4$	$5x - 30$	$3x - 13$

EJEMPLOS

- Un jugador saca un 4 en el primer turno. Se suman las expresiones $(x - 5)$ y $(x - 4)$ y se calcula el valor del resultado para $x = 4$.

$$(x - 5) + (x - 4) = 2x - 9$$

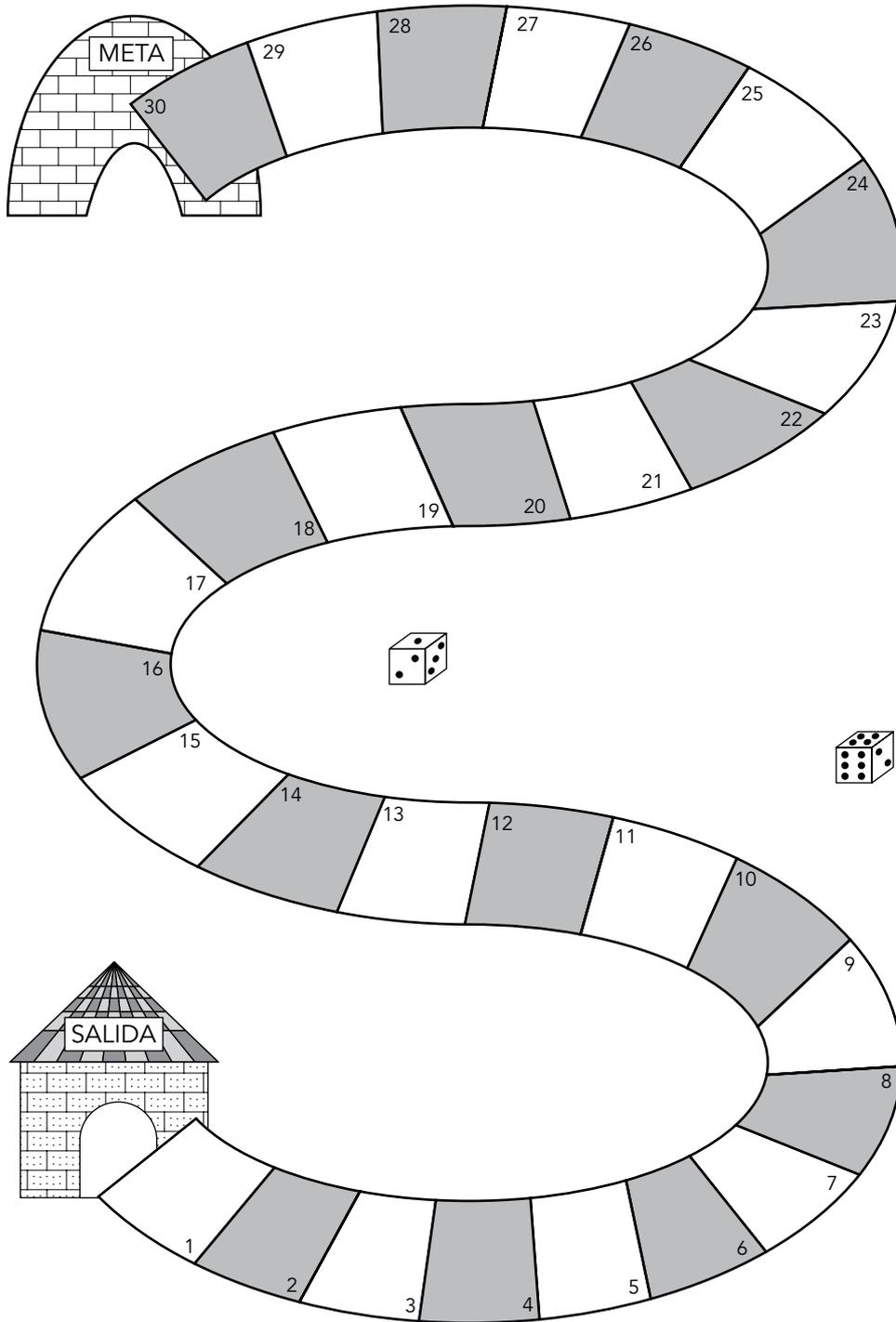
Para $x = 4$, la expresión vale $2 \cdot 4 - 9 = -1 \rightarrow$ **Retrocede una casilla.**

- Un jugador saca un 2 en el cuarto turno. Se restan las expresiones x^2 y $(3x - 4)$ y se calcula el valor del resultado para $x = 2$.

$$x^2 - (3x - 4) = x^2 - 3x + 4$$

Para $x = 2$, la expresión vale $2^2 - 3 \cdot 2 + 4 = +2 \rightarrow$ **Avanza dos casillas.**

1. Podéis empezar a jugar.



2. Dados los polinomios $A = x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 3x - 1$ y $B = x^4 + 3x^3 + x^2 - 4x - 6$, calcula:

- a) $A + B$ b) $A - B$ c) $2A - B$ d) $A - 2B$

3. Opera.

$$(x^3 + 2x^2 - x + 2) \cdot (x^2 - x - 1)$$

4. Completa.

- a) $(x - 3)^2 = \dots\dots\dots$ b) $(2x - 1)^2 = \dots\dots\dots$ c) $(x - 3) \cdot (x + 3) = \dots\dots\dots$
d) $(\dots\dots\dots)^2 = x^2 + 10x + 25$ e) $(\dots\dots\dots)^2 = x^2 - 4x + 4$ f) $(\dots\dots\dots) \cdot (\dots\dots\dots) = x^2 - 25$

Unidad 6

Ficha de trabajo A

1.	N.º DE LISTA	DÍA DE NACIMIENTO
	1	$(x + 1)^2 \rightarrow 2^2 = 4$
	2	$2 \cdot \left(3x + \frac{x}{2}\right) \rightarrow 2 \cdot 14 = 28$
	3	$x - \frac{x-1}{2} + 11 \rightarrow 3 - 1 + 11 = 13$
	4	$2 \cdot \left(3x + \frac{x}{2}\right) \rightarrow 2 \cdot 14 = 28$
	5	$x^2 - 2x \rightarrow 25 - 10 = 15$
	6	$3 \cdot \frac{x}{2} \rightarrow 3 \cdot 3 = 9$
	7	$\frac{x+8}{3} \rightarrow \frac{15}{3} = 5$
	8	$x + (x + 1) - 2(x - 1) \rightarrow 8 + 9 - 14 = 3$
	9	$3x + \frac{x}{3} \rightarrow 27 + 3 = 30$
	10	$\frac{1}{5} \cdot 10 + 10 = 12$
	12	$\frac{12}{2} + 2 \cdot 12 - \frac{12}{3} = 26$
	13	$\frac{26-5}{3} = 7$
	14	$2 - 1 = 1$
	15	$2 \cdot 11 = 22$
	16	$x^3 : x^2 = x \rightarrow 16$
	17	$2x + 3x - 4x = x \rightarrow 17$
	18	$1 + 18 - 9 = 10$
	19	$19 - 2 - 19 + 4 = 2$
	20	$10 + 1 = 11$
	24	$12 - 4 = 8$
	25	$10 + 9 = 19$

Ficha de trabajo B

1.			
	1	2	3
TURNOS IMPARES	$4x$ +4	$x^2 + 3x - 4$ +6	$2x^2 + 3x - 16$ +5
TURNOS PARES	$-2x$ -2	$x^2 + 3x + 4$ +2	$x - 4$ -1

			
	4	5	6
TURNOS IMPARES	$2x - 9$ -1	$x^2 + 5x - 55$ -5	+10
TURNOS PARES	-1 -1	$x^2 - 5x + 5$ +5	$-x + 6$ 0

2. $A + B = 2x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 7x - 7$

$A - B = -8x^3 + x^2 + x + 5$

$2A - B = x^4 - 13x^3 + 3x^2 - 2x + 4$

$A - 2B = -x^4 - 11x^3 + 5x + 11$

3. $x^5 + x^4 - 4x^3 + x^2 - x - 2$

4. a) $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

b) $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

c) $(x - 3) \cdot (x + 3) = x^2 - 9$

d) $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$

e) $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$

f) $(x + 5) \cdot (x - 5) = x^2 - 25$

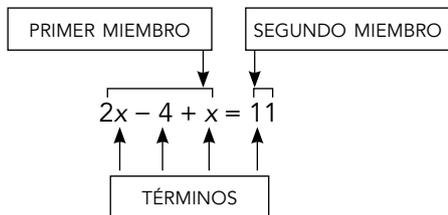
2. a) $6x$ b) $-a$
 c) $2x^2 - 2x$ d) $5a^2 + 5a + 1$

3. a) $6x^2$ b) $10ab$ c) x^5
 d) $3x$ e) $5b$ f) x^3

4. a) $-3x^2 - 6x + 3$ b) $x^3 - x^2 - 7x + 3$

ECUACIONES

NOMENCLATURA



Resolver una ecuación es encontrar el valor, o los valores, que deben tomar las letras para que.....

$$2x - 4 + x = 11$$

Solución: $x = 5$, porque $2 \cdot 5 - 4 + 5 = 11$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Transposición de términos

$$x + a = b \rightarrow x = b - a$$

1. $x + 5 = 7 \rightarrow x = \dots$

$$x - a = b \rightarrow x = b + a$$

3. $x - 6 = 2 \rightarrow x = \dots$

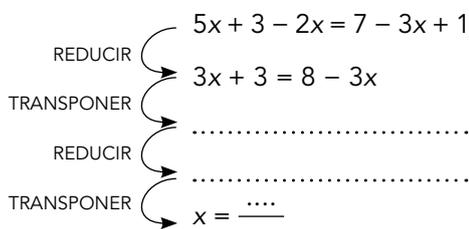
$$x \cdot a = b \rightarrow x = \frac{b}{a}$$

2. $3x = 12 \rightarrow x = \dots$

$$\frac{x}{a} = b \rightarrow x = b \cdot a$$

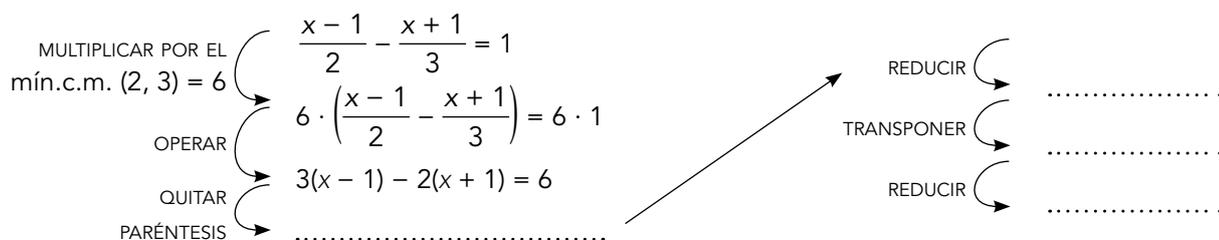
4. $\frac{x}{2} = 5 \rightarrow x = \dots$

Resolución



Resolución de una ecuación de primer grado con denominadores

Para eliminar los denominadores de una ecuación se multiplican los dos miembros por el de todos ellos.



RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Ecuaciones incompletas

$$ax^2 + c = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

5. $5x^2 - 45 = 0 \rightarrow x = \dots$

$$ax^2 + bx = 0 \rightarrow x(ax + b) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{-b}{a} \end{cases}$$

6. $2x^2 - 6x = 0 \begin{cases} x = \dots \\ x = \dots \end{cases}$

Ecuaciones completas

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

7. $2x^2 - 7x + 3 = 0 \rightarrow a = 2, b = -7, c = 3$

$$x = \frac{\dots}{\dots}$$

Ficha de trabajo A

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

LAS VACACIONES DE LUIS

El verano pasado, los padres de Luis alquilaron un apartamento en la playa y se fueron de vacaciones con sus tres hijos. Este año, Luis es tu compañero de pupitre y aprovechas para preguntarle cómo fueron sus vacaciones.

1. "¿Sabes?", le dices, "Yo soy el hijo pequeño. ¿Qué edades tienen en tu familia?". Luis, en vez de contestarte, te da unas pistas que te llevarán a la respuesta.

	DATOS	ECUACIÓN	AÑOS
LUIS			14
MARTA	El triple de su edad menos 10 es igual al doble de su edad.		
ÁNGEL	El doble de su edad más la edad de Luis es igual a 30.		
PADRE	Hace 12 años, su edad era igual al doble de la que actualmente tiene Luis	Edad del padre: x ; 12 años antes: $x - 12$ $x - 12 = 2 \cdot 14 \rightarrow x =$	
MADRE	Dentro de 14 años, su edad será el doble de la que tenía hace 10 años.	Edad actual $\rightarrow x$ $x + 14 = 2 \cdot (x - 10)$	

2. "Oye, ¿y cuánto os costó el apartamento?". Luis te contesta que por día se gastaron 190 €. Él y sus padres pagaron la tarifa de adultos, y sus dos hermanos, 30 € menos. "Ya, pero ¿cuánto os costaba cada día a cada uno?", le preguntas. "Cálculalo tú, que ya te he dado todos los datos".

Tarifa de adulto: x

Tarifa menores de 12 años: $x - 30$

Ecuación:

3. "¿Estabais muy lejos de la playa?", preguntas. "Verás, si al triple de esa distancia le quitas cuatrocientos metros, obtienes el mismo resultado que si al doble le quitas trescientos cincuenta". Ahora averígualo tú.

4. Luego te cuenta que un día fueron a un parque acuático. "¿Y era muy caro?", le dices. "Pues, no sé. Pagamos 120 € por tres entradas de adulto y dos infantiles. Las de adulto costaban el doble que las infantiles". ¿Cuánto costaba cada entrada?
5. Luis te cuenta que ese día sus padres les dieron 18 € para los tres y que Marta recibió el doble que Ángel y Luis el triple que su hermano. "¿Y cuánto os tocó a cada uno?". No molestes más a Luis y calcúlalo tú.
Ángel: x euros.
6. "Qué gracioso", te dice Luis. "Un día, mi hermano preguntó a mi madre cuántos días quedaban de vacaciones y ella le contestó: 'si al triple de días que quedan le restas 4, es igual que si al doble le sumas 2'. Pobrecillo, tuve que ayudarle con las cuentas". ¿Qué le contó Luis a su hermano Ángel?
7. "¿Y qué tal la vuelta?", preguntas. "Bien. Fue triste, pero se nos pasó enseguida, porque al parar para descansar le preguntamos a mi padre que cuánto quedaba, y él nos dijo: 'Si a la tercera parte de la distancia a casa le sumamos 20 kilómetros, obtenemos el mismo resultado que si a esa misma distancia le restamos 80 kilómetros'. Nos pasamos el resto del viaje haciendo cuentas". Pero ahora te toca hacerlo a ti. ¿Cuántos kilómetros quedaban?

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

FRUTAS Y VERDURAS

Tus tíos están pensando en comprar una finca agrícola. Para ver si les puede salir rentable hacerse cargo de ella, te piden que les acompañes un fin de semana para verla y hacer algunos cálculos.

1. Una de las parcelas de la finca es poco productiva y nadie se ha ocupado de ella en años. Tanto que ni siquiera saben sus dimensiones. Según unos documentos antiguos es rectangular, su perímetro es de 1 600 m y su largo mide 7 veces su ancho. Di a tus tíos las dimensiones de la parcela.
2. En otra de las parcelas os dicen que llevan cosechando manzanas tres años. El segundo año la cosecha aumentó 500 kilos respecto de la primera. El tercer año volvió a aumentar, y se recogió un quinto más que el segundo año, lo que supuso un total de 4 200 kg. A tus tíos esos datos no les dicen nada. Les gustaría saber cuántos kilogramos se recolectaron el primer año.
3. Hay otras dos parcelas rectangulares que saben lo que miden... o casi. El propietario os dice que las dos tienen la misma superficie y que en una el largo mide el doble que el ancho, mientras que, en la segunda, el largo es 30 m menor que el de la primera, y el ancho, 20 m mayor que el ancho de la primera. Tus tíos te piden que calcules las dimensiones de las dos parcelas.
4. El dueño os cuenta que vendió su última cosecha de escarolas y lechugas al mismo mayorista. "¿Y cuántas cajas de lechugas vendió?", quiere saber tu tía. "Pues verá, exactamente no lo sé, pero en total eran 320, y por ambos productos obtuve los mismos ingresos, a pesar de que la caja de escarolas costaba el triple que la de lechugas". Ayuda a tus tíos y diles el número de cajas de cada clase.

5. La parcela dedicada a guisantes es cuadrada, y el agrimensor ha dicho que, si su lado aumentara en 3 metros, la superficie crecería un 69%. ¿Cuánto mide el lado de la parcela?

6. En otra parcela rectangular, que mide 3000 m², están poniendo una valla de madera alrededor. A una pregunta de tu tío, el hombre os dice que van a poner 220 m de valla. "Oye, ¿y cuánto miden los lados de la parcela?", te pregunta tu tía.

7. "¿Cuánto cuesta un metro de valla?", pregunta tu tío pensando en vallar otras parcelas. "Eso lo sabe el capataz. Cuando yo le pregunté por el precio, él me contestó: si pones el precio en euros, la suma de su cuadrado más su triple es igual a su quíntuplo". Dile a tus tíos cuánto cuesta el metro de valla.

8. En un momento determinado hablan de la producción de peras: "Tengo unos 5000 kilos casi a punto de recogida, pero están un poco verdes y conviene esperar a la semana que viene, pues se espera una subida del precio en un 10%, lo que me supondría un aumento de los ingresos de unos 400 €. ¿Cuál es el precio actual de las peras?

9. Por último, os dicen que hay dos clases de tomates, los de primera categoría, que se venden a 2 €/kg, y los de segunda, a 1,20 €/kg. La semana pasada una empresa conservera se llevó una partida de 4000 kilos, de las dos clases. Como eran para embotar, los mezclaron y la mezcla salió a 1,68 €/kg. ¿Puedes decir cuántos kilos de cada clase se llevó la conservera?

Unidad 7

Ficha de trabajo A

1.

	DATOS	ECUACIÓN	AÑOS
LUIS			14
MARTA	El triple de su edad menos 10 es igual al doble de su edad.	$3x - 10 = 2x$	10
ÁNGEL	El doble de su edad más la edad de Luis es igual a 30.	$2x + 14 = 30$	8
PADRE	Hace 12 años, su edad era igual al doble de la que actualmente tiene Luis.	Edad del padre: x 12 años antes: $x - 12$ $x - 12 = 2 \cdot 14 \rightarrow$ $\rightarrow x = 40$	40
MADRE	Cuando pasen 16 años, su edad será el doble de la que tendrá Luis entonces, menos 10 años.	$x + 14 = 2 \cdot (x - 10)$ $x + 14 = 2x - 20$ $x = 20 + 14 = 34$	34

2. $3x + 2(x - 30) = 190$

Tarifa de adulto: 50 €

Tarifa para menores: 20 €

3. 50 metros.

4. Entrada infantil: 15 €

Entrada de adulto: 30 €

5. Ángel \rightarrow 3 €Marta \rightarrow 6 €Luis \rightarrow 9 €

6. Les quedaban 6 días de vacaciones.

7. 150 km

Ficha de trabajo B

1. Ancho: 100 m

Largo: 700 m

2. 3000 kg

3. La primera, 60 m \times 120 m.La segunda, 80 m \times 90 m.

4. Fueron 8 cajas de escarolas y 240 de lechugas.

5. El lado mide 10 m.

6. Dimensiones: 50 m \times 60 m

7. Cuesta 2 € el metro.

8. Las peras están actualmente a 0,80 €/kilo.

9. Se mezclaron 2400 kg de primera categoría y 1600 kg de segunda categoría.

SISTEMAS DE ECUACIONES

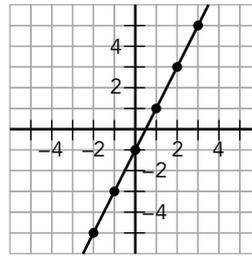
ECUACIONES LINEALES

Una ecuación de primer grado con dos incógnitas es una **lineal**.

Una solución de una ecuación lineal es un par de valores que hacen la igualdad.

Las infinitas soluciones de una ecuación lineal se representan en el plano sobre una recta.

x	y
0	
1	
2	
3	
-1	
-2	



SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Dos ecuaciones lineales forman un **sistema**.

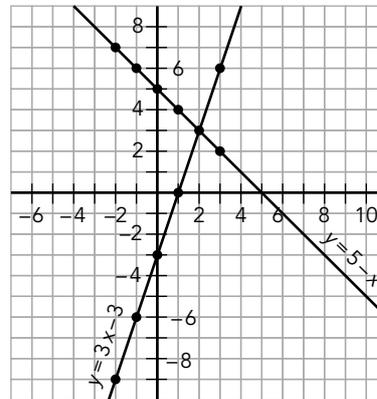
La solución del sistema es la solución común a ambas ecuaciones.

$y = 3x - 3 \rightarrow$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-9					

$y = 5 - x \rightarrow$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	7					



solución $\rightarrow \begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \end{cases}$

MÉTODOS ALGEBRAICOS PARA RESOLVER SISTEMAS LINEALES

Sustitución

Despejar una incógnita en una ecuación y

$$\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2x - 8 \\ 4x + 5 \cdot (2x - 8) = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \end{cases}$$

Igualación

Despejar la misma incógnita de ambas ecuaciones e

$$\begin{cases} y = 2x - 8 \\ y = \frac{2 - 4x}{5} \end{cases} \rightarrow 2x - 8 = \frac{2 - 4x}{5} \rightarrow \begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \end{cases}$$

Reducción

Multiplicar las ecuaciones por los números adecuados para que al sumarlas

$$\begin{cases} 2x - y = 8 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \times 5 \rightarrow 10x - 5y = 40 \\ \rightarrow 4x + 5y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} 14x & & = & 42 \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \end{cases}$$

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

LA FIESTA DE CUMPLEAÑOS

Tu compañera de clase, Isabel, te ha invitado a su fiesta de cumpleaños. La fiesta va a ser en un parque de atracciones.

1. Nada más llegar a casa, se lo dices a tu madre. "¿Cuándo es su cumpleaños?", pregunta. Sintiéndote bromista, le contestas: "Los años que cumple son el doble del día en que nació menos 3". "¿Cómo quieres que lo sepa con esa información?"

a) "Puedes expresar el enunciado anterior mediante una ecuación lineal, llamando y a la edad de Isabel y x al día en que nació".

b) "Vale, ya. ¿Y ahora?", pregunta. "Te he preparado una tabla con algunas soluciones de la ecuación, y sabes que tiene mi edad, 13 años. Complétala".

x	3	5	6	8	9	10	12
y		7					

c) "Bueno, mamá, ¿cuál crees ahora que es el día del cumpleaños de Isabel?"

2. "¿Cuántos chicos y chicas vais a la fiesta?", te dice tu madre. "Entre todos somos 12 y hay dos chicos más que chicas", prosigues con la broma. "¿Más cuentas?". "Venga, mamá, que te ayudo".

a) "Llama y al número de chicas y x al de chicos. Escribe el sistema de ecuaciones".

b) "Prueba a despejar la variable y en las dos ecuaciones".

c) "Completa estas tablas con las soluciones de cada ecuación. ¿Cuál crees que es la respuesta a tu pregunta?"

x	1	2	3	4	5	6	7	8	8	10
y	11		9							

x	1	2	3	4	5	6	7	8	8	10
y		0								8

3. Los doce amigos quedáis en la puerta del parque a las once y media. A las once y cuarto llamas desde una cabina a tu madre para decirle que ya has llegado y te pregunta: "¿Estáis ya todos?". Cuentas a tus amigos y le dices: "No, mamá. El triple de los que hemos llegado menos los que faltan es igual a 20".

4. Mientras esperáis a que lleguen todos, tú y Pablo comparáis el dinero que lleváis cada uno. A ti te faltan 4 € para tener el triple que Pablo, y te sobran 8 € para tener tanto como él. ¿Cuánto dinero lleváis cada uno?

5. "Oye, Isabel, tu mochila está muy llena. ¿Cuánto pesa?". Isabel, tan graciosa como tú, te dice: "Dos botes de refresco y tres botellas de agua pesan 1 470 g; y una botella de agua y un bote de refresco, 610 g. Yo llevo dos botes de refresco y una botella de agua. Haz tú los cálculos".

6. Entre varios amigos compráis 6 bolsas de palomitas y 2 granizados de limón, que os cuestan 10 €. Luego le decís a Isabel, que no estaba con vosotros, que un granizado costaba el triple que una bolsa de palomitas menos 1 euro. "Anda, ahora calcula tú cuánto cuesta una bolsa de palomitas y cuánto un granizado".

7. Cuando bajas de la montaña rusa, te encuentras con Ana y con Juan, que acaban de salir de la casa del terror. Te dicen que primero salió Ana y luego Juan. "¿Estuvisteis mucho rato ahí dentro?", preguntas. "Pues la suma de los dos tiempos fue 10 minutos. Y el doble del tiempo que estuvo Juan menos el triple del que estuve yo es 0", te contesta Ana. ¿Cuánto tiempo estuvo cada uno en la casa del terror?

Nombre y apellidos:

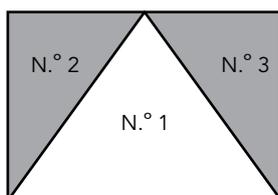
Curso: Fecha:

ÁLGEBRA EN LA GRANJA

A Javier le gusta ir de vacaciones a casa de sus tíos, que se dedican a la agricultura y a la cría de animales.

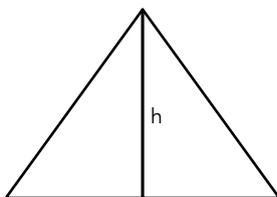
1. "Tío, ¿tú cuántos años tienes?", pregunta Javier. "Pues el doble de tu edad más la mía es 72. Y hace cuatro años, mi edad era el cuádruple de la tuya. Averigua tú mi edad".

2. Una de las parcelas que siembran tiene forma triangular. "Tío, ¿cuál es la superficie de la parcela n.º 1?", preguntas. "Es un triángulo isósceles cuyo perímetro es de 800 m, y los lados iguales miden 50 m menos que el lado desigual. Calcula tú el área". "Pero ¿cómo lo hago, tío?".



- a) "Prueba a calcular lo que mide cada lado. Llama x a los lados iguales e y al lado desigual".

- b) "Ahora, aplica el teorema de Pitágoras para calcular la altura, h , del triángulo y poder, así, hallar su área".



3. Después de ver la finca, tu tía te lleva a ver los animales. "Tía, ¿estos animales los vendéis?", preguntas. "Pues claro. La semana pasada vendimos pollos y conejos, 5 pollos más que conejos. Y el triple del número de pollos menos el doble del de conejos fue 25. ¿A que no sabes cuántos pollos y cuántos conejos vendimos?".

4. "¿Y cuánto os pagaron por los pollos y los conejos?". "Nos dieron 95 € en 12 billetes; unos eran de 10 € y otros de 5 €. Venga, dime cuántos billetes había de cada clase".

5. Luego le preguntas por cuántos pollos y cuántos conejos les quedan. "Después de la venta puedes contar 88 patas. Si vendiéramos 2 conejos, habría doble número de pollos que de conejos. Haz tú el cálculo".

6. Para alimentar a las gallinas y a los pollos utilizan una mezcla de pienso de maíz y cebada. El pienso de maíz lo compran a 0,80 €/kg y la cebada a 1,10 €/kg. ¿Cuántos kilos de cebada y de pienso de maíz necesitan para obtener 45 kilos de mezcla que resulte a un precio de 0,90 €/kilo?

7. "Tío, ¿cuántos vehículos tenéis?", le dices. "Contando todos, tenemos 7. Unos son de dos ruedas (bicicletas y motocicletas), y otros, de cuatro (coches y tractores). La suma de la mitad y la cuarta parte de los de dos ruedas es igual a la suma de un tercio y de dos tercios de los de cuatro ruedas". No preguntes más y calcula cuántos vehículos hay de cada clase.

Unidad 8

Ficha de trabajo A

1. a) $y = 2x - 3$

b)

x	3	5	6	8	9	10	12
y	3	7	9	13	15	17	21

c) Nació el día 8.

2. a)
$$\begin{cases} y + x = 12 \\ y + 2 = x \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y = 12 - x \\ y = x - 2 \end{cases}$$

c)

$$y = 12 - x$$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2

$$y = x - 2$$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Hay 7 chicos y 5 chicas.

3. Llegaron 8 amigos y faltaban 4.

4. Tú \rightarrow 14 €Pablo \rightarrow 6 €

5. Un refresco pesa 360 g, y una botella de agua, 250 g. Lo que Isabel lleva en la mochila pesa 970 g.

6. El precio de un granizado es 2€, y el de una bolsa de palomitas, 1€.

7. Juan estuvo 6 minutos, y Ana, 4.

Ficha de trabajo B

1. La edad de Javier es 14 años, y la de su tío, 44 años.

2. a) $x = 250$ m

$$y = 300$$
 m

b) $h = 200$ m

$$A = 30\,000$$
 m²

3. Vendieron 15 pollos y 10 conejos.

4. Había 7 billetes de 10 € y 5 billetes de 5 €.

5. Quedan 12 conejos y 20 pollos.

6. Necesitan 15 kg de cebada y 30 kg de pienso de maíz.

7. Tienen 4 vehículos de dos ruedas y 3 de cuatro ruedas.

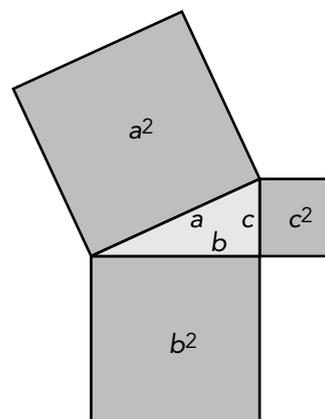
TEOREMA DE PITÁGORAS

EL TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo, el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de

.....

$$a^2 = b^2 + c^2$$

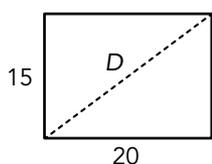


APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

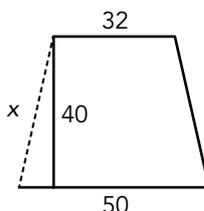
Los lados de un triángulo rectángulo determinan el tipo de triángulo:

- Si $a^2 = b^2 + c^2$ el triángulo es
- Si $a^2 > b^2 + c^2$ el triángulo es
- Si $a^2 < b^2 + c^2$ el triángulo es

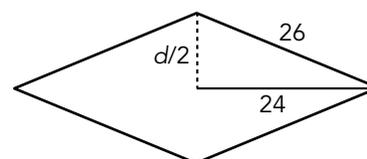
Cálculo de longitudes en algunas figuras planas:



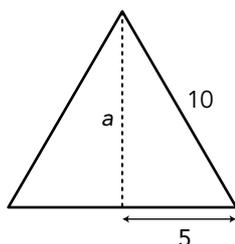
D =



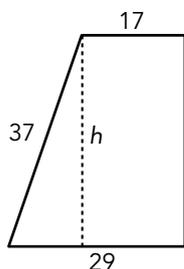
x =



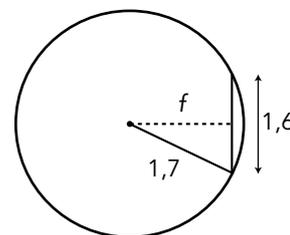
d =



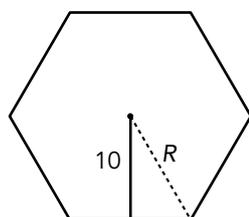
a =



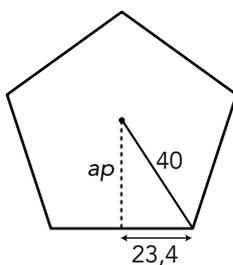
h =



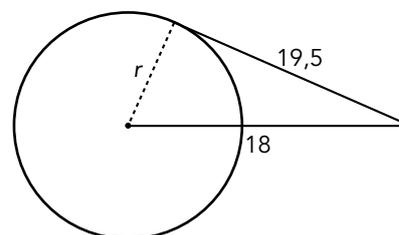
f =



R =



ap =

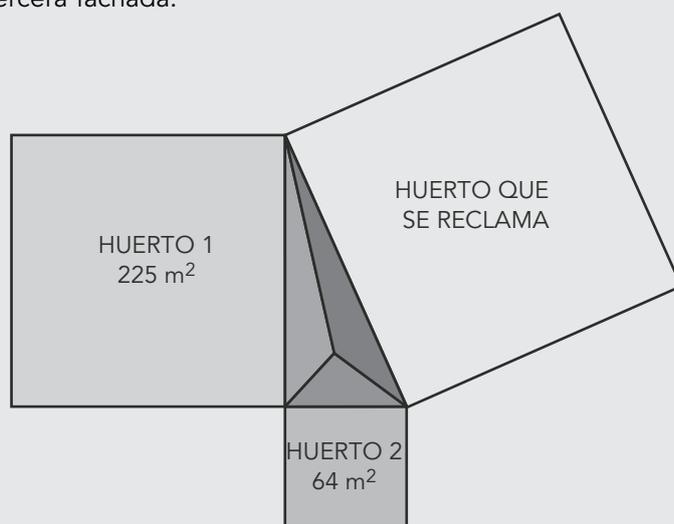


r =

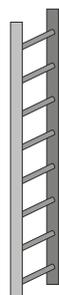
EL HUERTO URBANO

El grupo que lleva los huertos urbanos de una asociación de vecinos, ha pedido al ayuntamiento de su ciudad un terreno público para convertirlo en huerto urbano.

La asociación ya posee dos terrenos justo enfrente de las fachadas de un local con base triangular, como ves en el dibujo. Necesitan que les dejen el terreno cuadrado que hay enfrente de la tercera fachada.



1. La asociación debe presentar al ayuntamiento un estudio con las características técnicas del solar y, entre ellas, la superficie. ¿Puedes calcularla tú?
2. Quieren dividir el nuevo huerto en dos partes iguales por la diagonal. Para ello, van a colocar sobre ella una pequeña valla. Si venden el metro lineal de valla a 12 euros, ¿cuánto costará en total?
3. Para llegar a las ramas altas de los frutales, la asociación tiene dos escaleras. Una vertical como la que ves en el dibujo (tipo A) y otra plegable (tipo B).



TIPO A

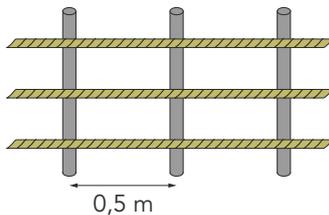


TIPO B

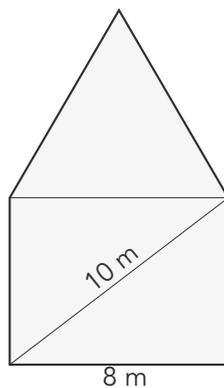
- a) La del tipo A tiene 2 m de largo. Si se sitúa a 80 cm del pie de un árbol, ¿a qué altura apoyará sobre él?
- b) ¿A qué altura llegará la del tipo B si entre las dos hojas miden 2,6 m y al apoyarla sobre el suelo ocupa 1 m de ancho?

4. La parte de huerto en la que plantan lechugas tiene forma de rombo, de 5 m de lado, y ocupa 2,8 m de ancho. Si han sembrado 12 unidades por metro cuadrado, ¿cuántas lechugas han plantado?

5. Otra parte de sus huertos tiene forma de trapecio isósceles, de 6 m de altura, cuyas bases miden 3,1 m y 5,3 m. Van a utilizar cuerda y estacas para construir a su alrededor una valla como la que aquí ves. ¿Cuántas estacas necesitan para vallar ese terreno trapezoidal? ¿Qué longitud de cuerda necesitarán?



6. Una de las fachadas del local tiene la forma que ves en la figura de abajo: un triángulo equilátero en su parte alta, unido con un rectángulo en su parte baja. ¿Cuánto se tendrá que gastar la asociación para pintar la fachada si entre mano de obra y material, el coste es de 2,50 € el metro cuadrado?



7. Una pequeña fuente que hay en uno de los huertos tiene forma de hexágono regular de 0,5 m de lado. La han forrado con gresite (pequeñas piezas de porcelana) de 2 cm x 2 cm, como los fondos y paredes de las piscinas. ¿Cuántas piezas, aproximadamente, han utilizado?

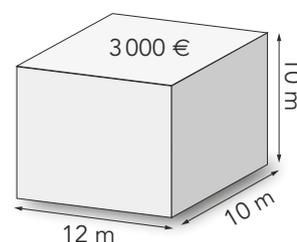
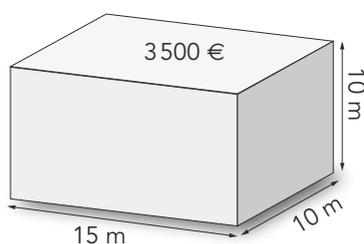
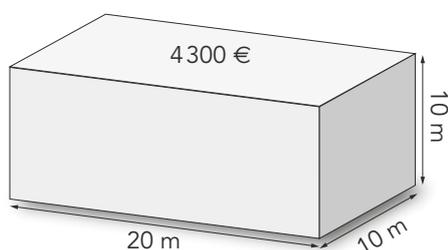
Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

ESTACIÓN METEOROLÓGICA

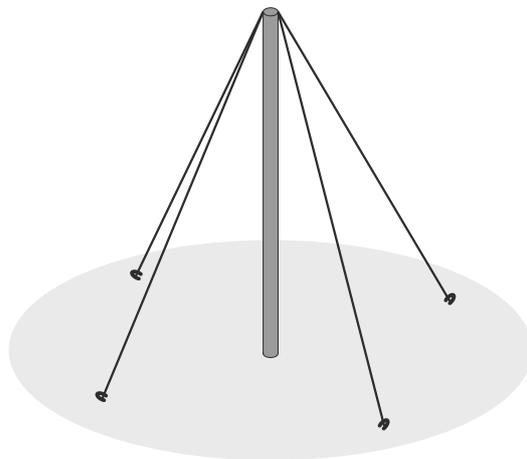
A un equipo de técnicos del ayuntamiento de una pequeña localidad les han encargado montar una estación meteorológica. Por varios motivos técnicos, y para que nadie pueda acceder a la estación, esta debe situarse sobre un poste de 20 m de altura.

1. La empresa encargada del transporte del poste les ha dado a elegir uno de los siguientes contenedores. ¿Cuál deberán escoger para gastar lo mínimo (el poste debe caber enteramente dentro del contenedor)?



2. Para colocar la base del poste, se transporta también una plancha cuadrada de 14 m de lado de acero forjado. En este caso, ¿qué contenedor de los del ejercicio anterior deben coger para su transporte?
3. La estación meteorológica lleva un tejadillo metálico con forma de pirámide cuadrangular regular de 32 cm de altura, cuya base es un cuadrado de 1,20 m de lado. Si el aluminio que se utiliza para cubrir las caras laterales cuesta 2 €/dm², ¿cuánto ha costado el tejadillo?

Para fijar el poste en el suelo, los operarios tienen 90 m de cable. Con él pretenden atar el poste a cuatro puntos simétricos, como ves en el dibujo. Para amarrar cada uno de los cables se requiere 1 m más por cada uno de sus extremos.



4. Van a construir una valla de seguridad circular a una distancia del poste de medio metro más de donde se amarran los cables en el suelo. ¿Qué longitud tendrá la valla?

5. Los puntos de anclaje forman un cuadrado en el suelo. ¿A qué distancia se encuentra cada punto de anclaje del que tiene más cerca? ¿Y del que tiene más lejos?

6. ¿Qué altura debe tener la valla de seguridad para que, si se cayera el poste, este tocara con la valla a tres cuartos de su altura?

7. En el recinto de seguridad del poste hay una escalera para acceder a la escalerilla principal. Si la base de la escalera queda a 1 m del poste, se apoya sobre este a 2,4 m de altura. ¿A qué altura llega si su base queda a medio metro del poste?

Unidad 9

Ficha de trabajo A

1. 289 m²
2. 288,50 €
3. a) 1,83 m
b) 1,2 m
4. 161 lechugas
5. 41 estacas y 62 m de cuerda
6. 189,28 €
7. 1625 piezas

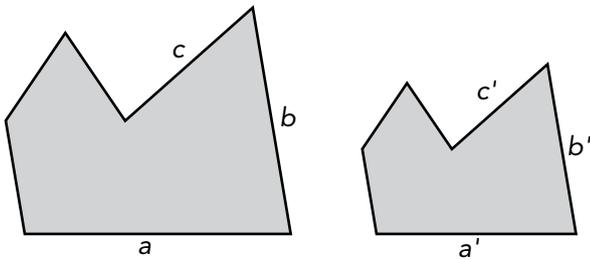
Ficha de trabajo B

1. El contenedor de 15 × 10 × 10 m
2. El contenedor de 12 × 10 × 10 m
3. 326,40 €
4. 31,4 m
5. El más cercano está a 6,36 m, y el más lejano, a 9 m.
6. 14,14 m
7. 2,55 m

SEMEJANZA

FIGURAS SEMEJANTES

Dos figuras son semejantes cuando solo difieren en En tal caso, los segmentos correspondientes son



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

El valor fijo k recibe el nombre de

$$a = a' \cdot k \quad b = b' \cdot \dots \quad c = c' \cdot \dots$$

En dos figuras semejantes se cumple que:

- Los ángulos de la primera son ángulos de la segunda.
- Una proporción, a/b , en la primera es la proporción a'/b' en la segunda.

ESCALAS

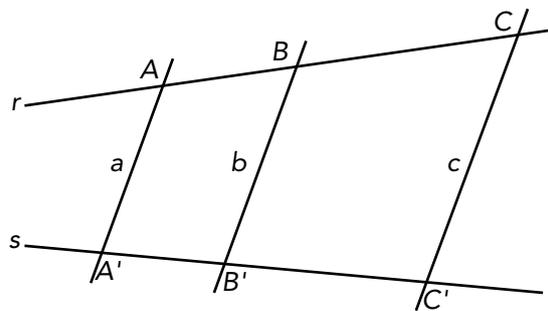
La escala de un mapa o de un plano es el cociente entre cada longitud del mapa (o plano) y la correspondiente

EJEMPLO: En un plano a escala 1:25 000, dos poblaciones están a 3 cm de distancia. Su distancia real es de km.

TEOREMA DE TALES

Si las rectas a , b y c son paralelas y cortan a otras dos rectas, r y s , entonces los segmentos que determinan en ellas son

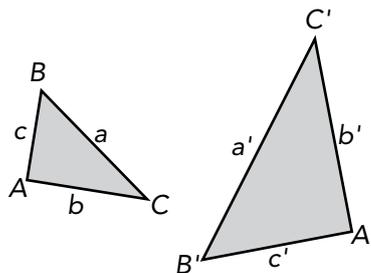
$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$



SEMEJANZA DE TRIÁNGULO

Dos triángulos son semejantes si cumplen una de estas condiciones:

- Los ángulos son
- Los lados son



$$\hat{A} = \hat{A'} \quad \hat{B} = \hat{B'} \quad \hat{C} = \hat{C'}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \dots$$

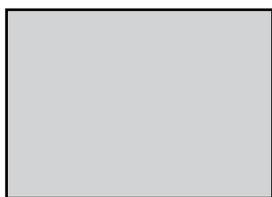
Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

MEDICIONES EN EL AULA

Al profesor de Matemáticas le encargan que haga un estudio de las dependencias del centro escolar por si se puede optimizar el uso del espacio disponible. Empieza su labor por vuestra aula, en la que da clase.

1. Primero quiere dibujar un plano a escala de la clase, pero no tiene muy claro cuál será la escala. Así que os va pidiendo diversos dibujos para ver cuál se adecua mejor a sus intereses. "Este rectángulo representa una de vuestras mesas", os dice. "Dibujad un rectángulo semejante que represente mi mesa, sabiendo que la razón de semejanza es 2".

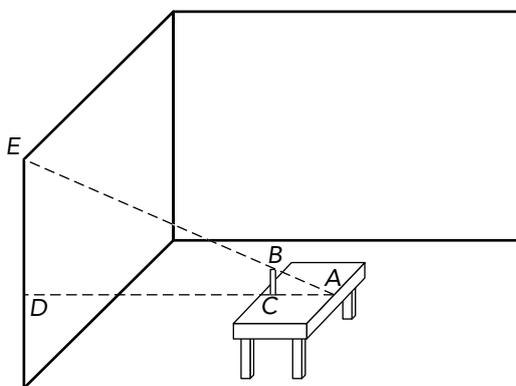


2. Los dibujos anteriores están hechos a escala 1:20. ¿Cuáles son las dimensiones reales de una mesa de estudiante? ¿Cuáles son las dimensiones de la mesa del profesor? "Y recordad que debéis poner las dimensiones que obtengáis en el dibujo", os dice el profesor.

3. "Como todavía no he decidido la escala a la que dibujaremos el plano, construid una figura semejante a la que representa vuestra mesa, cuya razón de semejanza sea $1/2$. Tomad como punto de proyección el vértice A".



4. "A ver, chicos, vamos a representar la superficie del aula a escala 1:100, mediante un rectángulo de lados 9 cm y 6 cm, respectivamente.
¿Cuáles son las dimensiones reales de la clase?
5. "Vamos a dibujar las ventanas. Tened en cuenta que miden 100 cm × 125 cm. Si utilizamos una escala 1:25, ¿cuáles serán sus dimensiones en el plano? Dibujad una de ellas como muestra, por favor".
6. "También vamos a calcular la altura de la clase. ¿A alguien se le ocurre cómo podemos hacerlo?", pregunta. Ana levanta la mano y contesta: "Podríamos utilizar la semejanza de triángulos".
"Muy bien, Ana. Utilizad el siguiente dibujo para calcular la altura que os pido. La altura de la mesa es de 70 cm. Además, $\overline{BC} = 20$ cm, $\overline{AC} = 50$ cm y $\overline{AD} = 4$ m".



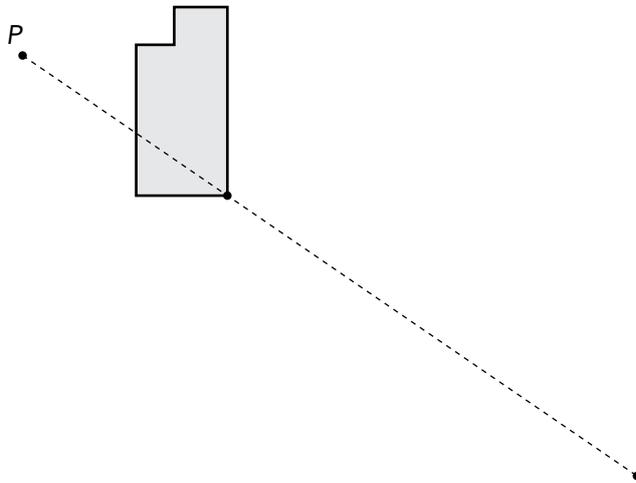
Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

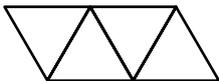
COMPRA DE CASA

Tu prima Luisa y su novio, Arturo, quieren comprar una casa y van a una inmobiliaria. Te vas con ellos.

- Al llegar allí, les enseñan una fotocopia del plano de la casa, pero ampliada un 150% para poder verlo mejor. Tus primos quieren que las medidas sean exactas y te preguntan si se pueden fiar de la fotocopia, si las dos figuras serán semejantes. ¿Qué les contestas? De serlo, ¿cuál sería la razón de semejanza?
- A Arturo le gustaría ver ampliada la parte que corresponde a la cocina. Te pide que la amplíes al triple de su tamaño, utilizando como punto de proyección uno exterior a la figura. ¿Cómo te quedó?



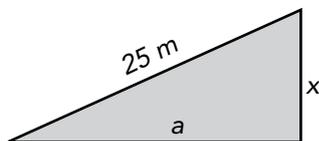
- Está previsto que una cenefa de triángulos equiláteros decore las paredes de la cocina. En el dibujo que les mostraron, el lado del triángulo medía 6 cm, y les dijeron que la razón de semejanza del dibujo era de $1/2$. Arturo te pregunta qué altura tendría la cenefa de triángulos en la realidad.



4. Os enseñan otro plano en el que uno de los dormitorios mide $3,6 \text{ cm} \times 2,4 \text{ cm}$. Os dicen que en la realidad medirá $4,5 \text{ m} \times 3 \text{ m}$. Para posteriores mediciones, Luisa te pregunta por la escala de este plano.

5. Luego os muestra otro plano con la plaza de garaje. En él, la plaza mide $3 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$ (ancho \times largo), y os dice que la longitud real es de 6 m , pero que no recuerda la anchura. El comercial os dice que la plaza cuesta $12\,150 \text{ €}$. ¿A cuánto sale el metro cuadrado?

6. La rampa que baja desde la calle al garaje tiene una longitud de 25 m , y visto en planta, en el plano anterior, mide $a = 32 \text{ cm}$. ¿A qué profundidad se encuentra el suelo del garaje?

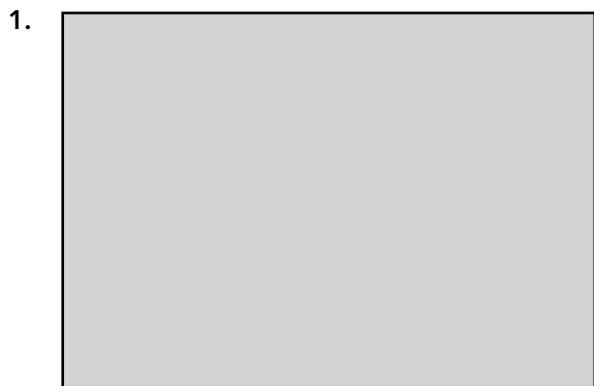


7. En otro plano, con una escala $1:75$, el piso tiene una superficie de 240 cm^2 . El precio final del piso es de $243\,000 \text{ €}$. Luisa quiere saber cuánto cuesta el metro cuadrado, para compararlo con otras zonas. Díselo.

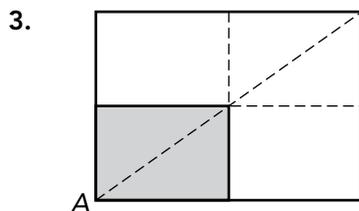
8. Ya en la calle, observando la construcción, Luisa y Arturo quieren saber la altura que tendrá finalmente. Tu prima midió con sus pasos (2 pasos) la sombra que proyectaba en la calle una señal de tráfico de 2 m de altura y la sombra del edificio (18 pasos). Te dijo que cada uno de sus pasos mide 75 cm . ¿Cuál es la altura aproximada del edificio?

Unidad 10

Ficha de trabajo A



2. La mesa del alumno mide 70 cm de largo y 50 cm de ancho. La longitud real de la mesa del profesor es 1,4 m, y su anchura, 1 m.



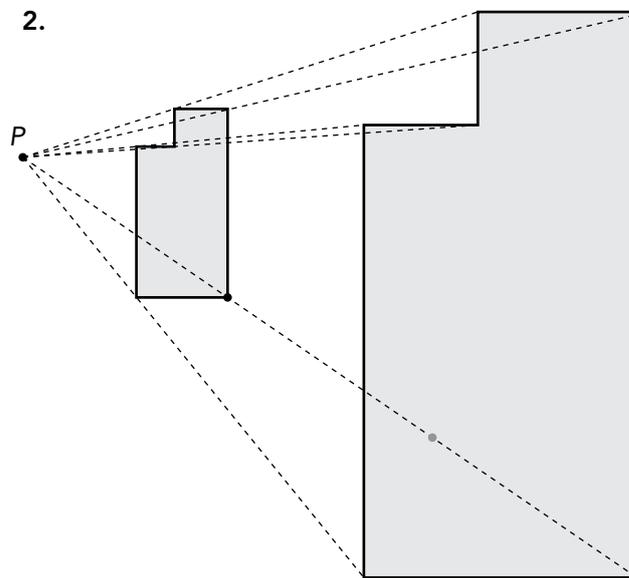
4. Las dimensiones reales son 9 m de largo y 6 m de ancho.

5. Las ventanas en el plano serían de 4 cm x 5 cm.

6. 2,3 m

Ficha de trabajo B

1. Sí, son semejantes y la razón de semejanza entre la fotocopia y el plano original es 1,5.



3. 10,4 cm

4. Escala 1:125

5. 900 €/m²

6. 7 m

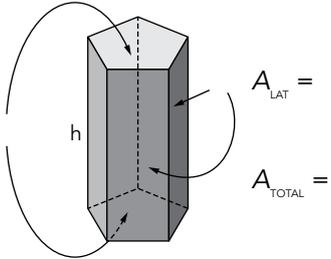
7. 1 800 €/m²

8. 18 metros

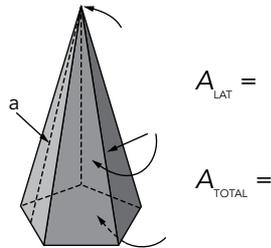
CUERPOS GEOMÉTRICOS

POLIEDROS

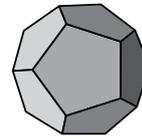
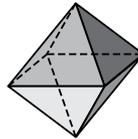
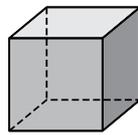
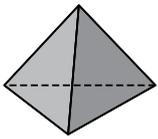
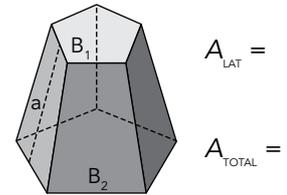
PRISMA



PIRÁMIDE



TRONCO DE PIRÁMIDE



Nombre:

Nombre:

Nombre:

Nombre:

Nombre:

.....

.....

.....

.....

.....

Tiene ... caras

.....

.....

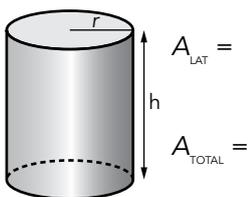
.....

.....

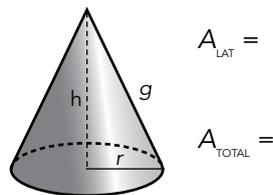
.....

CUERPOS DE REVOLUCIÓN

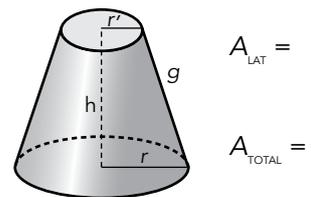
CILINDRO



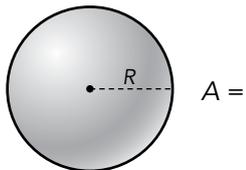
CONO



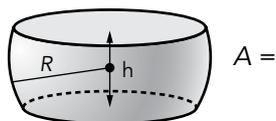
TRONCO DE CONO



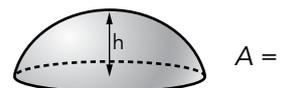
ESFERA



ZONA ESFÉRICA



CASQUETE ESFÉRICO



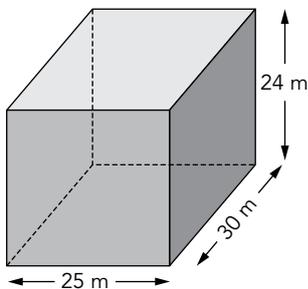
Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

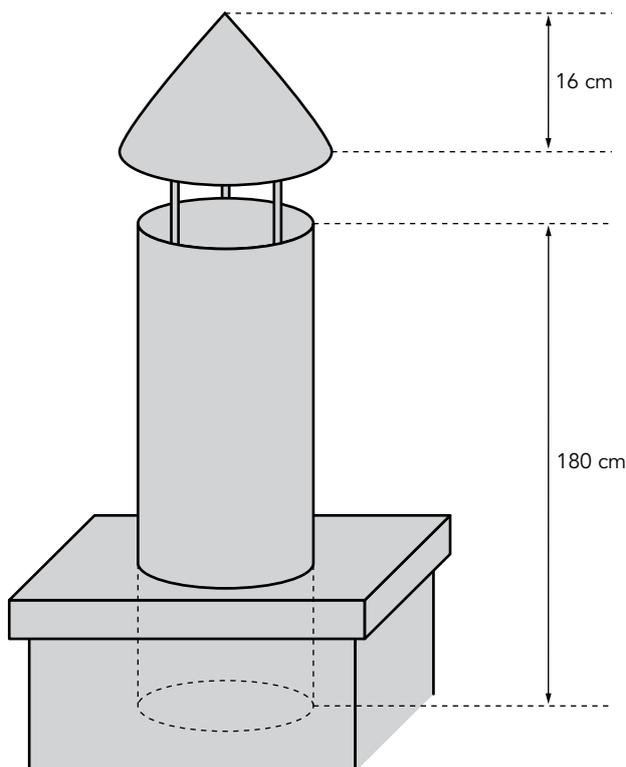
PASEO MATEMÁTICO

Carmen y su hermano, mayor que ella y estudiante de Matemáticas, vuelven a casa juntos. Mientras caminan, hablan de las matemáticas y del mundo real. Carmen se queja de que en la calle no se ven "matemáticas". Su hermano trata de sacarle de su error.

1. "Mira, fíjate, Carmen. La casa en la que vivimos es un paralelepípedo recto de 24 m de altura, y su base, un rectángulo de 25 m \times 30 m, ¿no? Con esos datos puedes calcular el área lateral del edificio, es decir, la superficie lateral de las paredes". "Ya, pero ¿eso para qué sirve?", contraataca Carmen. "Imagínate que tuvieran que pintar las paredes exteriores. ¿No crees que sería importante ese dato? Venga, halla la superficie lateral".



2. "Ahora, observa: en la azotea hay una chimenea de chapa, de forma cilíndrica, con un radio de 10 cm y una altura de 1,80 m". "Y para que no entre el agua tiene una caperuza cónica, con un radio de 12 cm y una altura de 16 cm".



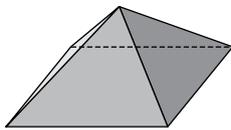
a) ¿Cuál es la superficie del cuerpo de la chimenea?

b) ¿Cuál es la superficie de la caperuza?

3. "A ver, déjame a mí, Fernando", le dice Carmen. "La sala comunitaria del edificio es un ortoedro que tiene 2,25 m de altura. El suelo es un rectángulo de 6 m x 4 m. La puerta de entrada mide 90 cm de ancho por 2 m de alto".

"Si quisiéramos pintar las paredes y el techo, ¿cuántos metros cuadrados pintaríamos?".

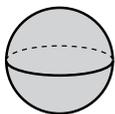
4. Carmen le dice: "Ahora que me fijo, las claraboyas de los patios interiores son pirámides. Seguro que te puedes inventar un problema con ellas" "Pues claro", le contesta, "miden 2 m de altura, y el lado de su base cuadrada mide 4 m. ¿A que no sabes cuántos metros cuadrados de material transparente se ha necesitado para cada una?".



5. "No está mal, hermanita, pero ahí va uno más difícil: la puerta principal del edificio es de 2 m de altura, y consta de 10 barrotes ortoédricos verticales, con base cuadrada de 9 cm². Ya lo hemos pintado otras veces y sabemos que se gastan 50 g de pintura por cada medio metro cuadrado de superficie. ¿Cuántos gramos de pintura necesitamos para pintar los barrotes? Y no olvides contar las superficies de las bases", le dice Fernando. Ayuda a Carmen con las cuentas.

6. "Venga, vamos a casa que ya es hora de comer. El último: en la entrada a la finca, el número está grabado sobre una esfera hueca de metacrilato, de 30 cm de diámetro".

"¿Podrías decirme cuánto pesa esa esfera, sabiendo que la chapa de metacrilato pesa a razón de 1,5 gramos el centímetro cuadrado?".



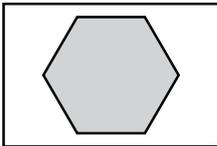
Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

UN MIRADOR EN LA SIERRA

El último fin de semana fuiste con tus abuelos a un mirador que hay en la sierra, desde el que se contempla un paisaje impresionante. El mirador es una torre compuesta de tres estructuras: un ortoedro en la base, un prisma regular hexagonal en el centro y, en la parte superior, un tronco de cono.

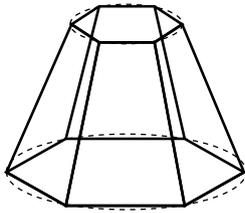
1. Decides poner en aprietos a tu abuelo, aficionado a las matemáticas, y le dices: "Abuelo, aquí dice que la base del ortoedro es un rectángulo de dimensiones $24\text{ m} \times 16\text{ m}$ y que su área total es equivalente a la de un cubo de 12 m de arista. ¿A que no sabes cuál es la altura de la estructura ortoédrica?". ¿Qué contestó el abuelo?
2. El abuelo está leyendo el cartel donde se explica la construcción y dice: "Mira, según el cartel, la arista lateral del prisma hexagonal mide 40 m , y la arista de la base, 7 m ".
 - a) "A ver, listillo, ¿por qué no me dices la superficie que la torre hexagonal deja libre en la cara superior del ortoedro?".



- b) Interviene tu abuela: "Mirad, la superficie lateral de la torre hexagonal está recubierta con plaquetas rectangulares de $20\text{ cm} \times 30\text{ cm}$. ¿Cuántas plaquetas habrá en total?".

3. El cuerpo superior del mirador es un tronco de cono acristalado, cuya altura mide 4 m, y los radios de sus bases, 5 m y 2 m, respectivamente. "Abuelo, ¿por qué no calculas la superficie lateral de ese tronco de cono?", le dices. "¿Y por qué no la calculas tú?", te responde.

4. Para sostener la superficie del cuerpo superior se utilizó una estructura metálica construida con barras de hierro, coincidiendo con las aristas de un tronco de pirámide hexagonal, inscrito en el tronco de cono. ¿Cuántos metros lineales de barra de hierro se utilizaron?



5. Un guía que hay por allí se acerca a vosotros y os dice: "Vaya, veo que os gustan las matemáticas. Ahí va una buena pregunta: el ascensor en el que habéis subido ocupa el 20% de la plataforma del mirador. ¿Qué superficie queda disponible para los visitantes?".

Unidad 11

Ficha de trabajo A

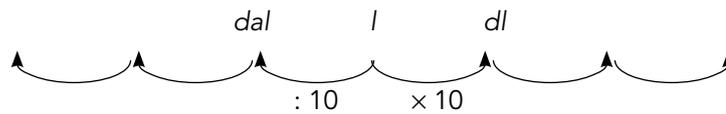
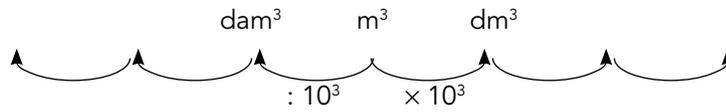
1. $A_{LAT} = 2640 \text{ m}^2$
2. a) $1,13 \text{ m}^2$
b) $753,6 \text{ cm}^2$
3. Pintaría $67,2 \text{ m}^2$.
4. $38,63 \text{ m}^2$ si se considera la base; y $22,63 \text{ m}^2$ si no se cuenta con la base.
5. Necesitan $241,8 \text{ g}$ de pintura.
6. Pesa $4,239 \text{ kg}$.

Ficha de trabajo B

1. $1,2 \text{ m}$
2. a) 257 m^2 , aproximadamente.
b) 28000 plaquetas.
3. 110 m^2 , aproximadamente.
4. Se utilizaron 72 metros de hierro.
5. Quedan aproximadamente 52 m^2 disponibles para los visitantes.

MEDIDA DE VOLUMEN

UNIDADES DE VOLUMEN



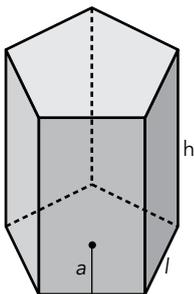
EJEMPLOS:

$10 \text{ m}^3 = \dots\dots\dots \text{cm}^3$

$7 \text{ l} = \dots\dots\dots \text{dam}^3$

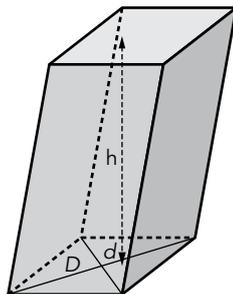
$1 \text{ hm}^3 = \dots\dots\dots \text{dl}$

PRISMA



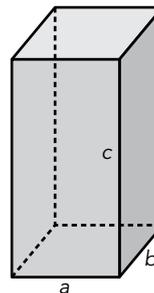
$V = \dots\dots\dots$

PARALELEPÍPEDO



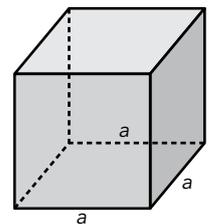
$V = \dots\dots\dots$

ORTOEDRO



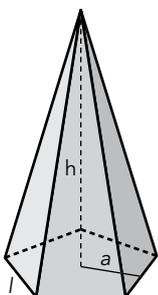
$V = \dots\dots\dots$

CUBO



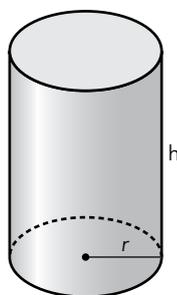
$V = \dots\dots\dots$

PIRÁMIDE



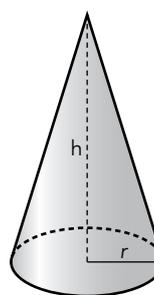
$V = \dots\dots\dots$

CILINDRO



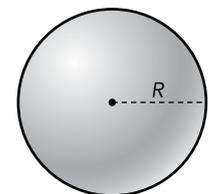
$V = \dots\dots\dots$

CONO



$V = \dots\dots\dots$

ESFERA



$V = \dots\dots\dots$

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

ENVASES PARA REFRESCOS

El colegio os lleva a una fábrica de refrescos para que veáis cuál es el proceso de elaboración de estos productos. Allí la profesora de Matemáticas os va explicando todo mientras os hace algunas preguntas para ver si estáis atentos a la visita.

1. "Mirad aquí. Estamos viendo un depósito cilíndrico de 1 metro de diámetro y de 2 m de altura. Por lo que me han dicho, está lleno de refresco de naranja. ¿Cuántos litros de refresco caben en el depósito?"

2. "Los refrescos se comercializan en varios envases. Me han dado una tabla con los distintos tipos, pero no me han dicho cuántos envases de cada tipo se pueden llenar con los litros que habéis calculado antes. Vamos a hacerlo nosotros, ¿vale?"

CAPACIDAD DE LOS ENVASES	2 l	1/2 l	40 cl	250 ml	200 ml
N.º DE ENVASES					

3. "Como nos han visto hacer cálculos, me acaban de pedir que les completemos la siguiente tabla: en ella debe ir el número de envases de cada tipo que se necesitan para completar un litro de refresco. ¡Manos a la obra!"

CAPACIDAD DE LOS ENVASES	200 ml	25 cl	50 cl	1 dm ³	100 ml
N.º DE ENVASES					

4. "Para comercializar el refresco de limón, el envase que más utilizan es un cilindro metálico de 33 cm² de base y 10 cm de altura. ¿Cuántos centilitros caben en cada bote?"

5. Un bote de refresco tiene 3,25 cm de radio en la base y 10 cm de altura.
- a) Si duplicaran el radio y la altura, ¿por cuánto quedaría multiplicado su volumen?
- b) Y si rebajaran a la mitad las medidas anteriores, ¿en cuánto quedaría reducido su volumen?
6. “El zumo de naranja lo venden envasado en packs de tres unidades. Cada unidad tiene la forma de un ortoedro de dimensiones 5 cm × 3,2 cm × 12,5 cm. A ver si me decís cuántos mililitros caben en un *pack*”.
7. Para el zumo de piña utilizan un envase ortoédrico con una capacidad de 400 ml. Su base es un cuadrado de 5 cm de lado. ¿Cuál es la altura del envase?
8. “Me dicen que también envasan refresco de frutas con leche en un recipiente cúbico de 6,3 cm de arista. ¿Cuántos de estos cubos necesitan para envasar un litro?”.
9. Ahora están investigando la viabilidad de un envase con forma de prisma hexagonal regular, con capacidad para 1,5 l. Si la altura prevista es de 20 cm, ¿cuántos centímetros cuadrados debe tener la base?

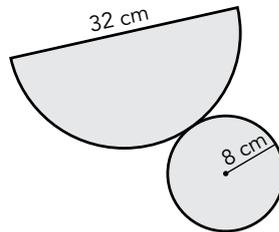
Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

EL MUNDO EN CAJAS

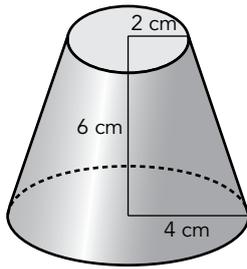
Una de las excursiones más divertidas que hacéis todos los años es a la fábrica de cajas. En ella construyen cajas para regalo, para perfumería y para repostería. Seguí al guía por toda la planta.

1. "Mirad, chicos, aquí vemos a uno de los operarios mientras construye un cono de cartón plastificado, a partir de un semicírculo de 32 cm de diámetro y de una circunferencia de 8 cm de radio para la base del cono".



- a) "¿Alguno puede decirme qué altura tendrá el cono?".
- b) "¿Y cuál será su volumen?".
- c) "A ver, para los más rápidos calculando: ¿podrá contener un litro de líquido?".
2. "En esta otra zona tenemos cajas construidas con forma de cilindro cuya base tiene $803,84 \text{ cm}^2$, y cuya altura mide 30 cm ".
- a) "Si se introduce en la caja un objeto de 20 dm^3 , ¿qué volumen queda libre dentro de la caja?".
- b) "El cartón de la caja tiene un grosor de 2 mm . ¿Podéis decirme cuál es su peso, sabiendo que 10 cm^3 pesan 5 g ".

3. "En este taller también fabricamos un molde de plástico como el de la figura, en forma de tronco de cono. En las pastelerías se utilizan para rellenarlo de chocolate".



a) "¿Cuántos mililitros de chocolate fundido caben en el recipiente?".

b) "Calculad también su peso, sabiendo que 100 cm^3 de chocolate pesan 120 g ".

4. "Para envasar perfumes, fabricamos unos recipientes esféricos de 10 cm de diámetro".

a) "¿Se pueden introducir 50 cl de perfume en cada uno de ellos?".

b) "Para su venta, nos piden que se presente el recipiente en una caja cúbica cuya área total mida 6 dm^2 , sin contar solapas. ¿Cabría el recipiente esférico en una caja así?".

5. "El departamento de diseño está estudiando, para un nuevo producto, la construcción de un envase que debe tener forma de tronco de pirámide cuadrado, con una capacidad de 140 mililitros, y cuyas bases tengan aristas de 4 cm y 2 cm , respectivamente. ¿Cuál será la altura del envase?".

Unidad 12

Ficha de trabajo A

1. 1570 litros

2.

CAPACIDAD DE LOS ENVASES	2 l	1/2 l	40 cl	250 ml	200 ml
N.º DE ENVASES	785	3 140	3 925	6 280	7 850

3.

CAPACIDAD DE LOS ENVASES	200 ml	25 cl	50 cl	1 dm ³	100 ml
N.º DE ENVASES	5	4	2	1	10

4. 33 cl

5. a) El volumen quedaría multiplicado por 8.

b) Su volumen sería $\frac{1}{8}$ del inicial.

6. 600 ml

7. El envase tiene 16 cm de altura.

8. Son necesarios 4 cubos.

9. 75 cm²

Ficha de trabajo B

1. a) $h = 13,86$ cmb) $V = 928,44$ cm³

c) No podrá contener un litro de líquido.

2. a) $4\,115,2$ cm³ = $4,1152$ dm³

b) 299,56 g

3. a) 175,84 ml

b) 211 g

4. a) Sí, porque la capacidad del recipiente esférico es, aproximadamente, de 52,3 cl.

b) Sí, porque cada arista de la caja mide 10 cm.

5. La altura debe ser de 15 cm.

FUNCIONES

LAS FUNCIONES Y SUS ELEMENTOS

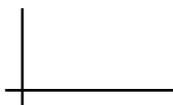
Una función relaciona dos variables, x e y , y asocia a cada valor de x **un único** valor de y . A x se la llama variable A y se la llama variable

Las funciones se representan gráficamente.

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO

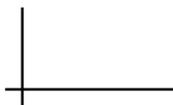
Una función es **creciente** en un tramo cuando al aumentar la x

EJEMPLO:



Una función es **decreciente** en un tramo cuando

EJEMPLO:



Si un función mantiene el mismo valor en todo un tramo, se dice que es

EJEMPLO:



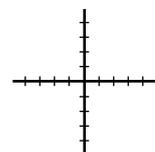
TIPOS DE FUNCIONES

• **Función de proporcionalidad $y = mx$**

Estas funciones se representan mediante una recta que pasa por

La constante de proporcionalidad, m , también se llama

EJEMPLO:

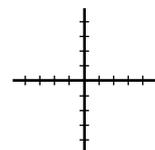


• **Función lineal $y = mx + n$**

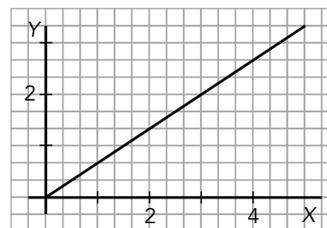
Se representan mediante

La ordenada en el origen es el punto de corte con

EJEMPLO:



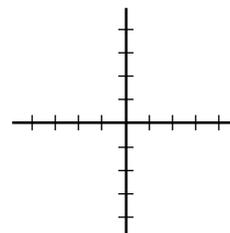
PENDIENTE DE UNA RECTA



La pendiente de esta recta es $m = \dots$

EJEMPLO de recta con pendiente $m = -2$:

$y = \dots$



Si m es positiva, la función es

Si m es negativa, la función es

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

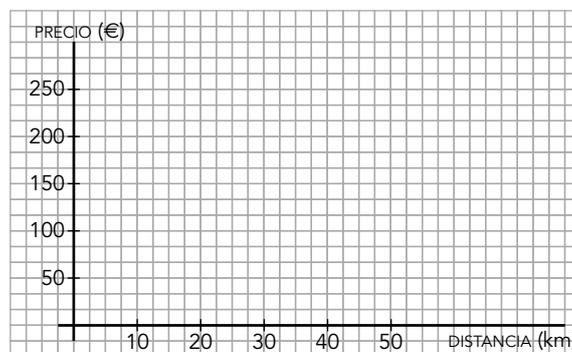
TRANSPORTE DE MERCANCÍAS

En el colegio estáis preparando la excursión de fin de curso. Un empresario de la localidad, dedicado al transporte de mercancías, se ofrece a hacer una buena aportación si le ayudáis a resolver unos problemas que tiene en su empresa. Vuestra profesora habla con él y acepta el reto, porque os ve capaces de ayudarle.

1. En primer lugar, os dice que el precio por transportar cualquier mercancía es directamente proporcional a la distancia recorrida. El empresario solo tiene unos pocos datos:

x (km)	10	20	25	30	40	45	50
y (€)		100	125			225	250

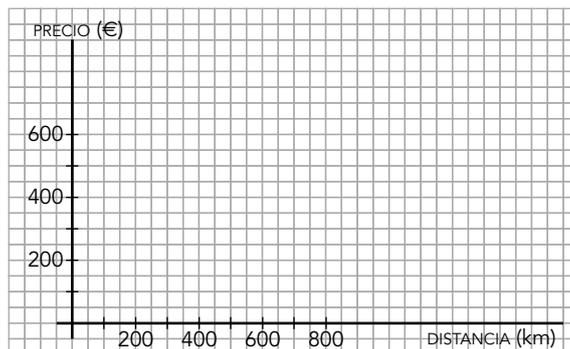
- a) Le gustaría que le completaraís la tabla.
- b) Para estudios posteriores, le vendría muy bien que le dijerais cuál es la ecuación de la función.
- c) Además, sería muy interesante ver representada la función en una gráfica. Vuestra profesora os pide que la dibujéis.



2. La empresa también ofrece un transporte con seguro de mercancías. Da igual el producto que se transporte, la función es $y = 0,5x + 100$. El empresario os vuelve a pedir que completéis una tabla de valores.

x (km)	0	100	200	300	400	500	600	700
y (€)	100	150						

3. Ahora dibujad la gráfica del ejercicio anterior.



4. Por último, os enseña una gráfica correspondiente a un porte efectuado por un camión de la empresa. Os hace algunas preguntas.



- a) ¿Ha hecho el conductor algún descanso como marca la ley? ¿Cuándo?
- b) ¿En qué tramo del viaje circula más despacio? La profesora os sugiere que miréis las pendientes de los distintos tramos.
- c) ¿Hay algún tramo creciente? ¿Cuál?
- d) ¿Y algún tramo decreciente? ¿Cuál?
- e) ¿Y algún tramo constante? ¿Cuál?
- f) ¿Cuál fue la distancia total recorrida por el camión

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

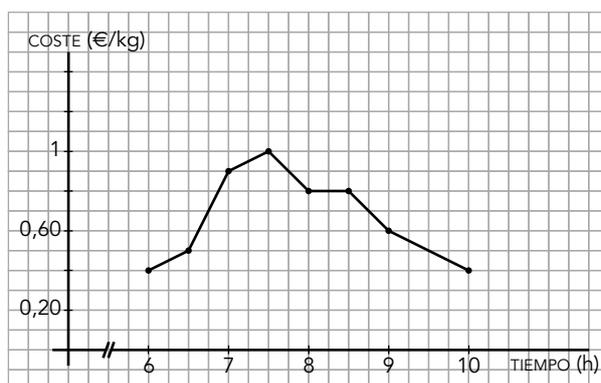
EL MERCADO MAYORISTA

Tus padres tienen una frutería en el barrio. Un día que estás de vacaciones, te vas con tu padre a hacer las compras al mercado de mayoristas.

1. Junto a uno de los distribuidores de tomates, hay un gráfico con los precios de los tomates según transcurren las horas.

a) "¿Podrías decirme los precios máximo y mínimo?".

b) "Me vendría bien que me dijeras en qué periodos los precios suben, en cuáles bajan y en cuáles el precio no varía".



2. Luego pasáis por una empresa que vende cerezas en distintos envases. Tu padre está mirando la tabla de precios según el peso del envase y te hace algunas preguntas.

PESO (kg)	0,5	1	1,5	2	3	5	10
PRECIO/CAJA (€)	1,25	2,5	3,75	5	7,5	12,5	25

a) "Oye, fijate en estos datos. ¿Son directamente proporcionales el peso y el precio de las cajas?".

b) "¿Puedes decirme la ecuación de la función? ¿Es una función de proporcionalidad o una función lineal?".

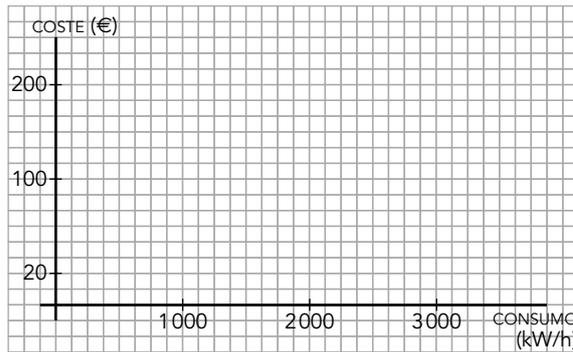
c) "¿Cuál es la pendiente de la recta?".

3. En uno de los locales, tu padre tiene un amigo y hace un descanso hablando con él. "Oye, ¿y sale muy cara la factura de la luz aquí?", le pregunta tu padre. "Pues mira, pagamos una cantidad fija bimestral de 20 €, más 6 céntimos por kilowatio. Creo que aquí tengo los últimos 6 recibos. Vaya, pues solo tengo las lecturas", responde.

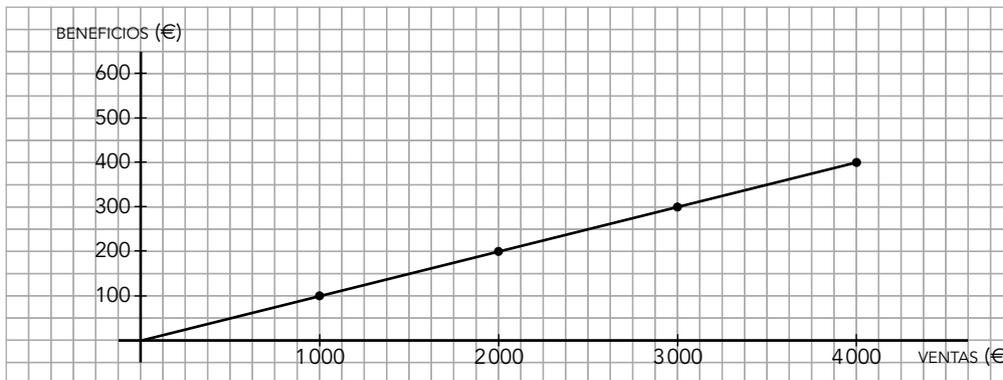
a) Tu padre te dice: "Completa la tabla que nos da el gasto de Ángel y escribe la ecuación que relaciona el coste del recibo con el consumo realizado".

CONSUMO (km)	0	1800	2000	2200	2500	2600	3000
COSTE (€)							

b) "Y, ya que estás, podrías representar gráficamente la función, ¿vale?".



4. Tu padre está pensando en cambiar la frutería por un local en el mercado mayorista. Para ello, necesita algunos datos que le digan si el cambio será rentable o no. Te enseña una gráfica que le ha dado un mayorista de fruta. En ella se ve la relación entre las ventas y los beneficios obtenidos en los últimos 8 días.



a) "¿Qué beneficio obtiene por cada 1000 € vendidos? Exprésalo, además, mediante un porcentaje".

b) "Dime cuál es la ecuación de la función".

c) "¿Cuál debe ser el importe de las ventas para obtener un beneficio de 560 €?".

Unidad 13

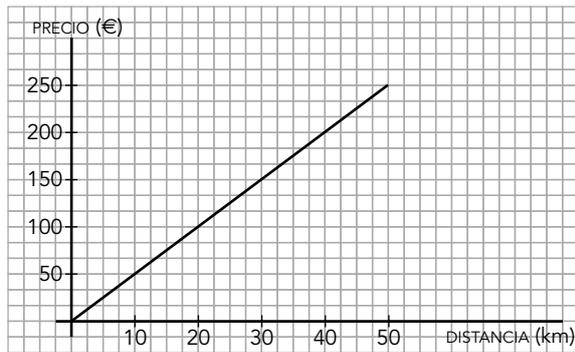
Ficha de trabajo A

1. a)

x (km)	10	20	25	30	40	45	50
y (€)	50	100	125	150	200	225	250

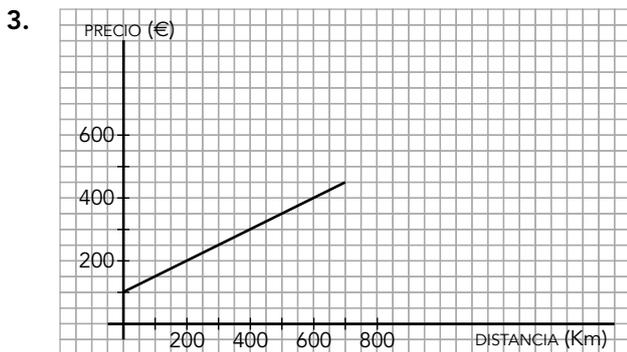
b) La ecuación es $y = 5x$.

c)



2.

x (km)	0	100	200	300	400	450	500	600	700
y (€)	100	150	200	250	300	325	350	400	450



4. a) El camión ha parado dos veces, media hora cada vez. A las 2 horas y a las 3 horas y media.

b) Circula más despacio durante la primera hora y entre las 2,5 h y las 3,5 h del viaje.

c), d) y e) No hay ningún tramo decreciente. Hay dos tramos en los que la función es constante: de 2 h a 2,5 h, y de 3,5 h a 4 h. En los tramos no constantes, la función es creciente.

f) 300 km

Ficha de trabajo B

1. a) El precio mínimo es de 0,40 €, y el máximo, de 1 €.

b) Los precios suben entre las 6 h y las 7,5 h; bajan entre las 7,5 h y las 8 h, y entre las 8,5 h y las 10 h; y se mantienen constantes entre las 8 h y las 8,5 h.

2. a) Sí.

b) La ecuación es $y = 2,5x$. Es una función de proporcionalidad.

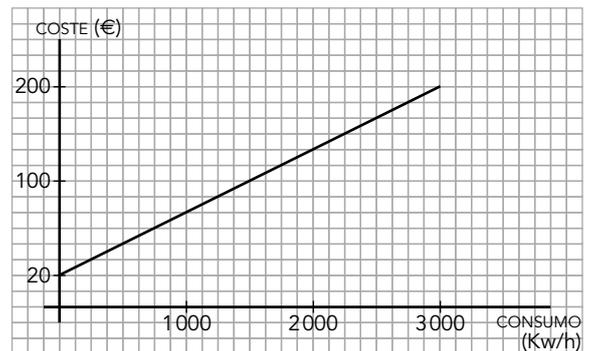
c) La pendiente es 2,5.

3. a)

CONSUMO (kW/h)	0	1800	2000	2200	2500	2600	3000
COSTE (€)	20	128	140	152	170	176	200

La ecuación es $y = 0,06x + 20$.

b)



4. a) Por cada 1000 € vendidos obtiene un beneficio de 100 €; es decir, un 10%.

b) $y = \frac{x}{10}$

c) 5600 €

Lo fundamental de la unidad

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

ESTADÍSTICA

TABLA DE FRECUENCIAS CON DATOS AGRUPADOS

Haz una tabla de frecuencias y construye el histograma correspondiente, con los siguientes datos de las notas de Matemáticas en una clase. Utiliza los intervalos de extremos 0 - 2 - 4 - 6 - 8 - 10.

9,5	0,8	5	6,2	4,5	5,5
3	4,8	7	1,5	2,5	5
7,5	5,2	7	3,5	5	6,5
5,5	3	2,5	4,5	7	5,5
1,5	7,5	4,5	5	3,5	5,5

NOTAS	FRECUENCIA
0 - 2	
2 - 4	



PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

• **Parámetros de centralización**

La **media** de varias cantidades es La **mediana** de un conjunto de datos numéricos es

La **moda** en una distribución estadística es

• **Parámetros de dispersión**

El **recorrido** de una distribución es La **desviación media** de un conjunto de datos es

• **Parámetros de posición**

Si ordenamos un conjunto de datos según una cierta característica:

El **primer cuartil, Q_1** , es mayor que y menor que El **segundo cuartil, Q_2** , también llamado es mayor que y menor que El **tercer cuartil, Q_3** , es mayor que y menor que Los **parámetros de posición** se representan mediante el diagrama

TABLAS DE DOBLE ENTRADA

Observa la tabla siguiente sobre los hábitos de lectura en un grupo de personas.

¿Cuántas mujeres leen revistas?

¿Qué porcentaje de hombres lee libros?

¿Qué porcentaje de personas lee periódicos?

Del total de los que leen cómics, ¿cuál es el porcentaje de mujeres?

	HOMBRES	MUJERES	TOTAL
CÓMICS	15	5	20
LIBROS	17	25	42
REVISTAS	8	15	23
PERIÓDICOS	20	15	35
TOTALES	60	60	120

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

RELAJÁNDOSE EN EL CINE

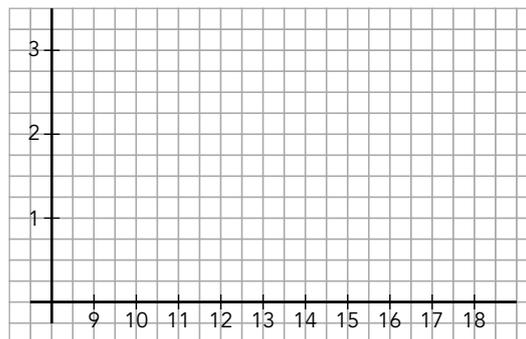
Un viernes por la tarde vas con unos amigos al cine. En la taquilla trabaja Laura, la hermana de uno de tus amigos. Como tenéis mucho tiempo hasta que empiece la película, os quedáis hablando con ella. "Oye, ¿tenéis muchos pases de películas al día?", pregunta uno. "Como hay tantas salas, depende del día. Mirad, aquí tengo los datos de los últimos 16 días":

9, 15, 12, 14, 10, 16, 11, 17, 9, 14, 10, 15, 12, 15, 11, 18

1. "Así no me aclaro", dice Arturo. "Espera, que te hago una tabla de frecuencias", le dices.

N.º DE PASES										
FRECUENCIA										

2. "Bueno, eso me dice algo más, pero ¿no podrías dibujarme un diagrama de barras?", te pide. Dibújasele.

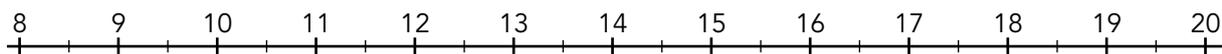


3. "¿Te vale así, o también quieres que te halle la media de los pases? ¡Y la mediana y la moda, si quieres...!". "Ya que te ofreces...". Calcula los tres parámetros a ver si Arturo deja de preguntar.

4. Y Arturo insiste: "Para completar el estudio de los datos, nos queda calcular la desviación media". "Eso lo calculas tú", le contestas. ¿Cuál es el dato que consiguió tu amigo?

DATOS									
DIFERENCIAS A LA MEDIA									

5. Calcula los cuartiles Q_1 y Q_3 de la distribución anterior y construye un diagrama de caja y bigotes.



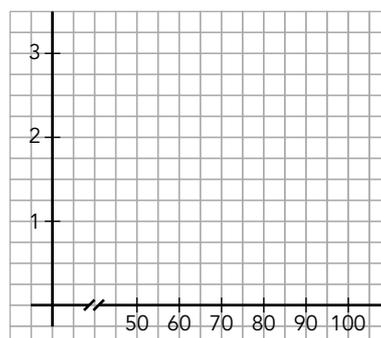
6. Antes de que te pregunten, decides contraatacar: "Laura, ¿suelen venir muchos espectadores a este cine?". "Vamos a ver... Uno de los días en que hubo 10 pases, el número de espectadores que hubo en cada uno de ellos fue:

81, 98, 83, 94, 61, 75, 58, 73, 56, 85"

- a) Marta se ofreció a hacer una tabla de frecuencias. Complétala tú.

INTERVALO	FRECUENCIA
De 50 a 60	
De 60 a 70	
De 70 a 80	
De 80 a 90	
De 90 a 100	

- b) "Y yo haré su representación mediante un histograma", dice Luis. ¿Qué aspecto tenía su representación gráfica?



Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

DOS DEPORTES

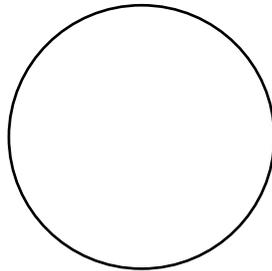
Se están celebrando los campeonatos interescolares. Tu hermana es árbitro de atletismo y vas con ella a una de las competiciones que tiene que dirigir.

1. En la pista te pones al lado del delegado de uno de los equipos. "Perdone, ¿qué edades tienen los participantes?", le preguntas. "Pues los del otro equipo no sé, pero los de mi equipo tienen estas", y te da una tabla de frecuencias.

EDADES	11	12	13	14	15	16
FRECUENCIA	1	3	4	5	1	2

a) Te gustaría saber la media de edad del equipo, así que te pones a calcularla.

b) De tus clases, te acuerdas de que suele ser interesante ver los datos representados gráficamente. Se te ocurre hacer un diagrama de sectores. ¿Cómo te quedó?



2. "Como veo que estás interesado, calcula también la moda, la mediana y los cuartiles de esa distribución".

3. Dibuja un diagrama de caja y bigotes con los datos que tienes de las edades de los atletas.



4. Después te pasas por la cancha de baloncesto. En un panel hay una nota que informa de los puntos obtenidos por los dos equipos que están en la cancha, en los 6 partidos anteriores. Fueron estos:

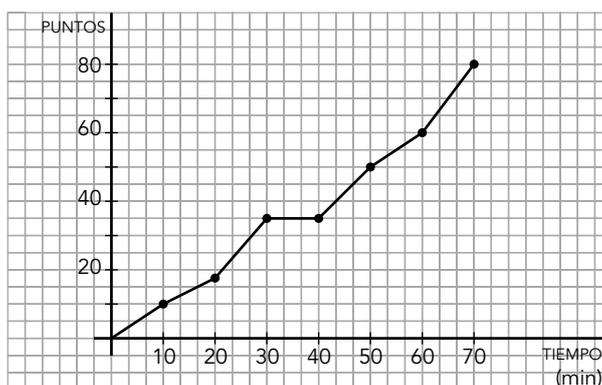
Equipo A: 48, 70, 102, 60, 120, 74

Equipo B: 70, 76, 66, 80, 68, 78

a) En el descanso, te da por calcular la media y la desviación media de los puntos conseguidos por cada equipo. ¿Cuáles son?

b) El delegado, que te ve, te pregunta: "¿En cuál de los dos equipos los resultados son más dispersos?".

5. Entusiasmado con tu labor, el delegado te ofrece que le ayudes durante todo el campeonato, porque ve que con tu interpretación de los datos puede preparar mejor los partidos. "Mira, lo último que te pido hoy: esta gráfica corresponde a un partido jugado por el otro equipo": (Nota: el partido se jugó en dos tiempos separados por un descanso).



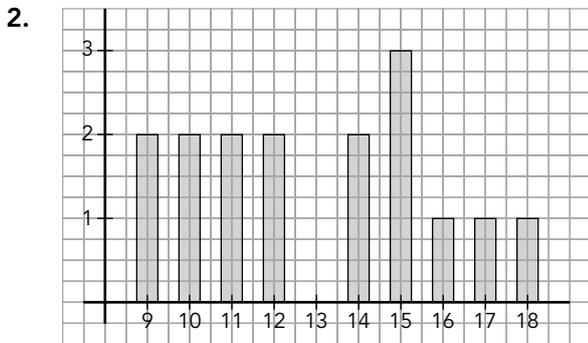
"¿Puedes analizarla, esto es, decirme en qué tramos han conseguido más y menos canastas, si juegan mejor o peor al principio o al final del partido?; ya sabes, todo eso". Entusiasmado con la idea de ayudarle, y tras pensar un rato sobre la gráfica, le contestas.

Unidad 14

Ficha de trabajo A

1. a)

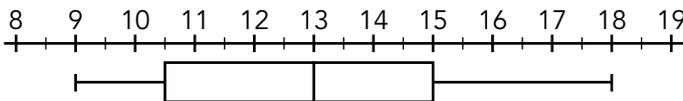
N.º DE PASES	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
FRECUENCIA	2	2	2	2	0	2	3	1	1	1



3. $\bar{x} = 13$; $Me = 13$; La moda es 15.

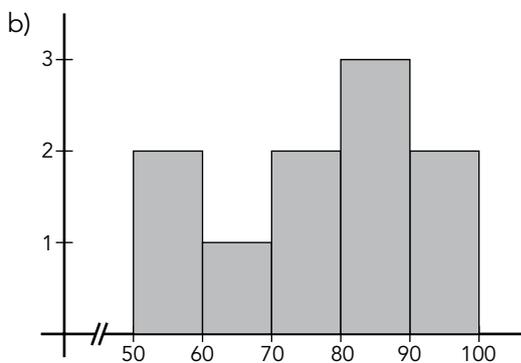
4. $DM = 2,5$

5. $Q_2 = 10,5$; $Q_3 = 15$; $Me = 13$



6. a)

ESPECTADORES	FRECUENCIA
De 50 a 60	2
De 60 a 70	1
De 70 a 80	2
De 80 a 90	3
De 90 a 100	2



Ficha de trabajo B

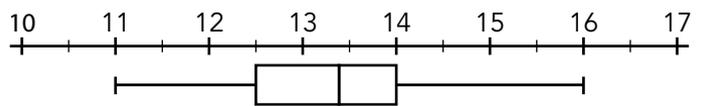
1. a) $\bar{x} = 13,5$

b)



2. La moda es 14; $Me = 13,5$; $Q_1 = 12,5$; $Q_3 = 14$

3.



4. a) Equipo A: $\bar{x} = 79$; $DM \approx 21,3$

Equipo B: $\bar{x} \approx 73$; $DM \approx 5$

b) Los resultados son más dispersos en el equipo A, porque su desviación media es mayor.

5. Han conseguido más canastas en los últimos 10 minutos del partido, y menos canastas en el tramo del minuto 10 al 20.

Han jugado mejor al final del partido y al final de la primera parte que al principio del mismo. Ha habido un descanso de 10 minutos tras la primera media hora.

