



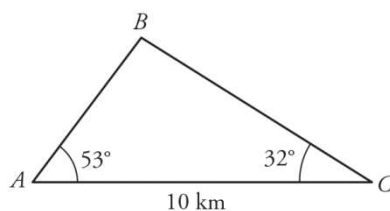
IES Séneca –Córdoba

Curso académico: 2020/21

MATEMÁTICAS I PENDIENTES DE CURSOS ANTERIORES

PRIMERA PARTE: TRIGONOMETRÍA. NÚMEROS COMPLEJOS

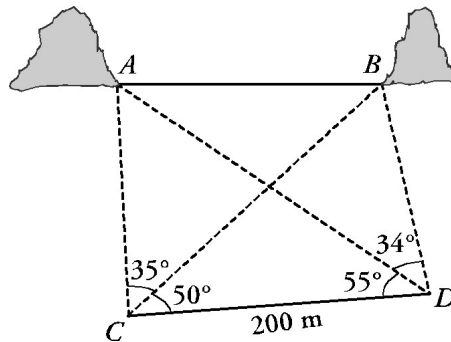
1. Los dos lados iguales de un triángulo isósceles miden 15 cm cada uno, y el lado desigual mide 24 cm. Halla la altura del triángulo sobre el lado desigual y la medida de sus tres ángulos.
2. Halla la longitud de los lados AB y BC en el siguiente triángulo utilizando la estrategia de la altura (trazando la altura sobre el lado AC):



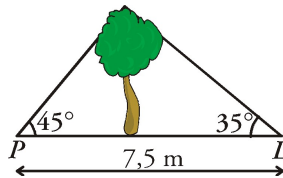
3. Sabiendo que $\sin 25^\circ \approx 0,42$, calcula (sin usar las teclas trigonométricas de la calculadora):
a) $\sin 115^\circ$ b) $\cos 155^\circ$ c) $\operatorname{tg} 335^\circ$
4. Sara y Manolo quieren saber a qué distancia se encuentra un castillo que está en la orilla opuesta de un río. Se colocan a 100 metros de distancia el uno del otro y consideran el triángulo en cuyos vértices están cada uno de los dos, y el castillo. El ángulo correspondiente al vértice en el que está Sara es de 25° y el ángulo del vértice en el que está Manolo es de 140° . ¿A qué distancia se encuentra Sara del castillo? ¿Y Manolo?

5. Queremos calcular la distancia entre dos montañas separadas por un lago. Desde los puntos C y D , situados en una explanada cercana, se han tomado los siguientes datos:

$\overline{CD} = 200$ m, $\widehat{ACB} = 35^\circ$, $\widehat{BCD} = 50^\circ$, $\widehat{ADC} = 55^\circ$, $\widehat{BDA} = 34^\circ$. Calcula $\overline{AB}$.



6. Las diagonales de un rombo miden 10 y 14 cm, respectivamente. Calcula el lado del rombo y sus ángulos.
7. Pablo y Luis están situados cada uno a un lado de un árbol, como indica la figura:



- a) Calcula la altura del árbol.
- b) ¿A qué distancia está Pablo del árbol?
8. Sabiendo que $\cos 40^\circ \approx 0,77$ calcula (sin usar las teclas trigonométricas de la calculadora):
- a) $\sin 50^\circ$ b) $\operatorname{tg} 400^\circ$ c) $\sin 220^\circ$
9. Halla el área y el perímetro de un octógono regular sabiendo que el radio de la circunferencia inscrita mide 6 cm.

10. Halla los lados y los ángulos de este triángulo:

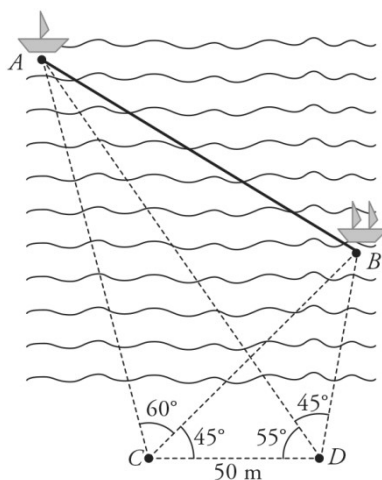


11. Dos de los lados, a y b , de una finca de forma triangular miden 20 m y 15 m , respectivamente. El ángulo comprendido entre estos dos lados es de 70° .

Si deseáramos vallar la finca, ¿cuántos metros de valla necesitaríamos?

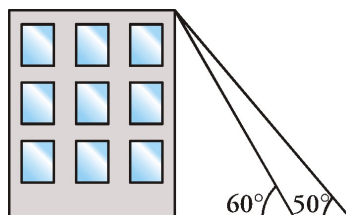
12. Lara y Ángela están en la playa y quieren calcular la distancia entre dos barcos inaccesibles, para ello toman las medidas que se indican en la figura.

Halla la distancia entre los barcos



13. Halla la altura y los ángulos de un trapecio isósceles en el que las bases miden 20 dm y 10 dm respectivamente, y los lados no paralelos miden 13 dm cada uno.

14. Desde el suelo vemos el punto más alto de un edificio con un ángulo de 60° . Nos alejamos 6 metros en línea recta y este ángulo es de 50° . ¿Cuál es la altura del edificio?



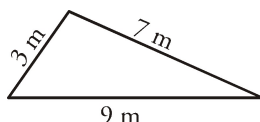
15. Si $\text{sen } \alpha = 0,35$ y $0 < \alpha < 90$, halla sin usar las teclas trigonométricas de la calculadora:

a) $\text{sen } (180^\circ - \alpha)$

b) $\cos (180^\circ + \alpha)$

c) $\text{tg } (270^\circ - \alpha)$

16. Resuelve el siguiente triángulo, es decir, halla sus lados y sus ángulos:



17. En dos estaciones de radio, A y C , que distan entre sí 50 km, son recibidas señales que manda un barco, B . Si consideramos el triángulo de vértices A , B y C , el ángulo en A es de 65° y el ángulo en C es de 80° . ¿A qué distancia se encuentra el barco de cada una de las dos estaciones de radio?

18. Halla el área y el perímetro de un trapecio isósceles, sabiendo que sus lados no paralelos miden 24 dm cada uno, que la base mayor forma un ángulo de 50° con cada uno de los lados iguales, y que cada una de sus diagonales mide 36 dm.

19. Los lados de un paralelogramo miden 12 y 20 cm, respectivamente, y forman un ángulo de 60° . ¿Cuánto mide la altura del paralelogramo? ¿Y su área?

20.

Si $\text{tg } \alpha = \frac{1}{3}$ y α es un ángulo que está en el primer cuadrante, calcula (sin usar las teclas

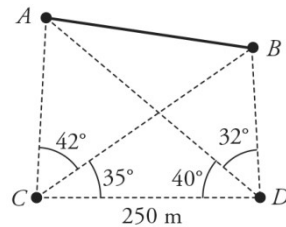
trigonométricas de la calculadora):

a) $\text{sen } (180^\circ - \alpha)$

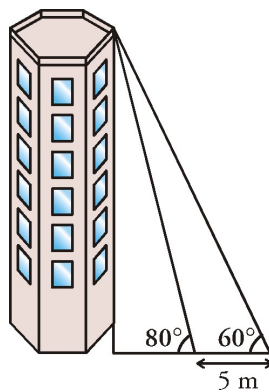
b) $\cos (90^\circ + \alpha)$

c) $\cos (360^\circ - \alpha)$

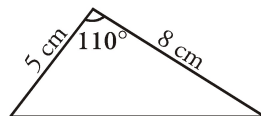
21. Halla la distancia entre dos puntos inaccesibles, A y B , teniendo en cuenta las medidas que aparecen en la figura:



22. Para medir la altura de una torre nos situamos en un punto del suelo y vemos el punto más alto de la torre bajo un ángulo de 60° . Nos acercamos 5 metros a la torre en línea recta y el ángulo es de 80° . Halla la altura de la torre.



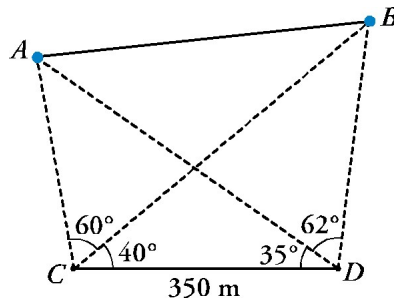
23. Calcula los lados y los ángulos del siguiente triángulo:



24. Se desea unir tres puntos, A , B y C , mediante caminos rectos que unan A con B , B con C y C con A . La distancia de A a B es de 100 metros, el ángulo correspondiente a B es de 50° , y el ángulo en A es de 75° . ¿Cuál es la distancia entre B y C ? ¿Y entre A y C ?

25. Halla el área y el perímetro de un paralelogramo sabiendo que sus diagonales miden 20 cm y 12 cm, y que forman un ángulo de 70° .

26. Se quiere calcular la distancia que hay entre dos barcos A y B . Para ello se toman las siguientes medidas desde dos puntos C y D de la playa: $\overline{CD} = 350$ m, $\widehat{ACB} = 60^\circ$, $\widehat{ADB} = 62^\circ$, $\widehat{ADC} = 35^\circ$, $\widehat{BCD} = 40^\circ$. Calcula $\overline{AB}$.



27. Sabiendo que $\operatorname{sen} \alpha = 0,43$, con $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, halla (sin usar las teclas trigonométricas de la calculadora):

- a) $\operatorname{sen} 2\alpha$ b) $\cos(\alpha + 30^\circ)$

28. Demuestra la igualdad:

$$\frac{2\operatorname{sen} x}{\operatorname{tg} 2x} + \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x} = \cos x$$

29. Resuelve la ecuación:

$$4\cos 2x = 1 - 3\cos x$$

30. Completa esta tabla, expresando el resultado en radianes en función de π :

GRADOS	130°		330°	
RADIANES		$4\pi/3$		$1,5$

31. Sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = 3$, con $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, calcula (sin utilizar las teclas trigonométricas de la calculadora):

a) $\operatorname{tg} 2\alpha$

b) $\operatorname{sen}(30^\circ + \alpha)$

32. Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{\operatorname{sen} x \cos x}{\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x$$

33. Simplifica la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{2}{(1 + \cos x)^2} - \frac{1}{1 + \cos x} \right) : \frac{1}{1 - \cos x}$$

34. Resuelve la siguiente ecuación:

$$\operatorname{sen} x \operatorname{sen} 2x + 2\operatorname{sen}^2 x = 0$$

35. Resuelve la ecuación:

$$\operatorname{sen}(x + 30^\circ) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cos x$$

36. Demuestra que:

$$\cos x + 2\operatorname{sen}^2 \frac{x}{2} = 1$$

37. Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)}{\operatorname{sen}(\alpha + \beta) - \operatorname{sen}(\alpha - \beta)}$$

38. Resuelve la ecuación:

$$\cos 2x + \operatorname{sen}^2 x - \frac{1}{2} = 0$$

39. Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{(\operatorname{sen} x + \cos x) \cdot \cos 2x}{\cos x - \operatorname{sen} x} = 1 + \operatorname{sen} 2x$$

40. Resuelve:

$$\cos^3 x - 3\cos x = 3\cos x \operatorname{sen} x$$

41. Halla en forma binómica y representa la solución obtenida:

a) $\frac{5i^6(-2+i)}{-1+2i}$ b) $\frac{13i^4(2-i)}{3-2i}$

42. Calcula la cuarta potencia del número complejo $z = -2 + 2\sqrt{3}i$.

43. Representa gráficamente los resultados de hallar $\sqrt[3]{1-i}$. ¿Qué figura obtenemos al unir los afijos de las raíces obtenidas?

44. Resuelve: a) $iz^3 + 8 = 0$ b) $z^3 + 8 = 0$

45. Halla a y b para que:

$$\frac{(3+2i)^2 - 2i^5(2+ai)}{1+i} = b + 3i$$

46.

Dados los números complejos: $z = \sqrt{\frac{2\pi}{6}}$, $w = -2\sqrt{2}$, $u = 2+2i$, calcula:

a) $\sqrt[3]{\frac{z}{u}}$ b) $\left(\frac{z \cdot w}{u}\right)^7$

47. Halla las raíces quintas de i y calcula el área del polígono regular que determinan sus afijos.

48. Calcula y representa gráficamente la solución:

a) $\frac{-10i^7(2-3i)}{4+2i}$

b) $\frac{(3-i)i^3}{1-2i}$

c) $\frac{(3+2i)(5-i)-i^{21}(-4+2i)}{7-5i}$

49.

a) Expresa en forma binómica el número complejo $z = 4_{135^\circ}$ y represéntalo gráficamente.

b) Obtén el opuesto y el conjugado de z , en forma binómica y polar.

50.

Dados los números complejos: $z = 1_{\frac{\pi}{3}}$, $w = \sqrt{2}_{\frac{3\pi}{4}}$, $u = 1 - \sqrt{3}i$, calcula:

a) $\frac{z^5 \cdot w}{u}$

b) $\sqrt[5]{z \cdot w}$

51.

Dado el número complejo $z = \sqrt{3} - i$:

a) Represéntalo gráficamente y exprésalo en forma polar.

b) Obtén su opuesto y su conjugado. Exprésalos en forma binómica y polar.

52.

Calcula el valor de z^6 , sabiendo que $z = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$.

53. Halla las raíces cuartas de 16 y represéntalas gráficamente. ¿Qué figura obtienes si unes los afijos de las raíces obtenidas?

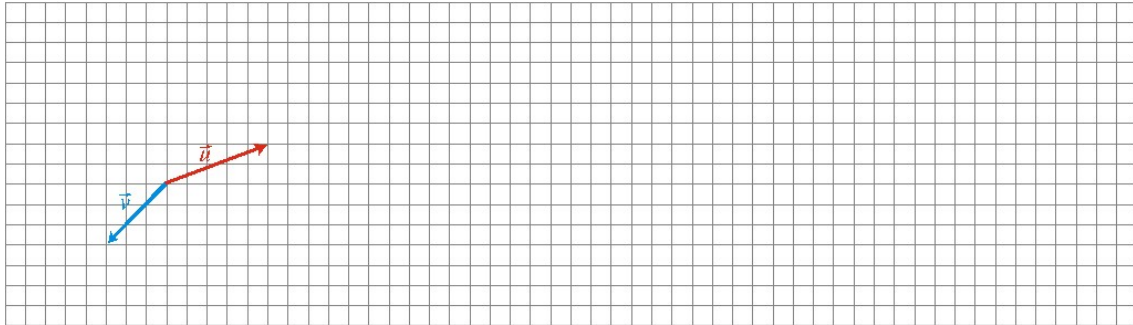
54.

Calcula $\sqrt[4]{\left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - i}\right)^3}$.

SEGUNDA PARTE: VECTORES. GEOMETRÍA ANALÍTICA.
LUGARES GEOMÉTRICOS

1.

a) Dibuja los vectores $\vec{u}-\vec{v}$, $-\vec{u}+\frac{1}{2}\vec{v}$ y $2\vec{u}+3\vec{v}$, siendo $\vec{u}$ y $\vec{v}$ los que muestra la figura:

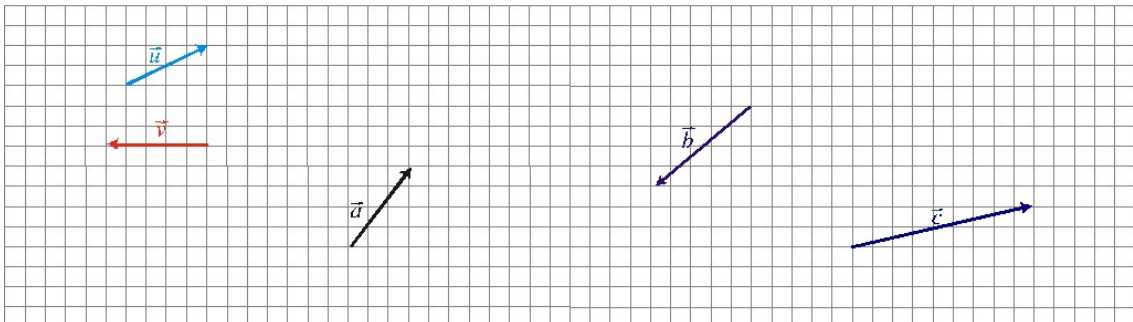


b) Dados los vectores $\vec{a} \left(\frac{2}{3}, -1 \right)$ y $\vec{b} (3, -2)$, obtén las coordenadas de:

$$-3\vec{a}+2\vec{b}; \quad 2\vec{a}-\vec{b}; \quad \vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}$$

2.

a) Expresa los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ como combinación lineal de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$:



¿Cuáles serían las coordenadas de estos vectores respecto a la base formada por los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$?

b) Expresa el vector $\vec{x} (5, -2)$ como combinación lineal de $\vec{y} (1, -2)$ y $\vec{z} \left(\frac{1}{2}, 2 \right)$.

¿Cuáles serían las nuevas coordenadas del vector $\vec{x}$ respecto a la base formada por los vectores $\vec{y}$ y $\vec{z}$?

3.

Dados los vectores $\vec{u}(-2, 1)$, $\vec{v}(4, 3)$ y $\vec{w}\left(-1, \frac{3}{2}\right)$ calcula:

a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$

b) $(2\vec{w} - \vec{v}) \cdot \vec{u}$

c) $(\vec{w} \cdot \vec{v}) \cdot \vec{v}$

4.

Dados los vectores $\vec{u}\left(-1, \frac{4}{3}\right)$ y $\vec{v}(2, -3)$, calcula $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$ y $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$.

5.

Dados los vectores $\vec{u}(-1, 4)$ y $\vec{v}(3, m)$:

a) Calcula m para que $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean perpendiculares.

b) Halla un vector unitario perpendicular a $\vec{u}$.

6.

Dos vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ cumplen que $|\vec{u}| = 5$, $|\vec{v}| = 2$ y $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})} = 45^\circ$. Calcula:

a) $\vec{u} \cdot (-\vec{v})$

b) $(-2\vec{u}) \cdot (3\vec{v} + \vec{u})$

7.

Dados los vectores $\vec{a}(3, 1)$ y $\vec{b}(4, -2)$ calcula un vector de la misma dirección que $\vec{a}$ y cuyo módulo sea igual a la proyección de $\vec{b}$ sobre $\vec{a}$.

8.

Dados los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ tales que $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$ y el ángulo que forman es de 30° , halla $|\vec{a} - \vec{b}|$ y $|\vec{a} + \vec{b}|$.

9.

Dados los vectores $\vec{a}(3, -2)$ y $\vec{b}(5, 2)$, expresa $\vec{a}$ como la suma de dos vectores; uno de la misma dirección que $\vec{b}$ y otro ortogonal a $\vec{b}$.

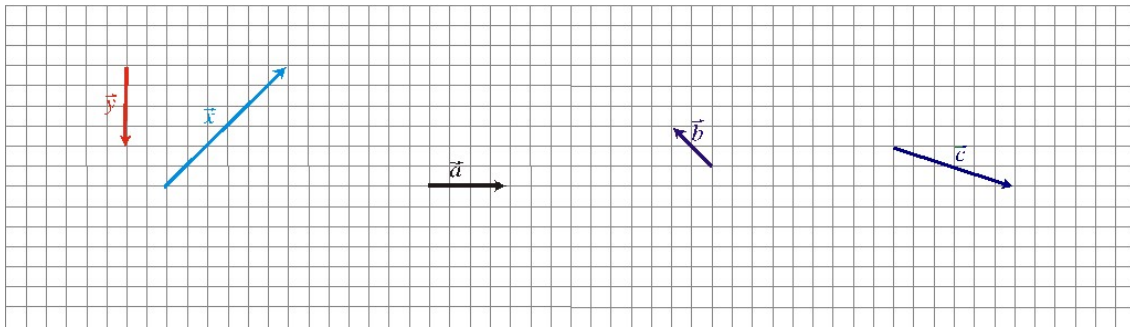
10.

Dado el vector $\vec{a}(2, 5)$ referido a una base ortonormal, ¿cómo son los vectores $\vec{b}(5, -2)$, $2\vec{b}$, $3\vec{b}$,... respecto de $\vec{a}$?

Busca otro vector $\vec{c}$ que cumpla la misma característica.

11.

a) Escribe los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ como combinación lineal de $\vec{x}$ e $\vec{y}$:



Da las coordenadas de estos vectores respecto a la base formada por los vectores

$\vec{x}$ e $\vec{y}$.

b) Halla las coordenadas del vector $\vec{w}(1, 0)$ con respecto a la base formada por $\vec{u}\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ y $\vec{v}(-3, 2)$

12.

a) Calcula m de modo que el producto escalar de $\vec{a}(3, -2)$ y $\vec{b}(m, 5)$ sea igual a 5.

b) Calcula la proyección de $\vec{a}$ sobre $\vec{c}$, siendo $\vec{c}(1, -3)$.

13.

Si $\vec{x}(2, -4)$ e $\vec{y}\left(3, \frac{5}{2}\right)$. Calcula:

a) Dos vectores unitarios con la misma dirección que $\vec{x}$.

b) El ángulo formado por $\vec{x}$ e $\vec{y}$.

14.

Dados los vectores $\vec{a}(4, -1)$ y $\vec{b}(2, -3)$ calcula un vector $\vec{u}$ perpendicular a $\vec{b}$ tal que $\vec{a} \cdot \vec{u} = 10$.

15.

Dados los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ tales que $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 6$ y el ángulo que forman $\vec{a}$ y $\vec{b}$ es de 60° . Halla $|\vec{a} + \vec{b}|$ y $|\vec{a} - \vec{b}|$.

16.

Dados los vectores $\vec{a}(3, 4)$ y $\vec{b}(6, 1)$, expresa $\vec{b}$ como suma de dos vectores: uno de la misma dirección que $\vec{a}$ y otro ortogonal a $\vec{a}$.

17.

Dados los vectores $\vec{u}(2, -1)$, $\vec{v}\left(\frac{1}{3}, 2\right)$ y $\vec{w}(-1, 3)$, calcula:

a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$

b) $(2\vec{u} + 3\vec{v}) \cdot \vec{w}$

c) $(\vec{u} \cdot \vec{w}) \cdot \vec{u}$

18.

Dados los vectores $\vec{u}\left(\frac{2}{5}, -1\right)$ y $\vec{v}(-5, 3)$, calcula $|\vec{u}|$, $|\vec{v}|$ y $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$.

19.

Considera dos vectores $\vec{x}(a, 3)$ e $\vec{y}(-1, b)$. Halla los valores de a y b para que $\vec{x}$ e $\vec{y}$ sean perpendiculares y que $|\vec{x}| = 5$.

20.

Halla m y n para que los vectores $\vec{a}(m, -4)$ y $\vec{b}(5, n)$ cumplan que $\vec{a} + \vec{b}$ sea ortogonal a $\vec{c}(1, 6)$ y $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{37}$.

21.

Si $\vec{a}\left(\frac{1}{4}, -3\right)$ y $\vec{b}(4, 2)$, calcula:

- a) Un vector unitario con la misma dirección y sentido que $\vec{b}$.
- b) El ángulo formado por $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

22.

Dados los vectores $\vec{a}(1, x)$ y $\vec{b}\left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right)$:

- a) Calcula x para que $\vec{a}$ y $\vec{b}$ sean perpendiculares.
- b) Halla dos vectores unitarios perpendiculares a $\vec{b}$.

23.

- a) Averigua el punto simétrico de $A(5, -1)$ con respecto a $B(4, -2)$.
- b) Halla el punto medio del segmento de extremos $A(5, -1)$ y $B(4, -2)$

24. Escribe las ecuaciones de las rectas que se indican:

- a) Ecuación continua de la recta $3x - y + 1 = 0$.
- b) Ecuación explícita de la recta que pasa por $(0, -1)$ y es paralela al vector $(3, 2)$.
- c) Ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por $\left(3, \frac{1}{2}\right)$ y tiene pendiente -1 .

25. Dadas las rectas:

$$r : 3x - y + 1 = 0 \quad s : y = -\frac{1}{3}x + 1$$

Estudia su posición relativa. Si son secantes, calcula su punto de corte.

26.

Halla la ecuación implícita de la recta perpendicular a $r : \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \end{cases}$

que pasa por el punto $P(1, 1)$.

27. Halla el ángulo que forman las rectas:

$$r : y = 3x - 2 \quad s : \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$$

28. Halla la distancia de P a Q y de P a r , siendo:

$$P(-1, -1), Q(2, -3) \text{ y } r : 3x - y + 6 = 0$$

29. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(-1, 3)$ y forma un ángulo de 45° con la recta $r : 2x - y + 1 = 0$.

30. Considera los puntos $A(-1, 3)$, $B(2, 6)$ y $C(x, y)$. Halla los valores de x e y para que C sea:

a) El punto medio del segmento de extremos A y B .

b) El simétrico de A con respecto a B .

31. Halla las ecuaciones que se indican en cada caso:

a) Ecuación general de la recta paralela a $\vec{v}(2, -4)$ que pasa por $\left(0, \frac{1}{2}\right)$.

b) Ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por $\left(3, -\frac{1}{3}\right)$ y tiene pendiente -2 .

c) Ecuación continua de la recta que pasa por $A(0, 2)$ y $B(3, -1)$.

32. Dadas las rectas:

$$r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases} \quad s: \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 2 + 6t \end{cases}$$

averigua su posición relativa. Si se cortan, di cuál es el punto de corte.

33. Halla el valor de k para que las rectas

$$2x - 3y + 4 = 0 \quad -3x + ky - 1 = 0$$

sean perpendiculares.

34. Halla el ángulo que forman las rectas:

$$r: 2x + 3y - 1 = 0 \quad s: 4x - y + 2 = 0.$$

35. Halla el valor de k para que la distancia del punto $P(2, k)$ a la recta

$$r: x - y + 3 = 0 \text{ sea } \sqrt{2}.$$

36. Halla el área del paralelogramo de vértices $A(1, 1)$, $B(5, 2)$, $C(4, 4)$ y $D(0, 3)$.

37. Dados los puntos $A(2, -1)$, $B(-3, 4)$ y $C(0, -8)$:

a) Halla el punto medio del segmento de extremos A y B .

b) Halla el simétrico de B con respecto a C .

38. Halla las coordenadas del baricentro del triángulo de vértices $A(2, -3)$, $B(4, 1)$ y $C(-1, 2)$.

39. Escribe las ecuaciones que se indican en cada caso:

a) Ecuación implícita de la recta que pasa por $(2, -3)$ y tiene como vector dirección $(4, -1)$.

b) Ecuaciones paramétricas de la recta $2x + y - 3 = 0$.

c) Ecuación general de la recta $\frac{x-1}{3} = -\frac{y}{2}$.

40. Halla las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por $(-1, 5)$ y es perpendicular a la recta $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{-2}$.

41. Halla el ángulo que forman las rectas:

$$r: \begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -1 + 3t \end{cases} \quad s: \begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$$

42. Calcula la distancia del punto $P(3, 5)$ a la recta $r: y = 2x - 3$.

43. Dado el triángulo de vértices $A(-1, -1)$, $B(1, 4)$ y $C(5, 2)$, se pide:

a) El ortocentro.

b) El circuncentro.

c) El baricentro.

44. Calcula los vértices y el área del triángulo cuyos lados están sobre las rectas:

$$r: x - y - 2 = 0 \quad s: 2x + 3y - 9 = 0 \quad t: x = 0$$

45. Dados los puntos $A(2, -3)$, $B(-1, 4)$ y $C(x, 3)$, determina el valor de x para que A , B y C estén alineados.

46. Obtén las ecuaciones que se indican en cada caso:

a) Ecuación implícita de la recta perpendicular a $\vec{v}(3, 2)$ que pasa por $(1, 4)$.

b) Ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por $A(0, 3)$ y $B(4, 1)$.

c) Ecuación continua de la recta que pasa por $(1, -2)$ y tiene pendiente 3.

47. Escribe la ecuación implícita de la recta que pasa por $P(-1, 2)$ y es paralela a la recta: $3x - y + 4 = 0$

48. Halla la distancia del punto $P(2, -1)$ a la recta:

$$r: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$$

49. Halla las coordenadas del punto simétrico de $P(3, -4)$ respecto a la recta $r: -3x + y + 2 = 0$.

50. Halla el área del triángulo de vértices:

$$A(3, 1) \ B(6, -2) \ C(0, -4)$$

51. Halla el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de $A(2, 3)$ y $B(4, 1)$.

52. Halla el lugar geométrico de los puntos, P , del plano cuya distancia a $A(2, 0)$ sea el doble de la distancia a $B(-1, 0)$. Identifica la figura resultante.

53.

Estudia la posición relativa de la recta $y = \frac{8-4x}{3}$ y la circunferencia $x^2 + y^2 - 12x - 6y + 20 = 0$.

54. Halla el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de las rectas

$$r_1: x + 3y - 1 = 0 \quad \text{y} \quad r_2: 3x - y + 4 = 0.$$

55.

a) Halla el centro y el radio de la circunferencia de ecuación:

$$2x^2 + 2y^2 - 8x - 12y + 8 = 0$$

b) Escribe la ecuación de la circunferencia de radio 5, que es concéntrica a la del apartado anterior.

56. Halla la posición relativa de la recta $r: x + y = 2$ con respecto a la circunferencia

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$$

57. Identifica y halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos, P , del plano tales que su distancia a la recta $r_1: x + y + 1 = 0$ sea igual que su distancia a la recta $r_2: 2x + 2y + 4 = 0$.

58. Halla la ecuación de la circunferencia tangente a la recta $4x + 3y - 25 = 0$ y cuyo centro es el punto de intersección de las rectas $3x - y - 7 = 0$ y $2x + 3y - 1 = 0$.

59. Estudia la posición relativa de la recta $r: 2x + y = 1$ y la circunferencia

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0.$$

60. Escribe la ecuación de la circunferencia con centro en el punto $(2, -3)$ y que es tangente a la recta $3x - 4y + 5 = 0$.

61. Obtén el valor de k para que la recta $s: x + y + k = 0$ sea tangente a la circunferencia

$$x^2 + y^2 + 6x + 2y + 6 = 0.$$