TEMA 1.- Números reales

1. Clasifica cada número en el conjunto "**más pequeño**" al que pertenezca ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, o a ninguno de ellos). Razona tu respuesta en aquellos casos que sea necesario.

a) $7,2343$; b) $\sqrt[4]{-16}$; c) $-\dfrac{42}{14}$; d) $-12,10110011100011110000\ldots$; e) $\sqrt{625}$; f) $\sqrt[5]{-5}$; g) $\dfrac{4}{12}$; h) 5; i) -7;

j) $0,23$; k) $\dfrac{5}{4}$; l) $\sqrt{\dfrac{18}{2}}$; m) $-\sqrt{3}$; n) $\sqrt[3]{-5}$; ñ) $\dfrac{\pi}{2}$; o) $4,\widehat{7}$; p) $\sqrt{-4}$; q) $\sqrt[3]{-\dfrac{64}{27}}$; r) $\ln_7 343$; s) $81^{\frac{1}{4}}$; t) $\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$

2. Utilizando las propiedades de las potencias simplifica las siguientes expresiones:

a) $\dfrac{2^3\cdot(-4)^2\cdot 3^2}{6^3\cdot(-9)^3}$ **b)** $\dfrac{2^{-4}\cdot(-4)^2\cdot 3\cdot 9^{-1}}{(-2)^{-5}\cdot 8\cdot 9\cdot 3^2}$ **c)** $\dfrac{(a\cdot b)^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{-1}{2}}\cdot b^{-2}}$ **d)** $\left(\dfrac{2}{6}\right)^{-1}\cdot\left(\dfrac{3}{10}\right)^{-2}\cdot\left(\dfrac{12}{5}\right)^{4}$

e) $\dfrac{\left(2^{-1}\cdot 3^2\right)^{-3}}{8^2\cdot 3^{-3}}$ **f)** $\left(\left((-2)^{-3}\right)^4\right)^{-1}$ **g)** $\dfrac{(-5)^3\cdot(-8)^3\cdot(-9)^2}{15^{-2}\cdot(-20)^4}$

3. Simplifica las siguientes expresiones con radicales, extrayendo factores del radical en los casos que sea posible:

a) $\sqrt[3]{24}$; b) $\sqrt[6]{27}$; c) $\sqrt[3]{-108}$; d) $\sqrt[12]{64y^3}$; e) $\sqrt[4]{\dfrac{81}{64}}$; f) $3\sqrt{8a^3}$; g) $\sqrt{x^4y^6}$; h) $\sqrt{\dfrac{125a^2}{16b}}$;

4. Reduce a índice común y ordena de menor a mayor:

a) $\sqrt[4]{4}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt{2}$; b) $\sqrt{6}$, $\sqrt[3]{4}$; c) $\sqrt[4]{6}$, $\sqrt[5]{10}$; d) $\sqrt[4]{72}$, $\sqrt[3]{9}$, $\sqrt[6]{100}$

5. Efectúa y simplifica. Extrae factores, si es posible:

a) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{2}$; b) $\dfrac{\sqrt[8]{625}}{\sqrt[4]{25}}$; c) $4\sqrt{27}\cdot 5\sqrt{6}$; d) $2\sqrt{\dfrac{4}{3}}\cdot\sqrt{\dfrac{27}{8}}$; e) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{\dfrac{1}{8}}$; f) $\left(\sqrt[6]{32}\right)^3$; g) $\dfrac{\sqrt[4]{a^3}\cdot\sqrt[5]{a^4}}{\sqrt{a}}$;

h) $\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{1}{a}}\cdot\sqrt{a}$; i) $\left(\dfrac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3$; j) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{4}}$; k) $\sqrt[3]{2\sqrt[4]{8}}$; l) $\dfrac{\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt[3]{4}}}$; m) $\sqrt[3]{\sqrt{16}}$; n) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$;

6. Simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a) $5\sqrt{125}+6\sqrt{45}-7\sqrt{20}+\dfrac{3}{2}\sqrt{80}$; b) $\sqrt[3]{16}+2\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{54}-\dfrac{21}{5}\sqrt[3]{250}$; c) $\sqrt{125}+\sqrt{54}-\sqrt{45}-\sqrt{24}$;

d) $3\sqrt[3]{16}-2\sqrt[3]{250}+5\sqrt[3]{54}-4\sqrt[3]{2}$; e) $\sqrt{\dfrac{2}{5}}-4\sqrt{\dfrac{18}{125}}+\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{8}{45}}$; f) $\dfrac{1}{3}\sqrt{5}-\dfrac{1}{6}\sqrt{20}+\dfrac{1}{8}\sqrt{45}$;

7. Efectúa las siguientes operaciones y simplifica:

a) $\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}+2\right)$; b) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$; c) $\left(\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$; d) $\left(2-\sqrt{5}\right)\left(3+2\sqrt{5}\right)$; e) $\left(1-\sqrt{2}\right)^3$;

f) $\left(1-\sqrt{3}\right)\left(\dfrac{1+\sqrt{3}}{-2}\right)$; g) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{6}-1\right)$; h) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)$; i) $\left(\sqrt{6}+\sqrt{5}\right)2\sqrt{2}$;

8. Expresa los siguientes conjuntos mediante intervalos:

a) $\{x\in\mathbb{R} : -2<x\le 8\}$; b) $\{x\in\mathbb{R} : 4\le x\le 12\}$; c) $\{x\in\mathbb{R} : 1<x\}$; d) $\{x\in\mathbb{R} : x\le 5\}$; e) $\left\{x\in\mathbb{R} : x>\dfrac{1}{2}\right\}$

9. Considera los números $A=3{,}2\cdot 10^{7}$, $B=5{,}28\cdot 10^{4}$ y $C=2{,}01\cdot 10^{5}$. Calcula el valor de $\frac{B+C}{A}$. Expresa el resultado con tres cifras significativas y da unta cota del error absoluto y otra del error relativo cometidos.

10. Calcula en notación científica sin usar la calculadora. Expresa el resultado en notación científica.

a) $(800000:0{,}0002)\cdot 0{,}5\cdot 10^{12}$; b) $0{,}486\cdot 10^{-5}+93\cdot 10^{-9}-6\cdot 10^{-7}$

11. Opera con la calculadora utilizando tres cifras significativas:

a) $\left(3{,}87\cdot 10^{15}\cdot 5{,}96\cdot 10^{-9}\right):\left(3{,}941\cdot 10^{-6}\right)$; b) $8{,}93\cdot 10^{-10}+7{,}64\cdot 10^{-10}-1{,}42\cdot 10^{-9}$

12. Calcula el valor de x en cada caso, utilizando la definición de logaritmo:

a) $\log_2 64 = x$ b) $\log_x 64 = 3$ c) $\log_3 x = 4$

13. Utilizando la definición de logaritmo, calcula:

a) $\log_2 32 + \log_3 \sqrt[3]{81} - \log_5 \frac{1}{25}$

b) $\log_2 \frac{1}{8} + \log_3 \sqrt{27} - \log_4 1$

14. Indica si es verdadero o falso razonando tu respuesta:

a) $\log 1000x = 3 \log x$

b) $2\log x - \frac{3}{4}\log y + 3\log z = \log \frac{x^2}{\sqrt[4]{y^3 z^3}}$

TEMA 2.- Aritmética mercantil

1. En un pueblo que tenía 200 habitantes, ahora viven solamente 80 personas. ¿Qué porcentaje representa la disminución de la población?

2. El precio de un artículo ha aumentado en un 2%; pero, después, ha tenido una rebaja de un 5%. Calcula el índice de variación total y la disminución porcentual del precio.

3. Por un artículo que estaba rebajado un 12% hemos pagado 26,4 euros. ¿Cuánto costaba antes de la rebaja?

4. El precio de una raqueta de tenis subió un 20% y después la rebajaron un 15%. Si su precio actual es de 110,16 euros, ¿cuánto costaba antes de la subida? Di cuál es el índice de variación y explica su significado.

5. Un ordenador cuesta 1 036 euros sin I.V.A. Sabiendo que se aplica un 16% de I.V.A., ¿cuál será su precio con I.V.A.?

6. Un contrato de alquiler ha subido un 2% anual durante los tres últimos años. Calcula el precio mensual que tendremos que pagar actualmente, sabiendo que hace 3 años pagábamos 420 euros al mes.

7. Halla en cuánto se transforman 3 000 euros depositados durante un año al 8% anual si los periodos de capitalización son trimestrales.

8. Calcula en cuánto se transforman 800 euros al 10% anual, en un año, si los periodos de capitalización son mensuales.

9. Durante 4 años, depositamos al principio de cada año 1 000 euros al 5% con pago anual de intereses. ¿Cuánto dinero tendremos acumulado al final del cuarto año?

10. Una persona ingresa en un banco, al principio de cada año, 400 euros, durante 6 años. Calcula el dinero que habrá acumulado al final del sexto año sabiendo que el banco le da un 5% de interés anual.

11. Un coche cuesta 12 000 euros. Nos conceden un préstamo para pagarlo en 48 mensualidades con un interés del 6% anual. ¿Cuál será la cuota mensual que tendremos que pagar?

12. Tenemos que amortizar 30 000 euros en 3 años, con un 8% de interés anual, de modo que cada año pagaremos la tercera parte del capital total más los intereses del capital pendiente. Calcula lo que hay que pagar cada año.

13. Calcula el valor de la anualidad con la que se amortiza un préstamo de 25 000 euros en 6 años al 10% de interés anual.

14. Una persona, al cumplir los 40 años, decide hacer un plan de ahorros. Llega con el banco a un acuerdo de capitalizar trimestralmente al 3% anual, depositando 90 € al inicio de cada trimestre. ¿Qué capital obtendrá al cumplir 60 años?

15. ¿Qué anualidad tendríamos que abonar al principio de cada año durante 12 años para capitalizar o conseguir 18000 € al 3% anual?

16. Colocamos 600 € al 2% anual con capitalización trimestral. ¿A qué tanto por ciento anual hemos de colocar el mismo capital para conseguir el mismo montante con capitalización anual? (TAE)

17. En el Mercado de Ocasión del coche usado nos venden un coche por 1800 €. La empresa tiene una entidad financiera, la cual cobra un 2% anual. ¿Cuál debe de ser la amortización mensual para saldar la deuda en 2 años?

18. La empresa Frío Industrial ha adquirido una máquina por la que se compromete a pagar 12000 € en el momento de la adquisición, y 5000 € al final de cada año, durante 10 años. Si se aplica un 2% anual, ¿cuál es el valor de la máquina?

TEMA 3.- Álgebra

1. Resolver las ecuaciones polinómicas:

a) $2x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 6 = 0$ **b)** $x^4 + 12x^3 - 64x^2 = 0$ **c)** $2x^3 - 7x^2 + 8x - 3 = 0$
d) $x^3 - x^2 - 4 = 0$ **e)** $x^2 (x-3)(x+1)= 0$ **f)** $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$
g) $x^2 - 4 = 0$ **h)** $7x^2 - 9x = 0$ **i)** $3x^2 - x - 10 = 0$

2. Resolver las ecuaciones bicuadradas

a) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ **b)** $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
c) $x^4 - 61x^2 + 900 = 0$ **d)** $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$
e) $x^4 - 16x^2 - 225 = 0$ **f)** $x^6 - 7x^3 + 6 = 0$

3. Resolver las ecuaciones racionales:

a) $\frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{x-1} = 0$ **b)** $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x^2-4}$ **c)** $\frac{3}{x} = 1 + \frac{x-13}{6}$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones radicales:

a) $\sqrt{5x+4} - 1 = 2x$ **b)** $\sqrt{x^2 - 13 + x - 13} = 0$ **c)** $\sqrt{2x-3} - x = -1$
d) $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x-1} = 1$ **e)** $3\sqrt{x-1} + 11 = 2x$ **f)** $\sqrt{x} + \sqrt{x-4} = 2$
g) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$ **h)** $2x + 1 + \sqrt{x^2 - x + 3} = 0$ **i)** $\sqrt{9+x} - 5 = \frac{2x+1}{3}$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $5^{2x-1} = \sqrt[3]{25^{x^2 - \frac{1}{4}}}$ **b)** $4^{x+1}+2^{x+3}-320=0$ **c)** $2^{x-1}+2^{x-2}+2^{x-3}+2^{x-4}=960$

d) $3^{2(x+1)}-28\cdot 3^x+3=0$ **e)** $3^x+3^{1-x}=4$ **f)** $4e^{-3x}-5e^{-x}+e^x=0$
g) $10^{3-x}= 1$ **h)** $2^{1-x^2} = \frac{1}{8}$ **i)** $9 \cdot 3^{x-1} = 243$

j) $\frac{8^{x-1}}{2^{3-x}} = 64 \cdot 4^x$ **k)** $7^{x+1} - 49 = 2352$ **l)** $3^x + \frac{1}{3^{x+1}} = \frac{28}{9}$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $(x^2-5x+9)\lg 2+\lg 125=3$ **b)** $\lg(2^{2-x})^{2+x}+\lg 1250=4$ **c)** $\frac{\lg 2 + \lg(11 - x^2)}{\lg(5-x)} = 2$

d) $3\lg x - \lg 32 = \lg(x/2)$ **e)** $5\,lg\,\frac{x}{2} + 2\,lg\,\frac{x}{3} = 3\,lg\,x - lg\,\frac{32}{9}$ **f)** $5 \log_2 (x+3) = \log_2 32$

g) $lg\sqrt{3x+1} - lg\sqrt{2x-3} = 1 - lg\,5$ **h)** $3\cdot \log x - \log 30 = \log \frac{x^2}{5}$ **i)** $\frac{1}{2} \log (2x+3) = \log x$

7. Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 2 + \sqrt{x+y} = x + 1 \\ 2x - y - 5 = 0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3 \cdot 5^x + 2 \cdot 6^{y+1} = 807 \\ 15 \cdot 5^{x-1} - 6^y = 339 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} lg\,x + lg\,y = 3 \\ 2\,lg\,x - 2\,lg\,y = -1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \lg x + \lg y = 2 \\ x - y = 20 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} \lg x - \lg y = \lg 56 - \lg 20 \\ \lg x + \lg y = 1 + \lg 20 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} \lg_y (9-x) = 1/2 \\ \lg_x (y+9) = 2 \end{cases}$

g) $\begin{cases} \lg x - \lg y = 1 \\ x + y = 22 \end{cases}$ **h)** $\begin{cases} \lg_x (y-18) = 2 \\ \lg_y (x+3) = 1/2 \end{cases}$ **i)** $\begin{cases} \lg_2 (3^y - 1) = x \\ 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = 6 \end{cases}$

8. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a) $\begin{cases} x-y+3z=4 \\ 2x-y-z=6 \\ 3x-2y+2z=10 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x-y-2z=-1 \\ 2x-3y+4z=4 \\ 5x-y+3z=16 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 2x-y=5 \\ x+2y-z=-1 \\ 3y-z=-4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+z=4 \\ -x+2y+z=6 \\ y+z=0 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} 2x-5y+3z=4 \\ x-2y+z=3 \\ 5x+y+7z=11 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} x-y+3z=-4 \\ x+y+z=2 \\ x+2y-z=6 \end{cases}$

9. En un avión viajan el cuádruple de hombres que de mujeres y la mitad de niños que de mujeres, en total viajan 165 personas .¿Qué número corresponde a cada tipo de persona?

10. La suma de las edades de un padre y de sus dos hijos es 48. Dentro de diez años el doble de la suma de las edades de los hijos excederá en 6 años a la edad del padre. Cuando nació el pequeño, la edad del padre excedía 26 unidades al triple de la edad que tenía el hijo mayor. Calcula la edad de los tres.

11. La suma de tres números es1.110. Determínalos sabiendo que la mitad del tercero, más diez veces el primero, es igual al séxtuplo del segundo; y que el doble del segundo, más cinco veces el primero, es igual a la cuarta parte del tercero.

12. Un grupo de personas se reúne para ir de excursión, juntándose un total de 20 entre hombres, mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos, su número resulta ser el triple del número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al de hombres. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños han ido de excursión?

13. Tenemos 95 billetes de valores 10, 20, y 50 €, por un total de 2.000 € entre unos y otros. El nº de billetes de 10 € es doble que el nº de billetes de 20 €. ¿Cuántos hay de cada valor?

14. La diferencia entre la base y la altura de un rectángulo es 4 m. Halla las dimensiones sabiendo que el área es 60 m^2

15. La suma de las edades en años de los cuatro miembros de una familia es 100. Si el padre es 2 años mayor que la madre, y la misma diferencia hay entre la hija mayor y su hermano, que nació cuando su madre tenía 28 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

TEMA 4.- Funciones elementales

1. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = x^4 - 2x^2$ **b)** $y = \dfrac{1}{x^2 - 2x}$ **c)** $y = \sqrt{6 + 3x}$

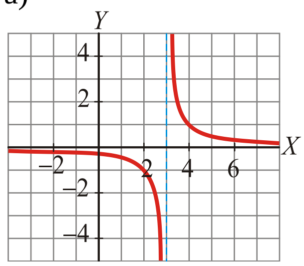
d) $y = \dfrac{\sqrt{x^2 - 4}}{x + 1}$ **e)** $y = \ln(x^2 - 4x + 3)$ **f)** $y = \log_2(3 - x)$

2. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

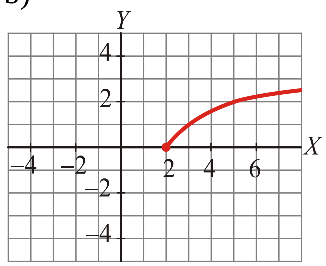
a) $y = \dfrac{2x}{(x-3)^2}$ **b)** $y = \dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$

3. A partir de la gráfica de las siguientes funciones, indica cuál es su dominio de definición y su recorrido:

a)



b)



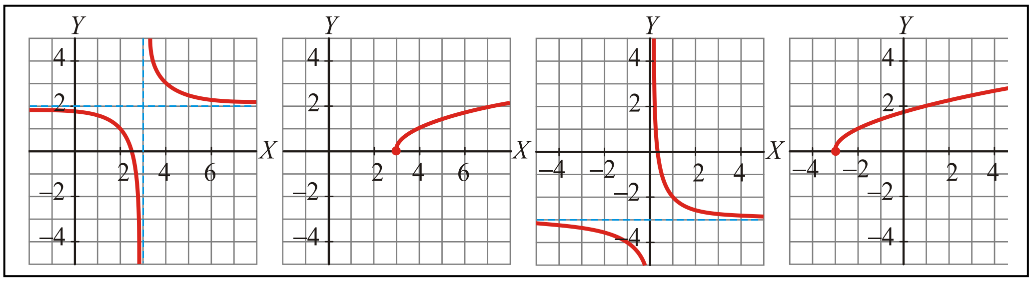
4. Asocia cada gráfica con su correspondiente expresión algebraica:

a) $y = \dfrac{1}{x} - 3$

b) $y = \sqrt{x - 3}$

c) $y = \dfrac{1}{x - 3} + 2$

d) $y = \sqrt{x + 3}$



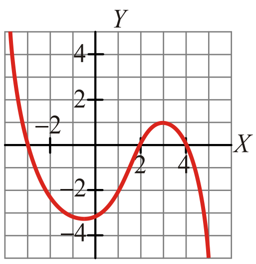
5. Representa las funciones: **a)** $y = \log_3(x)$ **b)** $y = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ ¿Qué relación existen entre las gráficas?

6. Representa gráficamente:

a) $y = |2x + 4|$ **b)** $y = \sqrt{2x}$

c) $y = |2x^2 + x - 3|$ **d)** $y = |-x^2 + 2x - 3|$

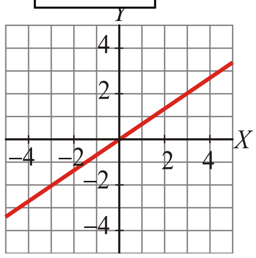
7. Representar $y = |f(x)|$

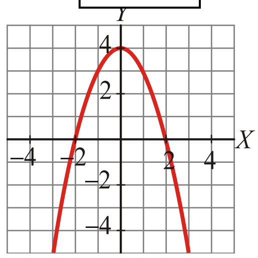


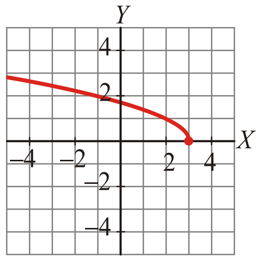
8. Asocia cada una de estas gráficas con su correspondiente ecuación:

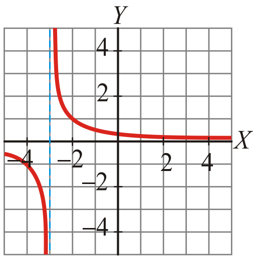
a) $y=\frac{2}{3}x$ **b)** $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$ **c)** $y=\log_3 x$

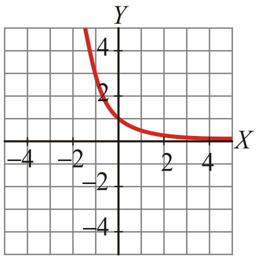
d) $y=-x^2+4$ **a)** $y=\frac{1}{x+3}$ **d)** $y=\sqrt{3-x}$

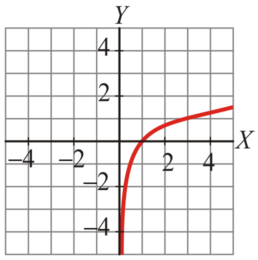












9. En algunos países se utiliza un sistema de medición de la temperatura distinto a los grados centígrados que son los grados Fahrenheit. Sabiendo que 10ºC = 50ºF y que 60ºC = 140ºF, obtén la ecuación que nos permita traducir temperaturas de ºC a ºF.

10. Al apuntarnos en un gimnasio, hemos tenido que pagar una cantidad fija en concepto de matrícula. Después tendremos que ir pagando las mensualidades. Si estamos 6 meses, nos gastaremos en total 246 euros, y si estamos 15 meses, nos costará 570 euros. ¿Cuánto nos gastaríamos en total si estuviéramos yendo durante un año? ¿Y durante año y medio?

11. En un contrato de alquiler de una casa figura que el coste subirá un 2% cada año. Si el primer año se pagan 7200 euros:

a) ¿Cuánto se pagará dentro de 1 año? ¿Y dentro de 2 años?
b) Obtén la función que nos dé el coste anual al cabo de x años.

12. De una función conocemos tres puntos (-3, 5), (1, -1) y (3, 11). ¿qué podemos decir de esa función cuando x=0 y cuando x=10?
Nota: Calcula el polinomio interpolador de 2º grado $y=ax^2+bx+c$, que pase por los tres puntos.

13. El número en miles de habitantes, de una determinada ciudad ha evolucionado según la siguiente tabla:

Años	**2012**	**2014**	**2015**
Población	**53**	**71**	**91**

Sabiendo que dicha población se ajusta a una función cuadrática, calcular la población que tenía la ciudad en 2011 y que tendrá en el año 2016.

14. Representa las siguientes funciones:

$$y = \begin{cases} 2x^2 & \text{si } x < -1 \\ 2x + 4 & \text{si } x \geq -1 \end{cases} \qquad y = \begin{cases} -2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

15. El perímetro de una sala rectangular de un museo es de 50 m. Obtén la función que nos dé el área del rectángulo en función de la longitud de la base. Si coste para enlosarla es de 3 € por m^2, ¿qué función me da el coste de enlosado en función de la longitud de la base?

.

16. Los costes de producción en euros de una empresa vienen dados por:

$C(x)=40000+20x+x^2$ x=nº de unidades producidas

El precio de venta de cada unidad es 520€.

a) Calcula el beneficio en función de las unidades producidas.
b) ¿Con cuántas unidades el beneficio es nulo?
c) ¿Cuántas unidades hay que producir para que el beneficio sea máximo?

17. En una población el número de embargos de viviendas crece según $7 \cdot 3^x$ $x: tiempo\ en\ años.$ ¿Cuántos años pasarán para que el número de desalojados sean 567?

18. El número de turistas que visitan nuestra localidad viene dado por la función $y=ka^x$, donde x es el tiempo expresado en meses, e y en cientos de visitantes. La gráfica de la función pasa por los puntos $(0,\frac{1}{5})$ y (5; 6,4). Halla k y a y di si se trata de una función creciente o decreciente

19. El precio de una furgoneta baja un 10% por año de utilización. Si costó 18000 €, ¿cuánto tardará en reducirse a la mitad?

20. Una población de insectos crece según la función:

$y= 1 + 0,5 \cdot 2^{0,4x}$ (x= tiempo en días; y= número de insectos en miles).

a) ¿Cuál es la población inicial?
b) Calcula cuánto tarda en duplicarse.

21. Considera las funciones f y g definidas por: $f(x)=\frac{x+1}{3}$ y $g(x)=x^2-1$, calcula:

a) $(f\circ g)(x)$ **b)** $(g\circ f)(x)$

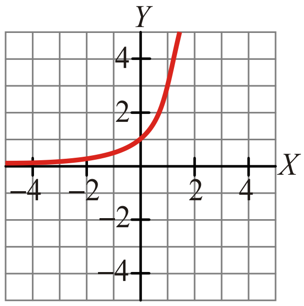
22. **Dadas las funciones** $f(x)=2x^2-1$ **y** $g(x)=\sqrt{x}$**, calcula :**

a) $(f\circ g)(x)$ **b)** $(g\circ f)(x)$

23. Dadas las funciones: $f(x)=\frac{x^2}{2}$ **y** $g(x)=\sqrt{x+1}$, explica cómo, a partir de ellas, se pueden obtener por composición estas otras:

$$p(x)=\frac{x+1}{2} \qquad q(x)=\sqrt{\frac{x^2}{2}+1}$$

24. La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$:



a) Calcula $f^{-1}(3)$ **y** $f^{-1}(1)$**.**

b) Representa, en los mismos ejes, $f^{-1}(x)$ **a partir de la gráfica de** $f(x)$**.**

25. Halla la función inversa de: $f(x)=\frac{2x-1}{3}$

26. Siendo $f(x)=8-2x$ y $g(x)=\sqrt{1+2x}$

a) Halla el dominio de f y g

b) Halla $g\circ f$ y $f\circ g$

c) Calcula g^{-1}.

TEMA 5.-Límites de funciones, continuidad y ramas infinitas

1. A partir de la gráfica de *f(x)*, calcula

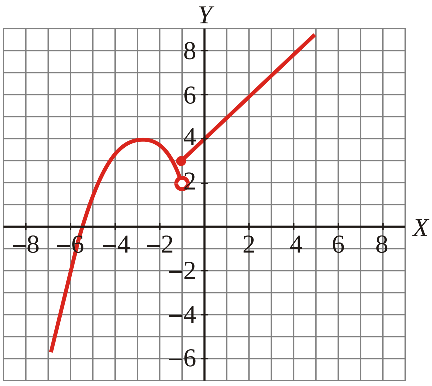
a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

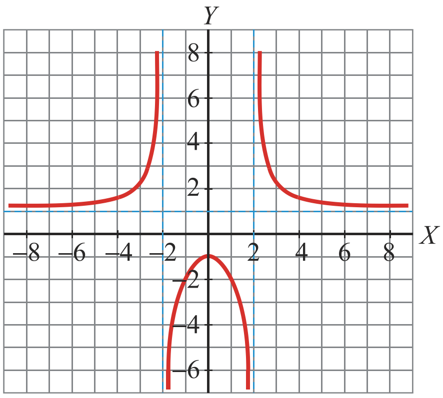
c) $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)$

d) $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$

e) $\lim\limits_{x\to-5} f(x)$



2. Sobre la gráfica de *f(x)*, halla :



a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

c) $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$

d) $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$

e) $\lim\limits_{x\to0} f(x)$

3. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{3x-6}{x^2-5x+6}$ **b)** $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x}{1-\sqrt{x+1}}$ **c)** $\lim\limits_{x\to1} \left(\dfrac{5x-2}{4x+3}\right)^{2x}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(2x-\sqrt{4x^2-5x+6}\right)$ **e)** $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{2-\sqrt{x+2}}{2-x}$ **f)** $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x^3+3x^2+5x}{x^2+5x}$

g) $\lim\limits_{x\to1} \left(\dfrac{x-3}{2x-5}\right)^{\frac{x^2+1}{x^2-4x+4}}$ **h)** $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{2x+3}{3x-1}\right)^{\frac{4x+1}{x}}$ **i)** $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{x^3+1}{x^2}-\dfrac{x^4+x+1}{x^3+x}\right)$

j) $\lim\limits_{x\to5} \dfrac{x^2-25}{x-5}$ **k)** $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^3+x^2-2x}$ **l)** $\lim\limits_{x\to4} \dfrac{4-x}{2-\sqrt{x}}$

m) $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{x^3-2x^2-2x-3}{x^3-4x^2+4x-3}$ **n)** $\lim\limits_{x\to6} \dfrac{x^2+x-42}{x-6}$ **ñ)** $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2+6x-7}{x^2-5x+4}$

o) $\lim\limits_{x\to3^+} \left(\dfrac{4x-2}{x-3}\right)^{\frac{1}{x}}$ **p)** $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{10x-3}{5x+3}\right)^{\frac{-x^2+3}{2x}}$ **q)** $\lim\limits_{x\to1} \left(\dfrac{x^3+1}{x^2+1}\right)^{\frac{3}{x-1}}$

r) $\lim\limits_{x\to4} \dfrac{16-x^2}{x-4}$ **s)** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2-6x^3+8x^4}{6-9x^4+6x^2}$ **t)** $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^3+4x^2+4x}{x^2-x-6}$

u) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^4+x^3+2}{3x^5+8x-1}$ **v)** $\lim_{x\to\frac{1}{2}}\frac{2x^2+5x-3}{6x^2-7x+2}$ **w)** $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{4x^2+7x-5}}{\sqrt[3]{8x^3-8x}}$

x) $\lim_{x\to7}\frac{8-\sqrt{x^2+15}}{x-7}$ **y)** $\lim_{x\to2}\frac{2x^2-5x+2}{x^3-8}$ **z)** $\lim_{\substack{x\to0\\x\to+\infty\\x\to-\infty}}\frac{2x^3+6x^2-3x}{2x^2+5x}$

4. Dada $f(x)=\begin{cases}2x+3 & \text{si } x\le -1\\ x^2+1 & \text{si } -1<x\le 2\\ \frac{x+3}{3-x} & \text{si } 2<x\end{cases}$, **a)** Estudia su continuidad.

b) Calcula: $\lim_{x\to-1}f(x)$, $\lim_{x\to0}f(x)$, $\lim_{x\to2}f(x)$, $\lim_{x\to3}f(x)$, $\lim_{x\to-\infty}f(x)$, $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

5. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

a) $1(x)=4x^2-2x+12$ **b)** $f(x)=\frac{8}{x-2}$

c) $g(x)=\sqrt{x-3}$ **d)** $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{x-3} & \text{si } x>3\\ 3x & \text{si } x\le 3\end{cases}$

e) $f(x)=\begin{cases}x+3 & si\ x\ne 2\\ x^2+1 & si\ x=2\end{cases}$ **f)** $f(x)=\begin{cases}|x-3| & si\ x\ne 3\\ 2 & si\ x=3\end{cases}$

g) $g(x)=\begin{cases}3+x & si\ x\ne 1\\ 3-x & si\ x=1\end{cases}$ **h)** $h(t)=\begin{cases}\frac{t^3-8}{t-2} & si\ t\ne 2\\ 12 & si\ t=2\end{cases}$

i) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^4-1}{x^3+1} & \text{si } x\ne -1\\ -\frac{4}{3} & \text{si } x=-1\end{cases}$ **j)** $g(x)=\frac{4}{(x+3)^2}$

k) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4x+4}{x-2} & si\ x<2\\ 3 & si\ x=2\\ \frac{x^2-x-2}{3x-6} & si\ x>2\end{cases}$ **l)** $f(x)=\begin{cases}x-1 & si\ x\le 1\\ x^2-1 & si\ 1<x<2\\ x^2 & si\ x\ge 2\end{cases}$

6. Halla *a*para que las siguiente función $f(x)=\begin{cases}x & \text{si } x\le 1\\ \frac{a}{x+1} & \text{si } x>1\end{cases}$ sea continua para todo valor de x.

7. Halla *a* para que las siguiente función $f(x)=\begin{cases}ax-2 & si\ x\le 1\\ 4x-2a & si\ x>1\end{cases}$ sea continua en $\mathbb{R}$

8. Halla el valor de k para que la función $f(x)=\begin{cases} 3x-5 & si \quad x\geq 1 \\ 4x-k & si \quad x<1 \end{cases}$ sea continua en x = 1. ¿Puede ser discontinua en otro punto?

9. Determinar las asíntotas y las ramas infinitas de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\dfrac{x^4+1}{x^2}$ **b)** $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x-2}$

c) $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+1}$ **d)** $f(x)=\dfrac{x^2}{2-x}$

e) $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$ **f)** $f(x)=\dfrac{x^3}{(x-1)^2}$

g) $f(x)=(x-1)e^{-x}$

10. En una empresa se hacen montajes en cadena. El número de montajes realizados por un trabajador sin experiencia depende de los días de entrenamiento según la función $M(t)=\frac{30t}{t+4}, t\ en\ días.$

a) ¿Cuántos montajes realiza el primer día? ¿Y el décimo?
b) Representa la función sabiendo que el periodo de entrenamiento es de unmes.
c) ¿Qué ocurriría con el número de montajes si el entrenamiento fuera mucho más largo?

11. La siguiente función representa el importe a pagar (€) por peso de paquete (kg) de un servicio de mensajería. Halla los puntos de discontinuidad de la función:

$$f(x)=\begin{cases} x^2-4x, & six\leq 4 \\ \dfrac{1}{x-4}, & six>4 \end{cases}$$

Representa la función en un entorno de $x=4$

12. Los gastos de una empresa dependen de sus ingresos, x. Así:

$$g(x)=\begin{cases} 0{,}6x+200 & si \quad 0\leq x\leq 1000 \\ \dfrac{1000x}{x+250} & si \quad x>1000 \end{cases}$$

donde los ingresos y los gastos vienen expresados en euros.

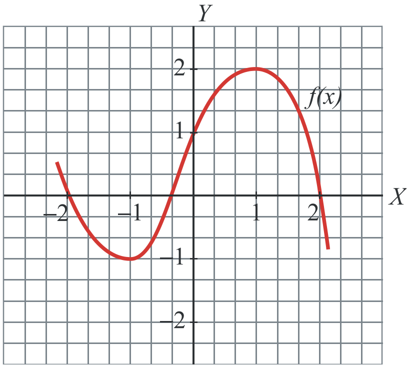
a) Representa g(x) y di si es función continua.
b) Calcula el límite de g(x) cuando x tiende a +∞, y explica su significado.

TEMA 6.- Iniciación al cálculo de derivadas. Aplicaciones

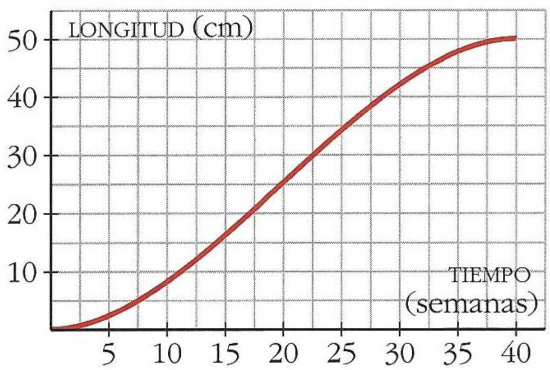
1. TASA DE VARIACIÓN MEDIA:

a) Dada la función $f(x) = (x-1)^2$, calcula la tasa de variación media en el intervalo $[0, 1]$. ¿Es creciente o decreciente la función en dicho intervalo?

b) Calcula la tasa de variación media de esta función, f(x), en los intervalos [-1, 0] y [1, 2] e indica si la función crece o decrece en cada uno de dichos intervalos:

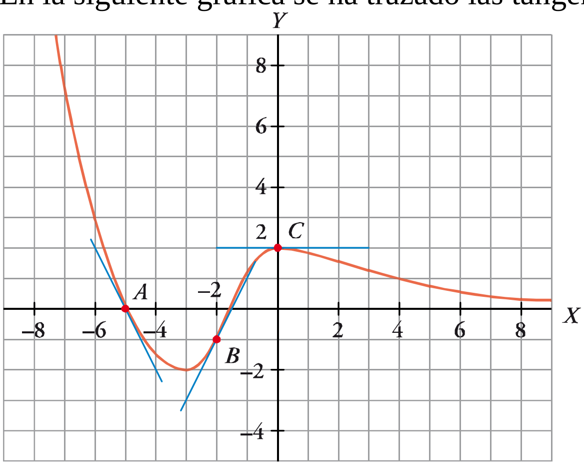


c) En la gráfica adjunta se muestra la longitud del feto durante el embarazo. Es una función creciente, sin embargo, la rapidez de crecimiento no es la misma en todo el embarazo. **Estudia** el crecimiento medio en los intervalos $[0, 10]$ y $[10, 20]$, y **di** en qué periodo crece más rápidamente.



2. DERIVADA DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO. (TV INSTANTÁNEA)

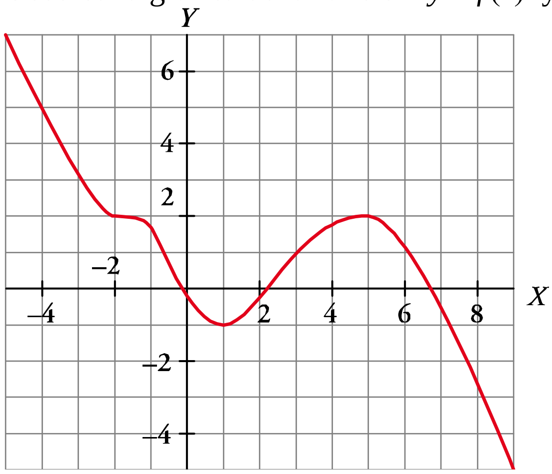
a) En la siguiente gráfica se ha trazado las tangentes en los puntos A, B y C.



- Halla sus pendiente y di el valor de $f'(-5)$, $f'(-2)$ y $f'(-0)$.

- Di para que valores de x la derivada es positiva.

b) Observa la gráfica de la función $y = f(x)$ y responde:



- ¿En qué puntos la derivada vale 0?
- ¿Para qué valores de x es $f'(x) > 0$?
- La recta tangente en el punto de abscisa $x = 3$ es paralela a la bisectriz del primer cuadrante. ¿Cuántos vale $f'(3)$?

c) Utilizando la definición de derivada

- Calcula $f'(-1)$ siendo $f(x) = \frac{3x+1}{2}$
- Dada la función $f(x) = x^2 - 3x$, calcula $\boldsymbol{f'(-2)}$

3. Calcula las funciones derivadas y simplifica cuando se pueda:

a) $f(x) = -x^7 + \frac{3}{4}x - 1$

b) $y = \left(x^2 + 2x\right)^3$

c) $f(x) = = e^{7x^4 - 3}$

d) $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

e) $y = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$

f) $y = \sqrt{4x^3 + 1}$

g) $y = \frac{5}{2x^2 - 7x}$

h) $y = -e^{-x+3}$

i) $y = \ln\left(3x^4 - 2x\right)$

j) $f(x) = \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^4} + \frac{4}{x^5}$

k) $y = \sqrt{e^x}$

l) $y = e^{\sqrt{x}}$

m) $y = \left(4x^2 - 2\right)\sqrt{4x - 2}$

n) $y = \sqrt{(1+5x)^3}$

o) $y = \ln\left(x^2 + 3x\right)^3$

p) $y = 3^{2x - x^2}$

q) $y = \log(x^3 - 5x)^7$

r) $y = \ln\left(\frac{xe^x}{1 + e^x}\right)$

4. ¿En qué punto de la gráfica de la función $f(x)=x^3+5x^2-8x+2$ la recta tangente es paralela a la recta $y=5-8x$?

5. Calcula la ecuación de la recta tangente a $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ en el punto $x = 2$.

6. Calcula la ecuación de la recta tangente a $y=\sqrt{x+1}$ en el punto $x=0$.

7. Halla la ecuación de la recta de pendiente 7 que es tangente a la curva $y = 3x^2 + x - 1$.

8. Dada la curva de ecuación $y = -x^3 + 26x$, calcula las rectas tangentes a la misma, que sean paralelas a la recta de ecuación $y = -x$.

9. El coste total (en dólares) de fabricación de q unidades de cierto artículo es $C(q) = 3q^2 + 5q + 75$, el coste medio por unidad es $M(q) = \frac{C(q)}{q}$

a) ¿Cuántas unidades se deben fabricar para que el coste medio por unidad sea mínimo?

b) Calcula $C(q)$ y $M(q)$ para el valor de q que has hallado en el apartado a).

10. Representar gráficamente las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 - x^4$ **b)** $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ **c)** $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$ **d)** $f(x) = \frac{x^3}{(1+x)^2}$

e) $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$ **f)** $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2}$ **g)** $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$