

Tema: Cinemática

Índice

1	Sistema de referencia.....	2
1.1	Conceptos previos.....	2
1.2	Sistema de referencia cartesiano.....	2
1.3	Posición.....	2
1.4	Trayectoria.....	2
2	MAGNITUDES DEL MOVIMIENTO.....	3
2.1	VECTOR POSICIÓN ().....	3
2.2	VECTOR DESPLAZAMIENTO ().....	3
2.3	ESPACIO RECORRIDO().....	3
2.4	VELOCIDAD.....	4
2.4.1	VELOCIDAD MEDIA ().....	4
2.4.2	VELOCIDAD INSTANTÁNEA ().....	4
2.4.2.1	CELERIDAD MEDIA.....	4
2.5	Aceleración.....	5
2.5.1	Aceleración media ().....	5
2.5.2	Componentes intrínsecas de la aceleración.....	5
2.5.2.1	Aceleración tangencial ().....	5
2.5.2.2	Aceleración normal ().....	5
3	TIPOS DE MOVIMIENTOS.....	6
4	MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS.....	6
4.1	Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU).....	6
4.1.1	Representaciones gráficas del MRU.....	7
4.2	Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA).....	7
4.2.1	Representaciones gráficas del MRUA.....	8
4.3	CAÍDA LIBRE Y ASCENSIÓN LIBRE.....	8
4.3.1	CAÍDA LIBRE.....	8
4.3.2	ASCENSIÓN LIBRE (Tiro vertical).....	9
5	MOVIMIENTOS CIRCULARES.....	9
5.1	MAGNITUDES ANGULARES.....	9

1 Sistema de referencia.

1.1 Conceptos previos.

Para estudiar un movimiento lo primero que debemos hacer es decidir desde donde lo observamos, esto es el **sistema referencia (S.R.)**. No podremos hablar de reposo o movimiento sin especificar el sistema de referencia.

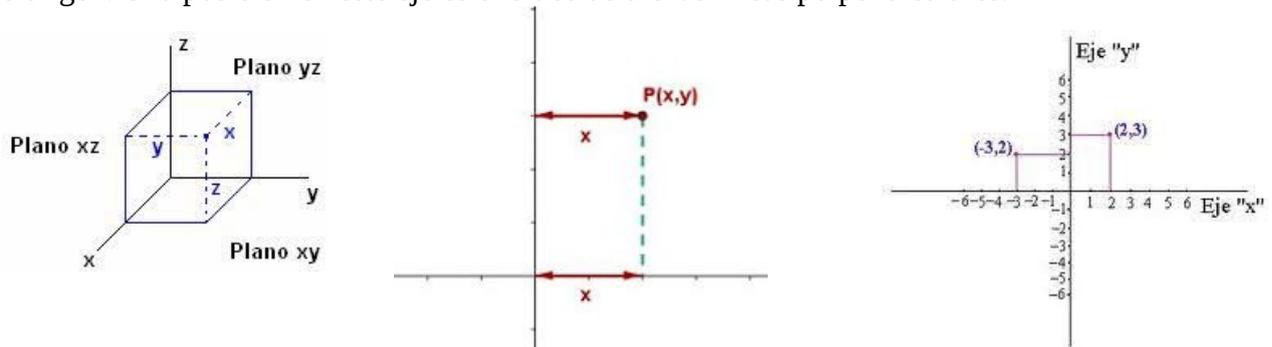
Diremos que algo está en reposo si no observamos desplazamiento desde nuestro sistema de referencia y estará movimiento si se desplaza.

Ej: Si estamos montados en una coche, y ponemos nuestro S.R. en el propio coche, los ocupantes del coche estarán en reposo y los otros coches que nos pases o dejemos atrás están en movimiento.

1.2 Sistema de referencia cartesiano.

La forma más común de establecer un sistema de referencia es con el **sistema de ejes cartesianos**.

En este sistema de referencia se establece un origen y se trazan líneas perpendiculares a partir de ese origen. Una posición en este eje es el cruce de dichas líneas perpendiculares.



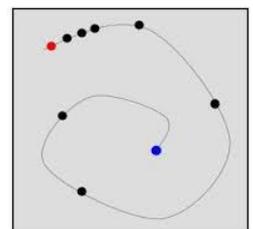
1.3 Posición.

En cualquier sistema de referencia cartesiano la posición de un objeto viene dada por la distancia a los ejes. Las coordenadas dependen de cada sistema de referencia.

1.4 Trayectoria.

Un objeto está en movimiento si su posición varía con el tiempo en el eje de coordenadas.

La **trayectoria** es la línea que une las distintas posiciones de un objeto en los ejes coordenados. Depende del sistema de referencia elegido.



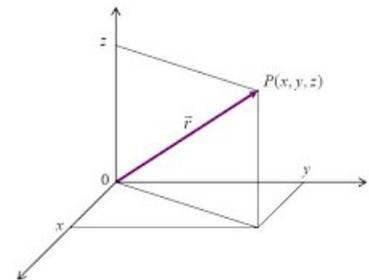
EJERCICIOS DEL LIBRO ANAYA → Pág 171 → 1,2,3

2 MAGNITUDES DEL MOVIMIENTO.

2.1 VECTOR POSICIÓN (\vec{r}).

El vector posición \vec{r} es el que tiene el punto de aplicación en el origen de nuestro S.R. y su extremo en la posición del objeto de estudio.

El **módulo** del vector posición es la distancia, medida en línea recta, entre el origen y el objeto.



2.2 VECTOR DESPLAZAMIENTO ($\Delta\vec{r}$).

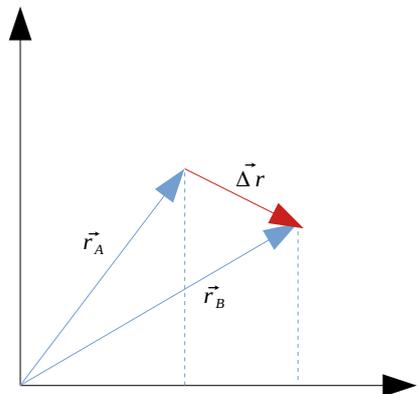
El vector desplazamiento nos indica la distancia entre dos posiciones distintas de un objeto. Tiene como punto de aplicación la posición inicial y como extremos la posición final.

Su módulo se denomina **desplazamiento** y es la distancia, en línea recta, entre el punto inicial y el final. Tiene unidades de longitud.

$$\vec{r}_A + \Delta\vec{r} = \vec{r}_B$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

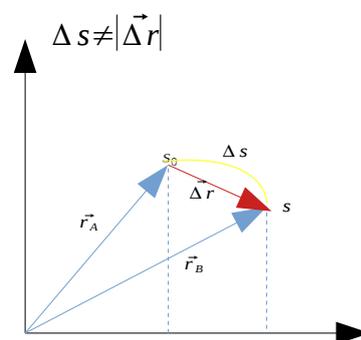
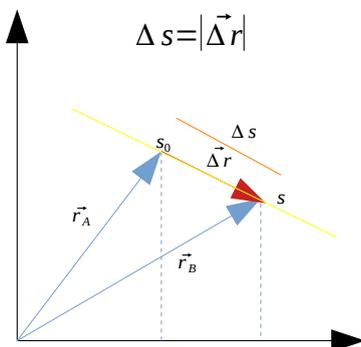
Desplazamiento = final - inicial



2.3 ESPACIO RECORRIDO (Δs).

El **espacio recorrido** es la distancia medida sobre la trayectoria entre la posición inicial y la final.

Tiene unidades de longitud.



EJERCICIOS DEL LIBRO ANAYA → PÁGINA 173 → Resuelto, 4,5,6,7 y 8.

2.4 VELOCIDAD.

La velocidad es una magnitud física que informa sobre cómo varía la posición de un objeto con respecto al tiempo.

Es una magnitud vectorial ya que necesita de la dirección y el sentido para tener información completa sobre ella.

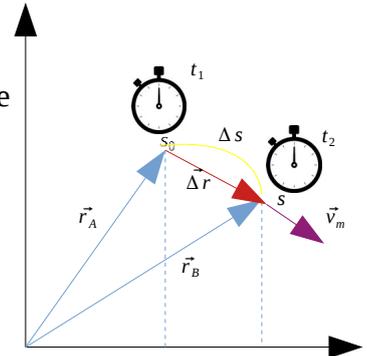
Su unidad en el S.I. es el m/s.

2.4.1 VELOCIDAD MEDIA (\vec{v}_m).

La velocidad media es el resultado de medir el vector desplazamiento entre el tiempo transcurrido.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \rightarrow v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

Es un vector con la misma dirección y sentido que el vector desplazamiento.

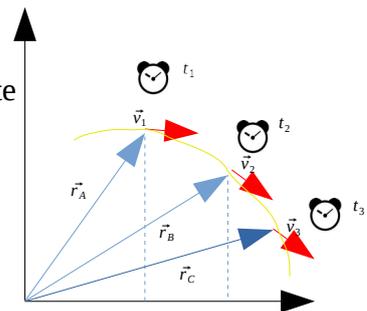


2.4.2 VELOCIDAD INSTANTÁNEA (\vec{v}_i).

La velocidad instantánea indica la velocidad del móvil en cada instante del tiempo.

Es tangente a la trayectoria en cada punto.

Su módulo recibe el nombre de **rapidez** o **celeridad**.



2.4.2.1 CELERIDAD MEDIA.

La celeridad media o rapidez media c_m es el cociente entre el espacio recorrido y el tiempo empleado.

$$c_m = \frac{e}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

La celeridad media coincide con la velocidad media sólo en el caso en el que el espacio recorrido coincida con el desplazamiento, esto es, en el **movimiento rectilíneo uniforme** sin cambio de dirección.

$$\begin{cases} \text{Si } \Delta s = \Delta r \rightarrow c_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = v_m \rightarrow c_m = v_m \\ \text{Si } \Delta s > \Delta r \rightarrow c_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} > \frac{\Delta r}{\Delta t} = v_m \rightarrow c_m > v_m \end{cases}$$

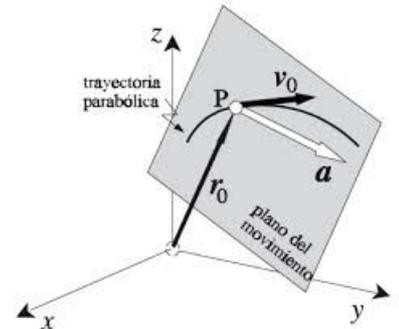
EJERCICIOS LIBRO ANAYA PÁGINA 175 → Resuelto, 9, 10, 11, 12.

2.5 Aceleración.

La **aceleración** es una magnitud física que mide el cambio de velocidad con respecto al tiempo.

Su unidad en el S.I. es el m/s^2 .

Es una **magnitud vectorial** puesto que informa de los cambios de dirección así como el sentido en el que la velocidad aumenta o disminuye.



2.5.1 Aceleración media (\vec{a}_m)

La aceleración media \vec{a}_m es la variación de la velocidad en un determinado periodo de tiempo y en trayecto concreto.

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0} \rightarrow a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Si hacemos un análisis dimensional, comprobaremos que tiene como unidades m/s^2 .

$$[a_m] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{L \cdot T^{-1}}{T} = L \cdot T^{-2}$$

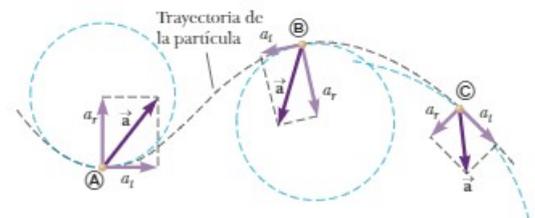
2.5.2 Componentes intrínsecas de la aceleración.

Hay situaciones en las que un objeto en movimiento cambia su dirección. Cuando esto ocurre el vector aceleración puede descomponerse en dos componentes, una se encarga de aumentar o disminuir la velocidad y la otra componente de variar la dirección. A estas componentes se les conoce como **componentes intrínsecas de la aceleración**. Hay dos componentes: la tangencial y la normal. $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$

2.5.2.1 Aceleración tangencial (\vec{a}_t).

Esta componente informa sobre los cambios en la celeridad del cuerpo en movimiento. Recibe este nombre porque en la componente tangencial del movimiento, al igual que la velocidad.

Cuando su vector va en la misma dirección que la velocidad se produce un aumento de la misma y si tienen sentido contrario la velocidad disminuye.



2.5.2.2 Aceleración normal (\vec{a}_n).

Este componente también recibe el nombre de aceleración centrípeta, ya que va en la dirección perpendicular al movimiento, es decir, perpendicular a la trayectoria del movimiento.

Esta componente informa sobre los cambios de dirección del movimiento y cómo aumenta su velocidad en ese cambio.

EJERCICIOS PÁGINA 177 → 13,14,15 Y 16.

3 TIPOS DE MOVIMIENTOS.

De acuerdo con los cambios en las componentes intrínsecas de la aceleración podemos clasificar los movimientos.

Esto lo podemos ver en una tabla resumen:

Tipos de movimientos		$a_t = 0$	$a_t \neq 0$	
			$a_t = cte$	$a_t \neq cte$
$a_n = 0$		Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)	Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA)	Movimiento Rectilíneo Acelerado
$a_n \neq 0$	$r = cte$	Movimiento Circular Uniforme (MCU)	Movimiento Circular Uniformemente Acelerado (MCUA)	Movimiento Circular Acelerado
	$r \neq cte$	Movimiento Curvilíneo Uniforme	Movimiento Curvilíneo Uniformemente Acelerado	Movimiento Curvilíneo Acelerado

En 4º de ESO estudiaremos en profundidad los movimientos MRU, MRUA, MCU.

EJERCICIOS LIBRO ANAYA → PÁG 179 → 17, 18, 19, 20

4 MOVIMIENTOS RECTILÍNEOS.

Son aquellos movimientos en los que no hay un cambio de dirección aunque si puede haber un cambio de sentidos, es decir, son movimientos en línea recta. Todos estos movimientos poseen la componente normal de la aceleración nula. ($a_n = 0$)

4.1 Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU).

Este movimiento se caracteriza en que ambas componentes de la aceleración son nulas ($a_t = 0$, $a_n = 0$). Esto implica que la **velocidad es constante** en todo el movimiento.

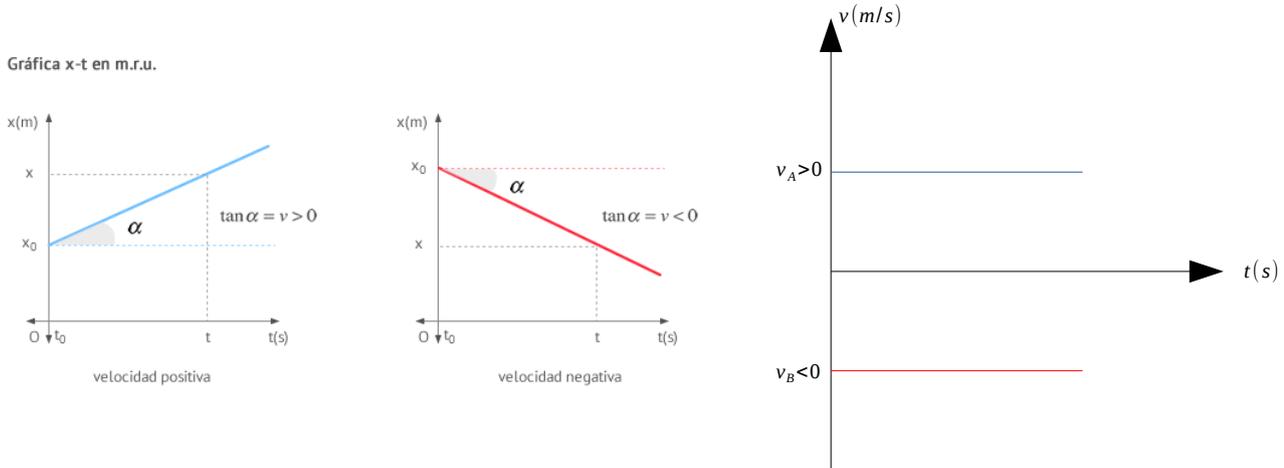
$$a = 0 \rightarrow \Delta v = 0 \rightarrow v = v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

Si trabajamos en una sola dirección. $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t$

Despejando de esta misma ecuación obtendremos:

$$x - x_0 = v \cdot \Delta t \rightarrow x = x_0 + v \cdot \Delta t$$

4.1.1 Representaciones gráficas del MRU.



EJERCICIOS LIBRO ANAYA → Pág 181 → resuelto, 21, 22, 23.

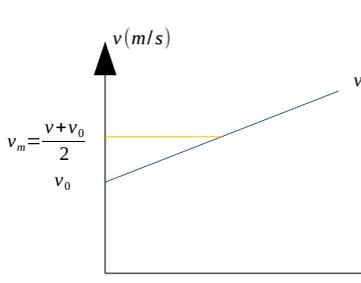
4.2 Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA).

Este tipo de movimiento se caracteriza porque no hay cambios de dirección ($a_n = 0$) pero si tiene cambios en la velocidad de manera constante ($a = a_t = cte \neq 0$), es decir, son movimientos con **aceleración constante**.

La expresión para la velocidad en estos movimientos podemos obtenerla a partir de la aceleración:

$$a = cte = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow \Delta v = a \cdot \Delta t \rightarrow v - v_0 = a \cdot \Delta t \rightarrow v = v_0 + a \cdot \Delta t$$

Del mismo modo podemos obtener una ecuación para el espacio recorrido la podemos obtener a partir del concepto de velocidad media:



La velocidad media era $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$, si despejamos

$\Delta x = v_m \cdot \Delta t$ y usando la expresión que vemos en la gráfica:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \cdot \Delta t$$

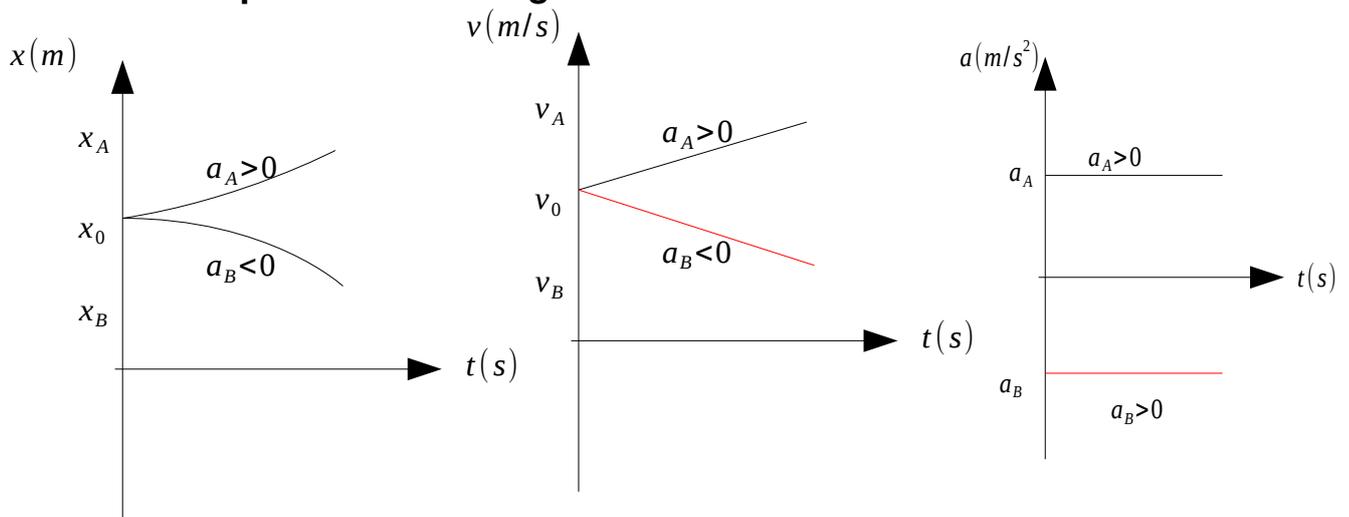
Usamos ahora la expresión obtenida para la velocidad y

la sustituimos en esta última ecuación:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_0 = a \cdot \Delta t \rightarrow v = v_0 + a \cdot \Delta t \\ \Delta x = \frac{v + v_0}{2} \cdot \Delta t \end{array} \right. \rightarrow \Delta x = \frac{v_0 + a \cdot \Delta t + v_0}{2} \cdot \Delta t \rightarrow \Delta x = \frac{2v_0 + a \cdot \Delta t}{2} \cdot \Delta t \rightarrow \Delta x = v_0 \cdot \Delta t + \frac{a \cdot \Delta t^2}{2}, \text{ que}$$

reescribiendo podemos usar: $x = x_0 + v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2$

4.2.1 Representaciones gráficas del MRUA.



EJERCICIOS LIBROS ANAYA → Pág 183 → Resuelto, 24, 25, 26, 27, 28, 29.

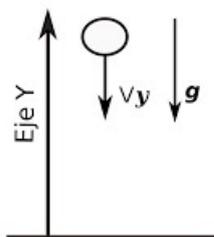
4.3 CAÍDA LIBRE Y ASCENSIÓN LIBRE.

La caída libre y la ascensión libre son casos particulares que tienen lugar en el eje y.

En ambos casos la única aceleración que existe es la gravedad, que va en la dirección negativa del eje y.

La aceleración de la gravedad es un valor constante y es $9,8m/s^2$.

4.3.1 CAÍDA LIBRE.



$$\vec{a} = \vec{g} = -9,8 \vec{j} \text{ m/s}^2$$

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

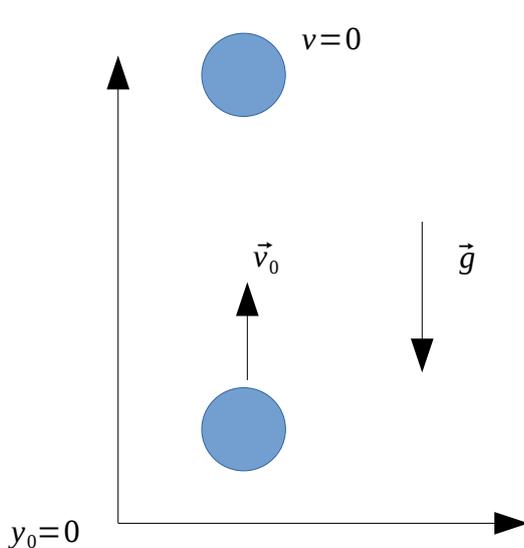
$$v = v_0 + a \cdot t$$

En estos movimientos se cumple: $\begin{cases} v_0 = 0 \\ a = g = -9,8m/s^2 \end{cases}$ Así pues

sustituyendo en nuestras ecuaciones de movimiento:

$$\begin{cases} y = y_0 - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ v = -g \cdot t \end{cases}$$

4.3.2 ASCENSIÓN LIBRE (Tiro vertical).



$$\vec{a} = \vec{g} = -9,8 \vec{j} \text{ m/s}^2$$

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

En este caso se cumple que: $\begin{cases} a = g = -9,8 \text{ m/s}^2 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ así

pues sustituyendo en nuestras ecuaciones:

$$\begin{cases} y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \\ v = v_0 - g \cdot t \end{cases}$$

EJERCICIOS LIBRO ANAYA → PÁG 185 → Resueltos, 30, 31, 32, 33.

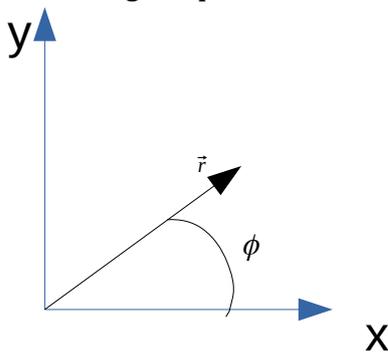
5 MOVIMIENTOS CIRCULARES.

Los movimientos circulares son aquellos en los que el cuerpo repite su posición en el tiempo.

5.1 MAGNITUDES ANGULARES.

- **Posición angular (ϕ):**

Es el ángulo que forma el vector posición con el semieje x positivo.



Su unidad en el SI es el radian. (rad)

El radián es un ángulo cuyo arco coincide con el radio de la circunferencia.

$$\phi = \frac{1 \text{ rad}}{R}$$

Existe una equivalencia entre el radian y los grados decimal

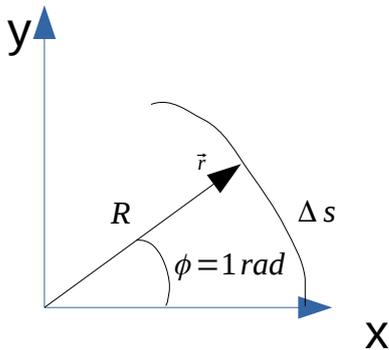
- **Velocidad angular (ω)**

Es el cociente entre el ángulo barrido por el vector posición y el tiempo invertido en barrerlo.

$$\omega = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \text{ Su unidad en el SI es el } \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

- **Relación entre magnitudes lineales y angulares:**

Si tomamos un ángulo barrido de un radián:



Recordamos la definición de radián:

$$\frac{1 \text{ rad}}{R} = \frac{\Delta \phi}{\Delta s} \rightarrow \Delta s = R \cdot \Delta \phi$$

Si dividimos esta expresión con respecto al tiempo:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{R \cdot \Delta \phi}{\Delta t} \rightarrow v_m = R \cdot \omega$$

- **Revoluciones por minuto (rpm).**

En muchos motores se utiliza una magnitud que son las vueltas por minuto o revoluciones por minuto.

$$1 \text{ rpm} = \frac{1 \text{ rev}}{1 \text{ min}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \text{rad}}{60 \text{ s}}$$

EJERCICIOS LIBRO ANAYA → Pág 187 → Resuelto, 34, 35, 36, 37, 38

5.2 MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU) .

Es un movimiento a velocidad constante ($a_t=0$) pero que cambia su dirección de manera constante ($a_n=cte$).

La **aceleración normal** mantiene un valor constante en el tiempo y siempre apunta hacia el centro del giro, puede calcularse por la expresión:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad [a_n] = \frac{[v]^2}{[R]} = \frac{(L \cdot T^{-2})}{L} = L \cdot T^{-2}$$

Ecuaciones de movimiento.

Como en estos movimientos la velocidad de giro es constante:

$$\omega = cte = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \rightarrow \Delta \phi = \omega \cdot \Delta t \rightarrow \phi - \phi_0 = \omega \cdot \Delta t \rightarrow \phi = \phi_0 + \omega \cdot \Delta t$$

Periodo y frecuencia.

En un movimiento periódico, es decir, que repite en el tiempo sus características cada cierto intervalo de tiempo.

El **periodo (T)** se define como el tiempo que tarda un cuerpo en dar una vuelta completa. Su unidad en el SI es el segundo.

La **frecuencia (f)** es el número de vueltas que se completa en cada unidad de tiempo. También se la conoce como la inversa del periodo. Su unidad en el SI es el Hertzio o s^{-1}

$$f = \frac{1}{t}$$

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{t} = \frac{2 \cdot \pi}{T} \rightarrow \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

EJERCICIOS LIBRO ANAYA → PÁG 189 → Resuelto, 39, 40, 41, 42.

EJERCICIOS DE FINAL DEL TEMA LIBRO ANAYA.

Pág 190	Resuelto
Pág 191	Resuelto, 43, 44
Pág 198	2, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 16
Pág 199	18, 23, 24, 25, 26, 27
Pág 200	28, 30, 33, 39