

# 11

## Cuerpos geométricos



Hoy en día existen multitud de juegos y pasatiempos matemáticos con los que aprendemos y nos divertimos al mismo tiempo.

**Te proponemos un reto**

¿Te gustaría inventar un juego matemático?

**Para superar el reto...**  
**Investigo y aprendo**

**Poliedros: prismas y pirámides**

**Poliedros regulares**

**Cuerpos de revolución**

**Desarrollos planos**

**Para demostrar que lo he superado...**  
**Juego con cartas geométricas**

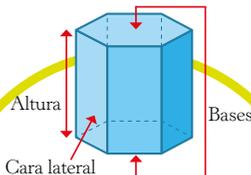
**Paso 1** Elaboramos cartas de prismas y pirámides.

**Paso 2** Elaboramos cartas de poliedros regulares.

**Paso 3** Elaboramos cartas de cuerpos de revolución.



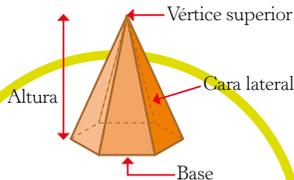
# Poliedros: prismas y pirámides



**Prisma**

Un **prisma** tiene dos bases poligonales, paralelas e iguales, y caras laterales que son paralelogramos.

La **altura** de un prisma es la distancia entre las bases.



**Pirámide**

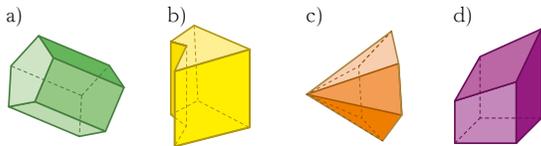
Una **pirámide** tiene una base poligonal y caras laterales triangulares.

La **altura** de una pirámide es la distancia del vértice superior a la base.

Los prismas y las pirámides son **poliedros**, es decir, cuerpos geométricos cuyas caras son polígonos.

Según sea el polígono que tengan por base, los prismas y las pirámides se denominan triangulares, cuadrangulares, pentagonales, hexagonales, etc.

**1** Escribe en tu cuaderno cuáles de estos poliedros son prismas, cuáles son pirámides y cuáles no son ni prismas ni pirámides.



**2** Copia y completa la tabla sobre los prismas. Luego, completa la misma tabla para las pirámides.

N.º de lados de la base	3	4	5	6
Nombre				
N.º de caras				
N.º de aristas				
N.º de vértices				



**Elaboramos cartas de prismas y pirámides.**

En equipo, recortamos tarjetas del mismo tamaño.

Buscamos una imagen de un objeto o un dibujo con forma de prisma triangular y la pegamos en una tarjeta. En otra, escribimos el nombre de este prisma.

Repetimos el proceso con más tipos de pirámides y prismas.

- 3 Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
- Seis es el mínimo número de aristas que puede tener una pirámide.
  - Las caras laterales de los prismas siempre son rectángulos.
  - Las caras laterales de los prismas son siempre iguales.
  - La altura de una pirámide es la distancia del vértice superior a la base.

- 4 Dibuja los siguientes poliedros.

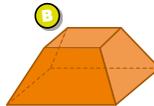
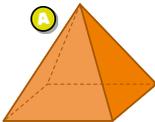
La pirámide con todas las caras iguales.

El prisma que tiene menos caras.

- 5 Cayetana ha construido un prisma cuadrangular de plastilina. Después, ha decidido cortarlo como aparece a continuación.



- ¿Cuántas caras, aristas y vértices tiene ahora el cuerpo?
  - Si repite lo mismo con el resto de vértices, ¿cuántas caras, aristas y vértices tendrá el poliedro?
- 6 ¿En qué se parecen y en qué se diferencian estos dos cuerpos?



### Cálculo mental

Aumenta en un 10% una cantidad.

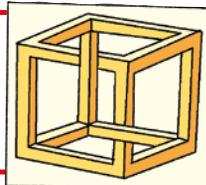
$$220 \xrightarrow{+ (220 : 10)} 242$$

110%

110% de 50	110% de 500
110% de 100	110% de 420
110% de 40	110% de 700
110% de 80	110% de 270
110% de 250	110% de 190

### Zona razona

Amanda ha dibujado un cubo muy extraño. ¿En qué te parece curioso?



# Poliedros regulares

Un **poliedro** es **regular** si:

- Todas sus caras son polígonos regulares iguales.
- En cada uno de sus vértices concurre el mismo número de aristas.

Solo hay cinco poliedros regulares. Son los denominados **sólidos platónicos**:

**Tetraedro regular**



Cuatro caras (triángulos equiláteros)

**Cubo (hexaedro regular)**



Seis caras (cuadrados)

**Octaedro regular**



Ocho caras (triángulos equiláteros)

**Dodecaedro regular**



Doce caras (pentágonos regulares)

**Icosaedro regular**



Veinte caras (triángulos equiláteros)

1  Nombra los poliedros regulares que veas en estas imágenes.

A



C



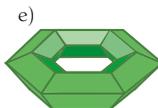
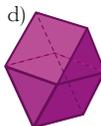
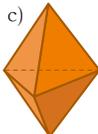
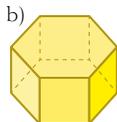
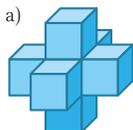
B



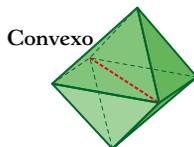
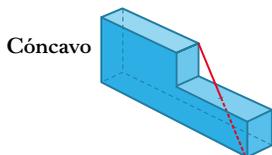
D



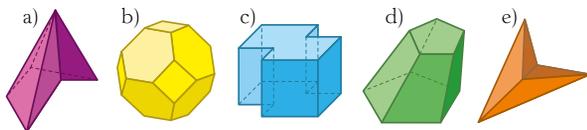
2 Razona por qué ninguno de los siguientes poliedros es regular.



- 3** Escribe en tu cuaderno «verdadero» o «falso».
- Un cubo tiene seis caras cuadradas iguales.
  - Las caras del dodecaedro regular son triángulos.
  - El icosaedro regular tiene veinte caras.
  - No hay ningún poliedro regular con caras hexagonales.
- 4**  Generar-clasificar-relacionar-desarrollar ¿Existe alguna pirámide que sea un poliedro regular? ¿Y algún prisma? Razona tu respuesta.
- 5** ¿Puede un poliedro tener todas las caras iguales y que sus aristas tengan diferentes longitudes? Justifica tu respuesta.
- 6** Observa los siguientes poliedros.



A continuación, indica cuáles de los siguientes poliedros son cóncavos y cuáles son convexos.



- 7** ¿Los poliedros regulares son cóncavos o convexos?
- 8** El matemático suizo Leonhard Euler descubrió que en los poliedros convexos se cumple la siguiente igualdad:

$$N.^\circ \text{ de caras} + N.^\circ \text{ de vértices} = N.^\circ \text{ de aristas} + 2$$

¿Se cumple la fórmula de Euler para los poliedros regulares? Copia y completa la tabla en tu cuaderno para comprobarlo.

Poliedros regulares	N.º de caras	N.º de vértices	N.º de aristas
Tetraedro			
Hexaedro			
Octaedro			
Dodecaedro			
Icosaedro			

**1** **2** **3** Paso

**Elaboramos cartas de poliedros regulares.**

 En equipo, recortamos diez tarjetas del mismo tamaño. Buscamos una imagen de un objeto o un dibujo con forma de cubo y la pegamos en una tarjeta. En otra, escribimos el nombre de este poliedro regular. Repetimos el proceso con el resto de poliedros regulares.

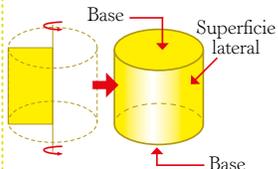
# Cuerpos de revolución

Los **cuerpos de revolución** son los cuerpos geométricos que se obtienen al girar una figura plana alrededor de un eje.

## Principales cuerpos de revolución

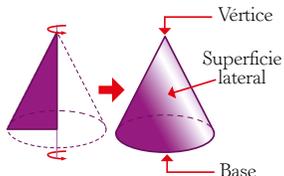
### Cilindros

Los **cilindros** se obtienen al girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados.



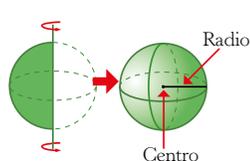
### Conos

Los **conos** se obtienen al girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus lados menores.



### Esferas

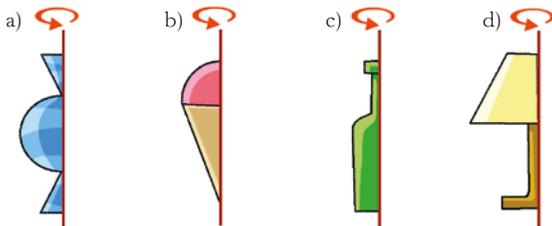
Las **esferas** se obtienen al girar un semicírculo alrededor de su diámetro.



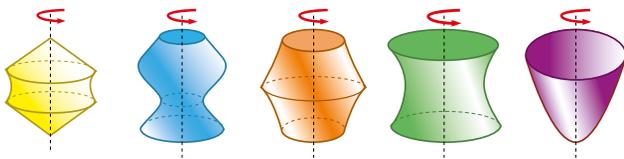
- 1** Clasifica estos objetos según su forma. Después, dibuja la figura plana que, al hacerla girar alrededor del eje, forman los siguientes objetos.



- 2** Dibuja en tu cuaderno los cuerpos que se obtienen al girar las siguientes figuras.



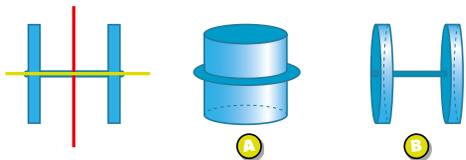
- 3 Dibuja las figuras planas que generan estos cuerpos de revolución al girar.



- 4 Julián desayunaba unas rosquillas cuando se preguntó: ¿esto también es un cuerpo de revolución? Razona tu respuesta.



- 5 Asocia cada eje de giro de la figura con el cuerpo de revolución que genera.



- 6 Busca tres cuerpos de revolución de tu entorno, dibuja la figura plana que los genera cuando gira alrededor del eje, y muéstraselo a tu compañero o compañera para que averigüe qué es.

1 2 3 Paso

Elaboramos cartas de cuerpos de revolución.

En equipo, recortamos seis tarjetas del mismo tamaño.

Buscamos una imagen de un objeto o un dibujo con forma de cilindro y la pegamos en una tarjeta. En otra, escribimos el nombre de este cuerpo de revolución.

Repetimos el proceso con la esfera y el cono.

¡Ya podemos jugar! Por un lado, mezclamos las tarjetas con imágenes y, por otro, las tarjetas con los nombres. Las colocamos boca abajo en dos grupos. Un jugador da la vuelta a una tarjeta de cada grupo. Si coincide la imagen con su nombre, se lleva las cartas, si no, las vuelve a poner boca abajo.



**¡Reto conseguido!**



**Cálculo mental**

Calcula el 90% de una cantidad.

$$220 \xrightarrow{-(220:10)} 198$$

90%

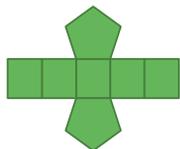
90% de 50  
90% de 100  
90% de 40  
90% de 80  
90% de 250

90% de 500  
90% de 420  
90% de 700  
90% de 270  
90% de 190

# Desarrollos planos

El desarrollo plano de un cuerpo geométrico es la figura plana que se obtiene al extender, sobre un plano, su superficie.

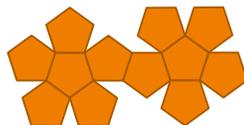
**Prisma pentagonal**



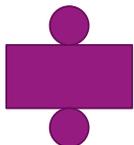
**Pirámide pentagonal**



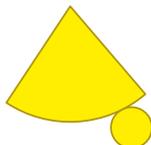
**Dodecaedro regular**



**Cilindro**



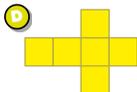
**Cono**



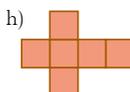
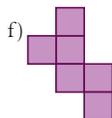
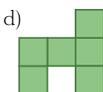
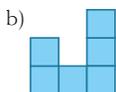
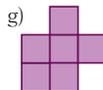
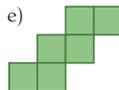
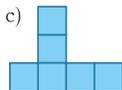
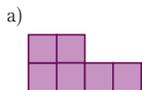
**Esfera**

La esfera no tiene desarrollo porque su superficie no se puede extender sobre un plano.

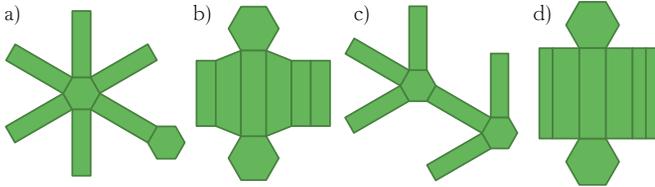
**1** Nombra y asocia cada poliedro regular con su desarrollo.



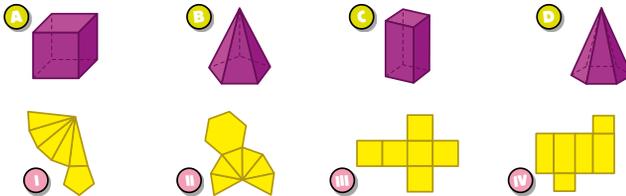
**2** Folio giratorio en grupos ¿Con cuáles de estos desarrollos puedes fabricar un cubo?



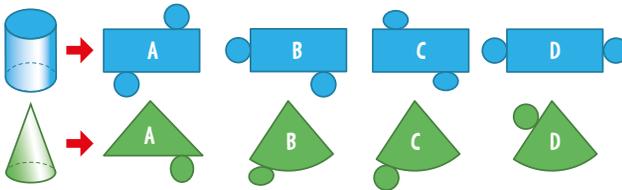
3 ¿Cuáles de los siguientes desarrollos no corresponden a un prisma hexagonal?



4 Relaciona cada desarrollo con su cuerpo geométrico.



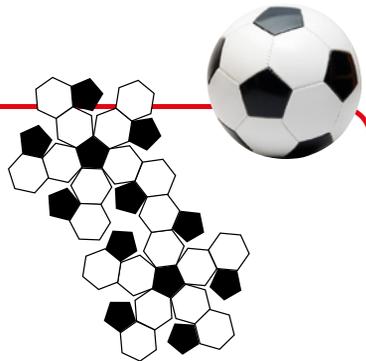
5 ¿Cuáles de los siguientes desarrollos pertenecen al cono y al cilindro?



## Zona razona

Aquí tienes el desarrollo plano de un balón de fútbol pero, ¿cuántas caras, vértices y aristas tiene? Para calcularlas, sigue los siguientes pasos.

- Cuenta los pentágonos y hexágonos que hay.
- Como cada vértice une dos hexágonos y un pentágono, la pelota tiene tantos vértices como vértices tengan todos los pentágonos. ¿Cuántos vértices tiene?
- ¿Es un poliedro convexo? Utiliza la fórmula de Euler para averiguar cuántas aristas tiene.



# Resuelvo problemas

Busco regularidades

## Ejemplo

1

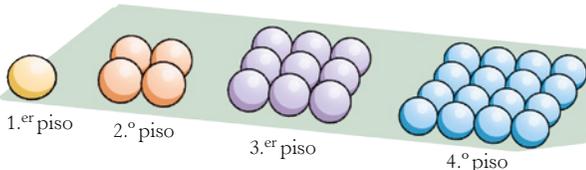
Leo el enunciado.

Óscar ha fabricado, con pelotas de colores, esta pirámide de cuatro pisos. Si le quiere añadir tres pisos más, ¿cuántas pelotas necesitará en total?



2

Cuento el número de bolas de cada piso.



3

Elaboro una tabla con los datos y busco regularidades.

N.º de pisos	1	2	3	4
N.º de pelotas	$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$

4

Escribo la solución.

De la tabla anterior deducimos que la solución es:

$$1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 = 140$$

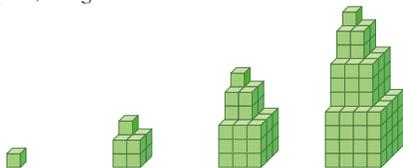
Son necesarias 140 pelotas para hacer una pirámide de siete pisos.

## Ahora tú

Comprobamos

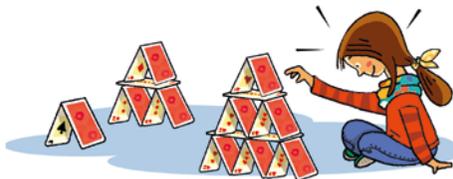
1 Óscar ahora ha comenzado a construir una torre. ¿Cuántos cubitos necesitará si quiere hacerla de siete pisos?

Observa el número de cubos que tiene cada piso y cuántos añade para construir el siguiente. Después, recoge los datos en una tabla.



2 A Clara le encanta construir castillos con cartas. Ahora mismo, ha fabricado uno con tres pisos pero quiere hacer uno con ocho. ¿Cuántas cartas necesitará?

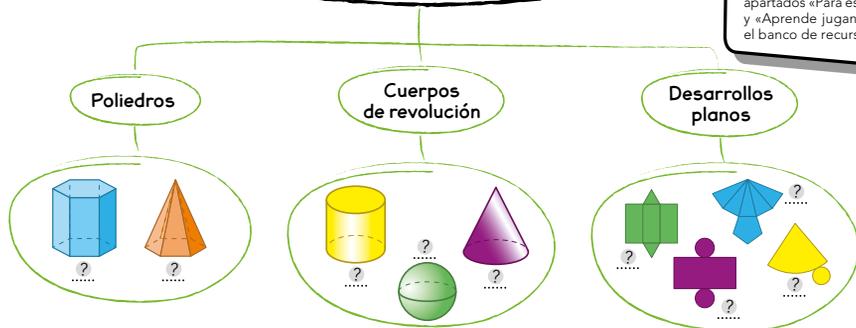
Cuenta las cartas que añade para construir un nuevo piso y recoge los datos en una tabla.



# Organizo mi mente

- 1 Copia y completa el esquema en tu cuaderno.

## Cuerpos geométricos



anayaeducacion.es

Dispones de una versión imprimible de esta página en el apartado «Organizo mi mente» del banco de recursos.

anayaeducacion.es

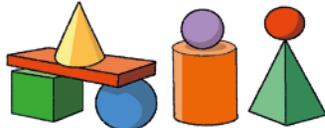
No olvides consultar los apartados «Para estudiar» y «Aprende jugando» en el banco de recursos.

- 2 Piensa qué más has trabajado en la unidad que no esté incluido en el esquema. Anótalo en tu cuaderno.

- 3 Indica si estas oraciones son verdaderas o falsas. Corrige las falsas.

- Las caras laterales de un prisma son paralelogramos.
- Las caras laterales de una pirámide son cuadrados.
- Un cono tiene una base poligonal y varias caras laterales que son triángulos.

- 4 Inventa un problema a partir de esta imagen, utilizando algún contenido del esquema. Después, resuélvelo.



- 5 Cuéntale a tu compañero o compañera lo que has aprendido en la unidad. Utiliza el esquema como ayuda.

## Colecciono palabras

- 1 ¿Quién es el intruso? Encuentra la palabra que no pertenece al grupo y explica por qué.

Cilindro

Cono

Esfera

Cubo

- 2 ¿Cuál es la diferencia entre...?

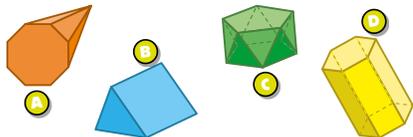
- Prisma y cilindro.
- Pirámide y cono.

- 3 Haz un listado con las palabras que has aprendido en la unidad.

# ¿Qué he aprendido

**1** ¿Qué características debe reunir un poliedro para que sea un prisma? ¿Y una pirámide?

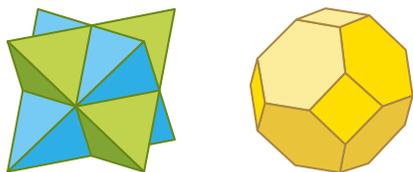
**2** Nombra y dibuja el desarrollo plano de los poliedros que sean prismas o pirámides. Indica qué condición no cumple aquel que no lo sea.



**3** Dibuja un prisma que tenga todas las caras iguales y, sobre una de ellas, una pirámide en la que coincidan las aristas de su base con las del prisma.

**4** ¿Qué polígonos forman las caras de los poliedros regulares?

**5** ¿Por qué no son regulares estos poliedros?

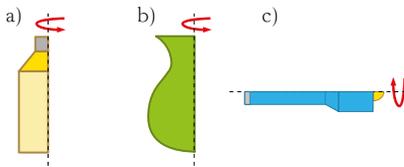


**6** Copia y completa en tu cuaderno.

- Los poliedros regulares que están formados por triángulos son: el ..., el ... y el ...
- El hexaedro es más conocido como ... y está formado por ...
- De todos los poliedros regulares, el que tiene más caras es el ... y son ... caras.
- El poliedro regular que tiene doce pentágonos regulares es el ...

**7** Dibuja tres objetos de tu vida diaria que, al girar en torno a un eje, generen un cono y una esfera.

**8** Dibuja en tu cuaderno los cuerpos que se obtiene al girar las siguientes figuras.



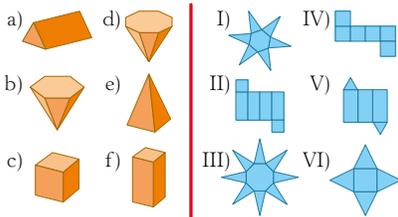
**9** Responde.

- ¿Qué cuerpo de revolución tiene todos sus puntos a la misma distancia del centro?
- ¿Cuál tiene un único vértice?
- ¿Cuál tiene dos bases paralelas con forma de círculo y una superficie lateral curva?

**10** ¿Qué cuerpo de revolución se obtiene al girar la línea recta en torno al eje?



**11** Relaciona cada poliedro con su desarrollo plano.



**12** Dibuja el desarrollo plano de esta figura.



# Cómo he aprendido

1 Copia la tabla en tu cuaderno y señala cuánto te ha costado aprender cada contenido.



Lo he superado.



Aún tengo dificultades.



No lo he entendido.

Poliedros: primas y pirámides			
Poliedros regulares			
Cuerpos de revolución			
Desarrollos planos			

2 Copia el diagrama y colorea según el código.



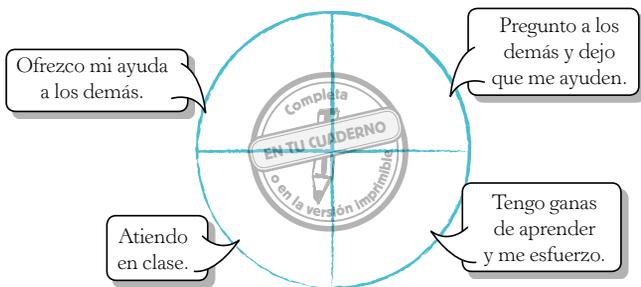
Siempre  
o casi siempre



Normalmente  
/a menudo



Nunca o muy  
pocas veces



3 Escribe en tu cuaderno una lista indicando para qué crees que te puede servir lo que has aprendido en la unidad.

Lo trabajado y aprendido en esta unidad me va a servir para...

- 1.
- 2.
- 3.

## PORTFOLIO 11



Recuerda seleccionar el material de trabajo de esta unidad para tu portfolio.



[anayaeducacion.es](http://anayaeducacion.es)

Dispones de una versión imprimible de esta página en el «Portfolio» del banco de recursos.

[anayaeducacion.es](http://anayaeducacion.es)

Descubre y comparte en familia.

