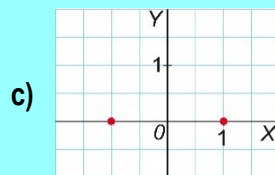
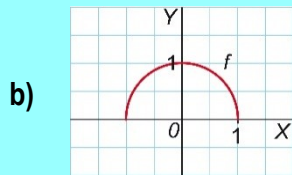
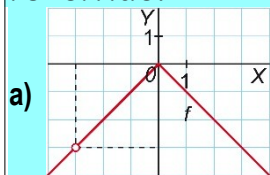


FUNCIONES

<http://blogsaverroes.juntadeandalucia.es/matematicasenunclie>

EJERCICIO 1. Dadas las gráficas de las siguientes funciones, indica su dominio y su recorrido.



EJERCICIO 2. Calcula la función $(g \circ f)$ y $(g \circ g)$ en los siguientes casos.

a) $g(x) = \frac{1}{x}$; $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ b) $g(x) = 1-x^2$; $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{-x}$

EJERCICIO 3. Obtén, cuando sea posible, la inversa de cada una de estas funciones.

a) $f(x) = 3x - 2$ b) $g(x) = \sqrt[3]{\frac{x-5}{2}}$ c) $h(x) = \frac{x}{x+2}$

EJERCICIO 4. Representa la gráfica de $f(x)$ y posteriormente representa gráficamente

las siguientes funciones. $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) $g(x) = f(x) - 2$ b) $g(x) = f(x+2)$

EJERCICIO 5. La DGT ha hecho un estudio sobre la distancia media que recorre un vehículo al detenerse en función de su velocidad.

a) Representa estos datos y encuentra la función de interpolación adecuada para este problema.

b) Estima la distancia de frenado para un vehículo que circula a 80 kilómetros por hora.

c) Calcula la distancia de frenado para un coche que lleva una velocidad de 150 km/h.

Velocidad (km/h)	Distancia de frenado (m)
30	12
50	24
90	57,6

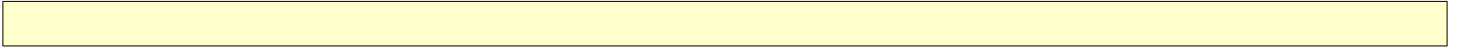
EJERCICIO 6. En una gran reserva natural hay una población de antílopes pertenecientes a una especie en peligro de extinción. Se piensa que el número de estos animales durante el período 2000-2015 ha evolucionado aproximadamente según la siguiente función $f(x) = -2300x + 54000$, donde x representa el tiempo en años, de forma que $x = 0$ corresponde a 2000, y $f(x)$ denota el número de antílopes a final de año.

a) Calcula el número de antílopes en 2005.

b) ¿Cuántos antílopes mueren cada año?

c) Si la población continúa evolucionando de este modo, ¿en qué año se extinguirá?





SOLUCIONARIO

EJERCICIO 1. Dadas las gráficas de las siguientes funciones, indica su dominio y su recorrido.

a) $\text{Dom } f = \mathbb{R}$ $\text{Re } f = (-\infty, 0]$ b) $\text{Dom } f = [-1, 1]$ $\text{Re } f = [0, 1]$ c) $\text{Dom } f = \{-1\} + \{1\}$ $\text{Re } f = \{0\}$

EJERCICIO 2. Calcula la función $(g \circ f)$ y $(g \circ g)$ en los siguientes casos.

a) $g(g(x)) = x$; $g(f(x)) = \frac{1}{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{x+1}{x-1}$

b) Si $g(g(x)) = g(1-x^2) = 1 - (1-x^2)^2 = 2x^2 - x^4$

$g(f(x)) = g(\sqrt{x} - \sqrt{-x}) = 1 - (\sqrt{x} - \sqrt{-x})^2 = 1 - (x - 2\sqrt{-x^2} + (-x)) = 1 + 2\sqrt{-x^2}$

(no se puede simplificar) ejercicio difícil el b.

EJERCICIO 3. Obtén, cuando sea posible, la inversa de cada una de estas funciones.

Solución: a) $f(x) = 3x - 2$ $x = 3y - 2$ $y = \frac{x+2}{3}$ $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3}$

b) $g(x) = \sqrt[3]{\frac{x-5}{2}}$ $x = \sqrt[3]{\frac{y-5}{2}}$ $y = 2x^3 + 5$ $f^{-1}(x) = 2x^3 + 5$

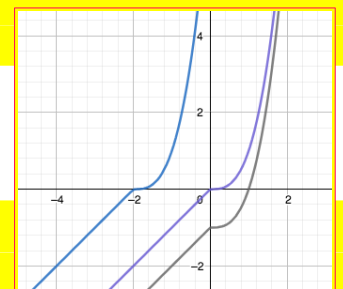
c) $h(x) = \frac{x}{x+2}$ $x = \frac{y}{y+2}$ $x(y+2) = y$ $xy + 2x = y$ $xy + 2x - y = 0$ $xy - y = -2x$

$(x-1)y = -2x$ $y = \frac{-2x}{x-1}$ $f^{-1}(x) = \frac{-2x}{x-1}$

EJERCICIO 4. Representa la gráfica de $f(x)$ y posteriormente representa gráficamente las siguientes funciones. a) $g(x) = f(x) - 2$

b) $g(x) = f(x+2)$

Solución: La gráfica gris es apartado a) y la gráfica azul el b)



EJERCICIO 5. La DGT ha hecho un estudio sobre la distancia media que recorre un vehículo al detenerse en función de su velocidad.

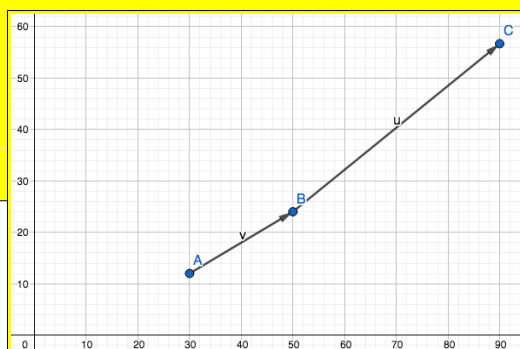
Velocidad (km/h)	Distancia de frenado (m)
30	12
50	24
90	57,6

a) Representa estos datos y encuentra la función de interpolación adecuada para este problema.

b) Estima la distancia de frenado para un vehículo que circula a 80 kilómetros por hora.

c) Calcula la distancia de frenado para un coche que lleva una velocidad de 150 km/h.

Hay que realizar un función de interpolación cuadrática que es la que mejor se ajusta a los datos.



$$ax^2+bx+c=0 \rightarrow \begin{cases} a30^2+b \cdot 30+c=12 \\ a50^2+b \cdot 50+c=24 \\ a90^2+b \cdot 90+c=57,6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 900a+30b+c=12 \\ 2500a+50b+c=24 \\ 8100a+90b+c=57,6 \end{cases} \quad \text{Aplicamos método de Gauss.}$$

Operamos $2^\circ EC - 1^\circ EC$ y $3^\circ EC - 1^\circ EC$

$$\rightarrow \begin{cases} 900a+30b+c=12 \\ 1600a+20b=12 \\ 7200a+60b=45,6 \end{cases} \quad \text{aplico } 3^\circ EC - 3(2^\circ EC) \rightarrow \begin{cases} 900a+30b+c=12 \\ 1600a+20b=12 \\ 2400a=9,6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c=0 \\ b=0,28 \\ a=0,004 \end{cases}$$

La función de interpolación

$$f(x)=0,004x^2+0,28x$$

b) $f(80)=? \Rightarrow f(80)=48$. 48 metros de frenado.

c) $f(150)=? \Rightarrow f(150)=132$. 132 metros de distancia de frenado.

EJERCICIO 6. En una gran reserva natural hay una población de antilopes pertenecientes a una especie en peligro de extinción. Se piensa que el número de estos animales durante el periodo 2000-2015 ha evolucionado aproximadamente según la siguiente función $f(x) = -2300x + 54000$, donde x representa el tiempo en años, de forma que $x = 0$ corresponde a 2000, y $f(x)$ denota el número de antilopes a final de año.

a) Calcula el número de antilopes en 2005.

b) ¿Cuántos antilopes mueren cada año?

c) Si la población continúa evolucionando de este modo, ¿en qué año se extinguirá?

Solución:

$$f(x) = -2300x + 54000$$

a) $f(5) = 42000$. En el año 2005 había 42500 atilopes.

b) $f(5)-f(4)=2300$. Cada año mueren 2300 antilopes.

c) $f(x)=0 \rightarrow -2300 + 54000=0 \rightarrow x = -54000/-2300 = 23,47$. En 23 años y medio.