



MATEMÁTICAS CCSS I. PENDIENTE.

TEMA 5. FUNCIONES EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA.

NOMBRE:

CURSO:

FECHA DE ENTREGA:

CALIFICACIÓN:

Qué hay que saber:

- Expresión algebraica. Ejercicios #1-2, 12-13,
- Gráfica básica según sea la base $0 < a < 1$ o bien $a > 1$. Ejercicios # 3-6, 15-17,
- Transformaciones elementales. Dominio, monotonía, puntos comunes, asíntotas, puntos de corte, etc. Ejercicios # 7-8, 14, 18,
- Exponencial y logaritmo como función inversa una de la otra. # 9-11, 24
- Las funciones exponencial y logarítmica en casos reales: intereses, población, radioactividad, concentración pH, escala Richter. Ejercicios #19-23
- Gráfica a partir de una tabla de valores. Ejercicio #25

1.- Hallar los números reales a y b tales que la gráfica de la función $y = a \cdot 2^x + b$ pasa por los puntos $A\left(0; \frac{7}{2}\right)$ y $B(-1; 2)$.

2.- Hallar los números reales a y b tales que la gráfica de la función $y = 2^{x+a} + b$ pasa por los puntos $A(1; 15)$ y $B(-2; 1)$.

3.- Comprueba que se cumple $\left(\frac{7}{5}\right)^{-0.5} < 1$.

- con la gráfica de una función exponencial apropiada,
- mediante argumentos de monotonía.

4.- Mediante el uso de las gráficas de funciones exponenciales adecuadas, decidir cuál de los números, L o K , es mayor:

- $K = 0.25^{0.1}$ y $L = 0.26^{0.1}$
- $K = e^{-1.1}$ y $L = \pi^{-1.1}$
- $K = \left(\frac{6}{11}\right)^{2.3}$ y $L = \left(\frac{6}{11}\right)^{2.4}$

5.- Mediante la gráfica de funciones exponenciales adecuadas decidir, qué relación se tiene entre los números reales r y s , sabiendo que cumplen:

- $\left(\frac{2}{7}\right)^r < \left(\frac{2}{7}\right)^s$
- $1,7^r < 1,7^s$
- $(\sqrt{2} - 1)^r < (\sqrt{2} - 1)^s$

6.- Mediante las gráficas de las funciones exponenciales, decidir si se tiene $0 < a < 1$ ó $1 < a$, sabiendo que se cumple:



- a. $a^{-0,7} > a^{-0,8}$
b. $a^{\frac{5}{6}} > a^{\frac{2}{3}}$
c. $\frac{1}{a^3} > \frac{1}{a^2}$

7.- Utiliza la gráfica básica de una exponencial y transfórmala para hallar la gráfica de las siguientes funciones:

- a) $y_1 = 2^x - 4$ b) $y_2 = 2^{x+1} - 4$ c) $y = -(2^{x+1} - 4)$ d) $y_4 = |2^{x+1} - 4|$
e) $y_5 = 2^{|x+1|} - 4$ f) $y_7 = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} - 1$ g) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} + 4$ h) $y_9 = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} + 4$

8.- Estudia el dominio, los puntos de corte, la monotonía y las asíntotas de las funciones (a) y (g) del ejercicio anterior.

9.- Expresar las siguientes identidades mediante logaritmos:

- a) $3^2 = 9$ b) $2^{-3} = \frac{1}{8}$ c) $9^{\frac{1}{2}} = 3$

10.- Calcular:

- a) $\log_{\frac{1}{3}} 9$ b) $\log_5 125$ c) $\log_7 \sqrt{7}$ d) $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{16}$ e) $\log_8 \sqrt{2}$ f) $\log_5 1$
g) $\log_{0,25} 4$ h) $\log_{0,2} 0,04$ i) $\log_4 2$

11.- Hallar de entre todos los $x \in (0; +\infty)$, aquel que cumple:

- a) $\log_3 x = 4$ b) $\log_{\sqrt{2}} x = 4$ c) $\log_{\frac{1}{5}} x = -1$ d) $\log_2 x = -\frac{1}{3}$ e) $\log_5 x = 0$
f) $\log_{\frac{1}{4}} x = \frac{3}{2}$ g) $\log_{17} x = 1$ h) $\log x = -\frac{3}{5}$

12.- Hallar números reales a y b tales que la función $h_1(x) = a \log_2 x + b$ pase por el punto $A[4; 5]$ y $h_1\left(\frac{1}{4}\right) = -7$.

13.- Hallar números reales a y b tales que la gráfica de la función $h_1(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x+a) + b$ pase por los puntos $A[2; 1]$ y $B[8; 0]$.

14.- Hallar el dominio de las siguientes funciones:



$$f_1(x) = \log_3 x$$

$$f_2(x) = \log_3(x + 6)$$

$$f_3(x) = \log(x^2 - 4)$$

$$f_4(x) = \frac{1}{\log x - 1}$$

$$f_5(x) = \frac{1}{\log_2(x + 7) - 1}$$

$$f_8(x) = \sqrt{\log(x + 3)}$$

$$f_9(x) = \log \frac{x}{2x - 1}$$

15.- Utilizar la gráfica de una función logarítmica adecuada para decidir si el número dado es positivo o negativo. Aquellos que sean positivos, decidir si son mayores o menores que 1.

a) $A = \log_2 3$

b) $B = \log_{0,3} 0,6$

c) $C = \log_{100} 0,99$

16.- Decidir, mediante la gráfica de una función logarítmica adecuada, si se tiene $A > B$ o $B > A$.

a) $A = \log_3 11$
 $B = \log_3 12$

b) $A = \log_{\frac{1}{2}} 0,4$
 $B = \log_{\frac{1}{2}} 0,3$

c) $A = \log_3 5$
 $B = \log_5 3$

d) $A = \log_{0,1} 0,2$
 $B = \log_{0,6} 0,2$

17.- Decidir, utilizando la gráfica de funciones logarítmicas adecuadas, si se tiene $a > 1$ ó $0 < a < 1$ sabiendo que se cumple:

a) $\log_a 2 < \log_a 5$

b) $\log_a 2,7 < \log_a 2,8$

c) $\log_a 0,4 < \log_a 1$

18.- Esbozar la gráfica de las siguientes funciones a partir de la gráfica de una función logarítmica adecuada y transformarla elementalmente.

a) $g_1(x) = \log_2(x + 4)$

b) $g_2(x) = \log_2(x + 4) - 1$

c) $g_3(x) = |\log_2(x + 4) - 1|$

d) $g_4(x) = |\log_2(x + 4)| - 1$

19.- La masa de madera de un bosque aumenta en un 40% cada 100 años. Si tomamos como unidad de masa vegetal (biomasa) la que había en el año 1800, que consideramos instante de partida, y como unidad de tiempo 100 años, la función $M = 1,4^t$ nos da la cantidad de masa vegetal, M , en un instante de tiempo cualquiera, t , expresado en siglos a partir de 1800.

a. ¿En qué momento habrá una masa de madera triple que la que había en 1800?

b. ¿En qué momento la masa vegetal era la tercera parte que la que había en 1800?

c. Suponiendo que en 1800 había una biomasa M_0 , halla la cantidad de madera que había en los años: 1900, 1990, 2000, 1600 y 1550, en función de M_0 .

20.- Sabemos que un elemento radiactivo tarda 500 años en perder la mitad de su masa. Si la masa del elemento radiactivo viene dada por la expresión $m(t) = m_0 \cdot e^{-At}$, donde t es el tiempo en años, m_0 es la masa inicial y A una constante, averigua cuántos años pasarán hasta que la masa descienda un 10%

21.- Un capital de 5.000 € se deposita en un banco a un interés del 1,25% anual con capitalización continua, cuya expresión sabemos que es $C(t) = C_0 \cdot e^{0,0125t}$.



- a. ¿Cuánto dinero habrá en el depósito tras un año?
b. ¿Cuánto tiempo deberá pasar hasta que el dinero se duplique?

22.- Un terremoto de magnitud 6.1 en la escala Richter ha sacudido Granada y otro de magnitud 7.5 ha sacudido el centro de Turquía. ¿Cuántas veces más intenso es el terremoto de Turquía que el de Granada?

23.- Un temblor de tierra en Málaga tuvo una magnitud en la escala de Richter de 4.2 Si en Granada hubo otro el doble de intenso, ¿qué magnitud tuvo?

24.- Hallar las expresiones de las funciones inversas a las siguientes:

- a) $f(x) = 2^x$ b) $f(x) = 10^{x-1} + 3$ c) $f(x) = -2 \cdot e^{3x} + 4$
d) $f(x) = \log_2 x$ e) $f(x) = \log_2(5x - 1)$ f) $f(x) = \ln x^2 - 3$

25.- Esboza las siguientes gráficas a partir de una tabla de valores.

- a) $f(x) = 2^x$ b) $f(x) = 2^{-x}$ c) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ d) $f(x) = e^x$
e) $f(x) = \log_2 x$ f) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ g) $f(x) = \log x$ h) $f(x) = \ln x$