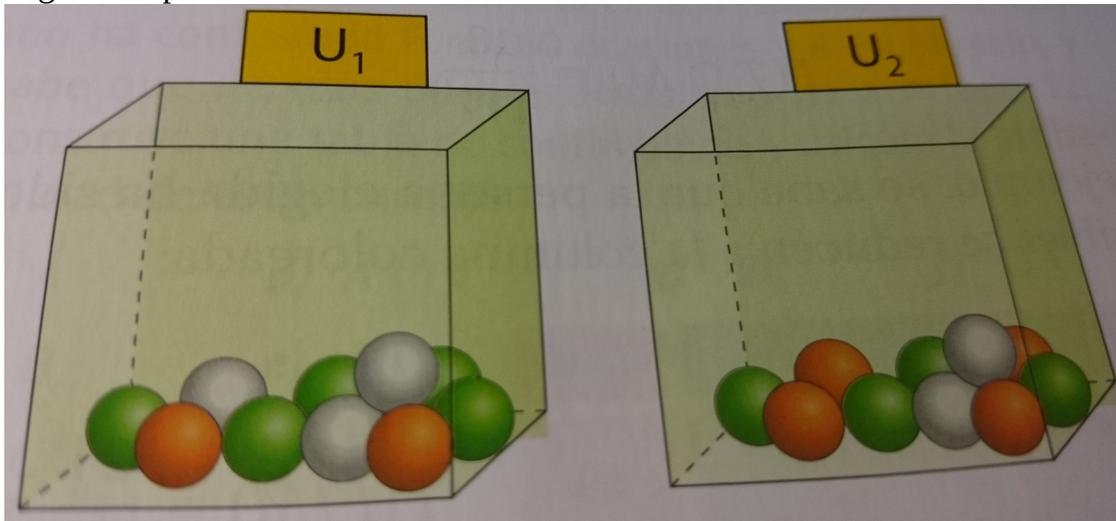


## Ejercicios de Probabilidad. Parte 3 (4º ESO)

- 1) En un grupo de amigos el 80% está casado. Entre los casados, el 75% tiene trabajo. Finalmente, un 5% no están casados y tampoco tiene trabajo.
  - a) ¿Qué porcentaje no tienen trabajo?
  - b) Si uno tiene trabajo, ¿qué probabilidad hay de que esté casado?
  - c) ¿Qué porcentaje están casados entre los que no tienen trabajo?
  
- 2) En una asignatura de primer curso de una titulación universitaria, asisten a clase regularmente 210 alumnos de los 300 que hay matriculados. Además se sabe que aprueban el 80% de los alumnos que asisten a clase y el 15% de los que no asisten. Se elige al azar un alumno entre los matriculados; calcular las probabilidades siguientes ayudándote para ello con un diagrama de probabilidad:
  - a) De que ha asistido a clase.
  - b) De que no ha asistido a clase y ha aprobado.
  - c) De que ha aprobado.
  - d) De que el alumno asista a clase sabiendo que ha aprobado.
  
- 3) Se lanza un dado en forma de octaedro y si sale múltiplo de tres, se extrae una bola de la urna  $U_1$ , mientras que, en caso contrario se extrae de la urna  $U_2$ . Calcula las siguientes probabilidades:



- a) Sale siete y la bola extraída es verde.
  - b) Salga bola blanca sabiendo que ha salido el seis.
  - c) Salga bola roja.
  - d) No salga bola verde.
  - e) ¿Son independientes los sucesos “elegir urna 1” y “salir bola roja”?
- 
- 4) Una empresa ha recibido en un día 368 mensajes, distribuidos entre correos electrónicos y cartas ordinarias. El número de emails ha sido de 238, de los cuales 130 contenían publicidad. En total se han recibido 180 mensajes publicitarios.

Organiza estos datos en una tabla de contingencia y calcula la probabilidad de que un mensaje elegido al azar:

- a) Sea un correo electrónico.
- b) Sea una carta.
- c) No sea un mensaje publicitario.
- d) Sea una carta no publicitaria.
- e) Sea un correo electrónico, si se sabe que ha sido publicitario.
- f) Sea publicitario y se sabe que ha sido un email.
- g) Sea una carta y se sabe que no es publicitaria.
- h) ¿Son independientes los sucesos “ser correo electrónico” y “ser publicitario”?

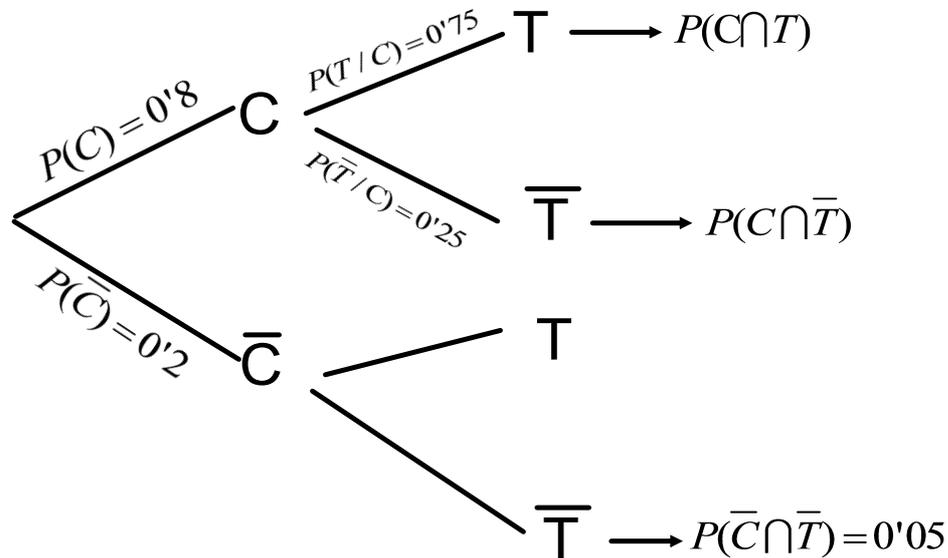
5) Copia y completa la siguiente tabla de contingencia que muestra la distribución de las tres clases de 4º de Medicina de la Facultad de Medicina de Málaga.

	Alumnos	Alumnas	
A	30		
B		60	100
C			78
	100		232

Se escoge un estudiante al azar. Calcula la probabilidad de que:

- a) Pertenezca a la clase A.
  - b) Sea una alumna.
  - c) Sea una alumna y esté en la clase B.
  - d) Pertenezca a la clase C sabiendo que es alumna.
  - e) Sea un alumno sabiendo que no pertenece a la clase C.
  - f) Sea una alumna sabiendo que es de la clase A o de la clase B.
  - g) Sea una alumna sabiendo que su clase tiene menos de 100 estudiantes.
- 6) En el armario de Luis hay 6 camisetas blancas, 4 azules, 3 negras y 2 rojas. Si saca consecutivamente 2 camisetas, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos ayudándote de un diagrama de probabilidad.
- a) Sacar dos camisetas negras.
  - b) Sacar una camiseta blanca y otra azul.
  - c) No sacar ninguna camiseta roja.
  - d) Sacar una camiseta blanca.

①



C={estar casado}

T={tener trabajo}

a

$$P(\bar{T}) = P(C \cap \bar{T}) + P(\bar{C} \cap \bar{T}) = P(C) \cdot P(\bar{T} | C) + P(\bar{C} \cap \bar{T}) =$$

$$= 0.8 \cdot 0.25 + 0.05 = 0.25$$

Luego, el porcentaje de los que no tienen trabajo es el 25%.

b

$$P(T) = 1 - P(\bar{T}) = 1 - 0.25 = 0.75$$

$$P(C|T) = \frac{P(C \cap T)}{P(T)} = \frac{0.8 \cdot 0.75}{0.75} = \text{0.8}$$

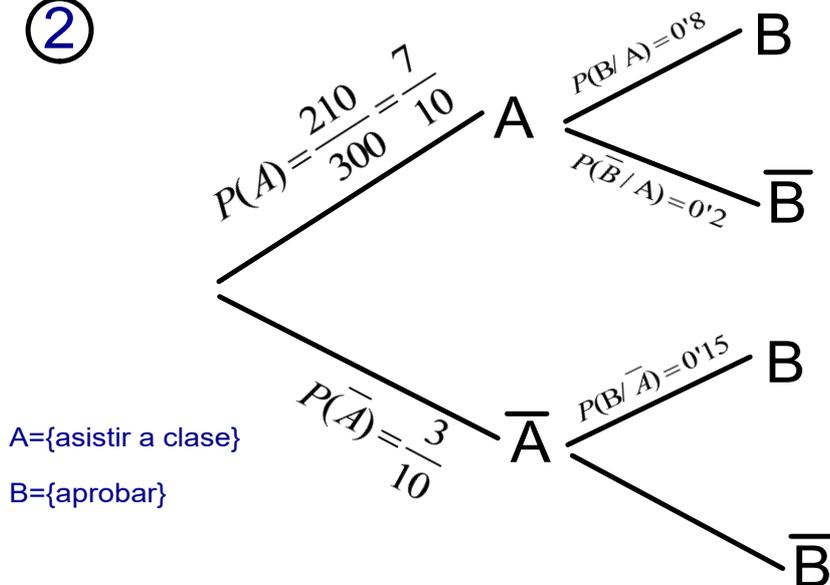
c

$$P(C \cap \bar{T}) = 0.8 \cdot 0.25 = 0.2$$

$$P(C|\bar{T}) = \frac{P(C \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{0.8 \cdot 0.25}{0.25} = 0.8$$

Entre los que no tienen trabajo el porcentaje de casados es el 80%.

②



a)  $P(A) = 0'7$

b)  $P(\bar{A} \cap B) = 0'3 \cdot 0'15 = 0'045$

c)  $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A}) = 0'7 \cdot 0'8 + 0'3 \cdot 0'15 = 0'605$

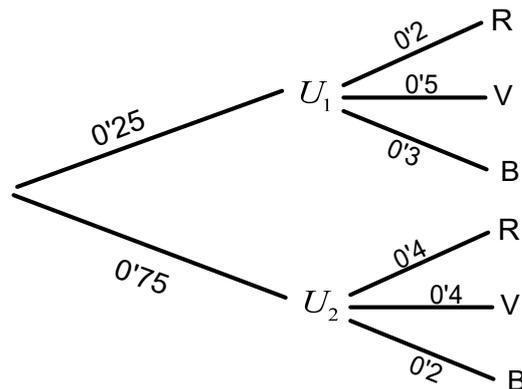
d) 
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0'7 \cdot 0'8}{0'605} = \frac{0'56}{0'605} = \frac{560}{605} = \frac{112}{121} = 0'9256$$

$$\textcircled{3} \quad U_1 = \{\text{sacar una bola de la urna 1}\} \quad U_2 = \{\text{sacar una bola de la urna 2}\}$$

$$P(U_1) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad \text{y} \quad P(U_2) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

La urna 1 contiene 2 bolas rojas (R), 5 bolas verdes (V) y tres blancas (B); la urna 2 contiene 4 bolas rojas (R), 4 verdes (V) y 2 blancas (B).

Construimos el siguiente diagrama de probabilidad:



$$\textcircled{a} \quad Si = \{\text{sacar en la tirada un siete}\}$$

$$P(Si \cap V) = P(Si) \cdot P(V/Si) = \frac{1}{8} \cdot 0.4 = \frac{1}{20} = 0.05$$

$$\textcircled{b} \quad Se = \{\text{sacar en la tirada un seis}\}$$

$$P(B/Se) = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$\textcircled{c} \quad P(R) = P(R \cap U_1) + P(R \cap U_2) = 0.25 \cdot 0.2 + 0.75 \cdot 0.4 = 0.05 + 0.3 = 0.35$$

$$\textcircled{d} \quad P(\bar{V}) = 1 - P(V) = 1 - [P(V \cap U_1) + P(V \cap U_2)] = 1 - [0.25 \cdot 0.5 + 0.75 \cdot 0.4] = 0.575$$

$$\textcircled{e} \quad \text{¿} P(U_1 \cap R) = P(U_1) \cdot P(R) \text{?}$$

$$P(U_1 \cap R) = P(U_1) \cdot P(R/U_1) = 0.25 \cdot 0.2 = 0.05$$

$$P(U_1) \cdot P(R) = 0.25 \cdot 0.35 = 0.0875$$

Son dependientes

- ④ Sean los sucesos:  $E_m = \{\text{mensaje recibido es un email}\}$   
 $C = \{\text{mensaje recibido es una carta}\}$   
 $P_u = \{\text{el mensaje es de publicidad}\}$

	Em	C	Total
<u>Pu</u>	130	<u>50</u>	180
Pu	<u>108</u>	<u>80</u>	<u>188</u>
Total	238	<u>130</u>	368

- ①  $P(E_m) = \frac{238}{368} = \frac{119}{184} \approx 0'6467$
- ②  $P(C) = \frac{130}{368} = \frac{65}{184} \approx 0'3533$
- ③  $P(\overline{P_u}) = \frac{188}{368} = \frac{47}{92} \approx 0'5109$
- ④  $P(C \cap \overline{P_u}) = \frac{80}{368} = \frac{5}{23} \approx 0'2174$
- ⑤  $P(E_m / P_u) = \frac{130}{180} = \frac{13}{18} \approx 0'7222$
- ⑥  $P(P_u / E_m) = \frac{130}{238} = \frac{65}{119} \approx 0'5462$
- ⑦  $P(C / \overline{P_u}) = \frac{80}{188} = \frac{20}{47} \approx 0'4255$
- ⑧  $P(E_m / P_u) = \frac{13}{18} \neq \frac{119}{184} = P(E_m)$

Son dependientes

5

	Alumnos	Alumnas	
A	30	<u>24</u>	<u>54</u>
B	<u>40</u>	60	100
C	<u>30</u>	<u>48</u>	78
	100	<u>132</u>	232

a

$$P(A) = \frac{54}{232} = \frac{27}{116} \approx 0'2328$$

Aa={ser alumna}

Ao={ser alumno}

b

$$P(Aa) = \frac{132}{232} = \frac{33}{58} \approx 0'5690$$

c

$$P(Aa \cap B) = \frac{60}{232} = \frac{15}{58} \approx 0'2586$$

d

$$P(C | Aa) = \frac{P(C \cap Aa)}{P(Aa)} = \frac{\frac{48}{232}}{\frac{132}{232}} = \frac{48}{132} = \frac{4}{11} \approx 0'3636$$

e

$$P(Ao | \bar{C}) = \frac{P(Ao \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{70/232}{154/232} = \frac{70}{154} = \frac{5}{11} \approx 0'4545$$

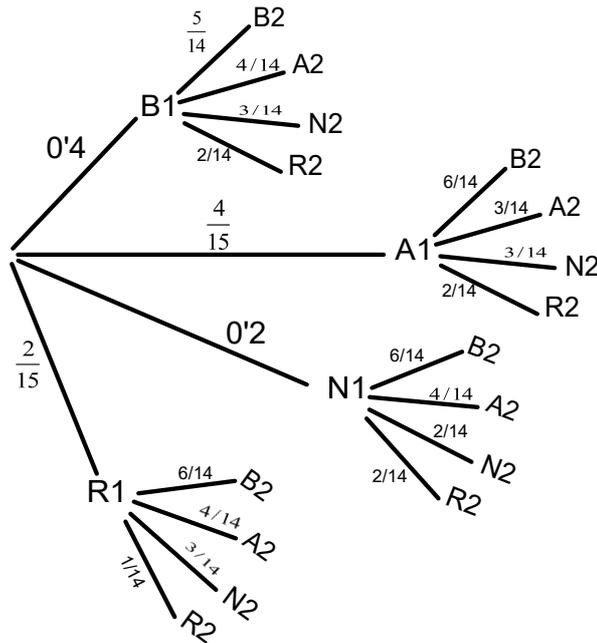
f

$$P(Aa | (A \cup B)) = \frac{84}{154} = \frac{6}{11} \approx 0'5455$$

g

$$P(Aa | \{\text{clase } < 100\}) = P(Aa | (A \cup C)) = \frac{72}{132} = \frac{6}{11} \approx 0'5455$$

⑥



$$\text{(a)} \quad P(N_1 \cap N_2) = 0'2 \cdot \frac{2}{14} = \frac{1}{35}$$

$$\text{(b)} \quad P(B_1 \cap A_2) + P(A_1 \cap B_2) = 0'4 \cdot \frac{4}{14} + \frac{4}{15} \cdot \frac{6}{14} = \frac{8}{35}$$

③ Suceso contrario: al menos una roja

$$\begin{aligned} P(\{\text{al menos una roja}\}) &= P(B_1 \cap R_2) + P(A_1 \cap R_2) + P(N_1 \cap R_2) + \\ &+ P(R_1 \cap B_2) + P(R_1 \cap A_2) + P(R_1 \cap N_2) + P(R_1 \cap R_2) = 0'4 \cdot \frac{2}{14} + \frac{4}{15} \cdot \frac{2}{14} + 0'2 \cdot \frac{2}{14} + \\ &+ \frac{2}{15} \cdot \frac{6}{14} + \frac{2}{15} \cdot \frac{4}{14} + \frac{2}{15} \cdot \frac{3}{14} + \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{14} = \frac{9}{35} \end{aligned}$$

$$P(\{\text{ninguna roja}\}) = 1 - \frac{9}{35} = \frac{26}{35}$$

$$\begin{aligned} \text{(d)} \quad P(\{\text{una blanca}\}) &= P(B_1 \cap A_2) + P(B_1 \cap N_2) + P(B_1 \cap R_2) \\ &+ P(A_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap B_2) + P(R_1 \cap B_2) = \\ &= 0'4 \cdot \frac{4}{14} + 0'4 \cdot \frac{3}{14} + 0'4 \cdot \frac{2}{14} + \frac{4}{15} \cdot \frac{6}{14} + 0'2 \cdot \frac{6}{14} + \frac{2}{15} \cdot \frac{6}{14} = \\ &= \frac{18}{35} \end{aligned}$$