Solución a calendario mensual con dos cubos

Enunciado:

Calendario mensual con dos cubos

Para señalar el día del mes se colocan los cubos de forma que sus caras frontales den el día de la fecha actual. En cada cubo, cada una de las caras tiene un número del 0 al 9, distribuidos de forma que siempre podemos visualizar el día del mes en que nos encontremos, disponiéndolos adecuadamente. Es decir, siempre podemos ver los números 01, 02, 03, … , 28, 29, 30 y 31 con dos caras frontales de ambos cubos.

Pregunta 1: ¿de cuántas formas podremos distribuir los dígitos del 0 al 9 para formar ambos dados en el que siempre podamos visualizar cualquier número del 01 al 31?

Pregunta 2: en el ejemplo de la figura, ¿sabrías cuáles son los cuatro dígitos que no se ven en el cubo de la izquierda y los tres ocultos en el de la derecha?

Solución:

En este ejercicio consideraremos que el orden de colocación de los dígitos en las caras de cada cubo no importa, es decir, que si por ejemplo en el primer cubo elegimos los dígitos {0,1,2,3,4,5} cualquier disposición de los mismos como por ejemplo {0,1,4,2,5,3} es el mismo caso que el anterior.

Lo primero es considerar que los números 1 y 2 han de estar en cada uno de los dos dados, pues el 11 y el 22 han de formarse. Lo siguiente es que el número 6 se obtiene del número 9 girándolo. Y lo tercero es que el número 0 (cero) también han de estar en cada uno de los dos dados: pues si sólo estuviera en uno sólo no se podrían formar los dígitos 03, 04, 05, 06, 07 y 08 (ya que los dígitos 3, 4, 5, 6, 7 y 8 no pueden estar todos ellos en un solo dado, por lo dicho anteriormente de las cifras 1 y 2).

Así pues, en *cada dado han de estar los dígitos {0, 1, 2}*. Por tanto el dígito 9 no lo consideraremos, pues si no habría siete dígitos (del 3 al 9) para elegir para seis posiciones libres en los dos dados y no puede quedarse ningún dígito fuera (en ese caso no podríamos formar el calendario con todos los números del 01 al 31). El dígito 9, lo obtendremos girando convenientemente el dígito 6.

Además de tener esos tres dígitos en un dado, podremos elegir tres dígitos entre los números {3, 4, 5, 6, 7, 8}, por lo que el número de posibilidades distintas serían las combinaciones sin repetición de 6 elementos tomados de 3 en 3 (si cogemos 3 dígitos de esos 6, los otros tres serían para el otro dado). Es decir, ninguno de esos 6 dígitos puede aparecer repetido en los dos dados (sólo aparecen repetidos los dígitos 0, 1 y 2 como ya se dijo).

Por tanto la respuesta a la primera pregunta sería: $C_{6,3} = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3!\cdot 3!} = 20$.

Respuesta a la Pregunta 1: **de 20 formas**.

Pregunta 2:

En el cubo de la izquierda se ven los dígitos 1 y 2. Falta el 0 y el 3, 4 y 5 no están en dicho dado por lo expuesto anteriormente (están en el otro dado). Por tanto **en el primer dado faltan los dígitos 0, 6, 7 y 8.**

En el cubo de la derecha faltarían los dígitos 0, 1 y 2 (que han de estar en cada uno de los dos dados).