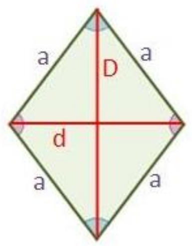
Solución a las 3+1 formas de calcular el área de un rombo

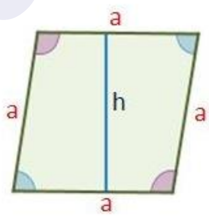
Enunciado:



Existen varias fórmulas para calcular el **área** de un **rombo**. La más común es mediante las dos **diagonales** del rombo (las diagonales de un rombo son perpendiculares). El **área** es la mitad del producto de las **diagonales** (*D* y *d*).

$$Área = \frac{D \cdot d}{2}$$

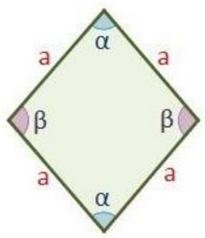
con D y d las diagonales del rombo



Otra forma de calcular el **área** del **rombo** es mediante la fórmula del **área del paralelogramo**. En este caso, un lado (*a*) se considera la **base** del rombo. Se mide la **altura** (*h*) relativa a dicha base, de manera que el **área** será el producto de la base por la altura.

$$Área = a \cdot h$$

siendo a la base y h la altura relativa a la base

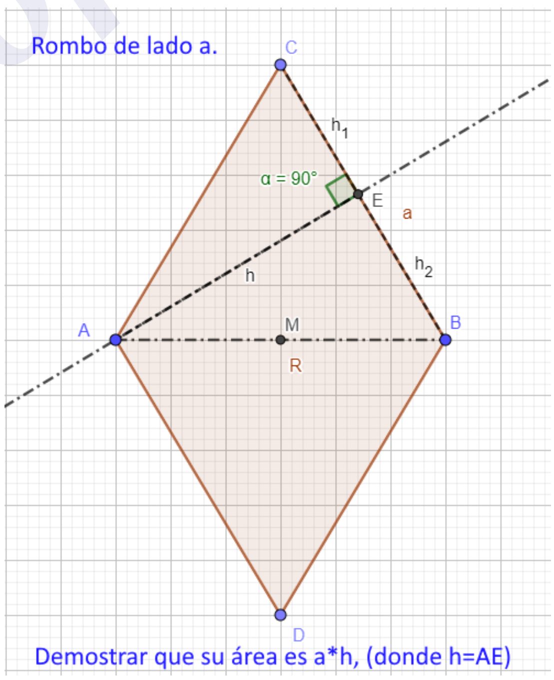


Y una tercera fórmula se obtiene a partir del lado y un ángulo:

$$Área = a^2 \cdot sen\ \alpha = a^2 \cdot sen\ \beta$$

Demuestra estas tres formas de calcularla.

profemates.jac



Solución:

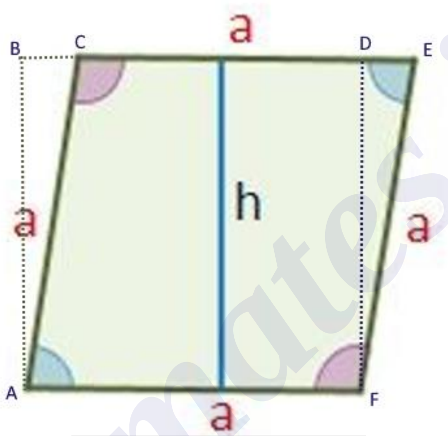
Primera forma (mitad del producto de sus diagonales)

Las dos diagonales del rombo dividen al mismo en cuatro triángulos rectángulos iguales de catetos *D/2* y *d/2* (donde *D* y *d* son las dos diagonales del rombo). El área del rombo será cuatro veces el área de cada uno de esos cuatro triángulos. Ahora bien, el área de cada uno de ellos es: $\frac{1}{2}\cdot\frac{D}{2}\cdot\frac{d}{2}=\frac{D\cdot d}{8}$ (la mitad del producto de sus dos catetos).

Y por tanto el área del rombo será: $4\cdot\frac{D\cdot d}{8}=\boldsymbol{\frac{D\cdot d}{2}}$ (que es la primera de las tres formas).

Segunda forma

Consideremos la figura en esta segunda forma (con estas indicaciones):



El área del rectángulo ABDF es $a\cdot h$.

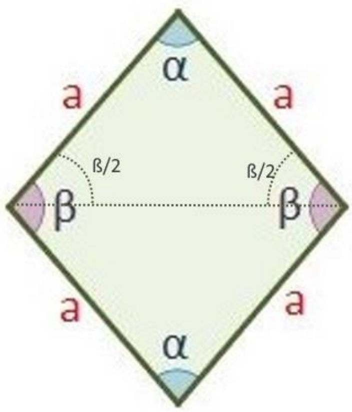
Pero los triángulos ABC y FDE son iguales (por tanto tienen el mismo área). El área del rombo ACDF será el área del rectángulo ABDF menos el área de ABC y más el área de FDE: $A_{ACDF}=A_{ABDF}-A_{ABC}+A_{FDE}=A_{ACDF}$ (área del rectángulo).

Así pues, el área del rombo es $\boldsymbol{a\cdot h}$ (que es la segunda de las tres formas)

Tercera forma

Para la tercera forma consideraremos que en un triángulo cualquiera su área es la mitad del producto de dos de sus lados cualesquiera por el seno del ángulo que forman dichos lados, es decir: $A=\frac{1}{2}\cdot a\cdot b\cdot sen\left(\widehat{a,b}\right)$.

Nuestra figura quedaría:



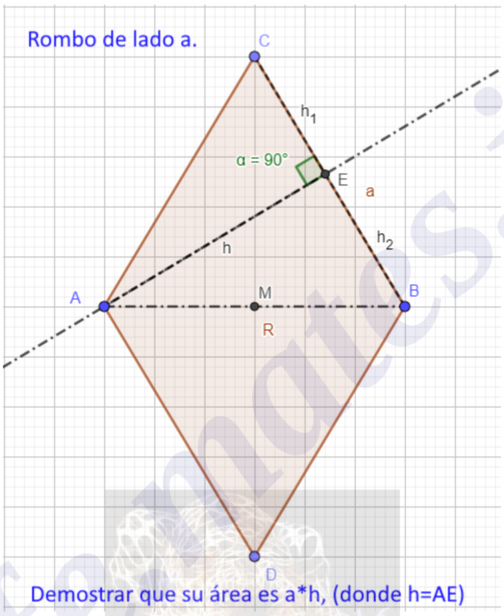
profemates.jac

El área del rombo sería el doble del área de cada triángulo que se observa.

Ahora bien, el área de cada triángulo es: $\frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot sen\ \alpha = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot sen\ \alpha$.

Así pues, el área del rombo es: $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot sen\ \alpha = \boldsymbol{a^2 \cdot sen\ \alpha}$ (análogamente se razona con el ángulo beta). Ya tenemos la tercera de las formas de calcularlo.

¿Cuarta forma? (3+1)



El área del triángulo ABC es la suma de las áreas de los triángulos ACE y AEB (estos son rectángulos en E).

El área del rombo es el doble del área del triángulo ABC.

También se observa que $h_1 + h_2 = a \Rightarrow h_2 = a - h_1$

Área de ACE: $\frac{h \cdot h_1}{2}$

Área de AEB: $\frac{h \cdot h_2}{2} = \frac{h \cdot (a - h_1)}{2}$

Área de ABC: $\frac{h \cdot h_1}{2} + \frac{h \cdot (a - h_1)}{2} = \frac{h \cdot h_1 + h \cdot a - h \cdot h_1}{2} = \frac{h \cdot a}{2}$

Y, por tanto, el área del rombo será: $2 \cdot \frac{h \cdot a}{2} = h \cdot a = \boldsymbol{a \cdot h}$ (que es la ***3+1 forma*** de calcular el área del rombo).

INDICACIÓN IMPORTANTE: esta última forma (3+1) es en realidad la segunda forma pues lo que hacemos es multiplicar el valor de un lado por la altura correspondiente del rombo a dicho lado. La he puesto por si las figuras correspondientes nos parecían diferentes (por eso la llamo 3+1).

profemates.jac