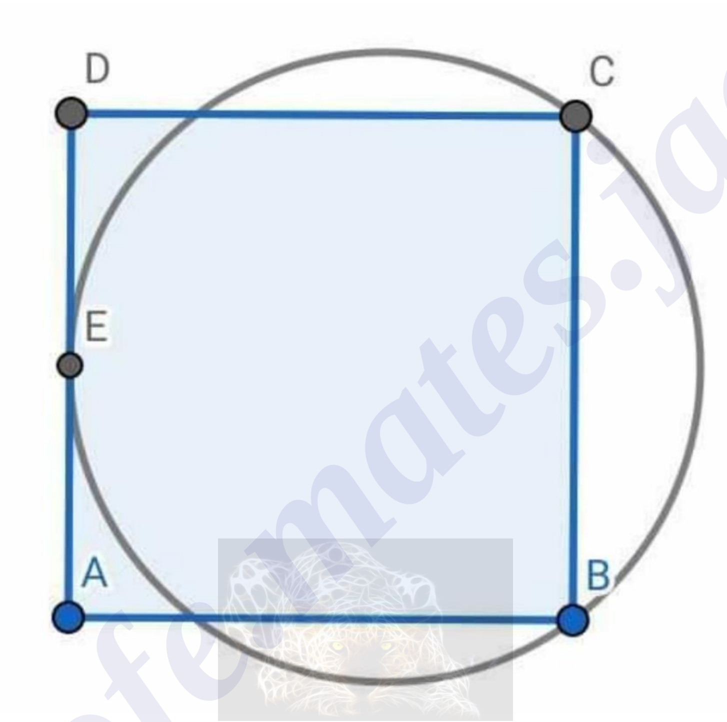
Solución al problema de qué perímetro es mayor

Enunciado:

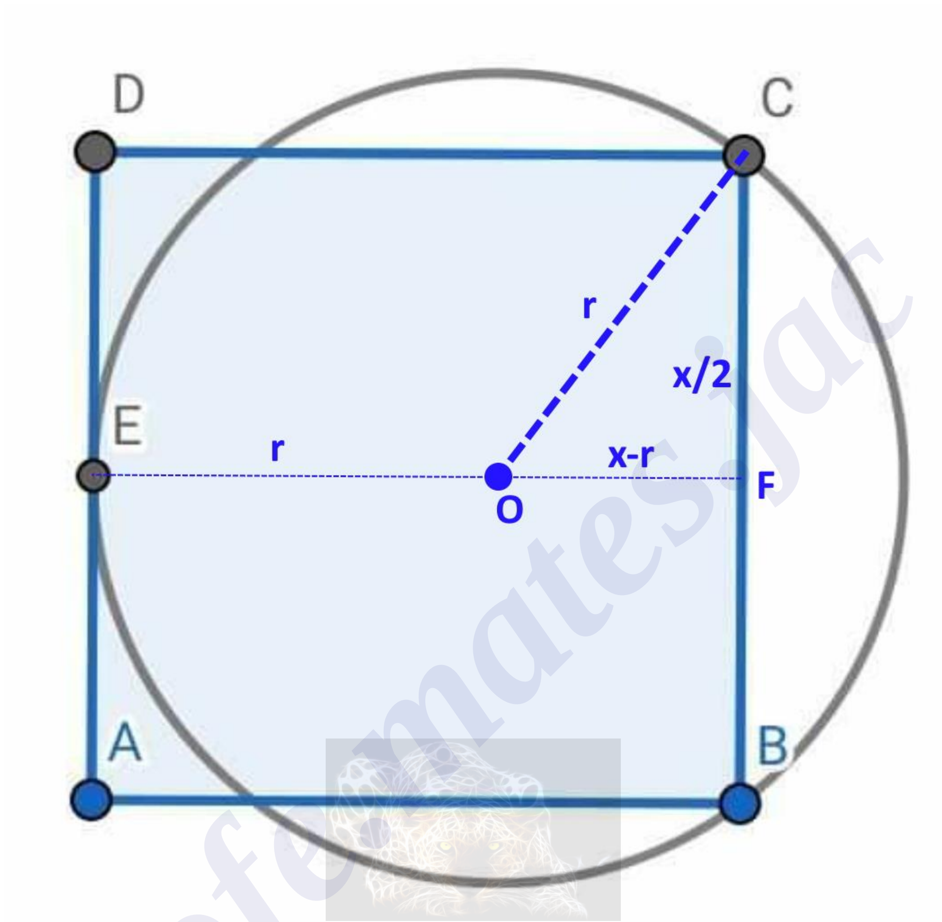
¿Qué perímetro es mayor, el del cuadrado ó el de la circunferencia? Justifique su respuesta.
👇



Solución:

"E" es el punto medio del lado AD y la circunferencia pasa por los puntos E, C y B. Llamemos **r** al radio de la circunferencia y **x** al valor del lado del cuadrado. **"O"** es el centro de la circunferencia. Obsérvese la siguiente figura:

¿Qué perímetro es mayor, el del cuadrado ó el de la circunferencia? Justifique su respuesta. 👇



En el triángulo rectángulo OCF tenemos que: $r^2 = (x-r)^r + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \Rightarrow r^2 = x^2 - 2 \cdot r \cdot x + r^2 + \frac{x^2}{4} \Rightarrow$

$$0 = \frac{5x^2}{4} - 2 \cdot r \cdot x \Rightarrow 2 \cdot r = \frac{5x^2}{4x} = \frac{5x}{4} \Rightarrow r = \frac{5x}{8}$$

Por tanto, el radio de la circunferencia es 5/8 del lado del cuadrado. Y sus perímetros respectivos serán:

Perímetro del cuadrado = $\mathbf{4 \cdot x}$

Longitud de la circunferencia = $2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot \frac{5x}{8} = \mathbf{\frac{5\pi}{4} \cdot x}$

Y $\frac{5\pi}{4} < 4$ pues $5\pi < 16 \Leftrightarrow \pi < \frac{16}{5} \Leftrightarrow \pi < 3´2$ (lo cual es cierto).

Así pues: $4x > \frac{5\pi}{4}x$ (puesto que x es positivo) y por tanto el perímetro del cuadrado es mayor que la longitud de la circunferencia.