

Solución al problema de hallar A y B (2º Bachillerato)

Enunciado:



$$\int_A^B (x - 1) dx = A \cdot A + A.$$

Si las letras representan números naturales, hallar el valor de dichas letras.

Solución:

$$\int_A^B (x - 1) dx = \left[\frac{x^2}{2} - x \right]_A^B = \frac{B^2}{2} - B - \frac{A^2}{2} + A = \frac{B^2 - A^2}{2} + A - B$$

Y debe ser igual a $A \cdot A + A$, luego: $\frac{B^2 - A^2}{2} + A - B = A \cdot A + A \Rightarrow B^2 - A^2 - 2B = 2A^2 \Rightarrow$

$B^2 - 2B - 3A^2 = 0$ (que es una ecuación de segundo grado cuya incógnita es B y las soluciones serán:

$$B = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12A^2}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 \cdot (1 + 3A^2)}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{1 + 3A^2}}{2} = 1 \pm \sqrt{1 + 3A^2}$$

O sea que: $B = 1 \pm \sqrt{1 + 3A^2}$ (ahora hacemos una tabla de valores dándole valores naturales a A y viendo lo que sale para B (han de salir ambos naturales, según el enunciado del ejercicio). Para ello utilizo la hoja de cálculo Excel.

Para ver las soluciones que hacen que A y B sean naturales observa la siguiente tabla de Excel (yo he encontrado algunas como $A=0$ y $B=0$, $A=0$ y $B=2$, $A=1$ y $B=3$, $A=4$ y $B=8$, $A=15$ y $B=27$, $A=56$ y $B=98$ 😊)

Haz clic en el siguiente enlace (importante: descargar como archivo de Excel):

<https://bit.ly/2Xeemo1>