

MÚLTIPLOS Y DIVISORES

Un número es divisible por otro si al hacer la división el resto es 0, es decir, si la división es exacta.

Por ejemplo, 15 es divisible por 5 porque la división de 15 entre 5 es exacta $\begin{array}{r} 15 \quad 5 \\ 0 \quad 3 \end{array}$

Esto significa que podemos distribuir 15 flores en 5 jarrones sin que sobre ninguna flor:



Cuando dos números, como 15 y 5, tienen una relación de divisibilidad decimos que:

El mayor es múltiplo del menor o que el menor es divisor del mayor

En el ejemplo de los jarrones y las flores:

15 es múltiplo de 5 y 5 es un divisor de 15

En general, decir que a es múltiplo de b equivale a decir que b es divisor de a

Veamos cómo se pueden calcular los múltiplos de un número:

Los múltiplos de un número contienen un número exacto de veces a dicho número.

Por ejemplo, 28 es múltiplo de 4 porque lo contiene exactamente 7 veces.

$$\overbrace{\boxed{4} \boxed{4} \boxed{4} \boxed{4} \boxed{4} \boxed{4} \boxed{4}}^{28} \quad 28 = 4 \cdot 7$$

De la misma forma, 28 es múltiplo de 7

$$\overbrace{\boxed{7} \boxed{7} \boxed{7} \boxed{7}}^{28} \quad 28 = 7 \cdot 4$$

Para calcular los múltiplos de un número se multiplica dicho número por los números naturales 1, 2, 3, ...

Por ejemplo, los múltiplos de 6 serían $M(6) = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, \dots\}$

Cómo puedes observar:

- Cualquier número tiene infinitos múltiplos
- Los múltiplos de 2 van de 2 en 2; los de 3 van de 3 en 3; los de 4 van de 4 en 4, etc.

Actividades resueltas

1) ¿Cuáles son los múltiplos de 7 comprendidos entre 850 y 880?

Resolución

Hay que encontrar algún múltiplo de 7 muy próximo a 850.

Para eso hacemos la división

$$\begin{array}{r} 850 \overline{) 7} \\ 15 \underline{121} \\ 10 \\ 3 \end{array}$$

Los múltiplos de 7 más próximos a 850 son: $7 \cdot 121 = 847$ y $7 \cdot 122 = 854$.

Ahora vamos contando de 7 en 7 a partir de 854 y sin pasarnos de 880: 854, 861, 868 y 875

2) Mi primo tiene un bar y necesita para el próximo fin de semana al menos 500 refrescos de cola. La empresa proveedora los vende en cajas completas de 36 refrescos.

a) ¿Cuántas cajas tiene que pedir?

Resolución

1 *caja* 2 *cajas* 3 *cajas*

Observa que 36, 72, 108, ...

Vemos que el número de refrescos se corresponde con los múltiplos de 36

Hay que encontrar algún múltiplo de 36 muy próximo a 500.

Para eso hacemos la división dando el resultado aproximado a las unidades $500 : 36 \cong 13$

Como $36 \cdot 13 = 468$ y $36 \cdot 14 = 504$, si queremos exactamente 500 refrescos tendríamos que comprar 13 cajas completas y 32 refrescos

Como queremos más de 500 refrescos, compraremos 14 cajas

b) Si cada refresco le cuesta 25 céntimos, ¿cuánto le cuestan los refrescos?

Resolución

Hemos comprado 14 cajas de 36 refrescos, en total $14 \cdot 36 = 504$ refrescos

Como cada refresco nos cuesta 25 céntimos, debemos pagar $504 \cdot 25 = 12600$ céntimos = 126 €

Veamos cómo se pueden calcular los divisores de un número:

Sabemos que los divisores de un número caben un número exacto de veces en dicho número.

Para calcular todos los divisores de un número, en principio, habría que probar entre qué números es divisible empezando por el 1 hasta llegar al propio número.

Pero este proceso es muy largo, sobre todo cuando queramos calcular los divisores de un número grande, por ejemplo, de 28.

Vamos a calcular, por ejemplo, los divisores del número 28 por un método más corto. Fíjate:

División	Producto	Divisores
$28 : 1 = 28$	$28 = 1 \cdot 28$	1 y 28
$28 : 2 = 14$	$28 = 2 \cdot 14$	2 y 14
$28 : 3$ No es divisible	-	-
$28 : 4 = 7$	$28 = 4 \cdot 7$	4 y 7
$28 : 5$ No es divisible	-	-
$28 : 6$ No es divisible	-	-
$28 : 7 = 4$	$28 = 7 \cdot 4$	como 4 y 7 se repiten ya no hay que seguir probando
$D(28) = \{ 1, 2, 4, 7, 14, 28 \}$		

Puedes observar que:

- Cualquier número, excepto el 1, tiene por lo menos 2 divisores, el número 1 y el mismo número.
- El número de divisores de un número es finito. En el ejemplo anterior, 28 tiene sólo 6 divisores
- Si un número se puede descomponer como producto de factores entonces cada factor es un divisor de dicho número. Por ejemplo, $6 = 2 \cdot 3 \rightarrow 2$ y 3 son divisores (o factores) de 6

Actividades resueltas

1) En una clase de 24 alumnos, ¿cuáles son las formas de hacer equipos del mismo nº de alumnos cada equipo?

Resolución

Como el número de alumnos de cada equipo debe ser un divisor de 24, pues sino sobrarían alumnos, hay que buscar todos los divisores de 24, que son: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24.

Las formas posibles son:

- 1 equipo de 24 alumnos o 24 equipos de 1 alumno - 2 equipos de 12 alumnos o 12 equipos de 2 alumnos
 3 equipos de 8 alumnos u 8 equipos de 3 alumnos - 4 equipos de 6 alumnos o 6 equipos de 4 alumnos

2) Calcula todos los divisores de 24 y después indica cuáles son todas las formas de colocar en filas los 24 alumnos de una clase de forma que todas las filas tengan el mismo número de alumnos.

Resolución

Como los divisores de 24 son 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24 se podrán poner en

1 fila de 24 (o 24 de 1) ; 2 filas de 12 (o 12 de 2) ; 3 filas de 8 (u 8 de 3) y 4 filas de 6 (o 6 de 4)

3) La madre de Miguel ha hecho 30 bocadillos para la fiesta de cumpleaños. Miguel le ha preguntado a cuántos amigos puede invitar, y su madre le ha respondido que a los que quiera, pero que, cuando se repartan los bocadillos, deben tocar todos a la misma cantidad y no debe sobrar ninguno. Escribe todas las posibilidades

Resolución

Como el número de bocadillos que come cada niño debe ser un divisor de 30, pues sino sobrarían bocadillos, hay que buscar todos los divisores de 30, que son: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30.

Las formas posibles son:

1 niño come 30 bocadillos → Miguel se los comería todos y no invitaría a nadie

30 niños comen 1 bocadillo cada uno → Miguel invitaría a 29 amigos

2 niños comen 15 bocadillos cada uno → Miguel invitaría a 1 amigo

15 niños comen 2 bocadillos cada uno → Miguel invitaría a 14 amigos

3 niños comen 10 bocadillos cada uno → Miguel invitaría a 2 amigos

10 niños comen 3 bocadillos cada uno → Miguel invitaría a 9 amigos

5 niños comen 6 bocadillos cada uno → Miguel invitaría a 4 amigos

6 niños comen 5 bocadillos cada uno → Miguel invitaría a 5 amigos

4) En un taller tienen que hacer piezas de metal con forma de rectángulo de 12 cm^2 de superficie. El largo y el ancho deben ser un número entero de centímetros. Describe las piezas que se pueden hacer

Resolución

Como $\text{largo} \times \text{ancho} = 12$, tanto el largo como el ancho de cada pieza deben ser divisores de 12.

Posibilidades:

Pieza de 12 cm de largo y 1 cm de ancho

Pieza de 6 cm de largo y 2 cm ancho

Pieza de 4 cm de largo y 3 cm de ancho

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Son unas reglas que sirven para averiguar, sin tener que dividir, si un número es divisible por otro

Vamos a ver los criterios más importantes:

Divisibilidad por 2: Observa que los múltiplos de 2 son $M(2) = 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots$, los números pares.

Todos terminan en 0 o en cifra par.

Un número es divisible por 2 si acaba en 0 o en cifra par

Divisibilidad por 3: Observa que los múltiplos de 3 son $M(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, \dots\}$

En todos ellos la suma de sus cifras siempre da un múltiplo de 3

Por ejemplo, el número 50 271 es divisible por 3 pues la suma de sus cifras es $5+0+2+7+1 = 15$ y 15 es divisible por 3.

Un número es divisible por 3 si la suma de sus cifras da múltiplo de 3

Divisibilidad por 5: Observa que los múltiplos de 5 son $M(5) = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, \dots\}$

Todos terminan en 0 o en 5

Por ejemplo, los números 74 295 y 603 180 son divisibles por 5, pues terminan en 0 ó en 5.

Un número es divisible por 5 si acaba en 0 o en 5

Divisibilidad por 9: Observa que los múltiplos de 9 son: $M(9) = 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, \dots$

En todos ellos la suma de sus cifras siempre da un múltiplo de 9

Un número es divisible por 9 si la suma de sus cifras da múltiplo de 9

Divisibilidad por 10: Observa que los múltiplos de 10 son: 10, 20, 30, 40,

Todos terminan en 0

Un número es divisible por 10 si acaba en 0

Divisibilidad por 11: Observa que los múltiplos de 11 son

$M(11) = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, 132, 143, \dots\}$

En todos ellos la suma de las cifras que ocupan los lugares pares menos la de las que ocupan los lugares impares siempre da 0 o un múltiplo de 11.

Por ejemplo, los números 7 205 y 94 721 son divisibles por 11

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cc} \text{I} & \text{I} \\ 7 & 2 \\ \text{P} & \text{P} \end{array} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Suma de las cifras de lugar par: } 2+5=7 \\ \text{Suma de las cifras de lugar impar: } 7+0=7 \end{array} \right. & \rightarrow 7-7=0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc} \text{I} & \text{I} & \text{I} \\ 9 & 4 & 7 \\ \text{P} & \text{P} & \end{array} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Suma de las cifras de lugar par: } 5+1=6 \\ \text{Suma de las cifras de lugar impar: } 9+6+2=17 \end{array} \right. & \rightarrow 17-6=11
 \end{array}$$

Un número es divisible por 11 si la suma de las cifras de los lugares pares menos la de los lugares impares siempre da 0 o múltiplo de 11

Actividades resueltas

1) Usando los criterios de divisibilidad averigua si 2849 es divisible entre 2, 3, 5 u 11 y explica por qué.

Resolución

Entre 2 no es porque no acaba en 0 ni cifra par

Entre 3 no es porque la suma de sus cifras no es múltiplo de 3

Entre 5 no es porque no acaba en 0 ni en 5

Entre 11 sí que es porque la suma de las cifras de lugar par menos las de lugar impar es 11

2) Durante la última ola de calor una fábrica ha creado hoy 828102 cubitos de hielo.

¿Podría empaquetarlos todos en bolsas de 3 cubitos? ¿Y en bolsas de 11 cubitos?

Resolución

a) Sí, porque 828 102 es divisible por 3 b) Sí, porque 828 102 es divisible por 11

3) Un supermercado tiene 65 yogures a punto de caducar. Para venderlos antes de la fecha límite se les ocurre hacer packs de yogures con un descuento. ¿Podrían hacer paks de 3 yogures?

¿Y de 5 yogures?

Resolución

a) No, porque 65 no es divisible por 3 b) Sí, porque 65 es divisible por 5

4) Juan tiene una caja fuerte. Para poder abrirla necesita saber la combinación de cinco cifras, pero ha olvidado la penúltima cifra. Sabe que es 106 _ 8 y también recuerda que el número es divisible por 11.

a) Averigua la cifra que falta. b) El número obtenido, ¿es divisible por 6?

Resolución

a) La cifra 2 b) No, porque, aunque 10628 es divisible por 2, no lo es por 3

5) Alicia para entrar en su ordenador eligió una contraseña que fuese un número divisible por 55.

Se le ha olvidado la 2ª cifra, pero recuerda que el número era 2 _ 325. Averigua cuál es la contraseña

Resolución

Para que sea divisible por 55 debe ser divisible por 5 y por 11. Por 5 lo es porque termina en 5

$$\begin{array}{rcc} & \text{I} & \text{I} & \text{I} \\ & 2 & x & 325 \\ & \text{P} & \text{P} & \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Suma de las cifras de lugar par} : x + 2 \\ \text{Suma de las cifras de lugar impar} : 2 + 3 + 5 = 10 \end{array} \right.$$

Para que sea divisible por 11, debe ser $x + 2 = 10$, luego $x = 8$. Por tanto, la contraseña es 28325.

6) Usando criterios de divisibilidad, di si es posible repartir 429 naranjas en cajas de 33 naranjas cada una sin que sobre ni falte ninguna naranja y explica por qué.

Resolución

Sí, porque 429 es divisible por 3 (la suma de sus cifras es 15, divisible por 3) y también es divisible por 11 (la suma de las cifras de lugar impar, 13, menos la de lugar par, 2, da 11, que es múltiplo de 11)

NÚMEROS PRIMOS

Un número es primo si sólo tiene dos divisores, el 1 y él mismo. El 1 no se considera primo. Los primeros números primos son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, Hay infinitos números primos

Los números que no son primos se llaman números compuestos.

Eratóstenes fue un matemático griego que ideó un método para descubrir los números primos del 1 al 100 llamado criba de Eratóstenes. Consiste en escribir los números naturales del 1 al 100 en una tabla e ir tachando los múltiplos de 2, salvo el 2. Después se hace lo mismo con los múltiplos de 3, de 5, de 7, Los números que queden sin tachar son los números primos menores que 100.

Criba de Eratóstenes

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Posteriormente este mismo método fue usado para descubrir números primos.

Para averiguar si un número es primo o compuesto se comprueba si es divisible por los primos, empezando por el 2, hasta que el cociente sea menor que el divisor.

También se puede comprobar si es divisible entre los valores menores o iguales que su raíz cuadrada.

Si fuese divisible por algún primo, entonces el número es compuesto. En otro caso, el número es primo.

Actividades resueltas

1) Aplica la criba de Eratóstenes para obtener los números primos comprendidos entre el 101 y el 150.

Resolución

101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139 y 149

2) En un aula hay 30 sillas distribuidas en 5 filas de 6 sillas cada una. Se rompe una silla.

¿Se podrán colocar las sillas ahora en filas con igual número de sillas en cada fila? Razona tú respuesta.

Resolución

No. Porque 29 es primo y sólo se puede expresar como $1 \cdot 29$ (sólo se podrían poner en 1 fila de 29 sillas o 29 filas de 1 silla)

3) ¿Qué valor resulta al multiplicar los 4 primeros números primos positivos?

Resolución

Los cuatro primeros números primos positivos son 2, 3, 5 y 7 (el 1 no se considera primo).
Por tanto, el producto pedido es $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$.

4) En un aula hay 30 sillas distribuidas en 5 filas de 6 sillas cada una. Se rompe una silla.
¿Se podrán colocar las sillas ahora en filas con igual número de sillas en cada fila? Razona tú respuesta.

Resolución

No. Porque 29 es primo y sólo se puede expresar como $1 \cdot 29$ (sólo se podrían poner en 1 fila de 29 sillas o 29 filas de 1 silla)

5) Paloma tiene en su tienda entre 336 y 342 mecheros que no puede guardar en cajas del mismo número de mecheros, salvo que los guarde todos juntos o de uno en uno. ¿Cuántos mecheros tiene?

Resolución

Buscamos los números primos comprendidos entre 336 y 342. Comprobamos uno por uno si son o no primos:

337 es primo pues $\sqrt{337} \cong 18,6$ y 337 no es divisible por 2, 3, 5, 7, 11, 13 ni 17

338 es compuesto por ser divisible por 2 ; 339 es compuesto por ser divisible por 3,

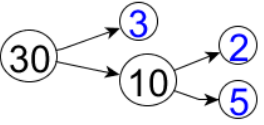
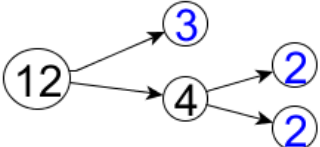
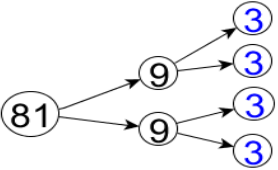
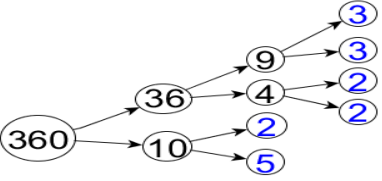
340 es compuesto por ser divisible por 2 ; 341 es compuesto por ser divisible por 11.

El único número primo es 337. Por tanto, tiene 337 mecheros

FACTORIZACIÓN

Cualquier número compuesto se puede descomponer como producto de números primos

Factorizar un número es descomponerlo en factores primos

Método tradicional			
$\begin{array}{r l} 30 & 2 \\ \hline 15 & 3 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$ $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$	$\begin{array}{r l} 12 & 2 \\ \hline 6 & 2 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array}$ $12 = 2^2 \cdot 3$	$\begin{array}{r l} 81 & 3 \\ \hline 27 & 3 \\ \hline 9 & 3 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & \end{array}$ $81 = 3^4$	$\begin{array}{r l} 360 & 2 \\ \hline 180 & 2 \\ \hline 90 & 2 \\ \hline 45 & 3 \\ \hline 15 & 3 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$ $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$
Método del diagrama en árbol			
 $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$	 $12 = 2^2 \cdot 3$	 $81 = 3^4$	 $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

Actividades resueltas

1) Explica por qué $4^7 \cdot 5^3$ no es la factorización de ningún número

Resolución

Porque 4 no es primo.

2) Asocia a cada número su descomposición en factores primos:

45 24 75 72 63 84 12
 $3^2 \cdot 5$ $2^3 \cdot 3$ $3^2 \cdot 5$ $2^3 \cdot 3^2$ $3^2 \cdot 7$ $2^2 \cdot 3 \cdot 7$ $2^2 \cdot 3$

Resolución

$45 = 3^2 \cdot 5$ $24 = 2^3 \cdot 3$ $75 = 3 \cdot 5^2$ $72 = 2^3 \cdot 3^2$ $63 = 3^2 \cdot 7$ $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ $12 = 2^2 \cdot 3$

3) Factoriza 360

Resolución

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

MCD y MCMMáximo común divisor de dos o más números (m.c.d.)

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de los divisores comunes a dichos números.

Por ejemplo, vamos a calcular el m.c.d.(12 y 18):

- Se calculan los divisores de cada número

D(12) →	1	2	3	4	6	12
D(18) →	1	2	3	6	9	18

- Se señalan los divisores comunes de los dos números

D(12) →	1	2	3	4	6	12
D(18) →	1	2	3	6	9	18

- Se toma el mayor de los divisores comunes (ese es el m.c.d.).

$$\text{En este caso, } \text{m.c.d.}(12 \text{ y } 18) = 6$$

Este mismo procedimiento se puede usar para calcular el m.c.d. de más de dos números

Mínimo común múltiplo de dos o más números (m.c.m.)

El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes a todos los números.

Por ejemplo, vamos a calcular el m.c.m.(6, 9 y 15)

Se calculan los primeros múltiplos de cada número hasta que obtengamos un múltiplo que sea común a todos los números

M(6) →	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	...
M(9) →	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90						
M(15) →	15	30	45	60	75	90										

$$\text{m.c.m.}(6, 9 \text{ y } 15) = 90$$

Cálculo del mcd y del mcm factorizando los números

Por ejemplo, vamos a calcular el m.c.d.(48 y 60) y el m.c.m.(48 y 60)

Se factoriza cada número: $48 = 2^4 \cdot 3$ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

- Para hallar el m.c.d. se multiplican los factores primos comunes elevados al menor exponente que tengan (serían 2^2 y 3) $\Rightarrow \text{m.c.d.}(48 \text{ y } 60) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$

- Para hallar el m.c.m. se multiplican los factores primos comunes y no comunes elevados al mayor exponente que tengan (serían 2^4 , 3 y 5) $\Rightarrow \text{m.c.m.}(48 \text{ y } 60) = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 16 \cdot 3 \cdot 5 = 240$

Actividad resuelta

Calcula el mcm de los números 90, 105 y 132 descomponiéndolos primero en factores primos y deja el resultado indicado sin efectuar.

Resolución

$$\begin{array}{c|c} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad 90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$\begin{array}{c|c} 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad 105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\begin{array}{c|c} 132 & 2 \\ 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \quad 132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$$

$$\text{mcm}(90, 105, 132) \xrightarrow{\text{comunes y no comunes de mayor exponente}} 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$$

Propiedades del m.c.d. y m.c.m.

1) Si el único divisor común es el 1 o no hay factores primos comunes en su factorización, entonces el m.c.d. es 1 y el m.c.m es el producto de los números

En este caso, los números son **primos relativos o primos entre sí**.

Por ejemplo, 4 y 9 son primos relativos, $\text{m.c.d.}(4, 9) = 1$ $\text{m.c.m.}(4, 9) = 4 \cdot 9 = 36$

2) Si hay un número que es divisor de todos los demás, entonces este número es el m.c.d.

Por ejemplo, $\text{m.c.d.}(6, 30, 42) = 6$, porque 6 es divisor de 6, 30 y 42

3) Si hay un número que es múltiplo de todos los demás números, entonces este número es el m.c.m.

Por ejemplo, $\text{m.c.m.}(4, 12, 24) = 24$, porque 24 es múltiplo de 4, 12 y 24

4) El producto del m.c.d. por el m.c.m. de dos números es igual al producto de dichos números:
 $\text{m.c.d.}(a, b) \cdot \text{m.c.m.}(a, b) = a \cdot b$

Por ejemplo, $\text{m.c.d.}(6, 9) = 3$, $\text{m.c.m.}(6, 9) = 18$; luego $3 \cdot 18 = 6 \cdot 9$

Método de Euclides para el cálculo del mcd de dos números:

1º) Hacemos la división del número mayor entre el número menor

2º) Dividimos el divisor entre el resto; y así sucesivamente hasta obtener como resto cero.

Entonces, el mcd de los dos números es el último divisor usado en las divisiones.

Ejemplo: Hallemos el MCD(96, 45)

$$\begin{array}{r} 96 \overline{) 45} \\ 6 \quad 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 45 \overline{) 6} \\ 3 \quad 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \overline{) 3} \\ 0 \quad 2 \end{array} \quad \text{Luego MCD}(96, 45) = 3$$

Además de los métodos que hemos visto hay otros métodos para el cálculo del m.c.d. o m.c.m.

Problemas usando el mcd y el mcm

El m.c.d. o m.c.m. nos permite resolver muchos problemas de la vida cotidiana.

En ellos tenemos primero que averiguar si hay que hallar el m.c.d. o el m.c.m.

Actividades resueltas

1) Luís viaja a Granada cada 15 días y su hermana Teresa cada 20 días. Si hoy han coincidido los dos, ¿dentro de cuántos días vuelven a coincidir en Granada?

Resolución

El nº de días debe ser el $\text{mcm}(15, 20) = \text{mcm}(3 \cdot 5, 2^2 \cdot 5) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ días

2) Se tienen dos toneles de vino, uno con 60 litros y otro con 40 litros. Se quiere envasar el vino en garrafas iguales del mayor tamaño posible, sin mezclar el vino.

a) ¿Cuál debe ser la capacidad de cada garrafa?

Resolución

La capacidad debe ser el $\text{mcd}(60, 40) = \text{mcd}(2^2 \cdot 3 \cdot 5, 2^3 \cdot 5) = 2^2 \cdot 5 = 20$ litros

b) ¿Cuántas garrafas hacen falta?

Resolución

Como en total hay $60 + 40 = 100$ litros, el nº de garrafas es $100 : 20 = 5$ garrafas

3) Para construirnos una cabaña hemos ido al bosque y hemos talado dos árboles: uno mide 9 m y el otro 12 m.

Queremos cortarlos para obtener unas columnas para la cabaña, pero queremos que todas las columnas que saquemos de estos árboles midan lo mismo para que el techo no esté inclinado.

También queremos que sean lo más altas posibles para tener espacio suficiente.

a) ¿Cuánto tendrá que medir cada columna? b) ¿Cuántas columnas sacaremos de estos árboles?

Resolución

a) $\text{mcd}(9, 12) = 3$ m

b) $(9 + 12) : 3 = 7$ columnas

4) Te vas de excursión con tus amigos y te han encargado que hagas los bocadillos.

En la panadería sólo quedaban tres barras: una de 36 cm, otra de 54 cm y otra de 90 cm.

Si quieres que todos los bocadillos sean iguales y que, además, sean lo más grandes posibles,

a) ¿cuánto tendrá que medir cada bocadillo? b) ¿Cuántos bocadillos haremos?

Resolución

a) $\text{mcd}(36, 54, 90) = 18$ cm

b) $(36 + 54 + 90) : 18 = 10$ bocadillos

5) Tienes una habitación rectangular cuyas paredes largas miden 450 cm cada una y las cortas miden 300 cm.

Quieres que unos grafiteros amigos tuyos te la decoren, así que piensas en dividir las paredes en trozos iguales para que todos tengan el mismo espacio para dibujar.

Si quieres que cada grafiti tenga el máximo espacio posible,

a) ¿cada cuántos centímetros tendrás que dividir las paredes? b) ¿Cuántos grafitis cabrán?

Resolución

$$a) \text{ mcd}(450, 300) = 150 \text{ cm}$$

$$b) (450 + 300) : 150 = 5 \text{ grafitis}$$

6) El dragón que tengo en el corral pone un huevo cada 12 días, y mi unicornio cocina unas patatas fritas para chuparse los dedos cada 8 días.

Si el 1 de enero disfruté de un huevo con patatas, ¿cuándo podré volver a probar ese manjar?

Resolución

$$\text{mcm}(12, 8) = 24 \text{ días} \quad \text{Respuesta: el 25 de enero}$$

7) En una tienda de mascotas venden una peluca para ranas cada 5 minutos, un bañador para patos cada 6 minutos y una depiladora de gorilas cada 10 minutos.

Si acaban de vender uno de cada, ¿cuánto tiempo pasará hasta que vendan otra vez los tres productos juntos?

Resolución

$$\text{mcm}(5, 6, 10) = 30 \text{ minutos}$$

8) Con el dinero que ganaste en el concurso de matemáticas, te has comprado una mansión.

En el camino de entrada has puesto un farol cada 2 m, una fuente de Coca Cola cada 21 m, y un señor calvo con traje que te dice lo guay que eres cada 7 m.

Si empiezas a contar la distancia desde la puerta de la mansión, ¿cuánto tendrás que caminar para volver a encontrarte un calvo trajeado que beba Coca Cola al lado de un farol?

Resolución

$$\text{mcm}(2, 21, 7) = 42 \text{ m}$$