

CONCEPTO DE NÚMERO DECIMALLectura y escritura

Un número decimal consta de una parte antes de la coma, llamada **parte entera** y otra parte después de la coma, llamada **parte decimal**.

Por ejemplo, 125,479 es un número decimal:



Para los decimales negativos es bueno recordar que el signo menos se puede interpretar como una deuda.

Por ejemplo, -342,25 € significa que debemos 342,25 €

Actividades resueltas

1) Escribe la cifra que te indican en los siguientes números:

a) Centésimas en 126,347 **Resolución** 4 b) Decenas en 7384,659 **Resolución** 8

c) Diezmilésimas en 7346,21095 **Resolución** 9 d) Unidades en 4037,16 **Resolución** 7

e) Decenas de millar en 873 542,1 **Resolución** 7

2) Indica qué orden tiene la cifra señalada en cada número:

a) 146,72 **Resolución** décimas b) 634,125 **Resolución** milésimas

c) 357,49 **Resolución** centenas d) 206,974 **Resolución** decenas

3) Relaciona cada decimal con su lectura

1,7		▶ Ocho centésimas
0,8		▶ Quince unidades y dos décimas
15,2		▶ Una unidad y siete centésimas
25,8		▶ Ocho décimas
7,4		▶ Una unidad y siete décimas
0,3		▶ Tres centésimas
6,5		▶ Veinticinco unidades y 8 centésimas
		▶ Tres décimas
		▶ Siete unidades y cuatro décimas
		▶ Seis unidades y cinco décimas
		▶ Veinticinco unidades y 8 décimas

Resolución

1,7 ↔ Una unidad y siete décimas; 0,8 ↔ Ocho décimas

15,2 ↔ Quince unidades y dos décimas; 25,8 ↔ Veinticinco unidades y ocho décimas

7,4 ↔ Siete unidades y cuatro décimas ; 0,3 ↔ Tres décimas

6,5 ↔ Seis unidades y cinco décimas

4) Escribe en forma de número decimal los siguientes números naturales usando las cifras decimales que se indican:

a) 27, con 3 cifras decimales **Resolución** 27,000

b) 6, con 1 cifra decimal **Resolución** 6,0

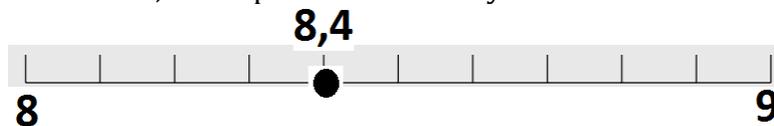
c) 904, con 2 cifras decimales **Resolución** 904,00

Representación en la recta

Para representar números decimales se divide el segmento correspondiente en 10 partes iguales.

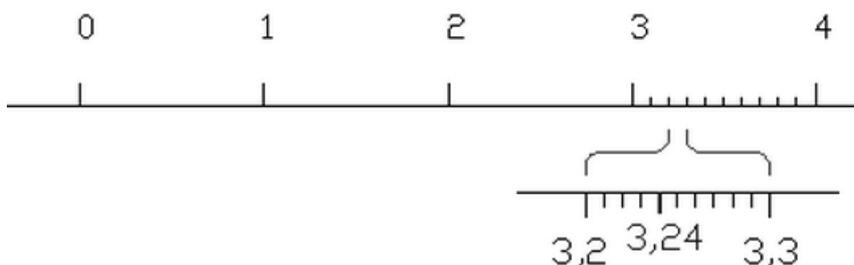
Si el número decimal sólo tiene 1 cifra decimal se sitúa entre los dos números enteros correspondientes.

Por ejemplo, fíjate que el número 8,4 se representa entre 8 y 9:



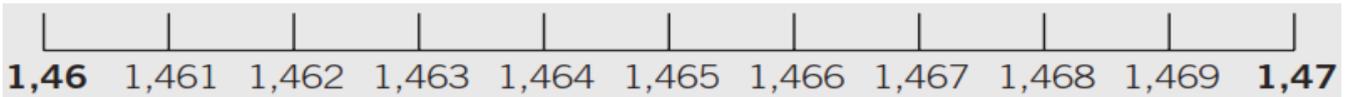
Si tiene 2 cifras decimales se sitúa entre los dos decimales de 1 cifra correspondientes

Por ejemplo, fíjate que el número 3,24 se representa entre 3,2 y 3,3:



Lo mismo se puede hacer para representar números con más decimales.

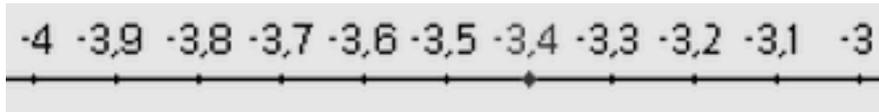
Fíjate en la representación de los números decimales de 3 cifras entre 1,46 y 1,47



Normalmente cuando el decimal tiene más de una cifra decimal se suele representar de forma aproximada.

Usando la misma idea se pueden representar números decimales negativos.

Por ejemplo, aquí tienes la representación gráfica de los números decimales de 1 cifra comprendidos entre -3 y -4:



Actividades resueltas

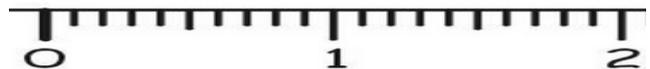
1) Representa el número 1,886 mediante un punto usando el segmento dibujado:



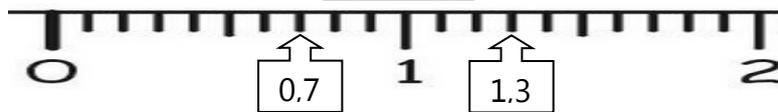
Resolución



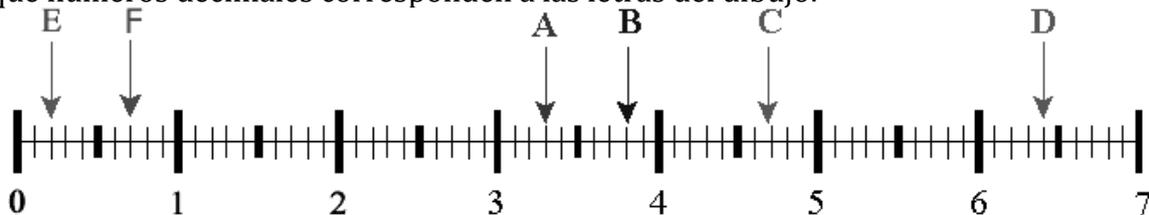
2) Representa en el dibujo los decimales 0,7 y 1,3:



Resolución



3) Indica qué números decimales corresponden a las letras del dibujo:

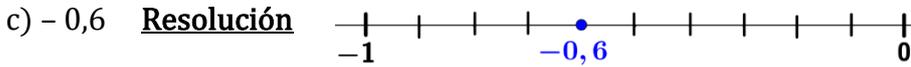


Resolución

A = 3,4 B = 3,8 C = 4,7 D = 6,4 E = 0,2 F = 0,7

4) Indica cómo se representan o representa sobre una recta graduada los siguientes números decimales, cada uno en una recta diferente:

a) 15,4 **Resolución** *Se divide el segmento [15,16] en 10 partes iguales y se toman 4 partes a partir de 15*



d) -2,84 **Resolución** *Se divide el segmento [-2,9,-2,8] en 10 partes iguales y se toman 4 partes a partir de -2,8*

Ordenación

Dados dos números decimales, es mayor el que tenga mayor parte entera.

Por ejemplo, $234,65 > 136,76$ porque $234 > 136$

Si tienen la misma parte entera, se compara la primera cifra decimal distinta.

Ejemplos:

$146,82 > 146,74$, porque 8 décimas $>$ 7 décimas

$357,56 > 357,53$, porque 6 centésimas $>$ 3 centésimas

$634,128 > 634,125$, porque 8 milésimas $>$ 5 milésimas

Si no tienen el mismo número de cifras decimales puedes ponerlos con el mismo número de cifras decimales añadiendo los ceros necesarios.

Ejemplos:

$207,12 > 207,00$ $43,28 > 43,20$ $72,10 > 72,09$

Si son número decimales con signo se ordenan igual que se hacía con los números enteros

Actividades resueltas

1) Coloca el signo $<$, $>$ ó $=$ según corresponda:

36,7	○	36,70	38,566	○	38,545
24,35	○	24,38	71,93	○	71,930
58,59	○	58,57	48,455	○	48,476

Resolución

$36,7 = 36,70$; $24,35 < 24,38$; $58,59 > 58,57$

$38,566 > 38,545$; $71,93 = 71,930$; $48,455 < 48,476$

2) Las estaturas de tres alumnos de la clase son: Abel: 1,75 m ; María: 1,7 m y Silvia: 1,807 m .

Ordénalos de mayor a menor según su estatura

Resolución

Silvia, Abel y María

3) Los pesos de tres alumnos son: Luís: 73,45 kg Rosa: 73,4 kg y Juana: 73,402 kg.

Completa: La persona que más pesa es _____ y la que menos es _____ .

Resolución

La persona que más pesa es **Luís** y la que menos es **Rosa** .

OPERACIONES CON DECIMALES

Suma/resta de decimales

Para sumar o restar números decimales:

* Se escriben uno debajo del otro, de manera que estén alineados las comas decimales y las cifras de los mismos órdenes y se completan con ceros para que todos los números tengan la misma cantidad de cifras decimales.

* Se suman o restan como si fueran números naturales.

* Al resultado se le coloca la coma decimal alineada con la coma de los términos que se están sumando o restando.

Ejemplos:

	C	D	U,	d	c	m		C	D	U,	d	c	m
	2	3	5,	4	5	6	+	5	7	5,	9	0	0
	6	8	7,	5	2	0	-	3	8	7,	4	6	3
	<hr/>							<hr/>					
	9	2	2,	9	7	6		1	8	8,	4	3	7

Actividades resueltas

1) Completa mentalmente esta serie $2,1 \xrightarrow{+ 0,6} \square \xrightarrow{- 0,8} \square \xrightarrow{- 0,5} \square$

Resolución $2,7 - 1,9 - 1,4$

2) Completa la siguiente suma de números decimales:

	1	5	,	7	2	9	
+		2	,	6	8	7	3
	<hr/>						
	□	□	,	□	□	□	□

Resolución 18,4163

3) Completa la siguiente resta de números decimales:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 2 \quad 3 \\
 - \quad 8 \quad 7 \quad , \quad 4 \quad 7 \quad 5 \\
 \hline
 \square \quad \square \quad \square \quad , \quad \square \quad \square \quad \square
 \end{array}$$

Resolución 035,525

4) Realiza las siguientes operaciones con decimales haciendo las cuentas necesarias:

$$\begin{array}{r}
 17,35 \\
 - 9,7 \\
 \hline
 7,65
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 216,84 \\
 + 7,65 \\
 \hline
 224,49
 \end{array}
 \quad
 \text{Resultado : } 224,49$$

5) Ayer fui de compras y me gasté 26,85 € y 3,25 €. Calcula aproximando mentalmente a las unidades cuánto me gasté aproximadamente.

Resolución 27 € + 3 € = 30 €

Multiplicación de decimales

Para multiplicar dos números decimales:

* Se multiplican como si fueran naturales.

* En el resultado se separan tantas cifras decimales (empezando por la derecha) como la suma de las cifras decimales de los factores. *Ejemplo:*

$$\begin{array}{r}
 73,24 \\
 \times 5,1 \\
 \hline
 7324 \\
 + 36620 \\
 \hline
 373,524
 \end{array}$$

2 decimales
+ 1 decimal
Colocamos la coma para que haya 3 decimales

Para multiplicar un número decimal por 10, 100, 1000, ... movemos la coma a la derecha tantos lugares como ceros haya, añadiendo ceros si fuese necesario.

Por ejemplo, si queremos hallar 3,154 . 10000, como el 10000 tiene 4 ceros moveremos la coma 4 lugares a la derecha. Por lo tanto, el resultado es 31540

Actividades resueltas

1) Calcula mentalmente:

- a) El doble de 7,3 b) El triple de 5,2 c) 3 . 0,2 d) 0,5 . 0,7 e) 12 . 0,3 f) 15 . 0,02

Resolución a) 14,6 b) 15,6 c) 0,6 d) 0,35 e) 3,6 f) 0,3

2) Realiza las siguientes operaciones con decimales haciendo las cuentas necesarias:

$$\begin{array}{r}
 92,738 \\
 \times 6,4 \\
 \hline
 370952 \\
 556428 \\
 \hline
 593,5232
 \end{array}$$

92,738 . 6,4 **Resolución**

3) Completa la siguiente multiplicación de números decimales:

$$\begin{array}{r}
 471,35 \\
 \times 6,8 \\
 \hline
 \square\square\square\square\square\square \\
 \square\square\square\square\square\square \\
 \hline
 \square\square\square\square\square\square\square
 \end{array}$$

Resolución

$$\begin{array}{r}
 471,35 \\
 \times 6,8 \\
 \hline
 377080 \\
 282810 \\
 \hline
 3205,180
 \end{array}$$

Potencia de decimales

Una potencia de base un número decimal es una forma simplificada de escribir un producto de factores iguales a la base. Es decir, el significado es el mismo que con las potencias de base entera.

División de decimales

Antes de nada, ten en cuenta:

- Para dividir un número decimal entre 10, 100, 1000, ... movemos la coma a la izquierda tantos lugares como ceros haya, añadiendo ceros si fuese necesario.

Por ejemplo, si queremos hallar $2,1 : 100$, como el 100 tiene 2 ceros moveremos la coma 2 posiciones a la izquierda. Por lo tanto, el resultado es 0,021

- Para multiplicar un número por 0,1; 0,01; 0,001; ... tenemos que dividir el número entre 10, 100, 1000, etc.

Por ejemplo, $3,7 \cdot 0,01 = 3,7 \cdot \frac{1}{100} = 3,7 : 100 = 0,037$

- Para dividir un número entre 0,1, 0,01, 0,001, ... tenemos que multiplicar el número por 10, 100, 1000, etc.

Por ejemplo, $0,24 : 0,1 = 0,24 : \frac{1}{10} = 0,24 \cdot 10 = 2,4$

Casos que se pueden dar en la división:

<p>Primer caso: Dividendo mayor que el divisor</p> $\begin{array}{r} 85 \quad \quad 25 \\ - 75 \quad 3,4 \\ \hline 100 \\ - 100 \\ \hline 0 \end{array}$	<p>Segundo caso: Dividendo menor que el divisor</p> $\begin{array}{r} 18 \quad \quad 20 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 180 \quad \quad 20 \\ - 180 \quad 0,9 \\ \hline 0 \end{array}$	<p>Tercer caso: División de un decimal por un natural</p> $\begin{array}{r} 6,4 \quad \quad 4 \\ - 4 \quad \downarrow \quad 1,6 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$
<p>Cuarto caso: División de un natural por un decimal</p> $\begin{array}{r} 50 \quad \quad 0,2 \\ \downarrow \quad \downarrow \text{1 decimal} \\ 500 \quad \quad 2 \\ \hline 0 \quad 250 \end{array}$	<p>Quinto caso: División de dos números decimales</p> $\begin{array}{r} 0,25 \quad \quad 0,2 \\ \downarrow \quad \downarrow \text{1 decimal} \\ 2,5 \quad \quad 2 \\ \hline 0 \quad 1,25 \end{array}$	

Observa que los casos 3º y 5º se pueden reducir al 1er o 2º caso multiplicando por la unidad seguida de ceros:

$$6,4 \quad | \quad 4 \xrightarrow{\cdot 10} 64 \quad | \quad 40$$

$$0,25 \quad | \quad 0,2 \xrightarrow{\cdot 100} 25 \quad | \quad 20$$

Actividades resueltas

1) Indica por qué número tienes que multiplicar el dividendo y divisor de las siguientes divisiones para poder hacer la cuenta de la división:

a) $7,93 : 2,5$ **Resolución** por 10 b) $2 : 1,367$ **Resolución** por 1000 c) $8,6 : 0,75$ **Resolución** por 100

2) Calcula mentalmente: a) La décima parte de 2,5 b) La mitad de 20,4 c) La tercera parte de 12,6
Resolución a) 0,25 b) 10,2 c) 4,2

3) Realiza las siguientes operaciones con decimales haciendo las cuentas necesarias: $4,215 : 1,5$

$$\begin{array}{r} 4215 \quad | \quad 1500 \\ 12150 \quad 2,81 \\ 1500 \\ \hline 0 \end{array}$$

Resolución

4) Realiza las siguientes divisiones sacando todos los decimales que puedas y haz en cada caso la prueba de la división: a) $13 : 40$ b) $149 : 8$ c) $207514 : 125$ d) $23 : 32$

Resolución a) 0,325 b) 18,625 c) 1660,112 d) 0,71875

5) Indica qué operación hay que realizar para obtener el número desconocido:

a) $3,5 + ? = 7,25$ **Resolución** resta b) $7,3 - ? = 1,2$ **Resolución** resta

c) $? - 6,4 = 10,3$ **Resolución** suma d) $3,75 \cdot ? = 25,6$ **Resolución** división

e) $15,4 : ? = 2,7$ **Resolución** división f) $? : 3,2 = 52,6$ **Resolución** multiplicación

Operaciones combinadas con decimales

Para realizar operaciones combinadas con decimales se sigue el siguiente orden:

1º) Potencias 2º) Multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha 3º) Sumas y restas

Actividades resueltas

1) Realiza las siguientes operaciones con decimales expresando todos los pasos y mentalmente, sin hacer la cuenta:

a) $2,15 \cdot 100 - (1 + 0,19 : 0,01) \cdot 10$ **Resolución** $215 - (1 + 19) \cdot 10 = 215 - 20 \cdot 10 = 215 - 200 = 15$

b) $3 + 7250 : 1000 - 2,5 \cdot 0,1$ **Resolución** $3 + 7,25 - 0,25 = 10,25 - 0,25 = 10$

2) Realiza sin calculadora y luego comprueba el resultado con tu calculadora:

a) $19,1 - 5,6 \cdot 3,2$ **Resolución** 1ª cuenta: $5,6 \cdot 3,2 = 17,92$ 2ª cuenta: $19,1 - 17,92 = 1,18$

b) $93,2 : 100 - 0,1082$ **Resolución** $93,2 : 100 = 0,932$. Hacemos la cuenta: $0,932 - 0,1082 = 0,8238$

c) $2 + 4260 : 1000 - 3,5 \cdot 0,1$

Resolución

$4260 : 1000 = 4,26$; $3,5 \cdot 0,1 = 0,35$ y $2 + 4,26 = 6,26$. Hacemos la cuenta: $6,26 - 0,35 = 5,91$

d) $8,3 + 4,7 : 2,5^2$

Resolución

1ª cuenta: $2,5^2 = 2,5 \cdot 2,5 = 6,25$ 2ª cuenta: $4,7 : 6,25 = 0,752$ 3ª cuenta: $8,3 + 0,752 = 9,052$

e) $4 + 9350 : 1000 - 2,5 \cdot 0,1$

Resolución

$9350 : 1000 = 9,35$; $2,5 \cdot 0,1 = 0,25$ y $4 + 9,35 = 13,35$. Hacemos la cuenta: $13,35 - 0,25 = 13,1$

f) $0,25 \cdot 3,5 + 0,15 : 0,1$

Resolución

$0,15 : 0,1 = 1,5$. 1ª cuenta: $0,25 \cdot 3,5 = 0,875$ 2ª cuenta: $0,875 + 1,5 = 2,375$

g) $5 + 7350 : 10000 - 9,25 \cdot 0,1$

Resolución

$7350 : 10000 = 0,735$; $9,25 \cdot 0,1 = 0,925$ y $5 + 0,735 = 5,735$.

Hacemos la cuenta: $5,735 - 0,925 = 4,81$

Si hay paréntesis, las operaciones dentro de ellos se hacen primero

Ejemplos:

$8,35 \cdot 10 - 3 \cdot (1 + 0,25 : 0,01) \rightarrow 83,5 - 3 \cdot (1 + 25) = 83,5 - 3 \cdot 26 = 83,5 - 78 = 5,5$

$2,15 \cdot 100 - (1 + 0,19 : 0,01) \cdot 10 \rightarrow 215 - (1 + 19) \cdot 10 = 215 - 20 \cdot 10 = 215 - 200 = 15$

Problemas usando operaciones con decimales

Consejos para resolver problemas:

Para resolver un problema matemático:

1º) Debemos averiguar qué es lo que nos están pidiendo y qué datos nos dan leyendo el problema varias veces si es necesario.

Debemos saber dónde queremos llegar o que debemos conseguir.

Si no comprendemos este punto es muy difícil llegar a una solución para el problema.

Una técnica para conseguirlo es resumir el problema con nuestras propias palabras, hacer un esquema con los datos y lo que nos piden.

Evidentemente debes haber aprendido antes las sumas, restas multiplicaciones y divisiones.

- La suma se relaciona con añadir, agregar, juntar o reunir, elementos de una misma clase.

- Restar es separar o quitar una cantidad de otra.

- Multiplicar es equivalente a sumar un número tantas veces como dice otro número.

- Dividir es repartir un número en varias partes iguales.

Teniendo claro a que equivale cada operación es más fácil saber cuál aplicar en cada caso.

2º) Averiguar qué operación u operaciones hay que realizar.

3º) Hay que realizar las operaciones de forma ordenada y clara

4º) Por último, debemos repasar los pasos que dimos comparándolo con el problema dado para ver y comprobar si nos hemos equivocado en algo y, si está todo correcto debemos escribir la respuesta a los que nos preguntan.

Ejemplo:

Alberto ha comprado 3 botes de tomate a 0,85 € cada uno y una botella de refresco que cuesta 1,05 €. Si ha pagado con un billete de 5 €, ¿cuánto dinero le devolvieron?

$$\begin{array}{r} 0,85 \\ \times 3 \\ \hline 2,55 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 2,55 \\ + 1,05 \\ \hline 3,60 \end{array} \quad - \quad \begin{array}{r} 5 \\ - 3,60 \\ \hline 1,40 \end{array} \quad \text{Le devolvieron 1,40 €}$$

Actividades resueltas

1) Averigua que operación es necesario realizar para resolver cada problema y completa el enunciado. No es necesario que realices la operación:

a) Cada hoja de un paquete de 500 folios tiene un grosor de 0,25 mm. Para calcular el grosor del paquete tengo que realizar la operación **Resolución** $500 \cdot 0,25$

b) Juan mide 1,84 m y Luisa 1,63 m. Para calcular cuánto mide más Juan que Luisa tengo que realizar la operación **Resolución** $1,84 - 1,63$

c) En una fábrica de refrescos se preparan 437,25 litros de refresco de naranja y se envasan en botes de 0,3 litros. Para calcular cuántos botes se necesitan tengo que realizar la operación

Resolución $437,25 : 0,3$

d) Una jarra vacía pesa 0,64 kg, y llena de agua 1,728 kg. Para calcular cuánto pesa el agua tengo que realizar la operación **Resolución** $1,728 - 0,64$

e) Un paquete de café cuesta 1,51 € y tenemos 31,71 €. Para calcular cuántos paquetes puedo comprar tengo que realizar la operación **Resolución** $31,71 : 1,51$

f) Para calcular cuántos vasos de 0,3 l se pueden llenar con una jarra de 4,5 l tengo que realizar la operación **Resolución** $4,5 : 0,3$

g) Las fresas están a 1,5 €/kg. Para calcular cuántos kg puedo comprar con 12 € tengo que realizar la operación **Resolución** $12 : 1,5$

h) Cada camión lleva una carga de 138,50 kg. Para calcular la carga de 5 camiones iguales al anterior tengo que realizar la operación **Resolución** $138,50 \cdot 5$

2) Averigua que operación es necesario realizar para resolver cada problema. No es necesario que realices la operación:

a) Olga creció 2,15 cm en un año. Ahora mide 158,37 cm. ¿Cuánto medía hace un año?

Resolución restar

b) Luís tiene un listón de madera de 3,22 m y lo corta en trozos de 0,23 m ¿cuántos trozos obtiene?

Resolución dividir

c) Una parcela rectangular mide 45,88 m de ancha y 27,5 m de larga. ¿Cuál es su superficie?

Resolución multiplicar

d) Tengo una deuda de 120,50 €. Entregué 89,75 € ayer y 17,90 € hoy. ¿Cuánto he pagado?

Resolución sumar

e) ¿Cuántas garrafas de 6,5 l se necesitan para llenar un depósito 78,5 l? **Resolución** dividir

f) Una embotelladora utiliza envases de 0,25 litros y los agrupa en cajas de 24 unidades. ¿Cuántos litros tendrá cada caja? **Resolución** multiplicar

g) A primeros de diciembre, un ciclista pesaba 72,5 kg y en ese mes engordó 1,375 kg. ¿Cuánto pesa ahora? **Resolución** sumar

h) Un tren tiene 5 vagones, que mide cada uno 12,6 m. ¿Cuál es la longitud total del tren?

Resolución multiplicar

i) Laura ha hecho hoy 43,5 kg de pasta y la quiere empaquetar en cajas de 0,250 kg. ¿Cuántas cajas necesita Laura? **Resolución** dividir

j) El coche de Miguel recorre 13,98 km por litro de gasolina. Si su tanque tiene 25 litros de gasolina, ¿Para cuántos km le alcanzará? **Resolución** multiplicar

3) Un paquete de 4 yogures de fresa vale en una tienda 0,53 €.

En otra tienda venden los mismos yogures, pero en un paquete de 8 por 1 €.

a) ¿A cuánto sale el yogur en cada tienda?

Resolución

Valor del yogur en la 1ª tienda: $0,53 : 4 = 0,1325$ € Valor del yogur en la 2ª tienda: $1 : 8 = 0,125$ €

b) ¿Cuál es la tienda más barata? **Resolución** La 2ª tienda es más barata

4) Rocío compró 2 sombreros de 3,75 € cada uno y un pañuelo de 3,55 €. Pagó con un billete de 20 €.

Realiza todas las cuentas y halla cuánto dinero le devolvieron.

Resolución

3,75	7,50	20	
$\times 2$	$+ 3,55$	$- 11,05$	Le devolvieron 8,95 €
7,50	11,05	8,95	

- 5) En una tienda compré dos sombreros de 6,75 € cada uno y un pañuelo de 3,55 €. Si pagué con un billete de 20 €, ¿cuánto dinero me devolvieron?

Resolución

$$\left[\begin{array}{l} \text{Sombreros: } 6,75 \cdot 2 = 13,50 \text{ €} \\ \text{Pañuelo: } 3,55 \text{ €} \end{array} \right. \Rightarrow \text{Me gasté: } 13,50 \text{ €} + 3,55 \text{ €} = 17,05 \text{ €}. \text{ Me sobró: } 20 \text{ €} - 17,05 \text{ €} = \boxed{2,95 \text{ €}}$$

- 6) Un fabricante de zapatillas con suela de mopa cobra 13,45 € la hora, y su ayudante cobra 8,75 € la hora. ¿Cuánto cobrarán entre los dos por 7 horas y media de trabajo?

Resolución $13,45 + 8,75 = 22,2$; $22,2 \cdot 7,5 = 166,50 \text{ €}$

- 7) Un grupo de 14 amigos quieren comprar una mesa de ping pong. Se reparten el precio de la mesa a partes iguales y les toca pagar 2,50 € a cada uno.

a) ¿Cuánto cuesta la mesa? **Resolución** $2,5 \cdot 14 = 35 \text{ €}$

b) Si en lugar de ser 14 amigos fueran 10, ¿cuánto tendría que pagar cada uno?

Resolución $35 : 10 = 3,50 \text{ €}$

- 8) Álex, Berta y Carlos recogen tapones de botellas para venderlos y ganar dinero para ayudar a una asociación de niños discapacitados.

Álex ha recogido 340 tapones, Berta 255 y Carlos 570.

Si en total han recaudado 326,20 €, ¿cuántos céntimos de euro les han dado por tapón?

Resolución

$$340 + 255 + 570 = 1165 \text{ ; } 326,2 : 1165 = 0,28 \text{ €} = 28 \text{ céntimos}$$

- 9) Para celebrar una fiesta, siete amigos compran: 6 botellas de refresco a 1,65 € la botella; 3/4 kg de jamón a 22,5 €/kg; 5 barras de pan a 0,85 € la barra y 0,8 kg de patatas fritas a 5,80 €/kg.

¿Cuánto debe poner cada uno?

Resolución

$$\text{Refresco: } 6 \cdot 1,65 = 9,9 \quad \text{Jamón: } 3/4 \cdot 22,5 = 16,875 \quad \text{Pan: } 5 \cdot 0,85 = 4,25 \quad \text{Patatas: } 0,8 \cdot 5,80 = 4,64$$

$$\text{Gastan en total: } 9,9 + 16,875 + 4,25 + 4,64 = 35,665 \text{ €} \quad \text{Cada uno pone: } 35,665 : 7 = 5,095 \text{ €}$$

- 10) He comprado en una tienda 2,75 kg de plátanos a 1,50 €/kg, 1,25 kg de manzanas a 1,65 €/kg y tres cuartos de kilo de judías a 1,20 €/kg.

Halla cuánto tengo que pagar si me hacen un descuento que supone la décima parte del importe total

Resolución

$$\text{Plátanos: } 2,75 \text{ kg a } 1,50 \text{ €/kg} \rightarrow 2,75 \cdot 1,50 = 4,125 \text{ €}$$

$$\text{Manzanas: } 1,25 \text{ kg a } 1,65 \text{ €/kg} \rightarrow 1,25 \cdot 1,65 = 2,0625 \text{ €} \Rightarrow \text{Total: } 4,125 + 2,0625 + 0,90 = 7,0875 \text{ €}$$

$$\text{Judías: } 0,75 \text{ kg a } 1,20 \text{ €/kg} \rightarrow 0,75 \cdot 1,20 = 0,90 \text{ €}$$

$$\text{Descuento: } \frac{1}{10} \text{ de } 7,0875 = 0,70875 \text{ €} \quad \text{Tendré que pagar: } 7,0875 - 0,70875 = 6,37875 \rightarrow \boxed{6,38 \text{ €}}$$

11) Julia se cartea con su amigo Brian, con el que hizo un intercambio el curso pasado.

Ambos son aficionados a correr y se cuentan en sus cartas qué distancia recorren cuando salen a entrenar.

El problema es que Brian mide en millas y Julia en kilómetros.

En la última carta Brian le comenta que ha recorrido 7 millas y media y Julia responde que ella hace 10 km y medio.

Julia está muy contenta porque cree que ha corrido más que su amigo, pero Brian por su parte defiende que él ha corrido más. Explica quién tiene razón.

(Nota: Recuerda que la milla terrestre equivale a 1609 metros).

Resolución

Brian recorre 12067,5 metros Julia recorre 10 500 metros

Brian tiene razón

Espacio para indicar las operaciones

Brian: $7,5 \text{ millas} \cdot 1609 \text{ metros/milla} = 12067,5 \text{ metros}$

Julia: $10,5 \text{ km} \cdot 1000 \text{ metros/km} = 10500 \text{ metros}$

Al finalizar sus 23 vueltas ha gastado en gasolina:

4 billetes de 20 €, 1 billete de 10 €, 4 billetes de 5 €, 3 monedas de 50 céntimos, 1 billete de 50 € y 5 monedas de 10 céntimos. ¿Cuánto dinero ha gastado en total?

Resolución

$$4 \cdot 20 + 1 \cdot 10 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 0,50 + 1 \cdot 50 + 5 \cdot 0,10 = 80 + 10 + 20 + 1,50 + 50 + 0,50 = 171 \text{ €}$$

12) En el instituto de Irene, su profesora de matemáticas les hace exámenes que se puntúan de 0 a 10. Irene tiene una media de 6 puntos de sus primeros cuatro exámenes. En el quinto examen sacó 8 puntos. ¿Cuál es la media de las notas de Irene en mates tras los cinco exámenes?

Resolución

Como la media de los 4 primeros exámenes es 6, los 4 primeros exámenes suman 24 puntos.

Luego, la media de los 5 exámenes es $(24 + 8):5 = 6,4$ puntos

RELACIÓN ENTRE FRACCIONES Y DECIMALES

Expresión decimal de una fracción. Tipos de decimales

Conocemos las fracciones y los decimales. Vamos a ver qué relación hay entre las fracciones y los decimales.

Por ejemplo, si repartimos 25 € entre 4 personas $\frac{25}{4}$ representa la división $25 : 4 = 6,25 \text{ €}$

Si en una fracción dividimos el numerador entre el denominador se obtiene un valor que se llama expresión decimal de la fracción.

Al calcular la expresión decimal de una fracción se puede obtener los siguientes tipos de números:

A) Un número **entero**. Esto ocurre cuando el numerador es divisible entre el denominador.

$$\text{Ejemplos: } \frac{27}{3} = 27 : 3 = 9 \quad \frac{-28}{7} = -28 : 7 = -4$$

Si el numerador es igual al denominador, la expresión decimal vale 1 y se dice que la fracción es unitaria.

B) Un número **decimal**. Esto ocurre cuando la división no es exacta.

1) Si obtenemos un número finito de decimales se dice que es un **decimal exacto**.

Ejemplos:

$\frac{7}{8} = 7 : 8 = 0,875$ es un decimal exacto. La parte entera es 0 y la parte decimal es 875

$\frac{27}{25} = 27 : 25 = 1,08$ es un decimal exacto. La parte entera es 1 y la parte decimal es 08

2) Si la división da lugar a un decimal con cifras que se repiten indefinidamente se dice que es un **decimal periódico**.

En los decimales periódicos, la cifra o grupo de cifras que se repite se llama **periodo**.

Si el periodo empieza a partir de la coma el decimal se llama **periódico puro** y si no **periódico mixto**.

En los decimales periódicos mixtos la parte comprendida entre la coma y el periodo se llama **anteperiodo**

Ejemplos:

$\frac{11}{3} = 11 : 3 = 3,666... = 3, \widehat{6}$ es un decimal periódico puro. La parte entera es 3 y el periodo es 6

$\frac{5}{6} = 5 : 6 = 0,8333... = 0,8 \widehat{3}$ es un decimal periódico mixto. La parte entera es 0, el periodo es 3 y el anteperiodo es 8

Podemos averiguar si dos fracciones son equivalentes o iguales hallando su expresión decimal.

$$\text{Ejemplo: } \begin{cases} \frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75 \\ \frac{6}{8} = 6 : 8 = 0,75 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{6}{8} \text{ porque tienen el mismo valor}$$

- Si el numerador es menor que el denominador obtenemos un número menor que 1.

Se llaman fracciones **propias**. *Ejemplo:* $\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0,6$

- Si el numerador es mayor que el denominador obtenemos un número mayor que 1. Se llaman fracciones **impropias**. *Ejemplo:* $\frac{19}{8} = 19 : 8 = 2,375$

Actividades resueltas

1) ¿Cómo tienen que ser el numerador y denominador de una fracción para que la expresión decimal sea un número natural? **Resolución** El numerador debe ser divisible entre el denominador

2) Completa la siguiente tabla:

Número	Forma abreviada	Tipo de decimal	Periodo	Anteperiodo
7,30222...				
74,67676...				
0,040340340...				
3,5702222...				
2,7457457...				
45,21376376376...				

Resolución

Número	Forma abreviada	Tipo de decimal	Periodo	Anteperiodo
7,30222...	7,30 $\overline{2}$	periódico mixto	2	30
74,67676...	74, $\overline{67}$	periódico puro	67	-
0,040340340...	0,0 $\overline{403}$	periódico mixto	403	0
3,5702222...	3,570 $\overline{2}$	periódico mixto	2	570
2,7457457...	2, $\overline{745}$	periódico puro	745	-
45,21376376376...	45,21 $\overline{376}$	periódico mixto	376	21

3) Escribe de forma abreviada el decimal periódico puro de parte entera 2 y parte periódica es 43

Resolución 2, $\overline{43}$

4) Escribe de forma abreviada el decimal 2,347080808080..... ¿De qué tipo es este decimal?

Resolución 2,347 $\overline{08}$ Es periódico mixto

5) Halla la expresión decimal de la fracción $\frac{3}{8}$

Resolución

$$\begin{array}{r}
 30 \overline{) 8} \\
 \underline{60} \\
 20 \\
 \underline{40} \\
 0
 \end{array}$$

3 : 8 → 0,375 Luego, $\frac{3}{8} = 0,375$

6) Obtén mentalmente la expresión decimal de las siguientes fracciones decimales:

a) $\frac{7}{10} = \boxed{}$ b) $\frac{476}{100} = \boxed{}$ c) $\frac{9}{1\ 000} = \boxed{}$ d) $\frac{10\ 307}{10\ 000} = \boxed{}$

Resolución a) 0,7 b) 4,76 c) 0,009 d) 1,0307

7) Halla la expresión decimal de las siguientes fracciones y clasifica el número racional que se obtiene indicando si es natural, entero negativo, decimal exacto, decimal periódico puro o decimal periódico mixto:

a) $\frac{17}{6}$ b) $\frac{-56}{7}$ c) $\frac{13}{11}$ d) $\frac{127}{50}$ e) $\frac{435}{29}$

Resolución

a) $17 : 6 = 2,8 \overline{3}$; *periódico mixto* b) $-56 : 7 = -8$; *entero negativo*

c) $13 : 11 = 1, \overline{18}$; *periódico puro* d) $127 : 50 = 2,54$; *decimal exacto*

e) $435 : 29 = 15$; *natural*

8) Ordena de mayor a menor usando la expresión decimal: $\frac{7}{4}$, $\frac{9}{5}$, $\frac{-3}{8}$, $\frac{-3}{10}$ y -1

Resolución

$\frac{7}{4} = 1,75$ $\frac{9}{5} = 1,8$ $\frac{-3}{8} = -0,375$ $\frac{-3}{10} = -0,3$

Por tanto, $1,8 > 1,75 > -0,3 > -0,375 > -1$

Fracción generatriz

La fracción generatriz de un número es una fracción que da como resultado ese número, al dividir el numerador entre el denominador. Sólo tienen fracción generatriz los enteros, decimales exactos y periódicos.

Fracción generatriz de un número entero

Para hallar una fracción generatriz de un número entero basta con partirlo entre 1.

Por ejemplo, $-7 = \frac{-7}{1}$, pues $-7 : 1 = -7$. En general, si a es un número entero $a = \frac{a}{1}$, pues $a : 1 = a$

Fracción generatriz de un decimal exacto

Vamos a obtener una regla para hallar una fracción generatriz de un decimal exacto.

Fíjate en los siguientes casos:

1) $1,75 = 1,75 \cdot \frac{100}{100} = \frac{1,75 \cdot 100}{100} = \frac{175}{100}$ ← fracción generatriz

2) $0,0104 = 0,0104 \cdot \frac{10000}{10000} = \frac{0,0104 \cdot 10000}{10000} = \frac{104}{10000}$ ← fracción generatriz

3) $407,5 = 407,5 \cdot \frac{10}{10} = \frac{407,5 \cdot 10}{10} = \frac{4075}{10}$ ← fracción generatriz

En todos los casos observamos que en el numerador aparece el número sin coma y en el denominador 1

seguido de tantos ceros como decimales hay. Regla:

$ab, cdef$	$=$	$\frac{\overbrace{abcdef}^{\text{número sin coma}}}{\underset{\substack{1\ 0000 \\ \text{4 ceros}}}{}}$
<small>4 cifras</small>		

Actividad resuelta

Escribe la fracción generatriz:

- a) -7 b) 68,5 c) Una centésima d) 7 décimas e) 0,25 f) 3,4 g) 10,3752 h) 2,725 i) 1,25

Resolución

a) $\frac{-7}{1}$ b) $\frac{685}{10}$ c) $0,01 = \frac{1}{100}$ d) $0,7 = \frac{7}{10}$

e) $\frac{25}{100}$ f) $\frac{34}{10}$ g) $\frac{103752}{10000}$ h) $\frac{2725}{1000}$ i) $\frac{125}{100}$

Fracción generatriz de un decimal periódico puro

Vamos a obtener una regla para hallar una fracción generatriz de un decimal periódico puro.

Fíjate en los siguientes casos:

$$\begin{aligned}
 &x = 7,454545\dots = 7,45 \\
 &\text{(se multiplica por 100 porque el periodo tiene 2 cifras)} \\
 &\begin{cases} 100x = 745,454545\dots \\ x = 7,454545\dots \end{cases} \\
 &100x - x = 745 - 7 \Rightarrow 99x = 745 - 7 \\
 &\quad \text{número sin coma} \quad \text{parte entera} \\
 &x = \frac{745 \quad - \quad 7}{99} = \frac{738}{99} = \frac{82}{11} \\
 &\quad \text{tantos 9 como cifras} \\
 &\quad \text{tiene el periodo}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &x = 28,103103103\dots = 28,103 \\
 &\text{(se multiplica por 1000 porque el periodo tiene 3 cifras)} \\
 &\begin{cases} 1000x = 28103,103103\dots \\ x = 28,103103\dots \end{cases} \\
 &\text{Al restar : } 1000x - x = 28103 - 28 \Rightarrow 999x = 28103 - 28 \\
 &\quad \text{número sin coma} \quad \text{parte entera} \\
 &x = \frac{28103 \quad - \quad 28}{999} = \frac{28075}{999} \\
 &\quad \text{tantos 9 como cifras} \\
 &\quad \text{tiene el periodo}
 \end{aligned}$$

Regla general: $ab, cde = \frac{abcde - ab}{999}$

3 cifras

3 nueves

Fracción generatriz de un decimal periódico mixto

Vamos a obtener una regla para hallar una fracción generatriz de un decimal periódico mixto.

Fíjate en los siguientes casos:

$$\begin{aligned}
 x &= 1,352767676\dots = 1,352\ 76 \\
 &\text{(se multiplica por 1000 porque el anteperiodo tiene 3 cifras)} \\
 1000x &= 1352,76 = \frac{135276 - 1352}{99} \\
 &\qquad\qquad\qquad \text{número sin coma} \quad \text{parte entera y anteperiodo} \\
 x &= \frac{135276 - 1352}{99} : 1000 = \frac{\overbrace{135276} - 1352}{99\ 000} = \frac{133\ 924}{99000}
 \end{aligned}$$

El denominador tiene $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ nueves porque el periodo tiene 2 cifras} \\ 3 \text{ ceros porque el anteperiodo tiene 3 cifras} \end{array} \right.$

$$\begin{aligned}
 x &= 0,10325325\dots = 0,10\ 325 \\
 &\text{(se multiplica por 100 porque el anteperiodo tiene 2 cifras)} \\
 100x &= 10,325 = \frac{10325 - 10}{999} \\
 &\qquad\qquad\qquad \text{número sin coma} \quad \text{parte entera y anteperiodo} \\
 x &= \frac{10325 - 10}{999} : 100 = \frac{\overbrace{10325} - 10}{99900} = \frac{10315}{99900}
 \end{aligned}$$

El denominador tiene $\left\{ \begin{array}{l} 3 \text{ nueves porque el periodo tiene 3 cifras} \\ 2 \text{ ceros porque el anteperiodo tiene 2 cifras} \end{array} \right.$

Regla general

$$\frac{ab, cdef\ ghi}{\substack{4 \text{ cifras} \quad 3 \text{ cifras}}} = \frac{abcdefghi - abcdef}{\substack{999\ 0000 \\ 3 \text{ nueves} \quad 4 \text{ ceros}}}$$

Actividades resueltas

1) Halla la fracción generatriz irreducible de los siguientes números:

- a) 1,65 3 b) 0,075 c) 2,666....

Resolución

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \frac{1653 - 165}{900} &= \frac{1488}{900} = \frac{124}{75} & \text{b) } \frac{75}{1000} &= \frac{3}{40} & \text{c) } 2,6 &= \frac{26 - 2}{9} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}
 \end{aligned}$$

2) Completa la siguiente tabla usando la regla correspondiente:

Número	Forma abreviada	Fracción generatriz	Fracción irreducible
0,636363...	0,63	$\frac{63}{99}$	$\frac{7}{11}$
15,6666...	15,6	$\frac{156-15}{9} = \frac{141}{9}$	$\frac{47}{3}$
1,037	/	$\frac{1037-1}{999} = \frac{1036}{999}$	$\frac{28}{27}$
245,2233	/	$\frac{2452233-245}{9999} = \frac{2451988}{9999}$	$\frac{222908}{9}$
8,333...	8,3	$\frac{83-8}{9} = \frac{75}{9}$	$\frac{25}{3}$
0,3535...	0,35	$\frac{35-0}{99} = \frac{35}{99}$	/

3) Indica de qué tipo es cada número colocándolo en el siguiente esquema y calcula su fracción generatriz irreducible:

A = 2,75 B = 1,333... C = 1,1666... D = 3,71212... E = 0,2424... F = -1,04545... G = 0,0125

Resolución

Decimales exactos: A = $\frac{275}{100} = \frac{11}{4}$ y G = $\frac{125}{10000} = \frac{1}{80}$ Periódicos puros: B = $\frac{12}{9} = \frac{4}{3}$ y E = $\frac{24}{99} = \frac{8}{33}$

Periódicos mixtos: C = $\frac{105}{90} = \frac{7}{6}$, D = $\frac{3675}{990} = \frac{245}{66}$ y F = $\frac{-1035}{990} = \frac{-23}{22}$

4) Completa la siguiente tabla e indica de qué tipo es cada decimal:

Fracción Irreducible	$\frac{7}{5}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{11}{6}$	$\frac{17}{15}$	$\frac{56}{55}$	$\frac{12}{11}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{11}$
Número decimal		$1,\overline{7}$	1,83	1,1333...	$1,0\overline{18}$	1,09	0,25	0,3636...

Operaciones con fracciones y decimales

Para hacer operaciones con fracciones, enteros o decimales se expresan todos los números como fracción y luego se opera.

Ejemplo: $0,5 - 0,333... \cdot \left(\frac{21}{4} - 5\right) + \frac{7}{35} : 0,16 - 1,36$

Hallamos la fracción generatriz irreducible de cada decimal:

$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ $0,333... = 0,3 = \frac{3-0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ $0,16 = \frac{16-1}{90} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$ $1,36 = \frac{136-13}{90} = \frac{123}{90} = \frac{41}{30}$

Sustituyendo, obtenemos: $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{21}{4} - 5\right) + \frac{7}{35} : \frac{1}{6} - \frac{41}{30} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{6}{5} - \frac{41}{30} =$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{12} + \frac{6}{5} - \frac{41}{30} = \frac{30}{60} - \frac{5}{60} + \frac{72}{60} - \frac{82}{60} = \frac{15}{60} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

Actividades resueltas

1) Realiza las siguientes operaciones y simplifica el resultado hasta obtener la fracción irreducible:

a) $1,333... \cdot \frac{-3}{2} - 0,25 + 0,16 : \frac{-1}{3}$ (usa la fracción irreducible de los decimales)

Resolución

$$1,333... = 1,3 = \frac{13-1}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \quad 0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \quad 0,16 = \frac{16-1}{90} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$$

Sustituyendo los decimales por las fracciones:

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{-3}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} : \frac{-1}{3} = -2 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{-8-1-2}{4} = \boxed{\frac{-11}{4}}$$

b) $0,5 - \frac{3}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6} + 1 \right) + \frac{7}{30} : 0,16$

Resolución

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6} + 1 \right) + \frac{7}{30} : \frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{12} + \frac{7}{30} : \frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{7}{5} = \frac{33}{20}$$

2) Una señora, cuyo peso era de 80,25 kg, se sometió a un tratamiento en el que redujo $\frac{3}{4}$ kg cada mes y cuya duración fue de 5 meses. ¿Cuánto pesaba la señora al finalizar el tratamiento?

Resolución

$$80,25 - \frac{3}{4} \cdot 5 = 80,25 - \frac{15}{4} = 80,25 - 3,75 = \boxed{76,5 \text{ kg}}$$