

APROXIMACIONES

Estimaciones de un número

Una aproximación de un número es otro número que está relativamente próximo a él.

Hay veces en las que en lugar de tomar el valor exacto de un número conviene tomar una aproximación, por ejemplo:

- Cuando queramos hacer una estimación para tener una idea más clara de la cantidad que estamos tomando
- Al hacer cálculos con números que tienen infinitas cifras decimales
- Cuando el número tenga “muchas” cifras decimales y no nos interese usar tantas cifras

Aproximaciones por defecto y por exceso

Una aproximación es por defecto si el número aproximado es menor que el valor exacto

Si el número aproximado es mayor que el valor exacto diremos que es la aproximación es por exceso.

Vamos a comprar una camisa y nos cuesta 29,95 €. Mi madre cuánto ha costado le he dicho que unos 30 €. En este caso la aproximación es por exceso.

Para el número $\pi = 3,1415\dots$, las aproximaciones por defecto y por exceso son

	a las unidades	a las décimas	a las centésimas	a las milésimas	etc
por defecto	3	3,1	3,14	3,141	
por exceso	4	3,2	3,15	3,142	

Redondeo

La aproximación que se suele utilizar en la mayoría de los casos es el redondeo.

Para redondear un número natural o decimal a una determinada cifra:

Si la cifra que le sigue es menor que 5, dejamos igual la cifra por la que estamos redondeando

Si es mayor o igual que 5, le sumamos 1.

Después sustituimos por ceros todas las cifras que le siguen

Ejemplos :

$$36,52 \xrightarrow{\text{redondeo a las unidades}} 3\boxed{6}, 52 \rightarrow 37,00 = 37$$

$= 5$

$$7,8324 \xrightarrow{\text{redondeo a las milésimas}} 7,83\boxed{2} 4 \rightarrow 7,8320 = 7,832$$

< 5

$$3164 \xrightarrow{\text{redondeo a las centenas}} 3\boxed{1} 64 \rightarrow 3200$$

> 5

Para redondear con la calculadora científica, puedes usar la función FIX, donde n es el número final de cifras decimales tras el redondeo.

Si queremos que todos los resultados nos los redondee a “n” cifras decimales el proceso es:

MODE **MODE** **MODE** 1 n.

Por ejemplo, si queremos todos los resultados redondeados con 2 cifras decimales tecleamos

MODE **MODE** **MODE** 1 2.

Truncamiento

Algunas veces, en lugar del redondeo se usa el truncamiento que consiste en sustituir por ceros las cifras a partir de una dada.

Ejemplos:

3,72634 $\xrightarrow{\text{truncar a las centésimas}}$ 3,72000 = 3,72 2543 $\xrightarrow{\text{truncar a las unidades de mil}}$ 2000

Actividades resueltas

1) Elige la estimación más coherente en cada caso:

a) Van a dar las siete: 1) 6 h 25 min 2) 6 h 55 min 3) 7 h 1 min

Resolución La 2

b) Son casi las seis de la tarde: 1) 6 h 10 min 2) 18 h 05 min 3) 17 h 58 min

Resolución La 3

c) Pasa bastante de las ocho: 1) 10 h 30 min 2) 8 h 20 min 3) 8 h 5 min

Resolución La 1

2) Halla con tu calculadora las siguientes operaciones y realiza la aproximación que se pide:

a) El resultado de repartir 387 € entre un grupo de 21 alumnos (redondea el resultado a las centésimas)

Resolución $387 : 21 = 18,428... \rightarrow 18,43 \text{ €}$

b) $\sqrt{7} + \sqrt{12}$ (trunca el resultado a las unidades) **Resolución** 6,1098... $\rightarrow 6$

3) Realiza las siguientes aproximaciones:

a) La longitud de un lápiz, 8,27 cm, truncando a las décimas es **Resolución** 8,2

b) Mi nota final en Matemáticas, 5,8, truncando a las unidades es **Resolución** 5

c) El precio 43,745 € redondeado a las centésimas **Resolución** 43,75 €

d) El peso de mi amiga, 67,206 kg, redondeando a las centésimas es **Resolución** 67,21 kg

4) Al hallar $\sqrt{7}$ con la calculadora nos da 2,645751311 pero sólo necesito tres cifras decimales. Así que trunco el número a las milésimas. ¿Qué número obtengo? **Resolución** 2,645

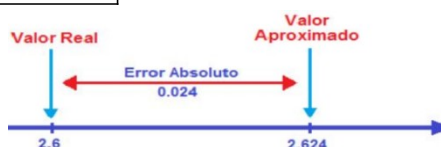
5) Al hallar $\sqrt{12}$ con la calculadora nos da 3,605551275 pero sólo necesito una cifra decimal. Así que trunco el número a las décimas ¿Qué número obtengo? **Resolución** 3,6

6) Completar el siguiente cuadro

Número	hasta las	Redondeo	Truncamiento
1235,68	décimas	1235,7	1235,6
0,1239	milésimas	0,124	0,123
453,48264	centésimas	453,48	453,48
9362,3995	unidades	9362	9362
31,540752	diezmilésimas	31,5408	31,5407
1427	centenas	1430	1420
3245	decenas	3250	3240
754 931	unidades de millar	755 000	754 000

Error absoluto en una aproximación

Llamamos error absoluto (E_A) a la diferencia (tomada en valor absoluto) entre el valor exacto o real (V_R) y el valor aproximado (V_A): $E_A = |V_R - V_A|$



El error absoluto se expresa en las mismas unidades que el valor exacto.

Si el error absoluto es muy pequeño significa que la aproximación es muy buena

Cuanto más pequeño sea el error absoluto más buena es la aproximación.

Por ejemplo, si el valor exacto de un número es 2,3 y se toma como aproximación 2 el error absoluto es

$$E_A = |V_R - V_A| = |2,3 - 2| = 0,3.$$

Sin embargo, si se toma como aproximación 2,5 el error absoluto es $E_A = |2,3 - 2,5| = |-0,2| = 0,2$.

Observa que la 2ª aproximación es mejor que la 1ª porque da menor error absoluto

Cota de error

En una aproximación, una cota de error absoluto es el mayor error que se puede cometer cuando se aproxima un número a un cierto orden. La cota de error siempre es la mitad del orden de la cifra a la que se esté aproximando.

Por ejemplo, si hacemos una aproximación a las décimas una cota de error absoluto es $0,1/2 = 0,05$, si es a las centésimas sería $0,01/2 = 0,005$; etc

Si es a las unidades una cota de error es $1/2 = 0,5$, si es a las decenas sería $10/2 = 5$; si es a las centenas sería $100/2 = 50$, etc.

Error relativo en una aproximación

El error relativo es el cociente entre el error absoluto y el valor real, tomado en valor absoluto

$$E_R = \frac{E}{|V_R|}$$

El error relativo no lleva unidades y se suele expresar en forma de porcentaje (llamado entonces “error porcentual”). Para ello se multiplica el valor obtenido por 100.

El error relativo se usa para comparar aproximaciones que tienen el mismo error absoluto y poder saber qué aproximación es la mejor o más precisa. Siempre es más precisa la aproximación que nos dé menor error relativo.

Actividades resueltas

1) Alicia es controladora aérea y trabaja en la torre de control de un aeropuerto. Hoy está controlando el vuelo de un avión cuya velocidad es $240\sqrt{5}$ km/h, aunque se decide aproximar esta cantidad por redondeo a las decenas, cometiendo un error relativo.

Calcula el porcentaje de error relativo con una precisión de centésimas.

Resolución

Valor real = $240\sqrt{5} \cong 536,656...$ km/h Valor aproximado: 540 km/h

$$E_R = \frac{540 - 536,656...}{536,656...} \cong 6,23 \cdot 10^{-3} \xrightarrow{\cdot 100} \cong 0,62\%$$

2) La fachada de la casa de Rosa mide exactamente 10 m pero Rosa al medirla obtiene 11 m. Una finca mide de largo 100 m pero Juan al medirla obtiene 101 m. Explica cuál de ellos ha sido más preciso en su medición.

Resolución

Fachada: Valor real = $V_R = 10$ m Valor aproximado: 11 m $E_R = \frac{1}{10} = 0,1 \xrightarrow{\cdot 100} 10\%$

Finca: Valor real = $V_R = 100$ m Valor aproximado: 101 m $E_R = \frac{1}{100} = 0,01 \xrightarrow{\cdot 100} 1\%$

La medida más precisa corresponde a la finca porque nos da menor error relativo

3) Al pesar un remolque cuyo peso exacto es de 400 kg hemos obtenido 395 kg. Al pesar a Esteban cuyo peso exacto es de 80 kg se ha obtenido 85 kg.

a) Halla el porcentaje de error relativo que se ha cometido en cada caso

Resolución

$$\text{remolque: } E_R = \frac{|400 - 395|}{|400|} = 0,0125 \xrightarrow{\cdot 100} \boxed{1,25\%}$$

$$\text{Esteban: } E_R = \frac{|80 - 85|}{|80|} = 0,0625 \xrightarrow{\cdot 100} \boxed{6,25\%}$$

b) A la vista de los resultados obtenidos en el apartado anterior indica qué medida es más precisa y explica por qué.

Resolución

Es más precisa la medida del peso del remolque porque da menor error relativo

4) Presumes ante tu madre de haber recogido la mesa en 60 segundos, pero ella, cronómetro en mano, dice que has tardado en realidad 60,5 segundos. ¿Cuál ha sido el error absoluto que has cometido? ¿Y el error relativo (redondeado a las centésimas)?

Resolución

$$E_A = 0,5 \text{ seg} \quad E_R = \frac{0,5}{60,5} \cong 8,26 \cdot 10^{-3} \xrightarrow{\cdot 100} \cong 0,83\%$$